स्नातक
भौतिकी

स्नातक भौतिकी

(भाग ३—बी०एस-सी० कक्षाओं के लिए)

लेखकगण

डॉ० कैलाश प्रसाद शर्मा

एम०एस-सी०, पी-एच०डी० (लंदन)

रीडर, भौतिक विज्ञान-विभाग, बिहार विश्वविद्यालय

राम इकबाल सिंह, एम०एस-सी०

लेक्चरर, भौतिक विज्ञान-विभाग, लंगट सिंह कालेज, मुजफ्फरपुर

तथा

कृत्यानन्द प्रसाद, एम०एस-सी० (स्वर्णपदकप्राप्त)

लेक्चरर, भौतिक विज्ञान-विभाग, लंगट सिंह कालेज, मुजफ्फरपुर

भारती भवन

प्रस्तावना

प्रस्तुत पुस्तक विश्वविद्यालयों के त्रिवर्षीय स्नातक पाठ्यक्रम के द्वितीय खण्ड के छात्रों के लिए विशेष रूप से लिखी गयी है। इस पाठ्यक्रम के प्रथम खण्ड के छात्रों के लिए इसका प्रथम भाग पिछले वर्ष प्रकाशित हुआ था जिसकी सारी प्रतियाँ हाथों-हाथ बिक गयीं। इससे हमें पर्याप्त प्रोत्साहन मिला और द्वितीय खण्ड के छात्रों के लिए भी यह पुस्तक प्रस्तुत करने की हमारी धारणा दृढ़ हो गयी। भारत सरकार द्वारा विश्वविद्यालयों में क्षेत्रीय भाषाओं के माध्यम से शिक्षा देने के विचार से भी प्रस्तुत पुस्तक के प्रकाशन की आवश्यकता अनुभव की गयी।

राष्ट्रभाषा में लिखी गयी यह पुस्तक विश्वविद्यालयों की उच्च कक्षाओं के छात्रों के लिए भौतिकी की प्रथम पुस्तक है। स्नातक पाठ्यक्रम के प्रथम खण्ड तक शिक्षा का माध्यम हिन्दी होने के कारण विद्यार्थियों को एकाएक द्वितीय खण्ड में अँगरेजी माध्यम से शिक्षा प्राप्त करने में जिन कठिनाइयों का सामना करना पड़ता है उनसे हम अवगत हैं। हमारा विश्वास है कि इस पुस्तक के प्रकाशन से विद्यार्थियों के लिए भौतिकी के अध्ययन में भाषा की समस्या का समाधान हो जायगा।

इस पुस्तक की भाषा को यथासंभव सरल एवं बोधगम्य बनाने का चष्टा की गयी है। अँगरेजी भाषा के वज्ञानिक पदों के उपयुक्त हिन्दी पर्यायवाची शब्द भारत सरकार द्वारा प्रकाशित 'पारिभाषिक शब्दावली' से लिये गये हैं। प्रत्येक अध्याय के अन्त में पर्याप्त संख्या में विश्वविद्यालयों में पूछे जाने वाले सैद्धान्तिक एवं आंकिक उदाहरण दिये गये हैं।

पुस्तक के लिखने में हमें अनेक सहशिक्षकों से बहुमूल्य सहायता मिली है। उनमें प्रो० कामेश्वर प्रसाद वर्मा तथा प्रो० देवनारायण सिंह ने इसकी पाण्डुलिपि को पढ़ने का जो कष्ट किया है उसके लिए हम उनके आभारी हैं। बिहार विश्वविद्यालय के डीन तथा विश्वविद्यालय प्राध्यापक डॉ० श्यामचन्द्र प्रसादजी से हमें इस शुभकार्य में जो प्रोत्साहन मिला है उसके लिए हम उनके कृतज्ञ हैं।

'भारती भवन' के अध्यक्ष श्री मोहित मोहन बोसजी ने प्रस्तुत पुस्तक को प्रकाशित कर हमें राष्ट्रभाषा की सेवा करने का जो अवसर प्रदान किया है उसके लिए हम उनके आभारी हैं।

जिनके लिए इस पुस्तक की रचना की गयी है यदि उन्हें इससे लाभ हुआ तो हम अपने परिश्रम को सफल समझेंगे। अपने ढंग की यह पहली पुस्तक है और ऐसी स्थिति में सम्भव है कि इसमें कई प्रकार की अशुद्धियाँ रह गयी हों। आचार्यों एवं विद्यार्थियों से हमारा निवेदन है कि वे त्रुटियों की ओर हमारा ध्यान आकृष्ट कराकर इसे और भी उपयोगी बनाने का अवसर दें।

१५ जनवरी, १९६८

—**लेखकगण**

विषय-सूची

खण्ड १

ध्वनि

अध्याय १ — पृष्ठ

ध्वनि : परिचय — ३–१३

ध्वनि : ध्वानिकी .. ३
ध्वनि का उत्पादन .. ३
श्रव्यता की सीमाएँ .. ५
ध्वनि का संचरण .. ५
ध्वनि का बोध .. ६
तरंग .. ७
तरल माध्यम में ध्वनि-तरंगें अनुदैर्घ्य हैं .. ८
तरंगाग्र और किरण .. ९
तरंग-आरेख .. ९
तरंग-लम्बाई, आवृत्ति और तरंग-संचरण के वेग में सम्बन्ध .. ११
दाब वक्र .. १२

अध्याय २

प्रगामी और अप्रगामी तरंग — १४–३७

प्रगामी तरंग .. १४
प्रगामी तरंग का समीकरण .. १४
प्रगामी तरंग में कण का वेग .. १८
प्रगामी तरंग में कण का त्वरण .. १९
प्रगामी तरंग की ऊर्जा .. १९
अध्यारोपण का सिद्धान्त .. २३
अप्रगामी तरंग .. २३
अप्रगामी तरंगों की रचना .. २४
अप्रगामी तरंग के लक्षण .. ३२
परावर्तन द्वारा अप्रगामी ध्वनि तरंगें .. ३३
प्रगामी और अप्रगामी तरंगों में भेद .. ३५

अध्याय ३

व्यतिकरण और विस्पंदन — ३८–५५

व्यतिकरण .. ३८
ध्वानिक व्यतिकरण का प्रायोगिक प्रदर्शन .. ३९
कुहरा-साइरेन के चारों ओर अश्रव्यता-क्षेत्र .. ४१

		पृष्ठ
ध्वानिक निस्यन्दक	..	४२
विस्पंदन	.	४३
विस्पंदन की रचना	..	४४
विस्पंदन का प्रदर्शन	..	४७
विस्पंदन का उपयोग	..	४८
स्थायी व्यतिकरण और विस्पंदन में भेद	..	४९
सम्मिलित स्वरक	..	४९
सम्मिलित स्वरकों की उत्पत्ति	..	५०
रूकर और एडसर का प्रयोग	..	५१
दो स्वरित्रों को ठीक एक अष्टक ऊँचा समस्वरित करना	..	५२

अध्याय ४

मुक्त और प्रणोदित कम्पन : अनुनाद		**५६–७३**
मुक्त कम्पन	..	५६
मुक्त या निर्बाधित कम्पन का गणितीय विश्लेषण	..	५६
अवमंदित आवर्त कम्पन	..	५८
प्रणोदित कम्पन और अनुनाद	..	६०
प्रणोदित कम्पन का गणितीय विश्लेषण	..	६२
प्रणोदित कम्पन की कला	..	६४
आयाम-अनुनाद	..	६५
अनुनाद की तीक्ष्णता	..	६६
वेग-अनुनाद और ऊर्जा-ग्रहण	..	६७
यांत्रिक अवबाधिता और प्रतिबाधा	..	६९
हेल्महोल्टज-अनुनादक	..	७०

अध्याय ५

ध्वनि का वेग		**७४–९८**
किसी प्रत्यास्थ माध्यम में अनुदैर्घ्य तरंग का वेग	..	७४
हवा में ध्वनि के वेग के लिए न्यूटन का सूत्र	..	७७
लाप्लास का संशोधन	..	७८
हवा में ध्वनि के वेग पर दाब, तापमान, आर्द्रता और हवा के वेग का प्रभाव	..	७९
गैसों के मिश्रण में ध्वनि का वेग	..	८३
गैस में ध्वनि का वेग और अणुओं की माध्य चाल	..	८३
ध्वनि के वेग का निर्धारण	..	८४
विभिन्न द्रव्यों में ध्वनि का वेग	..	९२
ध्वनि-वेग पर आयाम और आवृत्ति का प्रभाव	..	९२

अध्याय ६

डॉप्लर-सिद्धान्त		**९९–११०**
डॉप्लर-सिद्धान्त	..	९९

पृष्ठ

आभासी आवृत्ति का व्यंजक .. ९९
डॉप्लर-सिद्धान्त की प्रायोगिक जाँच .. १०३
डॉप्लर-सिद्धान्त के उपयोग .. १०३

अध्याय ७

डोरियों के कम्पन १११–१४०

डोरियों के कम्पन .. १११
अनुप्रस्थ कम्पन में तरंगों का परावर्तन .. १११
डोरी में अप्रगामी तरंगें .. ११२
तनी हुई डोरी पर अनुप्रस्थ तरंग का वेग .. ११५
डोरी में अनुदैर्ध्य और अनुप्रस्थ तरंगों के सापेक्ष वेग .. ११७
डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन की आवृत्ति .. ११७
तनी हुई डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियम .. ११९
तनी हुई डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियमों की प्रायोगिक जाँच .. १२१
सुरमापी द्वारा स्वरित्र की कम्पनावृत्ति का निर्धारण .. १२४
सुरमापी द्वारा प्रत्यावर्ती धारा-स्रोत की आवृत्ति का निर्धारण .. १२५
मेल्डो का प्रयोग .. १२६
छड़ों के अनुप्रस्थ कम्पन .. १२९
स्वरित्र .. १३१
प्लेटों के अनुप्रस्थ कम्पन : क्लाडनी की आकृतियाँ .. १३३

अध्याय ८

वायु-स्तम्भों के कम्पन १४१–१६३

बेलनाकार नलियों में वायु-स्तम्भ के अप्रगामी कम्पन .. १४१
सिरा-संशोधन .. १४२
नली के कम्पन के ढंग .. १४३
नली से उत्पादित स्वर के तारत्व और स्वरूप पर नली के व्यास का प्रभाव .. १४६
नली के तारत्व पर तापमान और आर्द्रता का प्रभाव .. १४७
विश्लेषणात्मक विधि .. १४७
ऑरगन पाइप .. १५४
ऑरगन पाइपों में अप्रगामी तरंगों का प्रायोगिक प्रदर्शन .. १५६

अध्याय ९

सुस्वर ध्वनि और स्वर-ग्राम १६४–१८२

सुस्वर ध्वनि और राव .. १६४
तारत्व .. १६४
तीव्रता और प्रबलता .. १६४
तीव्रता-तल और तुल्य प्रबलता : बेल और फॉन .. १६६
स्वरूप .. १६८

		पृष्ठ
स्वरान्तराल	..	१६९
संनाद और असंनाद	..	१७०
प्रमुख स्वरान्तरालों के संनाद और असंनाद	..	१७२
डायाटोनिक स्वरग्राम	..	१७४
डायाटोनिक स्वरग्राम के गुण और दोष	..	१७६
संस्कारित स्वर-ग्राम	..	१७७

अध्याय १०

पोषित कम्पन और आवृत्ति-निर्धारण — **१८३–१९२**

पोषित कम्पन	..	१८३
विद्युत्पोषित स्वरित्र	..	१८३
गायक ज्वाला	..	१८७
आवृत्ति का निर्धारण	..	१८८

अध्याय ११

पराश्रव्यता — **१९३–२००**

पराश्रव्यता	..	१९३
पराश्रव्यता का उत्पादन	..	१९३
पराश्रव्यता का परिचयन	..	१९८
पराश्रव्यता के गुण	..	१९८
पराश्रव्यता के उपयोग	..	१९९

अध्याय १२

ध्वनि का अभिलेखन और पुनरुत्पादन — **२०१–२०९**

फोनोग्राफ	..	२०१
ग्रामोफोन	..	२०२
ध्वनि का वैद्युत् अभिलेखन और पुनरुत्पादन	..	२०३
लाउडस्पीकर	..	२०४
सवाक् चलचित्र : फिल्मों पर ध्वनि का अभिलेखन	..	२०५
चुम्बकीय फीते पर ध्वनि का अभिलेखन और पुनरुत्पादन	..	२०८

खण्ड २

चुम्बकत्व

अध्याय १

चुम्बकीय क्षेत्र, विभव एवं पट्टिका — **३–४८**

प्रस्तावना	..	३
चुम्बक के प्रकार एवं कुछ मौलिक परिभाषाएँ	..	३
चुम्बकीय बलों के नियम	..	६
चुम्बकीय क्षेत्र एवं तीव्रता	..	७
चुम्बकीय बल-रेखाएँ, बल-नली एवं प्रेरण-नली	..	८

		पृष्ठ
चुम्बकीय विभव	..	११
चुम्बकीय तीव्रता एवं विभव में सम्बन्ध	..	१२
किसी चुम्बकीय ध्रुव के कारण विभव	..	१३
चुम्बकीय घूर्ण	..	१४
किसी समरूप क्षेत्र किसी चुम्बक को विक्षेपित करने में किया गया कार्य	..	१६
किसी छोटे छड़-चुम्बक (या चुम्बकीय द्विध्रुव) के कारण दो मानक स्थितियों में चुम्बकीय तीव्रता एवं विभव	..	१६
किसी छोटे छड़-चुम्बक या चुम्बकीय द्विध्रुव के कारण किसी विन्दु पर चुम्बकीय तीव्रता एवं विभव	..	१९
दो छोटे चुम्बकों के बीच बल एवं बलयुग्म	..	२३
समरूप ढंग से चुम्बकित किसी गोले के कारण किसी विन्दु पर चुम्बकीय विभव एवं तीव्रता	..	२८
ठोस कोण	..	३२
चुम्बकीय पट्टिका	..	३४
चुम्बकीय पट्टिका एवं विद्युत्-परिपथ में समरूपता	..	३७

अध्याय २

चुम्बकत्व-मापन		४९–८७
चुम्बकत्व-मापन	..	४९
गॉस की स्पज्या-A स्थिति	..	४९
गॉस की स्पज्या-B स्थिति	..	५१
चुम्बकत्वमापी	..	५२
विक्षेप-चुम्बकत्वमापी	..	५२
विक्षेप-चुम्बकत्वमापी द्वारा दो चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्णों की तुलना करना	..	५२
उत्क्रम-वर्ग-नियम का गॉस का प्रमाण एवं विक्षेप-चुम्बकत्व मापी द्वारा इसकी जाँच	..	५८
विक्षेप-चुम्बकत्वमापी द्वारा चुम्बक की प्रभावकारी लम्बाई ज्ञात करना	..	६२
विक्षेप-चुम्बकत्वमापी द्वारा दो स्थानों पर पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्रों की तुलना करना	..	६४
विक्षेप-चुम्बकत्वमापी की प्रयोग-सम्बन्धी कुछ अशुद्धियाँ और उनके सुधार	..	६५
एकरूप चुम्बकीय क्षेत्र में चुम्बक का दोलन	..	६७
दोलन-चुम्बकत्वमापी	..	७०
दो चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्णों की तुलना	..	७१
दो चुम्बकीय क्षेत्रों की तुलना	..	७२
उत्क्रम-वर्ग-नियम का सत्यापन	..	७३
दो स्थानों पर पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्रों की तुलना	..	७४
M और H का निरपेक्ष मान ज्ञात करना	..	७४

पृष्ठ

M एवं H के मान के निर्धारण में सम्भव दोष एवं उनके निराकरण .. ७५

अध्याय ३

पदार्थों के चुम्बकीय गुण एवं चुम्बकीय परिपथ ८८–१२८

पदार्थयुक्त स्थान में चुम्बकीय क्षेत्र .. ८८
प्रतिचुम्बकीय, अनुचुम्बकीय एवं लौह-चुम्बकीय पदार्थ .. ९१
चुम्बकशीलता एवं चुम्बकीय ग्रहणशीलता का निर्धारण .. ९६
चुम्बकीय गुणों के आधार पर पदार्थों की पहचान .. १०७
चुम्बकन-चक्र एवं मन्दायन या शैथिल्य .. १०८
विचुम्बकन .. ११०
मन्दायन या शैथिल्य के कारण ऊर्जा का ह्रास .. ११०
शैथिल्य-वक्र के उपयोग .. ११४
चुम्बकीय परिपथ .. ११६

अध्याय ४

पार्थिव चुम्बकत्व १२९–१५६

पृथ्वी का चुम्बकत्व .. १२९
पृथ्वी के चुम्बकीय तत्त्व .. १२९
किसी स्थान पर दिक्पात का मान ज्ञात करना .. १३०
नमन का कोण ज्ञात करना .. १३१
क्यू-चुम्बकत्वमापी .. १३५
चुम्बकीय मानचित्र .. १४१
चुम्बकीय तत्त्वों के मान में परिवर्तन .. १४३
चुम्बकीय तूफान .. १४३
नाविक-दिक्सूचक .. १४४
क्षैतिज तीव्रता के मान में परिवर्तन का अभिलेखन .. १४४
दो स्थानों पर चुम्बकीय क्षेत्र के उदग्र संघटकों की तुलना करना .. १४६
पार्थिव चुम्बकत्व के सिद्धान्त .. १४६
नमन कोण एवं चुम्बकीय अक्षांश में सम्बन्ध .. १४८

खण्ड ३

स्थिर-विद्युत्

अध्याय १

स्थिर वैद्युत् बलों के नियम एवं वैद्युत् विभव ३–२८

प्रस्तावना .. ३
स्थिर वैद्युत् बलों के नियम .. ४
कैवेण्डिश द्वारा उत्क्रम-वर्ग नियम का सत्यापन .. ५
चालक के पृष्ठ पर आवेश का विभाजन .. ९

पृष्ठ

विद्युत्-क्षेत्र एवं विभव .. १०
बल-रेखाएँ, बल-नलियाँ एवं प्रेरण नलियाँ .. १५
विद्युत्-स्यन्द एवं विस्थापन .. १६
विद्युत्-ध्रुवण का विद्युत्-तीव्रता पर प्रभाव .. २०
पारविद्युत्-स्थिरांक .. २२

अध्याय २

गॉस का प्रमेय एवं उसकी प्रयुक्तियाँ २९–४७

गॉस का प्रमेय .. २६
गॉस प्रमेय की प्रयुक्तियाँ .. ३२
किसी आविष्ट चालक के तल पर यांत्रिक बल—यांत्रिक खिंचाव .. ३८
आवेश या आविष्ट चालक की ऊर्जा .. ३६
स्थिर-विद्युत्-क्षेत्र की ऊर्जा .. ४१

अध्याय ३

संचक ४८–८३

चालक की विद्युत्-धारिता .. ४८
धारिता की इकाइयाँ .. ४८
किसी चालक की धारिता को प्रभावित करने वाले तत्त्व .. ४६
संचक .. ५०
संचक के प्रकार .. ५१
संचक की धारिता .. ५२
विशिष्ट उपपादक धारिता या पारविद्युत्-स्थिरांक .. ५४
समानान्तर पट्टिका संचक की पट्टिकाओं के बीच का विद्युत्-क्षेत्र .. ५४
समानान्तर पट्टिका संचक की धारिता .. ५५
यौगिक पारविद्युत् वाले समानान्तर पट्टिका संचक की धारिता .. ५५
गोलाकार संचक की धारिता .. ५७
बेलनाकार संचक की धारिता .. ६१
दो चालक या संचक के आवेशों के बँटवारे से ऊर्जा की हानि .. ६३
संचकों का समूहीकरण .. ६४
लीडन जार .. ६६
स्थिर एवं अस्थिर धारिता वाले संचक .. ७०
प्रामाणिक संचक .. ७३

अध्याय ४

विद्युन्मापी एवं विशिष्ट प्रेरकीय धारिता का मापन ८४–१२०

विद्युन्मापी .. ८४
विद्युन्मापी के प्रकार .. ८५
(a) स्वर्णपत्र-विद्युत्दर्शक यंत्र .. ८५
(b) संघनक विद्युत्दर्शक यंत्र .. ८५

पृष्ठ

(c) अभिनत स्वर्णपत्र-विद्युतदर्शक यंत्र .. ८६
आकर्षित मंडलक विद्युन्मापी .. ८६
पाद विद्युन्मापी .. ८६
पाद विद्युन्मापी की धारिता निकालना .. ९७
पाद विद्युन्मापी के उपयोग .. ९८
पाद विद्युन्मापी के अन्य प्रकार .. १०३
तंतु विद्युन्मापी .. १०४
पारविद्युत् स्थिरांक का निर्धारण .. १०६
पारविद्युत् स्थिरांक के मान में परिवर्तन .. ११५

अध्याय ५

वायुमण्डलीय विद्युत् १२१–१२७

वायुमण्डलीय विद्युत् .. १२१
वायुमण्डल के विद्युन्मय होने के कारण .. १२१
बादल का विद्युताविष्ट होना .. १२३
तड़ित्-झंझा .. १२४
वज्रपात .. १२५
तड़ित्-चालक .. १२५
ध्रुवप्रभा .. १२६

खण्ड ४

धारा-विद्युत्

अध्याय १

किरशॉफ के नियम तथा उसके कुछ उपयोग ३–२२

किरशॉफ के नियम .. ३
समानान्तर क्रम में जुड़े सेलों के सम्बन्ध में किरशॉफ के नियमों का उपयोग .. ४
(अ) ह्विटस्टोन-ब्रिज में किरशॉफ के नियम का उपयोग .. ५
(ब) ह्विटस्टोन-ब्रिज के परिपथ के गैलवेनोमीटर से होकर प्रवाहित होने वाली धारा की गणना .. ६
मैक्सवेल की चक्रीधारा विधि तथा ह्विटस्टोन-ब्रिज में इसका उपयोग .. ८
ह्विटस्टोन-ब्रिज की सुग्राहिता .. ९
केल्विन-विधि से गैलवेनोमीटर के प्रतिरोध का मापन .. १३
मैन्स की विधि से सेल के आन्तरिक प्रतिरोध का ज्ञापन .. १५

अध्याय २

विद्युत्-विच्छेदन २३–४३

विद्युत्-विच्छेदन .. २३
फैराडे के विद्युत्-विच्छेदन के नियम .. २३

		पृष्ठ
विद्युत्-विश्लेषीय विघटन	..	२५
विद्युत्-विश्लेष्य की संवाहकता	..	२७
विद्युत्-विश्लेष्य की ग्राम-समतुल्यांक संवाहकता तथा विघटनशीलता-कोटि	..	२८
विद्युत्-विश्लेषीय विघटन सिद्धान्त से फैराडे के विद्युत्-विश्लेषण के नियमों को प्राप्त करना	..	२८
आयनों की गतिशीलता	..	२९
परिवहन-संख्या	..	३०
आयनीय गतिशीलताओं का ज्ञापन	..	३१
आरिनियस के विद्युत्-विश्लेषीय विघटन के सिद्धान्त की कुछ कठिनाइयाँ	..	३२
विद्युत्-विश्लेष्य से विद्युत्-संवाहन में ओम के नियम से विचलन	..	३३
हाइड्रोजन आयन के आवेश का ज्ञापन	..	३३
विरोधी वि० वा० ब०	..	३५
प्रामाणिक सेल	..	३६
संचायक सेल या द्वितीयक सेल	..	३७

अध्याय ३

तापीय विद्युत् ४४–६५

सीबेक प्रभाव तथा तापीय युग्म	..	४४
भिन्न-भिन्न तापक्रमों पर तापीय युग्म के वि० वा० ब० तथा युग्म का तापक्रममापी के रूप में उपयोग	..	४५
पेल्टियर प्रभाव	..	४८
टॉमसन प्रभाव तथा तापीय युग्म का कुल वि० वा० ब०	..	५०
तापीय विद्युत् परिपथों में ऊष्मागतिकी का प्रयोग	..	५५
तापीय विद्युत्-आरेख	..	५७
तापीय पुंज	..	६१
वेकुओ जंकशन	..	६१

अध्याय ४

विद्युत्-चुम्बकी तथा विद्युत्-चुम्बकीय प्रेरण ६६–११९

एम्पियर का साध्य	..	६६
वृत्तीय धारा के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र	..	६६
परिनालिकीय धारा के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र	..	६८
किसी धारा के चारों ओर इकाई ऊपरी ध्रुव को ले जाने में किया गया कार्य	..	६९
चुम्बकीय क्षेत्र का रेखा-समाकल	..	७०
ऋजु-धारा के कारण चुम्बकीय क्षेत्र	..	७०
वलयाकार अथवा छोर-रहित परिनालिकीय धारा के कारण चुम्बकीय क्षेत्र	..	७१

		पृष्ठ
लाप्लास का नियम : विद्युत्-धारा का चुम्बकीय क्षेत्र	..	७२
(अ) लाप्लास के नियम के उपयोग से वृत्ताकार धारा के चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक	..	७३
(ब) लाप्लास के नियम के उपयोग से ऋजु-धारा के चुम्बकीय क्षेत्र का ज्ञापन	..	७४
चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित धारावाही चालक पर बल	..	७५
दो समानान्तर ऋजु-धाराओं के बीच बल	..	७७
टैंजेण्ट गैलवेनोमीटर	..	७८
हेल्महोल्ट्ज टैंजेण्ट गैलवेनोमीटर	..	८०
चल-कुण्डली अनावर्ती गैलवेनोमीटर	..	८३
सीमेंज का विद्युत्-डाइनेमोमापी	..	८७
केल्विन की एम्पियर तुला	..	८६
केल्विन की वाट-तुला	..	९०
विद्युत्-चुम्बकीय प्रेरण	..	९१
लेंज का नियम	..	९२
प्रेरित वि० वा० ब० की गणना	..	९२
वि० चु० प्रेरण के कारण आवेश का परिचालन	..	९४
समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में कुण्डली का परिभ्रमण	..	९४
(अ) चल-चुम्बक प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर	..	९७
(ब) चल-कुण्डली प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर	..	९९
प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर की मदद से होने वाले कुछ प्रयोग	..	१०३
ग्रेस्सौट का फ्लक्समापी	..	१०७

अध्याय ५

परिवर्ती धाराएँ		**१२०–१४४**
विषय-प्रवेश	..	१२०
आत्मप्रेरकत्व	..	१२०
परिनालिका का आत्मप्रेरकत्व	..	१२१
प्रेरकत्व तथा प्रतिरोध युक्त परिपथ में धारा का विकास तथा क्षय	..	१२२
आत्मप्रेरकत्व का ज्ञापन	..	१२६
अन्योन्य प्रेरकत्व	..	१२९
परिनालिक प्रेरक का अन्योन्य प्रेरकत्व	..	१३०
अन्योन्य प्रेरकत्व का ज्ञापन	..	१३१
धारिता का आवेशन तथा अनावेशन	..	१३३
क्षरण विधि से उच्च प्रतिरोध का मापन	..	१३६
प्रेरकत्व तथा प्रतिरोध होकर धारिता का आवेशन तथा अनावेशन	..	१३७

अध्याय ६

प्रत्यावर्ती धाराएँ		**१४५–१८४**
प्रत्यावर्ती धारा	..	१४५

पृष्ठ

प्रतीयमान धारा तथा प्रतीयमान वि० वा० ब० .. १४६
भिन्न-भिन्न प्रकार के परिपथों से प्रत्यावर्ती धारा का प्रवाह .. १५०
प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में सामर्थ्य .. १६८
प्रतिबन्धी कुण्डली .. १७१
तप्ततार यंत्र .. १७१
वाटमापी .. १७२
ट्रान्सफार्मर तथा ट्रान्सफार्मर का उपयोग .. १७५
प्रत्यावर्तक या प्रत्यावर्ती धारा-डाइनेमो .. १७८

अध्याय ७

स्थिर-विद्युत्, विद्युत्-चुम्बकीय तथा प्रायोगिक इकाइयाँ १८५–१९८

विषय-प्रवेश .. १८५
स्थिर-विद्युत् पद्धति में इकाइयों की विमितियाँ .. १८६
विद्युत्-चुम्बकीय पद्धति में इकाइयों की विमितियाँ .. १८९
विद्युत् चुम्बकीय तथा स्थिर विद्युत् इकाइयों में सम्बन्ध .. १९२
व्यावहारिक इकाइयाँ .. १९५

खण्ड ५

आधुनिक भौतिकी

अध्याय १

गैसों में विद्युत्-संवहन ३–३२

सामान्य दाब पर संवहन .. ३
कम दाब पर विद्युत्-विसर्जन .. ५
पारानली-लैम्प .. ६
कैथोड किरणें .. ७
कैथोड किरणों के कणों (अर्थात् इलेक्ट्रॉनों) के $\frac{e}{m}$,
विशिष्ट आवेश, तथा v वेग का ज्ञापन .. ९
इलेक्ट्रॉन .. १४
इलेक्ट्रॉन के आवेश, e, का ज्ञापन .. १५
धन-किरणें .. १९
धन-किरण-विश्लेषण की टॉमसन-विधि तथा समस्थानिक .. २०
ऐस्टन का परमाणु-भार-क्रमलेखी .. २५
संहति इकाई तथा परमाणविक संहति इकाई .. २९

अध्याय २

इलेक्टॉनिकी तथा रेडियो भौतिकी ३३–५६

तापायनिक उत्सर्जन .. ३३

		पृष्ठ
डायोड वाल्व	..	३३
ट्रायोड वाल्व	..	३५
डायोड द्वारा एकदिशकरण	...	३८
ट्रायोड द्वारा वोल्टता-प्रवर्द्धन	..	४०
श्रव्यावृत्ति-प्रवर्द्धक	..	४३
उच्चावृत्ति प्रवर्द्धक	..	४५
ट्रायोड द्वारा दोलनों का उत्पादन	..	४६
आयाम-अधिमिश्रण	..	४८
अनधिमिश्रण अथवा परिचयन	..	४९
रेडियो-तरंग तथा एरियल	..	५१
आयन-मंडल तथा रेडियो-तरंगों का संचारण	..	५२
रेडियो-तरंगों द्वारा संवाद-प्रेषण-व्यवस्था के सिद्धान्त	..	५३
रेडियो-तरंगों के ग्रहण द्वारा संवाद-प्राप्ति की व्यवस्था का सिद्धान्त	..	५४
सुपरहैटरोडाइन रेडियो-ग्राहक	..	५५

अध्याय ३ — पृष्ठ

परमाणु-संरचना तथा बोर का सिद्धान्त — **५७–८०**

प्रस्तावना	..	५७
टॉमसन का मॉडल या ढाँचा	..	५८
रदरफोर्ड का नाभिकीय मॉडल	..	५९
बोर-मॉडल	..	६०
दुह ब्रोयी मॉडल	..	६२
बोर का हाइड्रोजन-वर्णक्रम-सिद्धान्त	..	६२
सॉमरफेल्ड की दीर्घवृत्तीय कक्षाएँ	..	६९
कक्षाओं का स्थान-क्वांटीकरण	..	७१
इलेक्ट्रॉन की भ्रमि	..	७१
सदिश परमाणु मॉडल से सम्बन्धित क्वांटम-संख्या	..	७२
पौली-अपवर्जन-सिद्धान्त	..	७४
सदिश परमाणु-मॉडल का आवर्त-सारणी में उपयोग	..	७५

अध्याय ४

एक्स-किरण और प्रकाश-विद्युत् — **८१–११५**

एक्स-किरणों का आविष्कार	..	८१
एक्स-किरणों का उत्पादन	..	८२
एक्स-किरण के गुण	..	८६
एक्स-किरण का परिचयन	..	८७
एक्स-किरण के व्यावहारिक उपयोग	..	८७
एक्स-किरण का विवर्तन : लॉ पैटर्न	..	८८
ब्रैग-समीकरण	..	८९

		पृष्ठ
ब्रैग-एक्स-किरण-वर्णक्रममापी	..	९१
एक्स-किरण-वर्णक्रम	..	९२
पदार्थ द्वारा एक्स-किरण का अवशोषण	..	९७
एक्स-किरण का प्रकीर्णन	..	९८
प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव का आविष्कार	..	९९
प्रकाश-विद्युत्-सम्बन्धी कुछ प्रायोगिक परिणाम	..	१००
आइन्स्टाइन का प्रकाश-विद्युत् समीकरण	..	१०२
प्रकाश-विद्युत्-सेल	..	१०५
प्रकाश-विद्युत्-सेल के उपयोग	..	१०७

अध्याय ५

रेडियधर्मिता और नाभिकीय भौतिकी — ११६–१७४

प्रस्तावना	..	११६
रेडियधर्मी किरणों के गुण	..	११८
a-कण के हिलियम नाभिक के रूप में पहचान का प्रायोगिक प्रमाण	..	१२६
रेडियधर्मी किरणों का परिचयन	..	१२७
रेडियधर्मिता के मौलिक नियम एवं रेडियधर्मी श्रेणी	..	१३३
रेडियधर्मिता को इकाई	..	१४३
कृत्रिम नाभिकीय विघटन एव कृत्रिम रेडियधमर्मिता	..	१४३
त्वरक	..	१४८
नाभिकीय विखण्डन	..	१५३
यूरेनियम के समस्थानिक के पृथक्करण एवं विखण्डन	..	१५४
श्रृंखलाबद्ध प्रतिक्रिया	..	१५६
पार-यूरेनिक तत्त्व	..	१५८
नाभिकीय विखण्डन के कारण मुक्त ऊर्जा एवं परमाणु-पाइल	..	१६०
परमाणु-बम	..	१६२
हाइड्रोजन-बम	..	१६४
नाभिक की बनावट	..	१६५
अन्तरिक्ष-किरण	..	१६९

खण्ड १

ध्वनि
(SOUND)

१ ध्वनि : परिचय (INTRODUCTION)

संसार ध्वनि से भरा हुआ है। किसी नगर की सड़कों पर हमें मोटरों के भोंपू, देहात में पक्षियों के गीत, और विभिन्न प्रकार की ध्वनियाँ सुनाई देती हैं। जंगल हो या रेगिस्तान, गुलजार शहर हो या खेत-खलिहान, सर्वत्र यह व्याप्त है। ध्वनि जग-जीवन में एक अत्यन्त महत्त्वपूर्ण भूमिका सम्पन्न करती है।

1.1. ध्वनि : ध्वानिकी (Sound : Acoustics)

'ध्वनि' शब्द दो अर्थों में प्रयुक्त होता है : (१) **संवेदना** (sensation) और (२) **बाह्य विक्षोभ** (external disturbance)। जब हम कहते हैं कि हम एक ध्वनि सुनते हैं तो हम संवेदना का उल्लेख करते हैं। किन्तु जब हम कहते हैं कि गैस की अपेक्षा ठोस में ध्वनि तेज चलती है तो हम बाह्य विक्षोभ का उल्लेख करते हैं जो कि उपर्युक्त संवेदना उत्पन्न करता है।

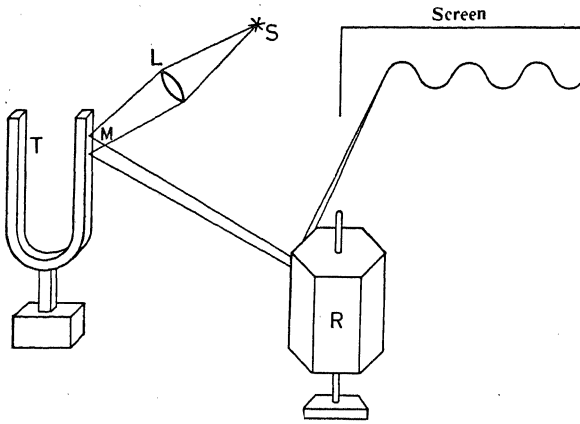
भौतिकी की वह शाखा जिसमें ध्वनि के उत्पादन (production), **संचारण** (propagation), **और बोध** (perception) **का अध्ययन होता है, उसे ध्वानिकी** (acoustics) **कहते हैं।**

ध्वानिकी का वैज्ञानिक अध्ययन यूनानी दार्शनिक पाइथागोरस (570—500 B. C.) के समय से प्रारम्भ हुआ। यह भी सर्वविदित है कि प्राचीन हिन्दू ध्वनि के कुछ नियमों से परिचित थे।

1.2. ध्वनि का उत्पादन (Production of Sound)

जब कोई वस्तु (ठोस या तरल) कम्पित होती है—तेजी से इधर-उधर हिलती है—तो ध्वनि उत्पन्न होती है। एक कटोरा (bowl) लें और उस पर एक हल्के हथौड़े से ठोकर मारें। ध्वनि सुनाई देती है और कटोरे का धुँधला रूप (fuzzy appearance) स्पष्ट दिखाई देता है जिससे उसका तेजी से इधर-उधर हिलना ज्ञात होता है। कटोरे को छूकर भी इसके कम्पन का पता लगाया जा सकता है। ध्वनिकारी वस्तु (sounding body) की गति का अध्ययन निम्नलिखित प्रयोग से सहज किया जा सकता है—

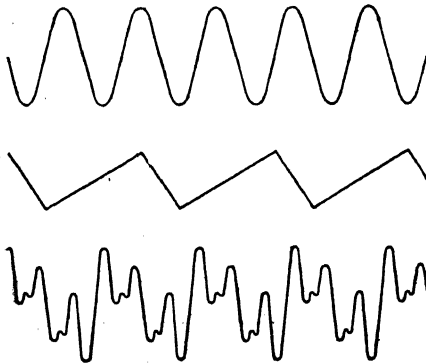
एक स्वरित्र (tuning fork) की एक भुजा (prong) से एक छोटा अवतल दर्पण (concave mirror) M चिपका दें। उत्तल लेंस (convex lens) L की सहायता से तीव्र किरणावली को दर्पण M पर अभिसृत (converge) करें। मान लें, परावर्तित किरणावली घूर्णक दर्पण (rotating mirror) R पर पड़ती है और तब पर्दे (screen) पर पड़ती है। दर्पण R को स्थिर रखते हुए स्वरित्र को कम्पित करें। पर्दे पर प्रकाश-विन्दु एक ऊर्ध्वाधर रेखा (vertical line) अंकित करेगा। अब, दर्पण R को घुमा दें और स्वरित्र को कम्पित करें। पर्दे पर एक तरंगित

वक्र (wavy curve) प्राप्त होगा। जब स्वरित्र कम्पित होता है तो भुजा की नत स्थितियों (inclined positions) पर निर्भर करते हुए प्रकाश-विन्दु ऊपर-नीचे चलता है। दृष्टि-निर्बन्ध (persistence of vision) के कारण प्रकाश-विन्दु की विभिन्न अवस्थाओं को आँख नहीं देख सकती है। इसलिए पर्दे पर आँख एक ऊर्ध्वाधर रेखा देखती है। दर्पण R को घुमाने से प्रकाश-विन्दु एक क्षैतिज रेखा के अनु खिंचा जाता है जो कि समय-अक्ष (time axis) बन जाता है। दृष्टि-निर्बन्ध के कारण विभिन्न समयों पर प्रकाश-विन्दु के क्रमिक स्थान एक तरंगित वक्र के रूप में दिखाई पड़ते हैं।

(चित्र 1)

तरंगित वक्र नियमित समयान्तरों (regular intervals) पर दुहराता है जिससे पता चलता है कि स्वरित्र की भुजा की गति आवर्ती (periodic) है। यह वक्र **समय-विस्थापन वक्र** कहलाता है। वक्र के दो क्रमिक शृंगों (crests) के बीच का समयान्तर भुजा का **कम्पनकाल** (time period) निरूपित करता है। कम्पनकाल का व्युत्क्रम **आवृत्ति** (frequency) के बराबर है जो प्रति सेकण्ड कम्पनों की संख्या है।

ध्वनि उत्पन्न करने वाली सभी वस्तुएँ इसी प्रकार की गति निष्पन्न (execute) करती हैं। प्रत्येक स्थिति में गति आवर्ती होती है, किन्तु वक्र की प्रकृति भिन्न-भिन्न हो सकती है। उदाहरण-स्वरूप, वक्र 1, 2, और 3 क्रमशः स्वरित्र, डोरी (string) और क्लैरीनेट (clarinet) के कम्पन-वक्र हैं। वक्र 1,

$$y = a \sin \theta$$

का लेखाचित्रीय निरूपण है, जहाँ θ चर कोण (variable angle) है जो क्षैतिज अक्ष के अनु मापा गया है और y विस्थापन है जो ऊर्ध्वाधर दिशा में अंकित है। यह एक सरल

(चित्र 2)

प्रकृति का वक्र है जिसे **ज्या-वक्र** (sine curve) कहते हैं। वास्तव में, सभी दूसरे प्रकार के आवर्ती वक्र कई ज्या-वक्रों के परिणामी हैं।

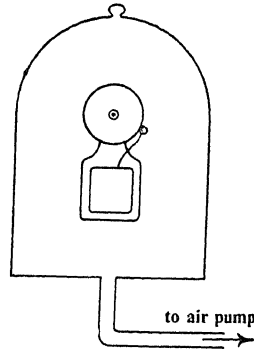
1.3. श्रव्यता की सीमाएँ (Limits of audibility)

क्या कम्पन्न सदा ध्वनि उत्पन्न करता है ? नहीं। जब वस्तुओं के कम्पन 20 से 20,000 कम्पन प्रति सेकण्ड के बीच रहते हैं तब औसत मानव-कान उन्हें ग्रहण कर पाता है। यह परास (range) **श्रव्यता की सीमाएँ** कहलाता है। बिल्ली, मुर्गी, झींगुर आदि का श्रव्यता-परास विस्तृत होता है। 20,000 कम्पन प्रति सेकण्ड से अधिक सभी आवृत्तियाँ **पराश्रव्य** (ultrasonic) कहलाती हैं।

1.4. ध्वनि का संचरण (Propagation of Sound)

ध्वनि के संचरण के लिए एक द्रव्यात्मक माध्यम (material medium) आवश्यक है। प्रयोग द्वारा सर्वप्रथम रोबर्ट बॉयल (1627-1691) ने प्रमाणित किया कि ध्वनि शून्यक (vacuum) में नहीं चल सकती है।

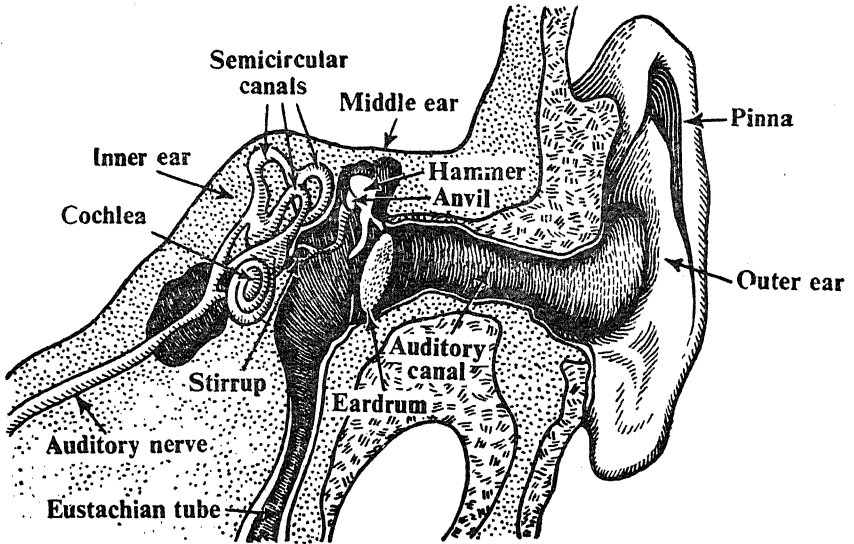
(चित्र 3)

एक परिच्छादक (bell jar) के भीतर एक विद्युत्-घंटी (electric bell) रखें और बजाएँ। घंटी की ध्वनि साफ सुनाई पड़ती है। परिच्छादक से सम्बन्धित वायु-पम्प को चलाएँ। अब ध्वनि धीरे-धीरे मन्द होती जाती है और अन्त में जब परिच्छादक में से हवा करीब-करीब निकाल ली जाती है तो ध्वनि बिलकुल ही सुनाई नहीं देती। फिर रोधनी (stop-cock) को खोल दें। परिच्छादक के भीतर हवा प्रवेश कर जाती है और ध्वनि पुन: सुनाई पड़ने लगती है। इससे स्पष्ट है कि **ध्वनि शून्यक से होकर नहीं संचरित हो सकती है।**

पृथ्वी पर उत्पन्न ध्वनि एक निश्चित ऊँचाई से ऊपर नहीं जा सकती है, क्योंकि 100 किलोमीटर से ऊपर लगभग शून्यक रहता है। ध्वनि-संचरण के लिए **द्रव, गैसों की अपेक्षा अच्छे माध्यम हैं, और ठोस द्रवों से भी अच्छे होते हैं।**

हवा में ध्वनि किस रूप में चलती है— इस प्रश्न का उत्तर जानने के लिए कम्पायमान स्वरित्र की एक भुजा की क्रिया पर विचारें करें। जब भुजा आगे की ओर चलती है तो अपने सम्पर्क की हवा-परत को आगे की ओर धक्का देती है। जड़ता के कारण परत तुरत नहीं चलती, बल्कि संपीडित हो जाती है। प्रत्यास्थता (elasticity) के कारण संपीडित परत अपने से आगे वाली परत को संपीडित कर पुन: फैलती है। हर लगातार परत का यही व्यवहार होता है। इस प्रकार हवा

में **संपीडन का एक स्पन्द** (a pulse of compression) आगे बढ़ता है। जब भुजा पीछे की ओर चलती है तो वह अपने पीछे एक आंशिक शून्यक स्थान छोड़ने की कोशिश करती है, जिससे उसके सम्पर्क वाली परत पर दाब (pressure) हटने से वह भुजा की ओर फैलती है। हर लगातार परत का यही व्यवहार होता है और एक परत दूसरी परत को यह **विरलन का स्पन्द** (pulse of rarefaction) देती जाती है जो संपीडन-स्पन्द के वेग से आगे बढ़ता है। जब भुजा पुन: आगे की ओर चलती है तो दूसरा संपीडन-स्पन्द आगे भेजा जाता है। इसके बाद जब भुजा पीछे लौटती है तो पुन: विरलन-स्पन्द आगे भेजा जाता है। इस प्रकार एक काँपती हुई भुजा हवा में एक के बाद एक संपीडन-स्पन्द और विरलन-स्पन्द निरन्तर भेजती है। स्वरित्र के एक कम्पनकाल में एक संपीडन-स्पन्द और एक एक विरलन-स्पन्द आगे बढ़ते हैं। संपीडन-स्पन्द और विरलन-स्पन्द के एक जोड़े से एक **ध्वनि-तरंग** (sound wave) बनती है। स्मरण रहे कि ध्वनि-तरंग में ये हवा के कण नहीं हैं जो काँपती हुई वस्तु से दूर जाते हैं। यह केवल स्पन्द है जो आगे बढ़ता है।

1.5. ध्वनि का बोध (Perception of Sound)

हमलोग कान द्वारा सुनते हैं। मानव-कान का श्रवण-अंग (auditory organ) बनावट में जटिल है, किन्तु पशुओं को सरल अंग होते हैं। हमलोग कैसे सुनते हैं यह जानने योग्य है।

(चित्र 4)

मानव-कान मुख्यत: तीन भागों में बाँटा जा सकता है— **बाह्य कान** (external ear), **मध्य कान** (middle ear) और **आभ्यन्तर कान** (inner ear)। बाह्य कान में **कर्णपल्लव** (pinna), **श्रवण-नाल** (anditory canal) और **कर्णपटह** (eardrum) होते हैं। कर्णपटह से भीतर मध्य कान रहता है। मध्य कान में **हथौड़ा** (malleus or hammer), **स्थूणक** (incus or anvil) और **वलयक** (stapes or stirrup) रहते हैं। **यूस्टेकिओ नली** (eustachian tube) द्वारा मध्य कान कण्ठ (throat) से जुड़ा रहता है। सामान्यत: यह नली बन्द रहती है, किन्तु निगलने या जँभाई लेने के समय यह खुलती है जिससे मध्य कान में वायुदाब कर्ण पटह के बाहर के वायुदाब के बराबर हो जाता है। आभ्यन्तर कान में **कर्णावर्त** (cochlea) और **अर्धवृत्ताकार नलिकाएँ** (semi circular canals) रहती हैं। इन दोनों में एक द्रव भरा रहता है। कर्णावर्त के भीतर से **श्रवणतंत्रिका** (auditory nerve) मस्तिष्क में जाती है।

जब कम्पन कर्णपटह पर पड़ते हैं तो यह कम्पन करना प्रारम्भ कर देता है। हथौड़ा, स्थूणक और वलयक के द्वारा ये कम्पन आभ्यन्तर कान के द्रव में पहुँचते हैं। मध्य कान की ये तीन हड्डियाँ उत्तोलक (lever) की तरह कार्य कर कर्णपटह के कम्पन की सामर्थ्य को लगभग बीस गुना बढ़ा देती हैं। द्रव, कम्पनों को तन्त्रिका के सिरों तक संचारित कर देता है जो इन कम्पनों को विद्युत्-विक्षोभों (electrical disturbances) में परिणत कर देते हैं। विद्युत्-विक्षोभ मस्तिष्क में भेजे जाते हैं। मस्तिष्क इनको ध्वनि के रूप में उल्था कर देता है। यह ध्यान देने की बात है कि वास्तविक श्रवण-स्थान आभ्यन्तर कान है न कि कर्णपटह।

1.6. तरंग (Wave)

स्थिर पानी की सतह पर कंकड़ मारने से जो वृत्ताकार तरंगों की उत्पत्ति होती है उससे हम अच्छी तरह परिचित हैं। तरंग की परिभाषा निम्नलिखित रूप में की जा सकती है—

तरंग, माध्यम में एक प्रकार का विक्षोभ है जो माध्यम के कणों द्वारा अपनी मध्यमान स्थितियों के परित: आवर्त गति निष्पन्न करने के कारण उत्पन्न होता है। तरंग को संचारित करने वाले माध्यम के कण एक स्थान से दूसरे स्थान को स्थायी रूप से हस्तान्तरित नहीं होते हैं, बल्कि वे अपनी मध्यमान स्थितियों के परित: आवर्त गति निष्पन्न करते हैं।

तरंग दो प्रकार की होती हैं— (i) **अनुप्रस्थ तरंग** (transverse wave) और (ii) **अनुदैर्घ्य तरंग** (Longitudinal wave)। अनुप्रस्थ तरंग में कणों के कम्पन की दिशा तरंग-गति की दिशा के समकोणिक होती है और अनुदैर्घ्य तरंग में कणों के कम्पन की दिशा तरंग-गति की दिशा के अनु होती है। रस्सी, तनी हुई डोरी, और द्रव की सतह पर उत्पन्न तरंगें अनुप्रस्थ हैं। प्रकाश-तरंगें भी अनुप्रस्थ होती हैं। एक सिरे पर आबद्ध कमानी (spring) के दूसरे सिरे को खींचकर जब छोड़ दिया जाता है तो एक अनुदैर्घ्य तरंग उसके अनु चलती है।

1.7. तरल माध्यम में ध्वनि-तरंगें अनुदैर्घ्य हैं (Sound waves in fluids are longitudinal)

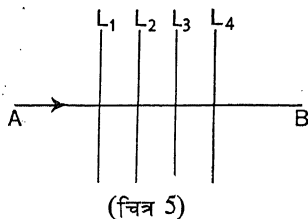
(क) एक स्थान से दूसरे स्थान जाने में ध्वनि को समय लगता है । आकाश में बिजली की कौंध और कड़क के बीच एक निश्चित समयान्तर है ।

(ख) ध्वनि शून्यक में नहीं चल सकती है । इसके लिए एक द्रव्यात्मक माध्यम की आवश्यकता है ।

(ग) ध्वनि का परावर्तन और वर्तन होता है ।

(घ) ध्वनि में व्यतिकरण (interference) और विवर्तन (diffraction) क्रियाएँ होती हैं ।

इन गुणों के आधार पर स्पष्ट है कि **ध्वनि एक तरंग** है । निम्नलिखित विवेचना से स्पष्ट हो जाता है कि तरल (fluid) में ध्वनि-तरंगें अनुदैर्घ्य हैं—

(चित्र 5)

मान लें, हवा में ध्वनि-तरंगें A से B की ओर जा रही हैं । मान लें, L_1, L_2, L_3.. हवी की क्रमिक परतें (layers) हैं । यदि तरंगें अनुप्रस्थ हैं तो परत L_1 ऊपर-नीचे कम्पित होगी । ऊपर जाते समय परत L_1, परत L_2 को ऊपर खींचने की चेष्टा करेगी । चूंकि हवा (तरल) को **कर्तन प्रत्यास्थता** (shear elasticity) नहीं होती है, इसलिए यह बल केवल **श्यानता** (viscosity) से उत्पन्न हो सकता है जो L_1 और L_2 को सापेक्ष विरामावस्था में ले आयेगा । L_1 की गतिमात्रा (momentum) L_2 में बँट जायगी और इस प्रकार गतिज ऊर्जा (kinetic energy) का क्षय होगा । यही व्यवहार अन्य परतें भी करेंगी । नीचे जाते समय परत L_1, परत L_2 को नीचे खींचने की चेष्टा करेगी और पुनः गतिज ऊर्जा का क्षय होगा । यही व्यवहार अन्य परतें भी करेंगी । ठोस द्रव्य की स्थिति में दो परतों के बीच गतिज ऊर्जा का क्षय स्थितिज कर्तन ऊर्जा (potential shearing energy) के रूप में संचित हो जाता है जो वापसी यात्रा में गतिज ऊर्जा के रूप में प्रकट हो जाता है । यह तरल माध्यम में संभव नहीं है, क्योंकि तरल कर्तन विकृति (shear strain) का विरोध नहीं कर सकता है । इस प्रकार जब एक अनुप्रस्थ तरंग तरल माध्यम में चलती है तो ऊर्जा का क्षय (dissipation) होता है और तरंग अधिक प्रवेश नहीं कर पाती है । किन्तु ध्वनि-तरंगों में ये बातें नहीं पायी जाती हैं ।

यदि AB के अनु L_1 कम्पित होती है तो यह L_2 को गतिमात्रा और अतः ऊर्जा संचारित करेगी जिससे गतिज ऊर्जा में पुनः कमी आयेगी । इस ऊर्जा का क्षय नहीं होगा, बल्कि संपीडन की स्थितिज ऊर्जा के रूप में यह संचित हो जायगी जो वापसी

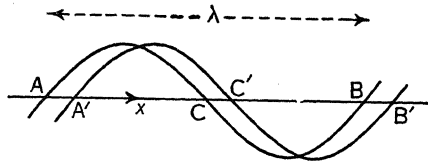
यात्रा में गतिज ऊर्जा के रूप में प्रकट होगी। इस प्रकार बिना ऊर्जा-क्षय के तरल में अनुदैर्घ्य तरंग आगे बढ़ सकती है। अत: **तरल माध्यम में ध्वनि-तरंगें अनुदैर्घ्य हैं।**

1.8. तरंगाग्र और किरण (Wavefront and Ray)

मान लें, d ध्वनि का एक स्रोत है। स्रोत से भेजा गया एक संपीडन t सेकेण्ड बाद vt त्रिज्या के एक गोला d पर फैल जायगा, जहाँ v उसका वेग है। स्पष्टत: गोले पर सभी विन्दु कम्पन की समान कला (same phase) में होंगे। इस प्रकार की सतह को, जो समान कला के विन्दुओं का पथ (locus) है, **तरंगाग्र** कहते हैं। तरंग (विक्षोभ) गोले की त्रिज्याओं के अनु संचारित होगी जो **किरणें** कहलाती हैं। यदि स्रोत बहुत दूरी पर हो तो गोले की वक्रता बहुत कम होगी, अर्थात् **समतल तरंगाग्र** (plane wavefront) प्राप्त होगा।

1.9. तरंग-आरेख (Wave diagram)

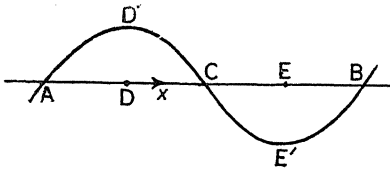
उस माध्यम की, जिससे होकर तरंगें चल रही हैं, अवस्था का लेखाचित्रीय निरूपण (graphical representation) **तरंग-आरेख कहलाता है।** माध्यम के लक्षण अनेक हैं, यथा— (i) माध्यम के कणों के विस्थापन की अवस्था, (ii) कणों का वेग, (iii) माध्यम के विभिन्न विन्दुओं पर दाब। यहाँ तरंग-आरेख में माध्यम के विभिन्न विन्दुओं पर विस्थापन दरसाया जायगा। इस प्रकार के आरेख **विस्थापन-वक्र** निरूपित करेंगे।

अनुप्रस्थ तरंग की स्थिति में, **उपरिमुख** या **अधोमुख** (upward or downward) कोटि-अंक (ordinates) **धन** या **ऋण विस्थापन** निरूपित करते हैं और भुजांक (abscissa) माध्यम के कणों के स्थान दरसाते हैं। यदि किसी समय t पर उपर्युक्त ग्राफ अंकित किया जाय तो उस क्षण पर तरंग-आरेख प्राप्त हो जायगा। **अनुदैर्घ्य तरंग** की स्थिति में, माध्यम के

(चित्र 6)

विभिन्न विन्दुओं पर **अग्रमुख** (forward) या **धन** विस्थापन सूचित करने के लिए **उपरिमुख** कोटि-अंक खड़ा करें तथा **पश्चमुख** (backward) या **ऋण** विस्थापन सूचित करने के लिए **अधोमुख** कोटि-अंक खड़ा करें और किसी क्षण पर तरंग-आरेख प्राप्त करें। चित्र 6 में t समय पर तरंग-आरेख दरसाया गया है जिसमें AB **तरंग-लम्बाई** (कम्पन की समान कला में दो कणों की न्यूनतम दूरी) λ के बराबर है। $t+\triangle t$ समय बाद विस्थापन की अवस्था प्राप्त करने के लिए तरंग-आरेख AB को तरंग-संचरण की दिशा में $AA'=BB'=v\triangle t$ दूरी से हटा दें, जहाँ v तरंग का वेग है। नया तरंग-आरेख $A'B'$, $t+\triangle t$ समय पर माध्यम की कणों का विस्थापन दरसाता है।

कण A और B दोनों ऋण दिशा में चल रहे हैं और कण C धन दिशा में चल रहा है। यह तरंग-आरेख $A'B'$ से स्पष्ट हो जाता है। t समय पर A, B और C के विस्थापन शून्य हैं। $t+\triangle t$ समय पर A तथा B के विस्थापन ऋणात्मक हैं और C का विस्थापन धनात्मक है। अत: t समय पर A तथा B ऋण दिशा में चल रहे हैं और C धन दिशा में चल रहा है। इस प्रकार तरंग-आरेख की सहायता से किसी विन्दु पर गति की दिशा ज्ञात की का सकती है।

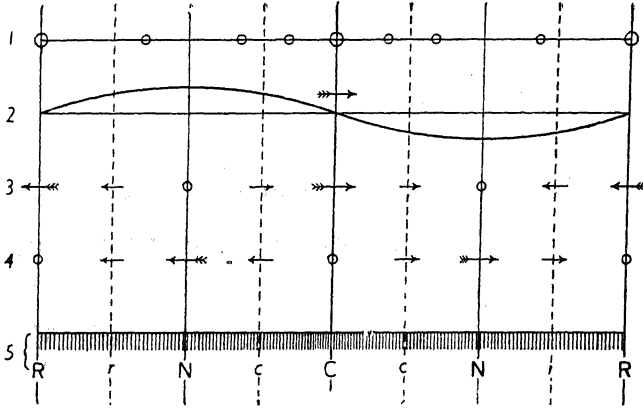
यह भी स्पष्ट है कि t समय पर कण A का जो भी विस्थापन है वह $t+\triangle t$ समय पर A' को हस्तान्तरित हो जाता है, अर्थात् $t+\triangle t$ समय पर A' का विस्थापन t समय पर A के विस्थापन के समान है। यह गणितीय परिणाम तरंग-गति का मूल गुणधर्म है। जितने समय में कण A एक पूरा कम्पन करता है उतने ही समय में तरंग AB (तरंग-लम्बाई) दूरी तय करती है।

तरंग-आरेख द्वारा कण के अन्य गुण भी जाने जा सकते हैं। उदाहरणस्वरूप, (i) A, C, B, आदि विन्दुओं पर कण मध्यमान स्थितियों से गुजर रहे हैं और इसलिए उनका वेग महत्तम है। D', E', आदि विन्दुओं पर कण के विस्थापन महत्तम हैं और इसलिए इनका वेग शून्य है। यदि A, C, और B पर स्पर्शरेखाएँ खींची जायँ तो AB के साथ वे महत्तम कोण बनायेंगी। उसी प्रकार D' या E' पर खींची गयी स्पर्शरेखा AB के साथ कोई कोण नहीं बनायेगी। अत: **वक्र के किसी विन्दु पर ढाल** (slope) **उस विन्दु पर कण का वेग निरूपित करती है।**

(चित्र 7)

(ii) D' या E' पर ढाल के परिवर्तन की दर महत्तम है, क्योंकि इन विन्दुओं पर वक्र मुड़ता है। इन विन्दुओं पर कण का त्वरण महत्तम है। उसी प्रकार A, C, या B पर ढाल के परिवर्तन की दर शून्य है, क्योंकि इन विन्दुओं पर वक्र सरल रेखा है। इन विन्दुओं पर कण का त्वरण शून्य है। अत: **वक्र के किसी विन्दु पर ढाल के परिवर्तन की दर उस विन्दु पर कण का त्वरण निरूपित करती है।**

(iii) अनुदैर्घ्य तरंग की स्थिति में विस्थापन वक्र, AB के अनु माध्यम के संपीडन और विरलन की अवस्थाएँ दरसाता है। A तथा B के दायीं ओर के कण दायीं दिशा (धन दिशा) में विस्थापित हैं और A तथा B के बायीं ओर के कण बायीं दिशा (ऋण दिशा) में विस्थापित हैं। अत: A और B **महत्तम विरलन** (rarefaction) के स्थान हैं। C के दायीं ओर के कण बायीं दिशा में विस्थापित हैं, जब कि C के बायीं ओर के कण दायीं दिशा में विस्थापित हैं। अतः C **महत्तम संपीडन** का स्थान है। D के समीपस्थ दोनों ओर के कण दायीं दिशा में समान रूप से विस्थापित हैं। उसी प्रकार E के समीपस्थ दोनों ओर के कण बायीं दिशा में

समान रूप से विस्थापित हैं। अत: D और E **सामान्य दाब** (normal pressure) के स्थान हैं।

चित्र 8 में अनुदैर्घ्य तरंग पर विभिन्न विन्दुओं पर कणों के वास्तविक स्थान, वेग, त्वरण और दाब-परिवर्तन दरसाया गया है। तरंग दायीं दिशा में चलती हुई मानी गयी है। क्षैतिज रेखा 1 माध्यम के कणों का वास्तविक स्थान दरसाती है। रेखा 2

(चित्र 8)

अनुदैर्घ्य तरंग का विस्थापन-वक्र दरसाती है। रेखा 3 पर अंकित तीर मान (लगभग) और दिशा में कणों के वेग दरसाते हैं और रेखा 4 पर अंकित तीर मान (लगभग) और दिशा के कणों के त्वरण दरसाते हैं। रेखा 5 में R तथा r क्रमश: महत्तम तथा कम विरलन सूचित करते हैं और C तथा c क्रमश: महत्तम तथा कम संपीडन सूचित करते हैं। N, सामान्य दाब सूचित करता है।

1.10. तरंग-लम्बाई, आवृत्ति और तरंग-संचरण के वेग में सम्बन्ध (Relation between wavelength, frequency and velocity of wave propagation)

यदि T, तरंग का आवर्तकाल (time period) हो तो T समय में तरंग λ (तरंग-लम्बाई) दूरी तय करेगी। पुन:, यदि तरंग के संचरण का वेग v हो तो T समय में तरंग vT दूरी तय करेगी। अत:

$$vT=\lambda \qquad \text{.. (1).}$$

किन्तु

$$\text{आवृत्ति } n=\frac{\lambda}{T} \qquad \text{.. (2),}$$

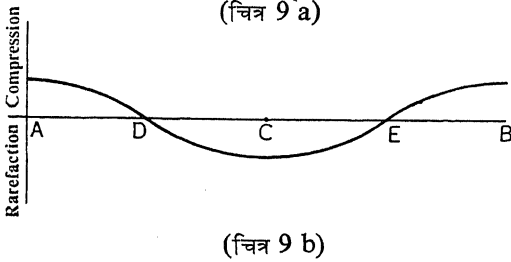
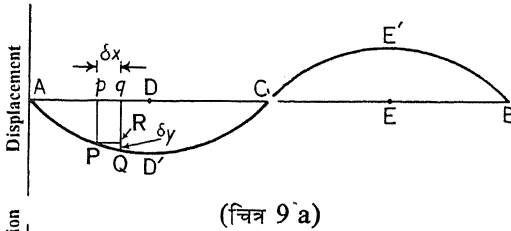
$$\therefore \quad n\lambda=v \qquad \text{.. (3).}$$

यह दिखाया जा चुका है कि D और E सामान्य दाब के स्थान हैं और उनके बीच संपीडन का क्षेत्र है (देखें चित्र 7)। किन्तु D और E के बीच की दूरी

$\frac{\lambda}{2}$ के बराबर है । अतः **संपीडन के क्षेत्र** की लम्बाई $\frac{\lambda}{2}$ है । उसी प्रकार इसके बगल में **विरलन के क्षेत्र** की लम्बाई भी $\frac{\lambda}{2}$ है । अतः **एक अनुदैर्घ्य तरंग में एक संपीडन-क्षेत्र और एक विरलन-क्षेत्र होता है ।**

1.11. दाब वक्र (Pressure curve)

उस माध्यम के, जिससे होकर अनुदैर्घ्य तरंग गुजर रही है, प्रत्येक विन्दु पर संपीडन या विरलन की मात्रा निरूपित करने वाला वक्र **दाब-वक्र** कहलाता है ।

मान लें, $AD'CE'B$, इकाई क्षेत्रफल वाले अनुप्रस्थ-काट के वायु-बेलन से होकर जाते हुए अनुदैर्घ्य तरंग का विस्थापन-वक्र है (चित्र 9 a) । मान लें, बेलन के अक्ष का तरंग के संचरण की दिशा से संपात होता है । δx दूरीसे पृथक् दो विन्दु p और q पर विचार करें । तरंग गुजरने के पहले उनके बीच हवा का आयतन δx है । जब तरंग गुजरती है तो किसी क्षण p और q पर विस्थापन क्रमशः pP और qQ हैं । तब p और q के बीच हवा के आयतन का परिवर्तन

(चित्र 9 a)

(चित्र 9 b)

$$=qQ-pP=RQ=\delta y \text{ (मान लें) ।}$$

पुनः $$PR=pq=\delta x,$$

$$\therefore \text{ आयतन-विकृति (volume strain)} = \frac{\text{आयतन में परिवर्तन}}{\text{प्रारम्भिक आयतन}} = \frac{\delta y}{\delta x}.$$

अतः जब pq बहुत छोटा है, तो $\frac{dy}{dx}$ संपीडन या विरलन की मात्रा की माप है ।

पुन:, $\frac{dy}{dx}$ विस्थापन-वक्र की ढाल है । जहाँ ढाल $\frac{dy}{dx}$ ऋणात्मक है, जैसा कि A से D' और E' से B तक है, वहाँ कण अपेक्षाकृत निकट आ जाते हैं; अर्थात् वहाँ माध्यम संपीडित हो जाता है । जहाँ $\frac{dy}{dx}$ धनात्मक है, जैसा कि D' से E' तक है, वहाँ कण अपेक्षाकृत दूर हट जाते हैं, अर्थात् वहाँ माध्यम में विरलन उत्पन्न हो जाता है ।

अत: यदि विभिन्न विन्दुओं पर विस्थापन-वक्र की ढाल को माप लिया जाय और उसे कणों के स्थान के विरुद्ध अंकित किया जाय तो दाब-वक्र प्राप्त हो जायगा (चित्र 9 b) ।

प्रश्नावली १

1. ध्वनि-तरंगें अनुदैर्घ्य हैं न कि अनुप्रस्थ, ऐसा विश्वास करने का क्या कारण है ?

(Bihar 1953; Agra 1966 S)

(What reasons are there to believe that sound waves are longitudinal and not transverse ?)

2. दिखाएँ कि एक अनुदैर्घ्य तरंग ज्या-वक्र द्वारा कैसे निरूपित की जा सकती है। विस्थापन-वक्र और दाब-वक्र में भेद बताएँ और इनमें $\frac{dy}{dx}$ के अर्थ की व्याख्या करें ।

(Show how a longitudinal wave may be represented by means of a sine curve. Distinguish between displacement and pressure curves and explain the meaning of $\frac{dy}{dx}$ in them.)

२ प्रगामी और अप्रगामी तरंग
(PROGRESSIVE AND STATIONARY WAVES)

2.1. प्रगामी तरंग (Progressive Wave)

प्रगामी तरंग एक प्रकार का विक्षोभ (disturbance) **है जो, माध्यम के क्रमागत कणों द्वारा अपनी मध्यमान स्थितियों के परित: क्रमिक रूप से की गयी समान आवर्त गतियों द्वारा माध्यम के एक भाग से दूसरे भाग को निरन्तर हस्तान्तरित होता है।** स्मरण रहे कि विक्षोभ एक निश्चित वेग से आगे बढ़ता है, न कि माध्यम के कण।

हवा में एक स्थान से दूसरे स्थान पर ध्वनि का संचरण **अनुदैर्घ्य** (longitudinal) प्रगामी तरंग का एक उदाहरण है। माध्यम का कण ध्वनि-संचरण की रेखा के अनु आगे-पीछे कम्पन करता है और विस्थापन, त्वरण आदि की अपनी अवस्था अगले निकटवर्ती कण को हस्तान्तरित करता है। इस प्रकार तरंग-संचरण की रेखा के अनु प्रत्येक कण समान कम्पन-गति निष्पन्न करता है।

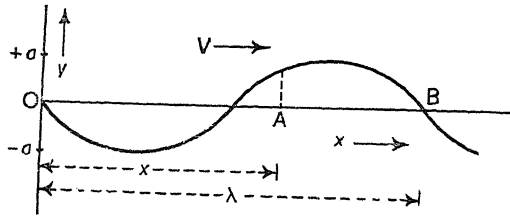
पानी-तरंग और प्रकाश-तरंग **अनुप्रस्थ** (transverse) प्रगामी तरंगों के उदाहरण हैं। माध्यम का प्रत्येक कण तरंग-संचरण की रेखा के समकोणिक समान कम्पन-गति निष्पन्न करता है।

प्रगामी तरंग पर किसी भी कण के सभी गुण **परिवर्तनों के समान चक्र** (cycle) से गुजरते हैं। तरंग पर कोई कण किसी क्षण मध्यमान स्थिति में रहता है तो, दूसरे क्षण महत्तम विस्थापन की स्थिति में रहता है। दूसरे कणों के विस्थापनों में ऐसा ही परिवर्तन होता है। इस प्रकार प्रत्येक कण का विस्थापन परिवर्तनों से समान चक्र से गुजरता है। यही बात कण के वेग, त्वरण, गतिज ऊर्जा, स्थितिज ऊर्जा आदि के लिए भी लागू होती है।

चूंकि विक्षोभ एक कण से दूसरे कण को एक निश्चित समय बाद हस्तान्तरित होता है, इसलिए प्रत्येक कण अपने पूर्ववर्ती कण की अपेक्षा एक निश्चित समय बाद कम्पन शुरू करता है। अत: तरंग-संचरण की रेखा के अनुकम्पन की कला (phase) लगाकर बदलती जाती है।

2.2. प्रगामी तरंग का समीकरण (Equation of a Progressive Wave)

मान लें, O विन्दु पर उत्पन्न सरल आवर्त (simple harmonic) प्रगामी तरंग x

की धन दिशा के अनु चलती है। जैसे-जैसे तरंग आगे बढ़ती है, माध्यम का प्रत्येक क्रमिक कण सरल आवर्त कम्पन निष्पन्न करता है। चित्र 10 में किसी विशेष क्षण में माध्यम के कणों के स्थान x के विरुद्ध अंकित विस्थापन y को दरसाया गया है।

(चित्र 10)

यदि समय की माप उस क्षण से हो जब O पर कण अपनी मध्यमान स्थिति से गुजर रहा हो, तो किसी समय t पर O पर कण का विस्थापन

$$y = a \sin \omega t \qquad .. \quad (1),$$

जहाँ a कण के कम्पन का आयाम (amplitude) और $\omega = 2\pi n$ है, जहाँ n कण के कम्पन की आवृत्ति (frequency) है।

यदि तरंग-संचरण का वेग v हो तो O से रवाना हुई तरंग किसी विन्दु A पर $\frac{x}{v}$ सेकण्ड बाद पहुँचेगी, जहाँ x, O से A की दूरी है। अत: A पर कण O पर के कण के कम्पन से $\frac{x}{v}$ से० बाद कम्पन शुरू करेगा। फलस्वरूप, t समय पर A पर कण का विस्थापन $\frac{x}{v}$ से० पूर्व, अर्थात् $\left(t - \frac{x}{v}\right)$ समय पर, O पर कण के विस्थापन के समान होगा। अत: समीकरण (1) में t के बदले $\left(t - \frac{x}{v}\right)$ रखने पर A पर कण का विस्थापन

$$y = a \sin \omega \left(t - \frac{x}{v}\right) \qquad .. \quad (2),*$$

या $$y = a \sin 2\pi n \left(t - \frac{x}{v}\right)$$ होगा।

---

* यदि O पर कण का विस्थापन $y = a \cos \omega t$ द्वारा निरूपित हो तो प्रगामी तरंग का

यदि आवर्तकाल T हो तो आवृत्ति $n=\frac{1}{T}$ होगी।

$$\therefore \quad y=a \sin \frac{2\pi}{T}\left(t-\frac{x}{v}\right)$$

या
$$y=a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{vT}\right).$$

यदि तरंग-लम्बाई λ हो तो $v=n\lambda=\frac{\lambda}{T}$,

या
$$vT=\lambda.$$

$$\therefore \quad y=a \sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right) \quad \ldots (3)$$

या
$$y=a \sin \frac{2\pi}{\lambda}\left(\frac{\lambda t}{T}-x\right)$$

या
$$y=a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \quad \ldots (4).$$

समी० (4) t समय पर नियत विन्दु O से x दूरी पर कण का विस्थापन निरूपित करता है। अत: यह **प्रगामी तरंग का समीकरण** है। अनुदैर्ध्य तरंग की स्थिति में विस्थापन y तरंग-संचरण की दिशा के अनु होगा और अनुप्रस्थ तरंग की स्थिति में y तरंग-संचरण की दिशा के समकोणिक होगा।

प्रगामी तरंग के लक्षण (Characteristics of the Progressive wave)—**(क)** समी० (4) से स्पष्ट है कि नियत विन्दु (x नियतांक) पर विस्थापन y, समय t के साथ आवर्तरूप से बदलता है और $\frac{\lambda}{v}$ समय में एक पूर्ण चक्र पूरा करता है।

समीकरण निम्नलिखित होगा—

$$y=a \cos \omega\left(t-\frac{x}{v}\right)$$

या
$$y=a \cos 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

या
$$y=a \cos \frac{2\pi}{\lambda}\left(vt-x\right).$$

$$\therefore \quad \text{आवर्तकाल} \quad T=\frac{\lambda}{v}, \text{ और आवृत्ति } n=\frac{v}{\lambda}.$$

स्पष्टत: कोण $\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$ कम्पन की कला है। समय t के दिये गये मान के लिए कम्पन की कला x के साथ, अर्थात् कणों के स्थान के साथ बदलती है। पुन:, x के दिये गये मान के लिए, कला समय t के साथ बदलती है। इसलिए जब स्रोत से तरंग क्रमश: आगे बढ़ती है तो किसी समय t पर माध्यम के भिन्न-भिन्न विन्दुओं पर कलाएँ भिन्न-भिन्न होती हैं। अत: **माध्यम के सभी कण सरल आवर्त कम्पन करते हैं जिनके आयाम और आवर्तकाल समान होते हैं, किन्तु कला एक कण से दूसरे कण में क्रमश: बदलती जाती है।**

(ख) नियत समय (t नियतांक) पर विस्थापन y दूरी, x के साथ आवर्त रूप से बदलता है। जब x का मान λ से बढ़ता है तो विस्थापन

$$y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left\{vt-(x+\lambda)\right\}$$

$$=a\sin\left\{\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)-2\pi\right\}$$

$$=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

हो जाता है जो x पर विस्थापन के समान है। **अत: λ दूरी से पृथक् कणों के विस्थापन बराबर और समान दिशा में हैं, अर्थात् वे कम्पन की समान कला में हैं।**

$$\therefore \quad \text{तरंग-लम्बाई}=\lambda.$$

(ग) जब t का मान $\triangle t$ से और x का मान $v\triangle t$ से बढ़ता है तो विस्थापन

$$y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}\left\{v(t+\triangle t)-(x+v\triangle t)\right\}$$

$$=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

हो जाता है, अर्थात् विस्थापन अपरिवर्तित रहता है। अत: किसी स्थान पर विक्षोभ, $\triangle t$ समय बाद और स्रोत से $v\triangle t$ अतिरिक्त दूर स्थान पर दुहराता है। **अत: बिना रूप बदले तरंग v वेग के साथ आगे बढ़ता है।**

2.3. प्रगामी तरंग में कण का वेग (Velocity of a particle in the Progressive Wave)

समतल प्रगामी सरल आवर्त तरंग में, t समय पर तरंग के स्रोत से x दूरी पर माध्यम के कण का विस्थापन

$$y=a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \text{ है ।}$$

∴ कण का वेग

$$\frac{dy}{dt}=a\frac{2\pi v}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \quad \ldots \quad (5)$$

होगा । स्पष्टत: कम्पायमान कण का वेग तरंग-संचरण के वेग v से भिन्न है। कण का वेग, t और x, अर्थात् समय और स्थान, दोनों पर निर्भर करता है, जबकि v केवल माध्यम की प्रकृति पर निर्भर करता है ।

पुन:, विस्थापन-वक्र की ढाल (slope)

$$\frac{dy}{dx}=-a\frac{2\pi}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \quad \ldots \quad (6) \text{ है ।}$$

समीकरण (5) और (6) की तुलना करने पर

$$\frac{dy}{dt}=-v\frac{dy}{dx} \quad \ldots \quad (7),$$

अर्थात्, **कण का वेग $=-v\times$ विस्थापन-वक्र की ढाल ।**

हम जान चुके हैं कि अनुदैर्घ्य तरंग की स्थिति में $\frac{dy}{dx}$ संपीडन या विरलन की मात्रा की माप होता है । इसलिए समीकरण (6) से, जब $\frac{dy}{dt}$ धनात्मक है, अर्थात् जब कण **आगे** चलता है तो $\frac{dy}{dx}$ ऋणात्मक है, अर्थात् माध्यम के कण **संपीडित** हैं । किन्तु जब $\frac{dy}{dt}$ ऋणात्मक है, अर्थात् जब कण **पीछे** चलता है तो $\frac{dy}{dx}$ धनात्मक है, अर्थात् माध्यम के कण **विरलन** की अवस्था में रहते हैं ।

2.4. प्रगामी तरंग में कण का त्वरण (Acceleration of a Particle in the Progressive Wave)

कण का त्वरण

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -a\left(\frac{2\pi v}{\lambda}\right)^2 \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \quad .. \quad (8)$$

या

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi v}{\lambda}\right)^2 y \quad .. \quad (9).$$

पुनः, विस्थापन-वक्र की ढाल के परिवर्तन की दर

$$\frac{d^2y}{dx^2} = -a\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \quad .. \quad (10).$$

समीकरण (8) और (10) की तुलना करने पर

$$\frac{d^2y}{dt^2} = v^2\frac{d^2y}{dx^2} \quad .. \quad (11),$$

अर्थात् **कण का त्वरण** $= v^2 \times$ **विस्थापन-वक्र की ढाल के परिवर्तन की दर ।**

समीकरण (11) **तरंग-गति का अवकल-समीकरण** (differential equation) है ।

इस प्रकार का कोई समीकरण तरंग-गति को निरूपित करता है और $\frac{d^2y}{dx^2}$ के गुणांक (coefficient) का वर्गमूल तरंग-वेग को निरूपित करता है ।

2.5. प्रगामी तरंग की ऊर्जा (Energy of Progressive Wave)

यदि माध्यम, जिससे होकर एक प्रगामी तरंग संचरित हो रही है, के इकाई आयतन पर विचार करें, तो इसकी संहति (mass) माध्यम के घनत्व (density) ρ के बराबर होगी । चूँकि माध्यम के कण का वेग $\frac{dy}{dt} = \frac{2\pi av}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$ है, इसलिए t समय पर **माध्यम की प्रति इकाई आयतन गतिज ऊर्जा** (kinetic energy)

$$\text{K.E.} = \frac{1}{2}\rho\left(\frac{dy}{dt}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}\rho\left(\frac{2\pi av}{\lambda}\right)^2 \cos^2\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \quad .. \quad (12).$$

पुनः, माध्यम के प्रति इकाई आयतन की स्थितिज ऊर्जा (potential energy)

P. E. = विस्थापन पर्यन्त किया गया कार्य

$$= \rho \frac{d^2y}{dt^2} \times \text{विस्थापन।}$$

अब, माध्यम के इकाई आयतन के सूक्ष्म विस्थापन dy में किया गया कार्य

$$= \rho \left(\frac{2\pi v}{\lambda} \right)^2 y.dy.$$

अतः माध्यम के इकाई आयतन के विस्थापन y में किया गया कार्य, अर्थात् **माध्यम की प्रति इकाई आयतन स्थितिज ऊर्जा**

$$\text{P.E.} = \int_0^y \rho \left(\frac{2\pi v}{\lambda} \right)^2 y\ dy$$

$$= \rho \left(\frac{2\pi v}{\lambda} \right)^2 \int_0^y y\ dy = \frac{1}{2} \rho \left(\frac{2\pi v}{\lambda} \right)^2 y^2$$

$$= \frac{1}{2} \rho \left(\frac{2\pi v}{\lambda} \right)^2 a^2 \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x)$$

$$= \frac{1}{2} \rho \left(\frac{2\pi a v}{\lambda} \right)^2 \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \quad .. \quad (13).$$

$\therefore$ माध्यम (या तरंग) की **प्रति इकाई आयतन कुल ऊर्जा**

T.E. = K.E. + P.E.

$$= \frac{1}{2} \rho \left(\frac{2\pi a v}{\lambda} \right)^2 \left\{ \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) + \sin^2 \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \right\}$$

$$= \frac{1}{2} \rho \left(\frac{2\pi a v}{\lambda} \right)^2$$

$$= \frac{1}{2} \rho (2\pi a n)^2 \quad .. \quad (14) \left[\because \quad \frac{v}{n} = \lambda \right]$$

$$=\frac{1}{2}\rho\left(\frac{2\pi a}{T}\right)^2 \quad .. \quad (15) \left[\because \quad n=\frac{1}{T}\right].$$

प्राय: यह माध्यम का **ऊर्जा-घनत्व** (energy density) कहलाती है। यह स्पष्ट है कि ऊर्जा-घनत्व x और t दोनों से स्वतंत्र है, जबकि गतिज ऊर्जा और स्थितिज ऊर्जा x और t, अर्थात् स्थान और समय, दोनों पर बदलती हैं।

अब, माध्यम में इस ऊर्जा के वितरण (distribution) की जाँच करें। माध्यम की प्रति इकाई आयतन गतिज ऊर्जा के व्यंजक से स्पष्ट है कि गतिज ऊर्जा का मान तब महत्तम होता है जब $\cos^2\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)=1$ है। उसी प्रकार, स्थितिज ऊर्जा का मान तब महत्तम होता है जब $\sin^2\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)=1$ है। प्रत्येक स्थिति में महत्तम मान $\frac{1}{2}\rho\left(\frac{2\pi av}{\lambda}\right)^2$ है, अर्थात् प्रति इकाई आयतन कुल ऊर्जा के बराबर है।

पुन:, मध्यमान स्थिति (mean position) में कण का वेग महत्तम होता है, अत: वहाँ उसकी गतिज ऊर्जा महत्तम होती है और स्पष्टत: स्थितिज ऊर्जा न्यूनतम या शून्य होती है। मध्यमान स्थिति से कण का विस्थापन जैसे-जैसे बढ़ता जाता है वैसे-वैसे उसकी गतिज ऊर्जा घटती जाती है और स्थितिज ऊर्जा बढ़ती जाती है, और अन्त में जब कण चरम स्थिति (extreme position) में पहुँच जाता है तब गतिज ऊर्जा न्यूनतम या शून्य हो जाती है और स्थितिज ऊर्जा महत्तम हो जाती है।

तरंगावलि (wave-train) में किसी क्षण भिन्न-भिन्न कणों के विस्थापन भिन्न-भिन्न होते हैं, जिनके मान शून्य से महत्तम तक हैं। अत: माध्यम की प्रति इकाई आयतन **औसत** गतिज ऊर्जा इसके महत्तम मान के आधी ली जा सकती है। अर्थात्,

माध्यम की प्रति इकाई आयतन औसत गतिज ऊर्जा$=\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}\rho\left(\frac{2\pi av}{\lambda}\right)^2$

$$=\frac{1}{4}\rho\left(\frac{2\pi av}{\lambda}\right)^2 \quad .. \quad (16).$$

यही बात स्थितिज ऊर्जा के लिए भी सही है। अत: माध्यम की प्रति इकाई आयतन

$$\text{स्थितिज ऊर्जा} =\frac{1}{4}\rho\left(\frac{2\pi av}{\lambda}\right)^2 \quad .. \quad (17).$$

इस प्रकार, **प्रगामी तरंग की ऊर्जा किसी क्षण आधी गतिज ऊर्जा और आधी स्थितिज ऊर्जा के रूप में रहती है।**

पुन:, माध्यम की प्रति इकाई आयतन **औसत कुल** ऊर्जा

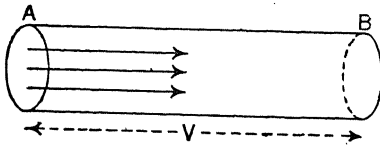
$$=\frac{1}{4}\rho\left(\frac{2\pi av}{\lambda}\right)^2+\frac{1}{4}\rho\left(\frac{2\pi av}{\lambda}\right)^2$$

$$=\frac{1}{2}\rho\left(\frac{2\pi av}{\lambda}\right)^2=\frac{2\pi^2v^2a^2\rho}{\lambda^2} \quad .. \quad (18).$$

चूंकि $2\pi^2v^2$ नियतांक है, इसलिए **प्रति इकाई आयतन औसत कुल ऊर्जा** $\frac{a^2\rho}{\lambda^2}$ **के समानुपाती होती है।**

यदि माध्यम के अनुप्रस्थ काट के इकाई क्षेत्रफल (unit area of cross-section) पर विचार करें तो माध्यम की प्रति इकाई आयतन ऊर्जा का व्यंजक माध्यम की प्रति इकाई लम्बाई ऊर्जा निरूपित करेगा। अत: माध्यम की प्रति इकाई लम्बाई ऊर्जा

$$=\tfrac{1}{2}\rho(2\pi an)^2=2\pi^2a^2n^2\rho.$$

चूँकि प्रगामी तरंग प्रति सेकण्ड माध्यम की v लम्बाई तय करती है, इसलिए प्रति सेकण्ड स्थानान्तरित (transferred) ऊर्जा तरंग की v लम्बाई में अन्तर्विष्ट (contained) ऊर्जा के बराबर है।

(चित्र 11)

अत: प्रति सेकण्ड स्थानान्तरित ऊर्जा

$$=2\pi^2a^2n^2\rho v.$$

स्पष्टत: यह ऊर्जा तरंग-संचरण की दिशा के लम्बवत् रखे हुए इकाई क्षेत्रफल के अनुप्रस्थ-काट A को प्रति सेकण्ड पार करती है। अत: **यह तरंग-संचरण की दिशा के लम्बवत् रखे हुए इकाई क्षेत्रफल के अनुप्रस्थ काट से होकर ऊर्जा के प्रवाह की दर** (rate of flow) **या ऊर्जा के स्थानान्तरण की दर** देती है। परिभाषानुसार यह **ध्वनि की तीव्रता** (intensity) है। अत: तीव्रता

$$I=2\pi^2a^2n^2\rho v \quad .. \quad (19).$$

यह ध्वनि की **ऊर्जा-धारा** (energy current) भी कहलाती है।

अत: तीव्रता या ऊर्जा-धारा (i) माध्यम के घनत्व (ρ), (ii) तरंग-वेग (v), (iii) तरंग की आवृत्ति के वर्ग (n^2), और (iv) तरंग के आयाम के वर्ग (a^2) के अनुक्रमानुपाती (directly proportional) है। ध्यान दें कि कुल ऊर्जा की तरह तीव्रता या ऊर्जा-धारा x और t, अर्थात् स्थान और समय, दोनों पर निर्भर नहीं करती है।

2.6. अध्यारोपण का सिद्धान्त (Principle of Superposition)

हाइगेन (Huygen) ने अध्यारोपण के सिद्धान्त का सर्वप्रथम अध्ययन प्रकाश के संचरण के सम्बन्ध में किया। किन्तु यह सिद्धान्त सभी तरंग-क्रियाओं (wave phenomena) के लिए सत्य है। इसे निम्नलिखित रूप में प्रतिपादित (state) किया जा सकता है—

माध्यम के समान क्षेत्र से होकर जब दो या अधिक तरंगें एक साथ चलती हैं तो प्रत्येक विन्दु पर परिणामी विस्थापन उस विन्दु पर अलग-अलग तरंगों के जन्य विस्थापनों के सदिश योग (vector sum) **के बराबर होता है, बशर्ते विस्थापन छोटे हों।** यह सिद्धान्त अन्य सदिश राशियों, यथा वेग, त्वरण, संपीडन या विरलन की अवस्था, के लिए भी सही है।

भौतिक दृष्टिकोण से, अध्यारोपण के सिद्धान्त का प्रयोग आवश्यक है। कारण, माध्यम के एक ही भाग को किसी क्षण दो विस्थापन या वेग नहीं हो सकते हैं। माध्यम के किसी विन्दु पर सर्वप्रथम अलग-अलग तरंगों के जन्य विस्थापनों को ज्ञात कर लिया जाता है और तब अवयव राशियों का सदिश योग निकालकर परिणामी राशि ज्ञात कर ली जाती है। इस पर आधारित अनेक प्रेक्षित क्रियाएँ इस सिद्धान्त की सत्यता की जाँच करती हैं। व्यतिकरण (interference) की क्रिया इस सिद्धान्त का प्रत्यक्ष परिणाम है।

2.7. अप्रगामी तरंग (Stationary Wave)

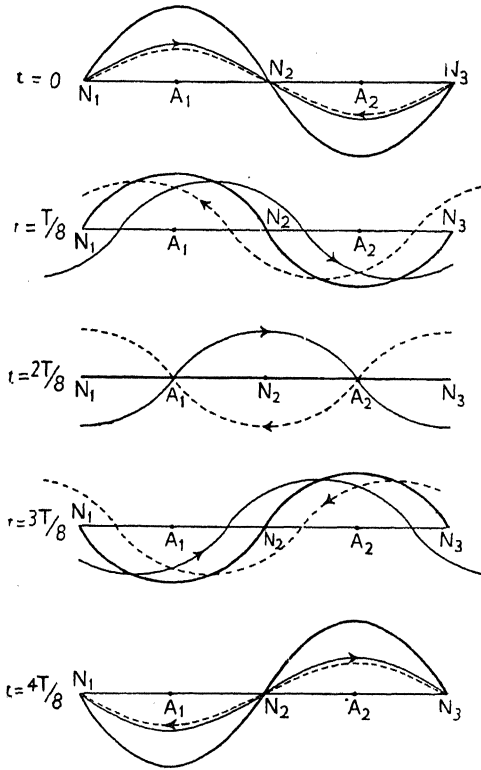
जब किसी माध्यम में दो **समान** तरंगें समान रेखा के अनु विपरीत दिशाओं में चलती हैं तो उनके अध्यारोपण के परिणामस्वरूप ऐसी तरंगें उत्पन्न होती हैं जो बारी-बारी से मात्र फैलती तथा सिकुड़ती हैं और किसी भी दिशा में आगे नहीं बढ़ती हैं। ये तरंगें **अप्रगामी तरंग** (stationary or standing waves) कहलाती हैं। श्रृंग (संपीडन) और द्रोणी (विरलन) समान स्थानों पर रहते हैं, ये मात्र मान में सिकुड़ते और फैलते हैं किन्तु आगे नहीं बढ़ते हैं। माध्यम में कुछ ऐसे विन्दु होते हैं जिनके विस्थापन सदैव शून्य होते हैं। इन विन्दुओं को **निस्पन्द विन्दु** (nodal points) कहते हैं। उसी प्रकार, माध्यम में कुछ विन्दु होते हैं जिनके धनात्मक या ऋणात्मक विस्थापन अन्य विन्दुओं के विस्थापन की तुलना में सदैव बड़े होते हैं। इन विन्दुओं को **प्रस्पन्द विन्दु** (antinodal points) कहते हैं। दो क्रमिक निस्पन्द विन्दुओं के बीच एक प्रस्पन्द विन्दु होता है और दो क्रमिक प्रस्पन्द विन्दुओं के बीच एक निस्पन्द विन्दु होता है। माध्यम के प्रत्येक विन्दु का विस्थापन समय के साथ सरल आवर्त रूप से बदलता है और सभी जगह आवर्तकाल समान होता है।

अप्रगामी तरंगें प्रकृति में अनुदैर्घ्य या अनुप्रस्थ हो सकती हैं। **ऑरगन पाइप** (organ pipe) की स्थिति में, एक सिरे से चलती हुई अनुदैर्घ्य तरंगें दूसरे सिरे से परावर्तित होकर वापस लौट आती हैं। ये सीधी (direct) और परावर्तित

(reflected) तरंगें प्रकृति में समान होती हैं, किन्तु, विपरीत दिशाओं में चलती हैं और इस प्रकार ऑरगन पाइप के अन्दर वायु-स्तम्भ में **अनुदैर्घ्य अप्रगामी तरंगें** उत्पन्न होती हैं।

सुरमापी (sonometer) पर दो सेतुओं (bridges) के बीच तने हुए तार को जब कर्षित (pluck) किया जाता है तो अनुप्रस्थ तरंगें तार के अनु चलती हैं और सेतुओं से परावर्तित होकर विपरीत दिशाओं में समान वेग से लौटती हैं। ये सीधी और परावर्तित तरंगें प्रकृति में समान होती हैं, किन्तु विपरीत दिशाओं में चलती हैं जिससे दो सेतुओं के बीच **अनुप्रस्थ** अप्रगामी तरंगें उत्पन्न हो जाती हैं। एक-जैसी दो प्रगामी तरंगों को उत्पन्न करने के लिए प्राय: परावर्तन का सहारा लिया जाता है।

2.8. अप्रगामी तरंगों की रचना (Formation of Stationary Waves)

(अ) **लेखाचित्रीय विधि** (Graphical method)— जब दो समान तरंगें विपरीत दिशाओं में चलती हैं तो अप्रगामी तरंगों की रचना किस प्रकार होती है यह लेखाचित्रीय विधि से देखा जा सकता है।

(चित्र 12)

वर्गांकित कागज पर दिये गये आयाम और तरंग-लम्बाई की एक तरंगावलि (wave train) खींचें जो पतले वक्र द्वारा चित्र 12 में दिखायी गयी है। मान लें, यह x-अक्ष की धन दिशा में चल रही है। उसी प्रकार, समान आयाम और तरंग-लम्बाई की एक दूसरी तरंगावलि अंकित करें जो चित्र 12 में विन्दु-वक्र द्वारा दिखायी गयी है। मान लें, यह x-अक्ष की ऋण दिशा में चल रही है।

मान लें, समय $t=0$ पर दोनों तरंगें अध्यारोपित होती हैं, अर्थात् एक तरंग का श्रृंग दूसरी तरंग के श्रृंग पर पड़ता है और पहली की द्रोणी दूसरी की द्रोणी पर पड़ती है। माध्यम के प्रत्येक विन्दु पर परिणामी विस्थापन दोनों तरंग-आरेख (wave diagrams) के कोटि-अंकों (ordinates) के बीजीय

योग को अंकित कर प्राप्त किया जाता है और इस प्रकार परिणामी तरंग-आरेख प्राप्त हो जाता है जो चित्र 12 में मोटे वक्र द्वारा दिखाया गया है ।

$\frac{T}{8}$ समय बाद (T=आवर्तकाल), प्रत्येक तरंग $\frac{\lambda}{8}$ दूरी तय कर लेती है— एक धन दिशा में और दूसरी ऋण दिशा में। चित्र में पहली तरंग को $\frac{N_1N_3}{8}$ या $\frac{N_1N_2}{4}$ दूरी आगे और दूसरी तरंग को समान दूरी पीछे हटाकर $t=\frac{T}{8}$ पर परिणामी तरंग-आरेख प्राप्त कर लिया जाता है जो द्वितीय मोटे वक्र द्वारा दिखाया गया है। $t=\frac{2T}{8}$ समय पर, पहली और दूसरी तरंगों को $\frac{2N_1N_3}{8}$ दूरी क्रमश: आगे और पीछे हटाकर परिणामी तरंग-आरेख अंकित कर लिया जाता है जो चित्र में तृतीय मोटे वक्र द्वारा दिखाया गया है। इसी प्रकार $t=\frac{3T}{8}$ और $\frac{4T}{8}$ पर परिणामी तरंग-आरेखों को अंकित कर लिया जाता है ।

परिणामी तरंग-आरेखों से निम्नलिखित निष्कर्ष प्राप्त होते हैं—

समय $t=0$ से $t=\frac{2T}{8}$ तक, प्रत्येक बिन्दु का विस्थापन घटता है, N_1, N_2 तथा N_3 विन्दुओं के विस्थापन शून्य हैं; और N_1, N_2 तथा N_2, N_3 के मध्य के विन्दुओं, अर्थात् A_1 तथा A_2 के विस्थापन अन्य विन्दुओं के विस्थापन की अपेक्षा महत्तम हैं। इसके अतिरिक्त, N_2 के दोनों ओर के विन्दुओं को विपरीत विस्थापन हैं।

समय $t=\frac{2T}{8}$ के बाद, N_1 और N_2 के बीच विस्थापन ऋणात्मक हैं, जबकि N_2 और N_3 के बीच विस्थापन धनात्मक हैं। इसके अतिरिक्त विस्थापन के मान बढ़ते हैं और $t=\frac{4T}{8}$ पर महत्तम हो जाते हैं। $t=\frac{4T}{8}$ के बाद, विन्दुओं को समान प्रकार के विस्थापन उलटे क्रम में होते हैं।

N_1, N_2, N_3,.... विन्दुओं को, जिनके विस्थापन सदैव शून्य हैं, **निस्पन्द विन्दु** कहते हैं। A_1, A_2,.... विन्दुओं को, जिनके विस्थापन अन्य विन्दुओं के विस्थापन की तुलना में सदैव महत्तम हैं, **प्रस्पन्द विन्द** कहते हैं। स्पष्टत: दो क्रमिक निस्पन्द

या प्रस्पन्द विन्दुओं के बीच की दूरी $\frac{\lambda}{2}$ है। सभी कण अपनी मध्यमान स्थितियों से एक साथ गुजरते हैं और अपनी चरम स्थितियों (धनात्मक या ऋणात्मक) पर एक साथ पहुँचते हैं। प्रगामी तरंगों के प्रतिकूल, यहाँ विस्थापन आगे नहीं बढ़ता है, बल्कि सीमित क्षेत्र में माध्यम मात्र फैलता और सिकुड़ता है।

अनुदैर्घ्य तरंगों की स्थिति में, वक्र (1) से स्पष्ट है कि N_2 के दोनों ओर के कण विपरीत दिशाओं में विस्थापित हैं और $t=0$ से $t=\frac{2T}{8}$ समयान्तर पर्यन्त वे N_2 की ओर विस्थापित हैं; जबकि समान समयान्तर में N_3 के दोनों ओर के कण N_3 से दूर विस्थापित हैं। इस समयान्तर पर्यन्त, यद्यपि सभी कणों के विस्थापन के मान घट रहे हैं तथापि उनकी गति की दिशा समान रहती है। अत: $t=0$ से $t=\frac{2T}{8}$ समयान्तर पर्यन्त N_2 **बढ़े हुए दाब**, अर्थात् **संपीडन** का क्षेत्र रहता है और N_3 **घटे हुए दाब**, अर्थात् **विरलन** का क्षेत्र रहता है।

$t=\frac{2T}{8}$ से $t=\frac{4T}{8}$ तक, N_2 के दोनों ओर के कण N_2 से दूर विस्थापित हैं, जबकि N_3 के दोनों ओर के कण N_3 की ओर विस्थापित हैं। अत: इस समयान्तर पर्यन्त N_2 और N_3 क्रमश: विरलन और संपीडन के क्षेत्र हैं। पुनः $t=\frac{4T}{8}$ से $t=\frac{6T}{8}$ तक, N_2 और N_3 क्रमश: विरलन और संपीडन के क्षेत्र बने रहते हैं। किन्तु $t=\frac{6T}{8}$ से $t=\frac{8T}{8}$ तक, N_2 और N_3 क्रमश: संपीडन और विरलन के क्षेत्र हो जाते हैं। इस प्रकार, आधे आवर्तकाल तक N_2 और N_3 क्रमश: संपीडन और विरलन के क्षेत्र रहते हैं और इसके बाद के आधे आवर्तकाल तक क्रमश: विरलन और संपीडन के क्षेत्र रहते हैं। A_1 और A_2 के दोनों ओर के कणों को धनात्मक या ऋणात्मक विस्थापन हैं; अतः इन विन्दुओं (प्रस्पन्द विन्दुओं) पर कोई दाबान्तर नहीं होता है।

(ब) वैश्लेषिक विधि (Analytical method)— जब समान आयाम और तरंग-लम्बाई (या आवृत्ति) की दो तरंगें समान रेखा के अनु समान वेग से विपरीत दिशाओं

में चलती हैं, तो अप्रगामी तरंगें उत्पन्न होती हैं। यह वैश्लेषिक विधि से भी दिखाया जा सकता है।

मान लें, समीकरण

$$y_1 = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

और
$$y_2 = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt+x)$$

क्रमश: x-अक्ष की धनात्मक दिशा और ऋणात्मक दिशा में चलती हुई दो **समान** तरंगों को निरूपित करते हैं।

तरंगों के अध्यारोपणजन्य परिणामी विस्थापन

$$y = y_1 + y_2 = 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x.\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt \quad .. \quad (20).$$

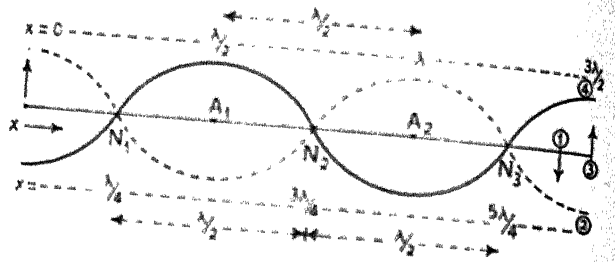
समीकरण (20) से स्पष्ट है कि समय t के साथ और स्थान x के साथ विस्थापन y के परिवर्तन (variations) पृथक् हैं। अत: यदि t को $\triangle t$ से बढ़ा दिया जाय तो y के पूर्व मान को परिरक्षित रखने के लिए x को किसी राशि (t से स्वतंत्र) द्वारा बढ़ाना सम्भव नहीं है। अर्थात्, विक्षोभ अप्रगामी है। अत: समीकरण (20) **अप्रगामी तरंग का समीकरण** है।

परिणामी कम्पन का कला-कोण (phase angle) समय की अपेक्षा विस्थापन की अवस्था सूचित करता है, अत: किसी समय t पर कला-कोण

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}vt \quad .. \quad (21),$$

और किसी स्थान x पर कम्पन का आयाम

$$A_x = 2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}x \quad .. \quad (22)$$ है।

चित्र 13 में, विस्थापन y, x के समकोणिक कोटि-अंक के रूप में निरूपित है। $t=0$, $\frac{\lambda}{4v}$, $\frac{2\lambda}{4v}$, और $\frac{3\lambda}{4v}$ पर वक्र क्रमशः स्थिति (1), (2), (3) और (4) द्वारा दिखाये गये हैं। $t=\frac{4\lambda}{4v}$ पर वक्र पुन: स्थिति (1) प्राप्त कर लेता है।

(चित्र 13)

x के दिये गये मान के लिए A_x समान रहता है, किन्तु उस स्थान पर कण का विस्थापन

$$y = A_x \sin\frac{2\pi}{\lambda} vt \qquad \ldots \quad (2$$

है; अर्थात् विस्थापन समय के साथ चक्रीय रूप से बदलता है; आवर्तकाल

$$T = \frac{2\pi}{\frac{2\pi v}{\lambda}} = \frac{\lambda}{v}$$

है, और विस्थापन का महत्तम मान A_x है। माध्यम के किसी भी अन्य कण का विस्थापन समय के साथ समान रूप से बदलता है; किन्तु महत्तम विस्थापन भिन्न होता है, क्योंकि आयाम समीकरण (22) के अनुसार बदलता है।

समीकरण (21) से स्पष्ट है कि कला-कोण φ विन्दु के स्थान x से स्वतन्त्र है। अतः सभी कण अपनी मध्यमान स्थितियों से एक साथ गुजरते हैं और अपने धनात्मक या ऋणात्मक महत्तम विस्थापन एक साथ प्राप्त करते हैं।

उन विन्दुओं पर जहाँ $\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = 0$,

या $$\frac{2\pi x}{\lambda} = \frac{(2m+1)\pi}{2}$$ है, जहाँ m एक पूर्ण संख्या (integer) है,

या $$x = \frac{\lambda}{4}, \frac{3\lambda}{4}, \frac{5\lambda}{4}, \ldots\ldots,$$ है,

विस्थापन $y = 2a.0.\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt = 0$ है।

अर्थात्, इन विन्दुओं पर विस्थापन सदैव शून्य है। इन विन्दुओं (N_1, N_2,

$N_3 . .$) को **निस्पन्द विन्दु** कहते हैं। स्पष्टतः दो क्रमिक निस्पन्द विन्दुओं के बीच की दूरी $\frac{\lambda}{2}$ है।

पुनः उन विन्दुओं पर जहाँ $\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1$,

या $$\frac{2\pi x}{\lambda} = m\pi \text{ है},$$

या $$x = 0, \frac{\lambda}{2}, \lambda, \frac{3\lambda}{2}, \ldots \text{है},$$

विस्थापन $y = \pm 2a \sin\frac{2\pi}{\lambda} vt$ है।

अर्थात्, अन्य विन्दुओं की अपेक्षा इन विन्दुओं पर विस्थापन सदैव महत्तम है। इन विन्दुओं (A_1, $A_2 . .$) को प्रस्पन्द विन्दु कहते हैं। दो क्रमिक प्रस्पन्द विन्दुओं के बीच की दूरी भी $\frac{\lambda}{2}$ है। यह भी स्पष्ट है कि दो क्रमिक प्रस्पन्द विन्दुओं के मध्य में एक निस्पन्द विन्दु है और दो क्रमिक निस्पन्द विन्दुओं के मध्य में एक प्रस्पन्द विन्दु है।

वेग और त्वरण— कम्पायमान कण का परिणामी वेग

$$U = \frac{dy}{dt} = \frac{4\pi a v}{\lambda} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \cos \frac{2\pi}{\lambda} vt$$

या $$U = U_x \cos \frac{2\pi v}{\lambda} t \quad .. \quad (24),$$

$$\text{जहाँ } U_x = \frac{4\pi a v}{\lambda} \cos\frac{2\pi x}{\lambda} \text{ है।}$$

पुनः, उस कण का त्वरण

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\frac{8\pi^2 a v^2}{\lambda^2} \cos \frac{2\pi x}{\lambda} \sin\frac{2\pi}{\lambda} vt \quad .. \quad (25) \text{ है।}$$

अतः, निस्पन्द विन्दुओं पर कण का वेग शून्य है और अन्य विन्दुओं की अपेक्षा प्रस्पन्द विन्दुओं पर वेग सदैव महत्तम (एकान्तर रूप से धनात्मक और ऋणात्मक) है।

अतिरिक्त दाब (Excess pressure)— गैस-माध्यम में अतिरिक्त दाब

$$p = -K\frac{dy}{dx} \quad \ldots \quad (26)$$

है, जहाँ K माध्यम का आयतन-मापांक (bulk modulus) है।

अब, परिणामी विस्थापन

$$y = 2a \cos\frac{2\pi x}{\lambda} \sin\frac{2\pi v}{\lambda}t.$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{4\pi a}{\lambda} \sin\frac{2\pi x}{\lambda} \sin\frac{2\pi v}{\lambda}t.$$

अतः
$$p = K\frac{4\pi a}{\lambda} \sin\frac{2\pi x}{\lambda} \sin\frac{2\pi v}{\lambda}t$$

या
$$p = P_x \sin\frac{2\pi v}{\lambda}t \quad \ldots \quad (27),$$

जहाँ
$$P_x = K\frac{4\pi a}{\lambda} \sin\frac{2\pi}{\lambda}x \text{ है।}$$

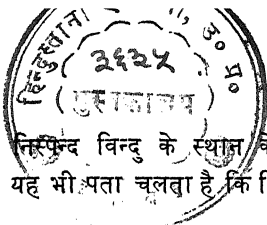
इस प्रकार, दाब-परिवर्तन का आयाम P_x है। समीकरण (27) से स्पष्ट है कि किसी दिये गये विन्दु पर अतिरिक्त दाब समय के साथ चक्रीय रूप से बदलता है और किसी दिये गये समय पर भिन्न-भिन्न विन्दुओं पर अतिरिक्त दाब भिन्न-भिन्न होता है।

प्रस्पन्द विन्दुओं पर

$$\cos\frac{2\pi}{\lambda}x = \pm 1 \text{ और } \sin\frac{2\pi x}{\lambda} = 0 \text{ है,}$$

अतः $P_x = 0$ है। इसलिए प्रस्पन्द विन्दुओं पर अतिरिक्त दाब शून्य है, अर्थात् प्रस्पन्द विन्दुओं पर दाब और घनत्व में कोई परिवर्तन नहीं होता है। अतः दाब-निस्पन्दों (pressure nodes) और विस्थापन-प्रस्पन्दों (displacement antinodes) के संपात (coincide) होते हैं।

निस्पन्द विन्दुओं पर $\cos\frac{2\pi x}{\lambda} = 0$ और $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} = \pm 1$ है,

अतः
$$p = \pm K\frac{4\pi a}{\lambda} \sin\frac{2\pi v}{\lambda}t \quad \ldots \quad (28) \text{ है।}$$

निस्पन्द विन्दु के स्थान के अनुसार धन या ऋण चिह्न लिया जाता है। इससे यह भी पता चलता है कि निस्पन्द विन्दुओं पर दाब सामान्य दाब से अधिक (+चिह्न) या कम (− चिह्न) हो सकता है। चूँकि अन्य विन्दुओं पर $\sin\frac{2\pi x}{\lambda} < 1$ है, अत: अन्य विन्दुओं की अपेक्षा निस्पन्द विन्दुओं पर अतिरिक्त दाब का सांख्यिक मान सदैव महत्तम होता है। अर्थात्, निस्पन्द विन्दुओं पर महत्तम दाब-परिवर्तन होता है। अत: दाब-प्रस्पन्दों और विस्थापन-निस्पन्दों के संपात होते हैं।

समीकरण (27) में $\sin\frac{2\pi v}{\lambda}t$ की उपस्थिति से स्पष्ट है कि सभी विन्दुओं पर दाब समय के साथ आवर्तरूप से बदलता है। अत: यदि किसी निस्पन्द विन्दु पर बढ़ा हुआ दाब (संपीडन) है तो अर्ध-आवर्तकाल बाद वहाँ पर घटा हुआ दाब (विरलन) होगा। अगले अर्ध-आवर्तकाल बाद वहाँ पर पुन: बढ़ा हुआ दाब होगा। स्पष्टत: आवर्तकाल

$$T = \frac{2\pi}{2\pi v/\lambda} = \frac{\lambda}{v} \text{ है।}$$

प्रथम निस्पन्द विन्दु $x_1 = \frac{\lambda}{4}$ पर अतिरिक्त दाब $p_1 = \frac{K4\pi a}{\lambda}\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt$ है, जबकि द्वितीय निस्पन्द विन्दु $x_2 = \frac{3\lambda}{4}$ पर $p_2 = -K\frac{4\pi a}{\lambda}\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt$ है। इस प्रकार तृतीय निस्पन्द विन्दु $x_3 = \frac{5\lambda}{4}$ पर $p_3 = K\frac{4\pi a}{\lambda}\sin\frac{2\pi v}{\lambda}t$ है। यदि किसी समय पर $\sin\frac{2\pi v}{\lambda}t$ धनात्मक है तो p_1 तथा p_3 धनात्मक होंगें, और p_2 ऋणात्मक होगा। अत: किसी क्षण यदि एक निस्पन्द विन्दु पर सामान्य दाब से अधिक दाब है तो निकटवर्ती निस्पन्द विन्दु पर सामान्य दाब से कम दाब होगा।

ऊर्जा-प्रवाह (Energy flow)— सूक्ष्म समायान्तर dt में
प्रति इकाई क्षेत्रफल स्थानान्तरित ऊर्जा = किया गया कार्य $= pUdt$.

$\therefore$ आवर्तकाल T पर्यन्त स्थानान्तरित ऊर्जा

$$= \int_0^T pUdt.$$

अत: ऊर्जा के स्थानान्तरण की दर

$$=\frac{1}{T}\int_0^T pU dt$$

$$=\frac{1}{T}\int_0^T P_x \sin\frac{2\pi vt}{\lambda}\; U_x \cos\frac{2\pi vt}{\lambda}\, dt$$

$$=\frac{P_x U_x}{T}\int_0^T \sin\frac{2\pi vt}{\lambda}\cos\frac{2\pi vt}{\lambda} dt$$

$$=\frac{P_x U_x}{2T}\int_0^T \sin\frac{4\pi vt}{\lambda}\, dt=\frac{P_x U_x}{2T}\int_0^T \sin\frac{4\pi t}{T}\, dt$$

$$=\frac{P_x U_x}{2T}\left[-\frac{T}{4\pi}\cos\frac{4\pi t}{T}\right]_0^T$$

$$=-\frac{P_x U_x}{2T}.\frac{T}{4\pi}[\cos 4\pi-\cos 0]$$

$$=-\frac{P_x U_x}{8\pi}(1-1)=0.$$

अत: अप्रगामी तरंगों की स्थिति में, माध्यम के किसी काट के आर-पार ऊर्जा स्थानान्तरित नहीं होती है।

2.9. अप्रगामी तरंग के लक्षण (Characteristics of Stationary Wave)

(क) नामानुसार अप्रगामी तरंगें किसी भी दिशा में नहीं चलती हैं, अर्थात् संपीडन (शृंग) या विरलन (द्रोणी) आगे या पीछे नहीं चलते हैं। अत: माध्यम के एक कण से दूसरे कण में ऊर्जा का हस्तान्तरण नहीं होता है। किसी विन्दु पर विस्थापन और वेग धन महत्तम से ऋण महत्तम और उलटे भाव से लगातार बदलते हैं।

(ख) माध्यम में निश्चित विन्दु होते हैं जिनके विस्थापन सदैव शून्य होते हैं। इन विन्दुओं को निस्पन्द विन्दु कहते हैं। दो क्रमिक निस्पन्द विन्दुओं के बीच की दूरी $\lambda/2$ होती है।

अनुदैर्घ्य अप्रगामी तरंगों की स्थिति में निस्पन्द विन्दुओं पर दाब (अत: घनत्व) में महत्तम परिवर्तन होता है। निस्पन्द विन्दु पर संपीडन और विरलन एकान्तर रूप से रहते हैं। संपीडन या विरलन की अवस्था प्रत्येक अर्धआवर्तकाल में उलट जाती है। यदि किसी क्षण एक निस्पन्द विन्दु पर संपीडन रहता है तो उस क्षण आसन्न निस्पन्द विन्दु पर विरलन रहता है।

(ग) निस्पन्द विन्दुओं के ठीक बीच में विन्दु होते हैं जिनके विस्थापन (धन या ऋण) अन्य विन्दुओं के विस्थापनों की अपेक्षा सदैव महत्तम होते हैं। इन विन्दुओं को

प्रस्पन्द विन्दु कहते हैं। दो क्रमिक प्रस्पन्द विन्दुओं के बीच की दूरी भी $\frac{\lambda}{2}$ होती है। अन्य विन्दुओं की अपेक्षा इन विन्दुओं पर वेग महत्तम होते हैं जो आसन्न प्रस्पन्द विन्दुओं पर विपरीत रूप से दिष्ट होते हैं।

अनुदैर्घ्य अप्रगामी तरंगों की स्थति में, इन विन्दुओं पर दाब (अत: घनत्व) में कोई परिवर्तन नहीं होता है।

(घ) माध्यम के सभी विन्दुओं के विस्थापन समय के साथ चक्रीय रूप से बदलते हैं और समान आवर्तकाल T होता है। किन्तु एक विन्दु से दूसरे विन्दु पर कम्पन के आयाम बदलते हैं—निस्पन्द विन्दु पर शून्य और प्रस्पन्द विन्दु पर महत्तम।

(ङ) प्रत्येक आवर्तकाल में दो बार सभी विन्दु अपने महत्तम वेग के साथ अपनी मध्यमान स्थितियों से एक साथ गुजरते हैं। गति की दिशा प्रत्येक अर्ध-आवर्तकाल बाद उलट जाती है।

(च) प्रत्येक आवर्तकाल में दो बार सभी विन्दु धन या ऋण महत्तम विस्थापन एक साथ प्राप्त करते हैं और क्षण भर के लिए विरामावस्था से रहते हैं। प्रत्येक अर्ध-आवर्तकाल बाद विस्थापन उलट जाते हैं।

(छ) किसी खण्ड (segment) में, अर्थात् दो क्रमिक निस्पन्दों के बीच के सभी विन्दु समान कला में रहते हैं, किन्तु आसन्न खण्डों के विन्दु सदैव विपरीत कला में रहते हैं।

2.10. परावर्तन द्वारा अप्रगामी ध्वनि-तरंगें (Stationary Sound Waves by Reflection)

प्राय: अप्रगामी तरंगें सीधी (direct) तरंग और किसी प्रकार की परिसीमा (boundary) से परावर्तित तरंग के अध्यारोपण के कारण उत्पन्न होती हैं।

मान लें, सीधी तरंग ऋण x-अक्ष के अनु दायीं ओर चल रही है और $x=0$ पर स्थित परिसीमा पर आपतित होती है। अत: सीधी और परावर्तित तरंगों के क्रमश: विस्थापन

$$y_1=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \quad \cdots (29)$$

और

$$y_2=ma\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt+x) \quad \cdots (30)$$ हैं।

$x=0$ पर परिणामी विस्थापन

$$y=y_1+y_2=(1+m)a.\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt \quad \cdots (31).$$

अब, आपतित तरंग में अतिरिक्त दाब (excess pressure)

$$p_1 = -K\frac{dy_1}{dx} = Ka\frac{2\pi}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x),$$

और परावर्तित तरंग में अतिरिक्त दाब

$$p_2 = -K\frac{dy_2}{dx} = -Kma\frac{2\pi}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt+x).$$

अत: $x=0$ पर कुल अतिरिक्त दाब

$$p = p_1 + p_2 = \frac{2\pi Ka}{\lambda}(1-m)\cos\frac{2\pi}{\lambda}vt \quad .. \quad (32).$$

यदि परिसीमा **पूर्णत: दृढ** (perfectly rigid) है तो t के सभी मानों के लिए $y=0$ होगा, अर्थात् $(1+m)\,a.\sin\frac{2\pi vt}{\lambda}=0$, या $m=-1$ होगा।

यदि परिसीमा **पूर्णत: अनावृत** (perfectly free) हो तो t के सभी मानों के लिए $p=0$ होगा, अर्थात् $(1-m)\,\frac{2\pi Ka}{\lambda}\cos\frac{2\pi vt}{\lambda}=0$, या $m=+1$ होगा। यह परिस्थिति अनुच्छेद 2.8 (ब) के अनुरूप है।

इस प्रकार, **पूर्णत: दृढ़ परिसीमा से परावर्तन में, विस्थापन की कला में परिवर्तन π होता है; किन्तु दाब की कला में परिवर्तन नहीं होता है**। यहाँ परिसीमा विस्थापन-निस्पन्द और दाब-प्रस्पन्द का क्षेत्र होता है। **पूर्णत: अनावृत परिसीमा, यथा नली का खुला सिरा, से परावर्तन में, दाब की कला में परिवर्तन π होता है, किन्तु विस्थापन की कला में परिवर्तन नहीं होता है**। यहाँ परिसीमा दाब-निस्पन्द और विस्थापन-प्रस्पन्द का क्षेत्र हो जाती है।

अत: पूर्ण दृढ़ परिसीमा की स्थिति में किसी क्षण किसी विन्दु पर परिणामी विस्थापन

$$y = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) - a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt+x)$$

$$= -2a\sin\frac{2\pi}{\lambda}x\cos\frac{2\pi}{\lambda}vt \quad .. \quad (33)$$

और परिणामी अतिरिक्त दाब

$$p = \frac{2\pi Ka}{\lambda}\left[\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) + \cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt+x)\right]$$

$$=\frac{4\pi Ka}{\lambda}\cos\frac{2\pi x}{\lambda}.\cos\frac{2\pi}{\lambda}vt \qquad .. \quad (34).$$

इसी प्रकार, पूर्ण अनावृत परिसीमा की स्थिति में किसी क्षण किसी विन्दु पर परिणामी विस्थापन

$$y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)+a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt+x)$$

$$=2a\cos\frac{2\pi x}{\lambda}\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt \qquad .. \quad (35),$$

और परिणामी अतिरिक्त दाब

$$p=\frac{2\pi Ka}{\lambda}\left[\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)-\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt+x)\right]$$

$$=\frac{4\pi Ka}{\lambda}\sin\frac{2\pi x}{\lambda}\sin\frac{2\pi}{\lambda}vt \qquad .. \quad (36).$$

2.11. प्रगामी और अप्रगामी तरंगों में भेद (Distinction between Progressive and Stationary Waves)

प्रगामी तरंग	अप्रगामी तरंग
1. विक्षोभ आगे बढ़ता है, अर्थात् कुछ समय बाद एक कण से दूसरे कण को हस्तान्तरित होता है।	विक्षोभ किसी भी दिशा में आगे नहीं बढ़ता है, अर्थात् किसी भी क्षण कोई कण अपनी गति दूसरे कण को हस्तान्तरित नहीं करता है।
2. प्रत्येक काट के आर-पार (across) ऊर्जा का स्थानान्तरण होता है।	किसी भी काट के आर-पार ऊर्जा का स्थानान्तरण नहीं होता है।
3. माध्यम के सभी कण समान आयाम के साथ कम्पन करते हैं।	माध्यम के एक कण से दूसरे कण में कम्पन के आयाम बदलते हैं—निस्पन्द विन्दु पर शून्य और प्रस्पन्द विन्दु पर महत्तम।
4. तरंग-संचरण की दिशा में कला एक कण से दूसरे कण में लगातार बदलती है।	किसी खण्ड में, अर्थात् दो क्रमिक निस्पन्द विन्दुओं के बीच सभी कण समान कला में कम्पन करते हैं, किन्तु दो क्रमिक खण्डों में कण विपरीत कला में कम्पन करते हैं।
5. कोई भी विन्दु स्थायी रूप से विरामावस्था में नहीं रहता है। प्रत्येक विन्दु अपने महत्तम विस्थापन पर क्षण भर के लिए विरामवस्था में रहता है। भिन्न-भिन्न विन्दु महत्तम विस्थापन पर भिन्न-भिन्न समय पर पहुँचते हैं।	निस्पन्द विन्दु स्थायी रूप से विरामावस्था में रहते हैं। अन्य विन्दु अपने महत्तम विस्थापन पर क्षण भर के लिए विरामावस्था में रहते हैं। प्रत्येक आवर्तकाल में दो बार सभी विन्दु महत्तम विस्थापन पर एक साथ पहुँचते हैं।

प्रगामी तरंग	अप्रगामी तरंग
6. सभी विन्दु समान वेग के साथ अपनी मध्यमान स्थितियों से एक के बाद एक गुजरते हैं।	प्रत्येक आवर्तकाल में दो बार सभी विन्दु विभिन्न वेग के साथ अपनी मध्यमान स्थितियों से एक साथ गुजरते हैं।
7. माध्यम के सभी भाग क्रमिक रूप से समान दाबान्तर की अवस्था से गुजरते हैं।	भिन्न-भिन्न विन्दुओं पर दाब-परिवर्तन भिन्न-भिन्न होता है। यह निस्पन्द विन्दु पर महत्तम और प्रस्पन्द विन्दु पर न्यूनतम होता है। यह आगे नहीं बढ़ता है। किसी भी विन्दु पर समान दाबान्तर एकान्तर रूप से प्रकट और विलीन होता है।

प्रश्नावली २

1. व्याख्या करें कि समीकरण $y=a\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$ तरंग-गति को कैसे निरूपित करता है। अतः प्रत्यास्थ माध्यम में अनुदैर्घ्य तरंग के संचरण के वेग और माध्यम के भौतिक गुणों के बीच सम्बन्ध की जाँच करें। (Ran. 1963)

[Explain how the equation $y=a\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$ represents wave motion. Hence investigate the relation between the velocity of propagation of longitudinal wave in an elastic medium and the physical properties of the medium.]

2. यदि ρ घनत्व की गैस में एक तरंगावलि $y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$ द्वारा निरूपित हो, जहाँ λ तरंग-लम्बाई, v ध्वनि का वेग और y विस्थापन है; तो दिखाएँ कि प्रति इकाई आयतन औसत ऊर्जा $\frac{a^2\rho}{\lambda^2}$ के समानुपाती होती है। (Patna 1961 S)

[If a train of sound waves in a gas of density ρ is represented by $y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$, where λ is the wavelength, v the velocity of sound and y the displacement, show that the mean energy per unit volume is proportional to $\frac{a^2\rho}{\lambda^2}$.]

3. गैस में समतल प्रगामी तरंग का सैद्धान्तिक व्यंजक प्राप्त करें। अतः प्रगामी तरंग के गुणोंकी वैश्लेषिक विधि से व्याख्या करें।

(Agra 1965 S; Nagpur 1961; Jodhpur 1965)

[Obtain a theoretical expression for a plane progressive wave in a gas. Hence explain analytically the properties of a progressive wave.]

4. अप्रगामी तरंग का समीकरण प्राप्त करें और इससे तरंग के लाक्षणिक गुण बताएँ।

(Pat. 1960 S)

[Deduce the equation of a stationary wave and from it derive the characteristic properties of the wave.]

5. अप्रगामी तरंगों की रचना की जाँच सैद्धान्तिक रूप से करें और उनके गुणों को लिखें।

(Bhag. 1962; Agra 1966 S; Gorakh. 1963; Luck. 1959; Allahabad '59)

[Investigate theoretically the formation of stationary wave and give their properties.]

6. प्रगामी तरंग का व्यापक समीकरण प्राप्त करें और माध्यम के, जिसमें दो समान प्रगामी तरंगें विपरीत दिशाओं में एक साथ संचारित की जाती हैं, कणों की गति की विवेचना करें।

अतः निस्पन्दों और प्रस्पन्दों की उत्पत्ति की व्याख्या करें और उनके स्थान का पता लगाएँ।

(Bihar 1966)

[Obtain the general equation of a progressive wave and discuss the motion of the particles in a medium in which two identical progressive waves are simultaneously transmitted in opposite directions.

Hence explain the formation and locate the positions of nodes and antinodes.]

7. प्रगामी और अप्रगामी तरंगों के समीकरण प्राप्त करें। अतः अप्रगामी तरंग के लाक्षणिक गुणों को ज्ञात करें और दिखाएँ कि वे प्रगामी तरंग के गुणों से कैसे भिन्न हैं।

(Mag. 1964; cf. Pat. 1962 S; Ran. 1962 S; Bih. 1962)

[Deduce equations of a progressive wave and a stationary wave. Hence derive the characteristic properties of a stationary wave and show how they differ from those of a progressive wave.]

8. अप्रगामी तरंगों के लक्षणों की विवेचना सिद्धान्त सहित करें। प्रगामी और अप्रगामी तरंगों में भेद बताएँ।

(Bhag. 1965; cf. Bhag. 1962 S; Pat. 1965; Bih. 1964)

[Discuss, with theory, the characteristics of stationary waves. Distinguish between progressive and stationary waves.]

9. प्रगामी और अप्रगामी तरंगों के ऊर्जा-वितरण का सामान्य विवरण दें।

(Bhag. 1962 S)

[Give a general account of the distribution of energy in progressive and stationary waves.]

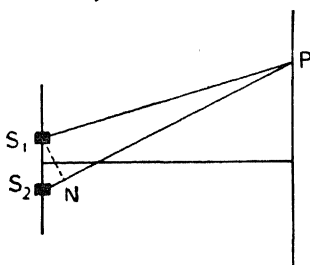
३

व्यतिकरण और विस्पंदन
(INTERFERENCE AND BEATS)

3.1. व्यतिकरण (Interference)

जब माध्यम में समान रेखा के अनु दो ध्वनि-तरंगें एक साथ चलती हैं तो किसी विन्दु पर परिणामी विस्थापन उस विन्दु पर दोनों तरंगों के जन्य पृथक् विस्थापनों के सदिश योग के बराबर होता है। अत: जब किसी एक विन्दु पर दोनों तरंगें **समान कला** (same phase) में पहुँचती हैं, अर्थात् दो संपीडन (शृंग) या दो विरलन (द्रोणी) अध्यारोपित होते हैं, तो परिणामी आयाम दोनों तरंगों के पृथक् आयामों (amplitudes) के योग के बराबर होता है। उसी प्रकार, जब किसी दूसरे विन्दु पर दोनों तरंग **विपरीत कला** (opposite phase) में पहुँचती हैं, अर्थात् एक तरंग का संपीडन (शृंग) दूसरी तरंग के विरलन (द्रोणी) पर पड़ता है, तो परिणामी आयाम दोनों तरंगों के पृथक् आयामों के अन्तर के बराबर होता है। परन्तु ध्वनि की तीव्रता (intensity) आयाम के वर्ग के समानुपाती होती है। इसलिए, उन विन्दुओं पर, जहाँ दोनों तरंगें समान कला में मिलती हैं, परिणामी आयाम महत्तम होते हैं और अत: ध्वनि की तीव्रता महत्तम होती है। किन्तु, उन विन्दुओं पर, जहाँ दोनों तरंगें विपरीत कला में मिलती हैं, परिणामी आयाम और अत: ध्वनि की तीव्रता न्यूनतम होती है।

जब दो ध्वनि-तरंगें एक-दूसरे पर अध्यारोपित होती हैं, तो ध्वनि के एकान्तर प्रबलन (reinforcement) **और विनाश** (destruction) **की क्रिया को व्यतिकरण कहते हैं।** यह क्रिया प्रकाशीय व्यतिकरण के सदृश है। अन्तर केवल यह है कि प्रकाशीय व्यतिकरण में व्यतिकारी तरंगों की उत्पत्ति एक स्रोत से होना आवश्यक है, जबकि भिन्न स्रोतों से निकली हुई ध्वनि-तरंगों में व्यतिकरण हो सकता है।

मान लें, S_1 और S_2 दो स्रोत हैं जिनसे समान आयाम और आवृत्ति (frequency) की दो ध्वनि-तरंगें निकल रही हैं। जब S_1 और S_2 से तरंगें किसी विन्दु P पर पहुँचती हैं तो तरंगों को असमान दूरियाँ तय करनी पड़ती है। अत: उनके पथ में अन्तर (path difference) d हो जाता है, जहाँ

(चित्र 14)

$$d = S_2N = S_2P \sim S_1P$$

है। जब पथान्तर d तरंग-लम्बाई λ का पूर्ण संख्या होता है, यथा $\lambda, 2\lambda, 3\lambda, \ldots,$

तो P विन्दु पर तरंगें समान कला में पहुँचती हैं। फलत: वहाँ ध्वनि की तीव्रता महत्तम होती है, अर्थात् **संयोजी व्यतिकरण** (constructive interference) होता है। किन्तु, जब पथान्तर $\frac{\lambda}{2}$ का विषम गुणज (odd multiple) होता है, यथा $\frac{\lambda}{2}, \frac{3\lambda}{2}, \frac{5\lambda}{2}, \ldots$, तो उस विन्दु पर तरंगें विपरीत कला में पहुँचती हैं। फलत: वहाँ ध्वनि की तीव्रता न्यूनतम (शून्य) होती है, अर्थात् **विनाशक व्यतिकरण** (destructive interference) होता है।

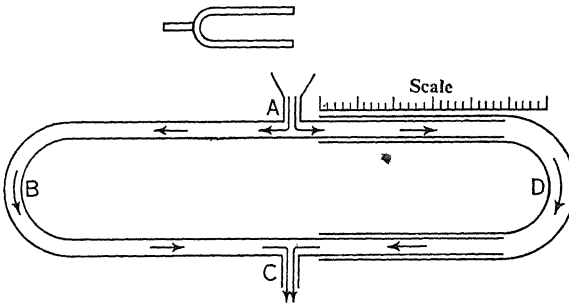
दो ध्वनियों के स्थायी व्यतिकरण के लिए आवश्यक शर्तें— किसी विन्दु पर स्थायी रूप से महत्तम या न्यूनतम तीव्रता, अर्थात् **स्थायी** व्यतिकरण होने के लिए निम्नलिखित शर्तें अवश्य पूरी होनी चाहिए—

(i) **दोनों तरंगों की आवृत्तियाँ बराबर होनी चाहिए;** अन्यथा किसी विन्दु पर कलान्तर (phase difference) और अत: ध्वनि की तीव्रता समय के साथ बदलेगी।

(ii) **दोनों तरंगों के आयाम बराबर होने चाहिए;** अन्यथा विनाशक व्यतिकरण अपूर्ण होगा और न्यूनतम तीव्रता शून्य नहीं होगी।

(iii) **किसी विन्दु पर दोनों तरंगों के जन्य विस्थापन** (displacements) **समान रेखा के अनु होने चाहिए;** अन्यथा उन विन्दुओं पर जहाँ पथान्तर $\frac{\lambda}{2}$ का विषम गुणज है, कणों की गति शून्य नहीं होगी और कण लिस्साजू-आकृति (Lissajou's figure) तय करेंगे।

3.2. ध्वानिक व्यतिकरण का प्रायोगिक प्रदर्शन (Experimental Demonstration of Acoustical Interference)

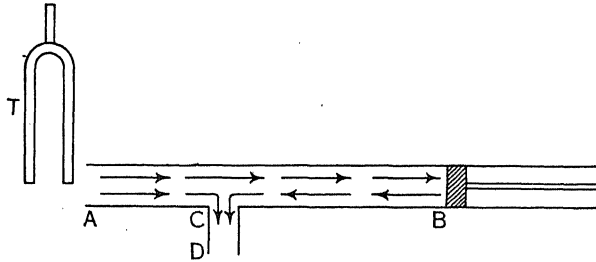
(क) क्विंक-नली (Quincke's Tube)— इस नली द्वारा ध्वनि के व्यतिकरण

(चित्र 15)

का प्रदर्शन सहज किया जा सकता है। इसमें दो मुड़ी हुई नलियाँ B और D होती हैं। नली D नली B पर खिसकायी जा सकती है। नली B के एक मुख A के ऊपर

ऊँची आवृत्ति का एक स्वरित्र रखा जाता है और दूसरे मुख C के सामने एक कीप रखी जाती है जो रबड़-नली द्वारा कान से सम्बन्धित रहती है। जब स्वरित्र को बजाया जाता है तो ध्वनि-तरंगें दो पथ, ABC और ADC, द्वारा C पर पहुँचती हैं। यदि दोनों पथों की लम्बाइयों का अन्तर तरंग-लम्बाई λ का पूर्ण संख्या हो, तो C पर दोनों तरंगें समान कला में पहुँचेंगी और अतः महत्तम ध्वनि सुनाई पड़ेगी। यदि पथों का अन्तर $\frac{\lambda}{2}$ का विषम गुणज हो, तो C पर दोनों तरंगें विपरीत कला में पहुँचेंगी और अतः न्यूनतम (शून्य) ध्वनि सुनाई पड़ेगी। अतः, यदि नली D नली B पर खिसकायी जाय तो दोनों पथों का अन्तर लगातार बदलेगा और एकान्तर रूप से महत्तम और न्यूनतम (शून्य) ध्वनि सुनाई पड़ेगी।

यह स्पष्ट है कि एक न्यूनतम (या महत्तम) ध्वनि से अगली न्यूनतम (या महत्तम) ध्वनि की स्थिति प्राप्त करने के लिए नली D को तरंग-लम्बाई के बराबर खिसकाना पड़ता है। इस प्रकार D की स्थितियाँ पैमाने पर पढ़कर λ ज्ञात किया जा सकता है।

अधिक सफल प्रयोग करने के लिए गाल्टन की सीटी (Galton's whistle) (ध्वनि-स्रोत) और ध्वनि-ग्राही दीप (sensitive flame) (ध्वनि को परखने के लिए) का प्रयोग किया जाता है।

(ख) सीबेक की व्यतिकरण नली (Seebeck's Interference Tube)—सीवेक-नली व्यतिकरण की क्रिया को अच्छी तरह प्रदर्शित करती है, साथ ही इसकी सहायता

(चित्र 16)

से वायु में ध्वनि का वेग काफी शुद्धता से मापा जा सकता है। इसमें एक नली AB होती है जिसके एक सिरे के निकट एक छोटी बगली नली CD लगी होती है। मुख्य नली में एक सरकवाँ पिस्टन B होता है जिसके द्वारा मुख्य नली की लम्बाई बदली जा सकती है।

खुले सिरे A के सामने एक कम्पायमान स्वरित्र रखा जाता है और D एक रबड़-नली द्वारा कान से सम्बन्धित रहता है। D पर स्वरित्र से ध्वनि-तरंगें (i) **सीधे** और (ii) पिस्टन B से **परावर्तन के बाद** पहुँचती हैं। इस प्रकार पथान्तर $2CB$ हो

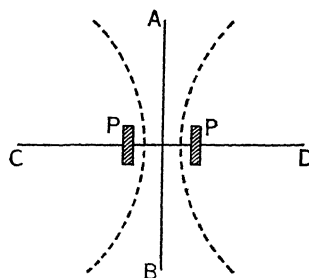
जाता है। यदि पिस्टन का स्थान इस प्रकार समंजित किया जाय कि पथान्तर $\frac{\lambda}{2}$ का विषम गुणज हो, तो D पर दोनों तरंगें विपरीत कला में पहुँचेंगी और अत: D पर ध्वनि की तीव्रता न्यूनतम (शून्य) होगी। यदि नली पर्याप्त लम्बी हो तो पिस्टन के अनेक स्थान प्राप्त किये जा सकते हैं जिसके लिए ध्वनि न्यूनतम होगी।

यदि पिस्टन को C स्थान से खिसकाया जाय तो प्रथम न्यूनतम ध्वनि तब सुनाई पड़ेगी जब $2CB=\frac{\lambda}{2}$, या $CB=\frac{\lambda}{4}$ होगी। इस प्रकार CB मापकर तरंग-लम्बाई λ ज्ञात की जा सकती है। पुन:, यदि स्वरित्र की आवृत्ति n ज्ञात हो तो वायु में ध्वनि का वेग v निम्नलिखित सम्बन्ध द्वारा ज्ञात किया जा सकता है—

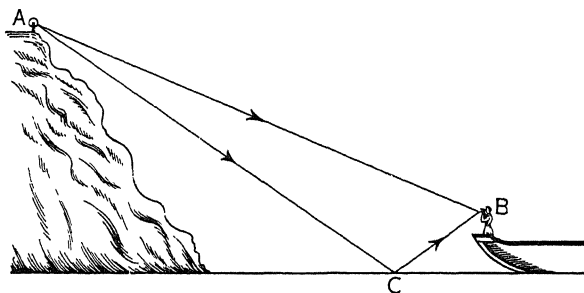
$$v=n\lambda=4n\ CB.$$

वायु में ध्वनि का वेग मापने की इस विधि का लाभ यह है कि यहाँ वायु के बहुत कम आयतन का उपयोग होता है जिससे उसका तापमान और आर्द्रता नियत रखी जा सकती है।

(ग) स्वरित्र द्वारा (By a Tuning Fork)— यदि एक कम्पायमान स्वरित्र को कान के समीप रखा जाय और तने (stem) के परित: उसको घुमाया जाय, तो प्रत्येक परिभ्रमण में चार बार एकान्तर रूप से महत्तम और न्यूनतम ध्वनियाँ सुनाई पड़ेंगी। यह ध्वनि के व्यतिकरण के कारण होता है।

जब स्वरित्र की कम्पायमान भुजाएँ P, P एक-दूसरे के निकट आती हैं तो उनके बीच की हवा संपीडित हो जाती है और उनके बाहर की हवा विरलित हो जाती है। अत: PA, PB और PC, PD दिशाओं में महत्तम आयाम के साथ क्रमश: संपीडन और विरलन बाहर की ओर चलने लगते हैं। जब भुजाएँ बाहर को चलती हैं तो उल्टी क्रिया होती है। विन्दु-रेखाओं पर संपीडन और विरलन एक-दूसरे से मिलते हैं। अत: विन्दु-रेखाएँ न्यूनतम ध्वनि के क्षेत्र दरसाती हैं, जबकि ठोस रेखाएँ महत्तम ध्वनि के क्षेत्र दरसाती हैं। इस प्रकार स्पष्ट है कि जब कम्पायमान स्वरित्र को एक पूर्ण परिभ्रमण दिया जाता है तो न्यूनतम ध्वनि के क्षेत्र चार बार प्राप्त होते हैं।

(चित्र 17)

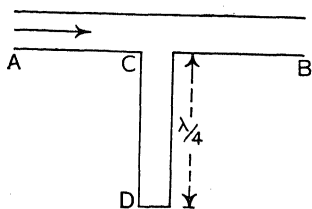
3.3. कुहरा-साइरेन के चारों ओर अश्रव्यता-क्षेत्र (Silence Zones round a Fog Siren)

यह देखा गया है कि ऊँचे भृगु (cliff) A पर रखे हुए कुहरा-साइरेन (fog

(चित्र 18)

siren) की ध्वनि भृगु के निकट जहाज B पर नहीं भी सुनाई पड़ सकती है, अर्थात् जहाज **'अश्रव्यता के क्षेत्र'** में पड़ सकता है। इस क्षेत्र से भृगु के निकट या दूर जाने पर जहाज पर पुन: ध्वनि सुनाई पड़ने लगती है। टिण्डल (Tyndall) ने अश्रव्यता-क्षेत्र की उत्पत्ति का कारण व्यतिकरण बताया।

B पर ध्वनि-तरंगें (i) सीधे और (ii) समुद्र-जल की सतह से परावर्तन के बाद पहुँचती हैं। अर्थात्, B पर ध्वनि-तरंगें (i) पथ AB और (ii) पथ ACB से होकर पहुँचती हैं। फलस्वरूप दोनों तरंगों में पथान्तर (path difference) हो जाता है। जब पथान्तर $\frac{\lambda}{2}$ का विषम गुणज होता है, तो दोनों तरंगें विपरीत कला में पहुँचती हैं और अत: न्यूनतम ध्वनि होती है। अर्थात्, B पर ध्वनि नहीं सुनाई पड़ती है। किन्तु, जब जहाज B से हटता है तो पथान्तर बदल जाता है और पुन: ध्वनि सुनाई पड़ने लगती है। जब पथान्तर λ का पूर्ण संख्या हो जाता है तो महत्तम ध्वनि सुनाई पड़ने लगती है।

3.4 ध्वानिक निस्यन्दक (Acoustic Filter)

यह एक ध्वानिक उपकरण है जो मिश्र ध्वनि (complex sound) से निश्चित आवृत्तियों के स्वरकों (tones) का निस्यन्दन कर सकता है। **क्विक** द्वारा बनाया गया यह उपकरण व्यतिकरण के सिद्धान्त पर आधारित है। इसमें एक खुली नली AB होती है जिसमें D सिरे पर बन्द एक बगली नली CD लगी होती है। CD की लम्बाई सदैव $\frac{\lambda}{4}$ ली जाती है, जहाँ λ निस्यन्दित की जाने वाली अवयव ध्वनि की तरंग-लम्बाई है।

(चित्र 19)

मिश्र ध्वनि A से प्रवेश करती है। C पर यह दो भागों में विभक्त हो जाती है— एक भाग सीधे B को जाता है और दूसरा भाग D को जाता है, D पर यह परावर्तित होता है और तब B को जाता है। इस प्रकार पहले भाग से दूसरा भाग $\frac{\lambda}{2}$ पथ द्वारा पीछे हो जाता है। अत: विनाशक व्यतिकरण होता है और λ तरंग-लम्बाई की अवयव ध्वनि न्यूनतम (शून्य) हो जाती है। दूसरे शब्दों में, यह विशेष अवयव ध्वनि निस्यन्दित हो जाती है। $\frac{\lambda_1}{4}, \frac{\lambda_2}{4}, \ldots$ आदि लम्बाइयों की बगली नलियों को व्यवस्थित कर $\lambda_1, \lambda_2, \ldots$ आदि तरंग-लम्बाइयों की अवयव ध्वनियों को निस्यन्दित किया जा सकता है।

3.5. विस्पंदन (Beats)

जब **लगभग** समान आवृत्ति (frequency) के दो ध्वनि-स्रोतों को एक साथ बजाया जाता है तो परिणामी ध्वनि की तीव्रता समय के साथ एकान्तर रूप से बढ़ती और घटती है। **ध्वनि की तीव्रता में होने वाली आवर्त वर्धन और क्षय** (waxing and waning) **की क्रिया को विस्पंदन कहते हैं।**

किंचित् (slightly) भिन्न आवृत्तियों की दो ध्वनि-तरंगों के परस्पर व्यतिकरण के कारण विस्पंदन की क्रिया होती है। इस स्थिति में, किसी विन्दु पर दोनों तरंगों के बीच कलान्तर नियत नहीं रहता है, बल्कि समय के साथ बदलता है। यदि किसी एक विन्दु पर किसी एक क्षण दो स्रोतों से निकली हुई तरंगें समान कला में हैं तो जैसे-जैसे समय बीतेगा, द्रुत कम्पन करने वाला स्रोत दूसरे स्रोत से कम्पन में आगे होता जायगा। एक निश्चित समय बाद पहला स्रोत दूसरे से अर्ध-कम्पन आगे हो जायगा। तब उस विन्दु पर दोनों तरंगें विपरीत कला में होंगी और अतः न्यूनतम ध्वनि होगी। पुनः समान समयान्तर बाद पहला स्रोत दूसरे से अतिरिक्त अर्ध-कम्पन आगे हो जायगी, अर्थात्, वह प्रारम्भ से एक पूर्ण कम्पन आगे हो जायगा। तब उस विन्दु पर दोनों तरंगें पुन: समान कला में होंगी और अत: महत्तम ध्वनि होगी। इस प्रकार स्पष्ट है कि किसी विन्दु पर ध्वनि महत्तम और न्यूनतम मानों के बीच घटती-बढ़ती है जो नियमित समयान्तर पर दुहराती हैं। **एक महत्तम और एक न्यूनतम ध्वनि एक विस्पंदन बनाती हैं।** अर्थात्, **एक महत्तम से अगली महत्तम ध्वनि या एक न्यूनतम से अगली न्यूनतम ध्वनि को एक विस्पंदन कहते हैं।**

मान लें, दोनों तरंगों के आयाम a_1 और a_2 हैं और आवृत्तियाँ n_1 और n_2 हैं। मान लें, n_2 से n_1 बड़ा है। किसी दिये गये विन्दु पर एक निश्चित समय पर दोनों तरंगें समान कला में पहुँचेंगी और उस विन्दु पर परिणामी आयाम (a_1+a_2) होगा और अत: महत्तम ध्वनि होगी। उस विन्दु पर यही अवस्था t समयान्तर बाद

दुबारा होगी जिसमें पहला स्रोत दूसरे से एक पूर्ण कम्पन आगे हो जाता है। अतः

$$n_1 t = n_2 t + 1$$

या

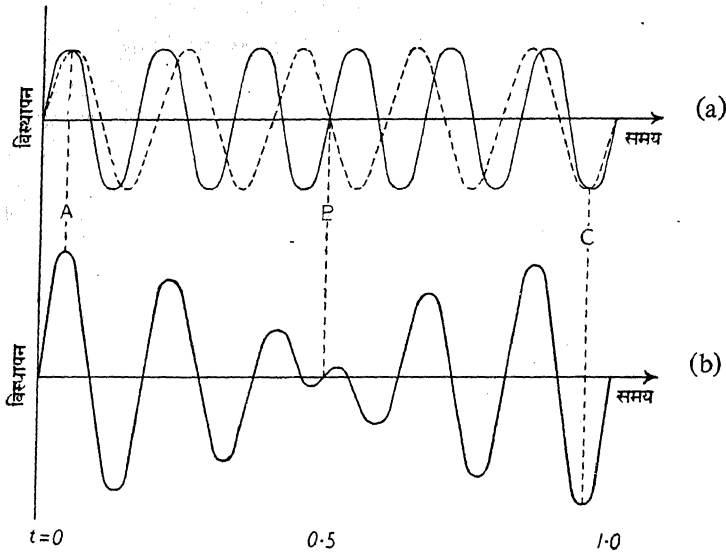
$$t = \frac{1}{n_1 - n_2} .$$

इसलिए एक निश्चित विन्दु पर आयाम और अत: ध्वनि के क्रमिक महत्तम $\frac{1}{n_1 - n_2}$ समयान्तर द्वारा पृथक् हैं। अर्थात्, एक सेकण्ड में $(n_1 - n_2)$ महत्तम है। अत: विस्पन्दन की आवृत्ति $(n_1 - n_2)$ है। स्पष्टत: **विस्पंदन की आवृत्ति उसे उत्पन्न करने वाले स्वरकों की आवृत्तियों के अन्तर के बराबर है।** महत्तमों के बीच आयाम का मान घटकर $(a_1 - a_2)$ हो जाता है।

जब लगभग समान आवृत्तियों के दो ध्वनि-स्रोत एक-दूसरे के निकट होते हैं तो उनसे एक साथ निकलने वाली तरंगों को उद्गम पर व्यतिकरण करते हुए समझा जा सकता है। फलस्वरूप, उद्गम पर किसी एक क्षण महत्तम ध्वनि और बाद के दूसरे क्षण न्यूनतम ध्वनि होती है। उद्गम से ध्वनि के महत्तम और न्यूनतम आगे बढ़ते हैं। स्पष्टत: एक महत्तम और अगले अनुवर्ती न्यूनतम के बीच समयान्तर $\frac{1}{2(n_1 - n_2)}$ है। चूँकि महत्तम ध्वनि भिन्न-भिन्न स्थानों से भिन्न-भिन्न समयों में गुजरती है, इसलिए यह भिन्न-भिन्न समयों पर सुनी जाती है और यह उद्गम से दिये गये स्थान की दूरी पर निर्भर करता है। $\frac{1}{2(n_1 - n_2)}$ समयान्तर बाद न्यूनतम ध्वनि आगे बढ़ती है और एक ही स्थान से समान क्रम में गुजरती है। अत: यह भी महत्तम ध्वनि की तरह सुनी जाती है।

3.6. विस्पंदन की रचना (Formation of Beats)

(क) लेखाचित्रीय विधि (Graphical method)— विस्पंदनों की रचना लेखाचित्रीय विधि से दिखायी जा सकती है। माध्यम में किसी एक विन्दु पर विचार करें जिससे होकर समान आयाम किन्तु भिन्न आवृत्तियों की दो तरंगें समान दिशा में गुजर रही हैं। चित्र 20 a में, समय के विरुद्ध दोनों तरंगों द्वारा उत्पन्न अलग-अलग विस्थापनों को अंकित किया गया है। इस विन्दु पर परिणामी विस्थापन पृथक् विस्थापनों का बीजीय योग है और यह चित्र 20 b में अंकित किया गया है।

A समय पर दोनों तरंग समान कला में हैं और एक-दूसरे को प्रबलित करती हैं। किन्तु, आवृत्तियों में अन्तर होने के कारण उनके बीच कलान्तर धीरे-धीरे बढ़ने

(चित्र 20 a और b)

लगता है और *B* समय पर दोनों विपरीत कला में हो जाती हैं तथा एक-दूसरे को रद्द करती हैं। इसके बाद उनके बीच कलान्तर पुन: घटने लगता है और *C* समय पर वे समान कला में हो जाती हैं तथा एक-दूसरे को प्रबलित करती हैं। परिणामी वक्र समय के साथ आयाम और अत: ध्वनि की तीव्रता का परिवर्तन दरसाता है। इससे स्पष्ट है कि ध्वनि की तीव्रता में आवर्त परिवर्तन होता है।

परिणामी वक्र से पता चलता है कि **एक सेकण्ड** में एक **महत्तम** (*A* पर महत्तम को शून्य गिनकर) और एक **न्यूनतम** है। अत: एक सेकण्ड में एक विस्पंदन है; अर्थात् विस्पंदन की आवृत्ति 1 प्रति सेकण्ड है। चित्र में अवयव तरंगों की आवृत्ति 5 और 6 प्रति सेकण्ड है। इसलिए अवयव आवृत्तियों का अन्तर $=6-5=1$ प्रति से० है। स्पष्टत: **अवयव तरंगों की आवृत्तियों का अन्तर विस्पंदन की आवृत्ति के बराबर है।**

(ख) **वैश्लेषिक विधि** (Analytical method)—मान लें, किसी माध्यम में समान आयाम *a*, किन्तु किंचित् भिन्न आवृत्तियों n_1 और n_2 ($n_1 > n_2$) की दो ध्वनि-तरंगें समान दिशा में एक साथ चल रही हैं। मान लें, *t* समय पर किसी एक विन्दु पर पहली तरंग द्वारा उत्पन्न विस्थापन

$$y_1 = a \sin 2\pi n_1 t \qquad \ldots \quad (1),$$

और दूसरी तरंग द्वारा उत्पन्न विस्थापन

$$y_2=a \sin 2\pi n_2 t \qquad \ldots \qquad (2)$$ है।

अध्यारोपण के सिद्धान्त से, उस विन्दु पर परिणामी विस्थापन

$$y=y_1+y_2= a \sin 2\pi n_1 t+a \sin 2\pi n_2 t$$

$$=2a \cos 2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t.\ \sin 2\pi\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)t$$

$$=A \sin 2\pi\left(\frac{n_1+n_2}{2}\right)t \qquad \ldots \qquad (3)$$ है,

जहाँ $$A=2a \cos 2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t$$ है।

अतः विन्दु के परिणामी कम्पन की आवृत्ति $\frac{n_1+n_2}{2}$ है, अर्थात् **पृथक् आवृत्तियों का समान्तर माध्य** (arithmetic mean) है, और

$$\text{आयाम } A=2a \cos 2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t$$

है। स्पष्ट है कि आयाम नियत नहीं रहता है, बल्कि समय के साथ न्यूनतम मान शून्य और महत्तम मान $2a$ के बीच आवर्त रूप से बदलता है। अतः किसी विन्दु पर परिणामी ध्वनि की तीव्रता, जो आयाम के वर्ग के समानुपाती होती है, **समय के साथ एकान्तर रूप से बढ़ती और घटती है।** ध्वनि की तीव्रता के इस **वर्धन और क्षय** को विस्पंदन कहते हैं।

आयाम A का महत्तम मान $\pm\ 2\ a$ होता है, जब

$$\cos 2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t=\pm 1\ ,$$

या $$2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t=K\pi$$

या $$t=\frac{K}{n_1-n_2}$$ है,

जहाँ K एक पूर्ण संख्या है।

$K=0, 1, 2, 3, \ldots,$ रखने पर,

$$t=0, \frac{1}{n_1-n_2}, \frac{2}{n_1-n_2}, \frac{3}{n_1-n_2}, \ldots$$

$\therefore$ दो क्रमिक महत्तमों के बीच समयान्तर $= \frac{1}{n_1-n_2}$ है। अत: महत्तमों की आवृत्ति (n_1-n_2) है।

उसी प्रकार, आयाम A का न्यूनतम मान 0 होता है, जब

$$\cos 2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t=0$$

या $$2\pi\left(\frac{n_1-n_2}{2}\right)t=(2K+1)\frac{\pi}{2}$$

या $$t=\frac{2K+1}{2(n_1-n_2)} \text{ है।}$$

पुन: $K=0, 1, 2, 3, \ldots,$ रखने पर,

$$t=\frac{1}{2(n_1-n_2)}, \frac{3}{2(n_1-n_2)}, \frac{5}{2(n_1-n_2)} \ldots$$

स्पष्ट है कि महत्तमों के बीच न्यूनतम नियमित रूप से होते हैं। पुन: दो क्रमिक न्यूनतमों के बीच समयान्तर $=\frac{1}{n_1-n_2}$ है। अत: न्यूनतमों की आवृत्ति भी (n_1-n_2) है।

ध्वनि के एक महत्तम और एक न्यूनतम से एक विस्पंदन होता है, अर्थात् आयाम के दो क्रमिक महत्तमों या दो क्रमिक न्यूनतमों के बीच अन्तराल (interval) का अर्थ एक विस्पंदन है। अत: विस्पंदन की आवृत्ति $=(n_1-n_2)$ है जो **अवयव तरंगों की आवृत्तियों के अन्तर के बराबर है।**

दो ध्वनियों के बीच विस्पंदन लगभग 10 प्रति सेकण्ड आवृत्ति तक का पता लगाया जा सकता है। जब (n_1-n_2) अधिक होता है तो ध्वनि के वर्धन और क्षय बहुत शीघ्र होते हैं और कान चढ़ाव-उतार का पता नहीं लगा सकता है।

3.7. विस्पंदन का प्रदर्शन (Demonstration of Beats)

समान आवृत्ति (मान लें 256) के दो स्वरित्र लिये जाते हैं और एक की भुजा में कुछ मोम लगाकर उसकी आवृत्ति किंचित् कम कर दी जाती है। अब, दोनों

स्वरित्रों को एक साथ बजाने पर ध्वनि की तीव्रता बढ़ती और घटती सुनाई पड़ने लगती है, अर्थात् विस्पन्दन सुनाई पड़ने लगता है ।

गिरजाघर की बड़ी घंटियाँ भी विस्पंदन उत्पन्न करती हैं । कारण, घंटी के विभिन्न भाग किंचित् भिन्न आवृत्तियों के साथ कम्पन करते हैं ।

3.8. विस्पंदन का उपयोग (Application of Beats)

(क) स्वरित्र की आवृत्ति का निर्धारण (Determination of frequency of a tuning fork)— स्वरित्र A की आवृत्ति निर्धारित करने के लिए A की आवृत्ति के लगभग बराबर ज्ञात आवृत्ति (n) का एक दूसरा स्वरित्र B लिया जाता है । दोनों स्वरित्रों को एक साथ बजाकर ज्ञात समय में विस्पंदनों की संख्या गिन ली जाती है । यदि विस्पंदन की संख्या m प्रति सेकण्ड हो तो A की आवृत्ति $(n+m)$ या $(n-m)$ होगी ।

यह निर्णय करने के लिए कि A की आवृत्ति B की आवृत्ति से अधिक या कम है, स्वरित्र A की एक भुजा में कुछ मोम लगा दिया जाता है ताकि उसकी आवृत्ति किंचित् कम हो जाय । पुनः दोनों को एक साथ बजाकर ज्ञात समय में विस्पंदनों की संख्या गिन ली जाती है । यदि, अब प्रति सेकण्ड विस्पंदनों की संख्या m से अधिक हो, तो A की आवृत्ति B से कम है, अर्थात् A की आवृत्ति $(n-m)$ है । किन्तु, यदि प्रति से० विस्पंदन की संख्या m से कम हो तो A की आवृत्ति B से अधिक है, अर्थात् A की आवृत्ति $(n+m)$ है ।

इस विधि से आवृत्ति तभी ज्ञात की जा सकती है जब दोनों स्वरित्रों की आवृत्तियों का अन्तर 10 से कम हो । चूँकि प्रति मिनट 2 विस्पंदन पहचानने का सीमान्त मान देता है, इसलिए दो आवृत्तियों का अन्तर $\pm\frac{1}{30}$ कम्पन प्रति सेकण्ड शुद्धता के साथ निर्धारित किया जा सकता है ।

(ख) वाद्यों का समस्वरण (Tuning of musical instruments)— एक वाद्य के साथ समस्वरित किये जाने वाले वाद्य को बजाया जाता है । यदि उनकी आवृत्तियों में अन्तर होता है तो विस्पंदन सुनाई पड़ते हैं । समस्वरित किये जाने वाले वाद्य की आवृत्ति उस समय तक बदली रहती है जब तक कि विस्पंदन का सुनाई पड़ना समाप्त नहीं हो जाता । इसके बाद समस्वरण हो जाता है ।

(ग) रेडियो-संग्रहण में (In radio reception) — रेडियो-तरंगों के **संकर संग्रहण** (heterodyne reception) में विस्पंदन का उपयोग होता है । उच्च आवृत्ति के आने वाले संकेतों को संग्राही केन्द्र (receiving station) पर उत्पन्न किंचित् भिन्न आवृत्ति की तरंगों के साथ मिश्रित किया जाता है । दोनों मिलकर श्रव्य परास (audible range) में पड़ने वाले स्पंदन उत्पन्न करते हैं ।

(घ) खानों में विस्फोटक मिथेन गैस का पता लगाना (Detection of explosive methane gas in mines)— यह विस्पंदन का एक तकनीकी उपयोग है। समान लम्बाई की दो ऑरगन-नलियों को क्रमश: शुद्ध वायु और कोयला-खान की वायु से भर दिया जाता है और उन्हें एक साथ बजाया जाता है। यदि खान-वायु शुद्ध रहती है तो निस्पंदन नहीं सुनाई पड़ते हैं। किन्तु, यदि खान-वायु में मिथेन गैस मिली रहती है तो विस्पंदन सुनाई पड़ते हैं। कारण, शुद्ध वायु की अपेक्षा वायु और मिथेन के मिश्रण में ध्वनि का वेग लगभग 33% अधिक होता है। फलस्वरूप मिश्रण वाली नली से उत्पन्न ध्वनि की आवृत्ति थोड़ी बढ़ जाती है। दिये गये समयान्तर में विस्पंदनों की संख्या से खान-वायु में मिथेन का प्रतिशत निर्धारित कर लिया जाता है। विस्पंदन की आवृत्ति मिथेन के प्रतिशत के लगभग समानुपाती होती है। इस प्रकार खान-वायु के विस्फोट की स्थिति में आने के पहले खान-कर्मचारियों को पूर्व चेतावनी मिल जाती है।

3.9. स्थायी व्यतिकरण और विस्पंदन में भेद (Distinction between Permanent Interference and Beats)

(क) ध्वनि के वर्धन और क्षय को विस्पंदन कहते हैं। जब लगभग समान आवृत्ति के दो स्रोतों को एक साथ बजाया जाता है तो विस्पंदन सुनाई पड़ते हैं।

किन्तु, समान आवृत्ति के दो स्रोतों द्वारा स्थायी व्यतिकरण उत्पन्न होता है।

(ख) व्यतिकरण की स्थिति में, महत्तम और न्यूनतम ध्वनियों के स्थान निश्चित होते हैं और समय के साथ इनके स्थान नहीं बदलते हैं। किसी निश्चित स्थान पर महत्तम या न्यूनतम ध्वनि सदैव सुनी जा सकती है।

किन्तु, विस्पन्दन की स्थिति में, ध्वनि के वर्धन और क्षय सभी स्थानों पर भिन्न-भिन्न समयों पर सुने जा सकते हैं। किसी क्षण किसी विन्दु पर महत्तम ध्वनि होती है तो एक निश्चित समय बाद उसी विन्दु पर न्यूनतम ध्वनि भी होती है। दूसरे विन्दुओं पर यही बातें विभिन्न समयों पर होती हैं।

3.10. सम्मिलित स्वरक (Combination Tones)

जब हारमोनियम की दो पटरियों, मान लें a और c', को एक साथ बजाया जाता है, अर्थात् जब दो शुद्ध स्वरक प्रबल और दीर्घकालिक होते हैं, तो एक तीसरा स्वरक सुना जाता है जिसकी आवृत्ति दो अवयव स्वरकों की आवृत्तियों के अन्तर के बराबर होती है। कभी-कभी एक दूसरा स्वरक सुना जाता है जिसकी आवृत्ति अवयव स्वरकों की आवृत्तियों के योग के बराबर होती है। इन स्वरकों को **सम्मिलित स्वरक** (Combinational tones) कहते हैं; पहले को **अन्तर स्वरक** (difference tone) और दूसरे को **योग-स्वरक** (summation tone) कहा जाता है।

ये आसानी से फुटबॉल-सीटी या दो ऑरगन-नलियों से सुने जा सकते हैं। सन् 1754 ई० में इटली के टारटिनि (Tartini) ने इन स्वरकों का सर्वप्रथम पता लगाया।

अन्तर-स्वरक तीव्र होता और सहज सुना जा सकता है, जबकि योग-स्वरक मन्द होता है और कठिनाई से सुना जा सकता है। इसके अतिरिक्त, कभी-कभी निम्न तारता के उत्पादक स्वरक योग-स्वरक को आच्छादित कर लेते हैं।

3.11. सम्मिलित स्वरकों की उत्पत्ति (Origin of Combination Tones)

सम्मिलित स्वरकों की उत्पत्ति की व्याख्या के लिए अनेक सिद्धान्त दिये गये हैं—

(क) कोनिग का विस्पन्दी स्वरक सिद्धान्त (Koenig's Beat Tone Theory) —अन्तर-स्वरक की आवृत्ति (n_1-n_2) होती है, जहाँ n_1 और n_2 दो शुद्ध स्वरकों की आवृत्तियाँ हैं। अत: यंग (Young) और कोनिग ने निष्कर्ष निकाला कि सम्मिलित स्वरक और विस्पंदन समान हैं। उन्होंने अन्तर स्वरक की उत्पत्ति की व्याख्या यह कहकर दिया कि जब विस्पंदन तेजी से होते हैं तो वे मिलकर एक स्वरक बन जाते हैं और (n_1-n_2) आवृत्ति की ध्वनि उत्पन्न करते हैं।

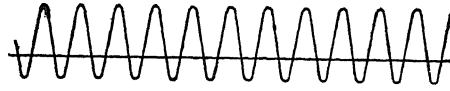
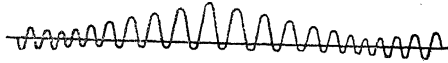
आपत्तियाँ (Objections)—(i) यह सिद्धान्त योग-स्वरकों की उत्पत्ति की व्याख्या नहीं करता है। (ii) यह सिद्धान्त बताता है कि विस्पंदन की तरह सम्मिलित स्वरक कान में उत्पन्न होते हैं और हवा में नहीं होते हैं जो सत्य नहीं है।

(ख) हेल्महोल्ट्ज का सिद्धान्त (Helmholtz's Theory)— सम्मिलित स्वरकों की उत्पत्ति की हेल्महोल्ट्ज ने दूसरी व्याख्या दी।

जब दो शुद्ध स्वरक असममित तंत्र (unsymmetrical systems), गुहा (cavity) यथा कर्णपटह और सीमित वायु गुहा (cavity) को उत्तेजित करते हैं तो उपर्युक्त स्वरकों के अतिरिक्त दो अन्य स्वरक उत्पन्न होते हैं जिनकी आवृत्तियाँ शुद्ध स्वरकों की आवृत्तियों के अन्तर और योग के बराबर होती हैं। अनेक स्थितियों में, सम्मिलित स्वरकों की उत्पत्ति कान में होती है और वे व्यक्ति-निष्ठ हैं।

आपत्तियाँ— (i) सम्मिलित स्वरक तीव्र होते हैं। इस सिद्धान्त से इसकी व्याख्या संभव नहीं है। (ii) व्यवहार में, अन्तर-स्वरक की अपेक्षा योग-स्वरक मन्द होता है। यह भी उपर्युक्त सिद्धान्त से नहीं दिखाया जा सकता है। (iii) कभी-कभी अपेक्षाकृत मन्द प्राथमिक स्वरक सम्मिलित स्वरक उत्पन्न करते हैं। उपर्युक्त सिद्धान्त इसकी व्याख्या करने में असफल है।

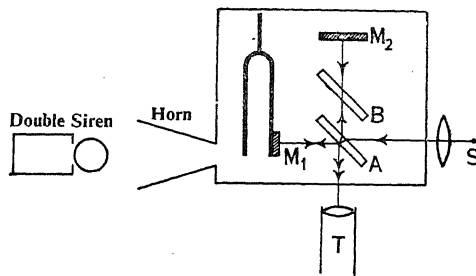
(ग) वाट्जमान का सामान्य असममिति सिद्धान्त (Waetzmann's General Asymmetry Theory)— वाट्जमान ने सुझाव दिया कि सम्मिलित स्वरक उत्पन्न करने वाले तंत्र को सामान्य असममिति होती है जिस कारण असम्मिलित स्वरक उत्पन्न होते हैं। एक झिल्ली के एक किनारे पर केन्द्रीय भार लादकर उन्होंने उपर्युक्त प्रकार का तंत्र बनाया। उन्होंने इसका मुक्त कम्पन असममित पाया (चित्र 21 a)। तब,

दो स्वरित्रों की सहायता से उन्होंने इस असममित झिल्ली पर दो आवर्ती कम्पन लगाया और प्रकाश की संकीर्ण किरणावलि के परावर्तन द्वारा परिणामी कम्पनों को अंकित किया (चित्र 21 b)। वाट्ज़मान ने इस वक्र का विश्लेषण फूरिये-विधि (Fourier's method) द्वारा किया और n_1 तथा n_2 आवृत्तियों के मूल स्वरक, किसी भी मूल स्वरक के आयाम से अधिक आयाम तथा (n_1-n_2) आवृत्ति का अन्तर स्वरक, और कभी-कभी (n_1+n_2) आवृत्ति का योग-स्वरक पाया। कर्णपटह को एक असममित झिल्ली की तरह माना जा सकता है। इस प्रकार कान में सम्मिलित स्वरकों की उत्पत्ति की व्याख्या पूर्णतः हो जाती है। दूसरे तंत्र में भी इस प्रकार के गुण होते हैं और अतः मुक्त वायु में भी सम्मिलित स्वरकों को पाया जा सकता है।

(चित्र 21 a)

(चित्र 21 b)

3.12. रूकर और एडसर का प्रयोग (Rucker and Edser's Experiment)

रूकर और एडसर ने अपने प्रयोग द्वारा सम्मिलित स्वरकों के वस्तुनिष्ठ (objective) अस्तित्व का प्रदर्शन किया। प्रायोगिक प्रबन्ध चित्र 22 में दिखाया गया है।

शंकु-शृंग (conical horn) द्वारा दोहरा साइरेन (double siren) की ध्वनि 64 आवृत्ति के एक स्वरित्र की भुजा पर संकेन्द्रित की जाती है। स्वरित्र की दूसरी भुजा में माइकेलसन के व्यतिकरणमापी (Michelson's interferometer) का एक दर्पण M_1 लगा रहता है। जब स्वरित्र कम्पित नहीं होता है तो दूरदर्शी (telescope) में स्थायी व्यतिकरण धारी दिखाई पड़ती है। जब दोहरे साइरेन की गति इस प्रकार समंजित की जाती है कि 64 आवृत्ति (स्वरित्र की स्वाभाविक आवृत्ति) का सम्मिलित स्वरक उत्पन्न होने लगता है तो धारियाँ विचलित (disturbed) हो जाती हैं। यह 64 आवृत्ति के सम्मिलित स्वरक के होने को प्रमाणित करता है जो स्वरित्र में अनुनादी कम्पन उत्पन्न करता है और इसलिए धारियों को विचलित कर देता है।

(चित्र 22)

3.13. दो स्वरित्रों को ठीक एक अष्टक ऊँचा समस्वरित करना (To tune two tuning forks to an exact octave)

जब एक स्वरित्र की आवृत्ति दूसरे स्वरित्र की आवृत्ति से लगभग एक अष्टक ऊँचा होती है तो अन्तर-स्वरक की आवृत्ति लगभग निम्न आवृत्ति के समान होती है। इसलिए एक साथ बजाने पर वे विस्पंदन उत्पन्न करते हैं। ठीक एक अष्टक ऊँचाई पर समस्वरित करने के लिए विस्पंदन को विलीन हो जाना चाहिए।

साधित उदाहरण

1. एक गैस में ध्वनि का वेग ज्ञात करें जिसमें 104 और 105 सें०मी० तरंग-लम्बाइयों की दो ध्वनि-तरंगें 5 सेकण्ड में 15 विस्पंदन उत्पन्न करती हैं।

(Bhag. 1963 S; cf. Punjab 1957)

Calculate the velocity of sound in a gas in which two waves of wavelength 104 and 105 cm. produce 15 beats in 5 seconds.)

मान लें, ध्वनि का वेग v है। चूँकि $v=n\lambda$, इसलिए

$$\text{पहली तरंग की आवृत्ति } n_1=\frac{v}{\lambda_1}=\frac{v}{104},$$

और
$$\text{दूसरी तरंग की आवृत्ति } n_2=\frac{v}{\lambda_2}=\frac{v}{105}.$$

प्रश्नानुसार, विस्पंदन की आवृत्ति$=\frac{15}{5}=3;$

$$\therefore \quad n_1-n_2=3$$

या
$$\frac{v}{104}-\frac{v}{105}=3, \text{ या } v=3\times 104\times 105$$

या
$$v=32760 \text{ सें०मी०/से०}=327{\cdot}6 \text{ मीटर/से०।}$$

2. बढ़ती हुई आवृत्ति के क्रम में 56 स्वरित्र रखे गये हैं। प्रत्येक स्वरित्र अगले स्वरित्र के साथ 4 विस्पंदन प्रति सेकण्ड उत्पन्न करता है। अन्तिम स्वरित्र पहले का एक अष्टक ऊँचा स्वरक देता है। पहले स्वरित्र की आवृत्ति निकालें।

(Patna 1961)

(Fiftysix tuning forks are arranged in order of increasing frequency so that each fork gives four beats per second with the next one. The last fork gives the octave of the first. Find the frequency of the first.)

मान लें, प्रथम स्वरित्र की आवृत्ति n है। द्वितीय स्वरित्र ऊँची आवृत्ति का है और प्रथम के साथ 4 विस्पंदन प्रति सेकण्ड उत्पन्न करता है। अतः द्वितीय स्वरित्र की आवृत्ति$=n+4$.

उसी प्रकार, तृतीय स्वरित्र की आवृत्ति$=n+4+4=n+(3-1)4,$

चतुर्थ स्वरित्र की आवृत्ति$=n+4+4+4=n+(4-1)4.$

अत: 56 वें स्वरित्र की आवृत्ति $= n + (56-1)4$
$= n + 220.$

चूँकि अन्तिम स्वरित्र प्रथम स्वरित्र का एक अष्टक ऊँचा स्वरक देता है, अत:

$$n + 220 = 2n$$

या $n = 220$ प्रति सेकण्ड।

3. यदि समान तीव्रता के तीन ध्वनि-स्रोत जिनकी आवृत्तियाँ 400, 401 और 402 हैं, एक साथ बजाये जायँ, तो प्रति सेकण्ड विस्पंदन की संख्या ज्ञात करें।

(Delhi 1960; Vikram '60; Allahabad '65)

(Calculate the number of beats per second if three sources of sound of frequencies 400, 401 and 402 of equal intensity are sounded together.)

मान लें, तीन स्रोतों की आवृत्तियाँ $(n-m)$, n और $(n+m)$ हैं। चूँकि स्रोत समान तीव्रता के हैं, इसलिए प्रत्येक तरंग का आयाम बराबर है। मान लें, आयाम a है। अत: तरंग-गतियों के समीकरण को निम्नलिखित रूप में लिखा जा सकता है—

$$y_1 = a \sin 2\pi (n-m) t,$$
$$y_2 = a \sin 2\pi nt,$$
और
$$y_3 = a \sin 2\pi (n+m) t;$$

$\therefore$ परिणामी विस्थापन

$$y = a \sin 2\pi (n-m) t + a \sin 2\pi nt + a \sin 2\pi (n+m)t$$
$$= 2a \sin 2\pi nt. \cos 2\pi mt + a \sin 2\pi nt$$
$$= a (1 + 2 \cos 2\pi mt) \sin 2\pi nt.$$

अत: परिणामी आयाम $= a (1 + 2 \cos 2\pi mt)$.

परिणामी आयाम महत्तम है जब

$\cos 2\pi mt = +1$, या $2\pi mt = 2K\pi$, जहाँ $K = 0, 1, 2, 3, \ldots.$

या $t = 0, \frac{1}{m}, \frac{2}{m}, \frac{3}{m}, \ldots$ है।

$\therefore$ दो क्रमिक महत्तमों के बीच समयान्तर $= \frac{1}{m}$।

इसलिए महत्तमों की आवृत्ति $= m$ है।

उसी प्रकार, परिणामी आयाम न्यूनतम है जब

$1 + 2 \cos 2\pi mt = 0$, या $\cos 2\pi mt = -\frac{1}{2}$

या $2\pi mt = 2K\pi + \frac{2\pi}{3}$

या $t = \frac{1}{3m}, \frac{4}{3m}, \frac{7}{3m}, \ldots$ है।

अत: न्यूनतम भी $\frac{1}{m}$ समयान्तर पर होते हैं। अत: न्यूनतमों की आवृत्ति $= m$ है।

अत: विस्पंदन की आवृत्ति $= m$.

यहाँ $m=1$, इसलिए विस्पंदन की आवृत्ति $= 1$ प्रति सेकण्ड।

प्रश्नावली ३

(अ)

1. ध्वनि में व्यतिकरण-क्रिया की व्याख्या करें और उसे प्रदर्शित करने वाले एक प्रयोग का वर्णन करें। (Magadh 1963 S)

[Explain the phenomenon of interference in sound and describe an experiment to demonstrate the same.]

2. समान वेग के साथ समान दिशा में चलती हुई समान आयाम किन्तु किंचित् भिन्न आवृत्तियों की दो तरंग-गतियों के परिणामी का व्यंजक प्राप्त करें। प्राप्त व्यंजक के महत्त्व की व्याख्या करें। (Patna 1961, '65)

[Obtain an expression for the resultant of two wave motions travelling along the same direction with the same velocity and amplitude but with slightly different frequencies. Explain the significance of the expression obtained.]

3. विस्पंदन की क्रिया का वर्णन करें और दिखाएँ कि विस्पंदन की आवृत्ति उसे उत्पन्न करने वाले स्वरों की आवृत्तियों के अन्तर के बराबर होती है। इस क्रिया के किसी महत्त्वपूर्ण उपयोग का वर्णन करें।

(Magadh 1963; Bhagalpur 1963 S, cf. Bihar 1963 S; '66 S)

[Describe the phenomenon of beats and show that the beat frequency is the difference of the frequencies of the notes producing the beats. Describe any important use of this phenomenon.]

4. विस्पंदन की उत्पत्ति की गणितीय जाँच लिखें।

(Magadh 1964 S; Bhagalpur '62 S; Jodhpur '64; Agra '64; Banaras '66; Delhi '63; Vikram '63)

[Give the mathematical investigation of the production of beats.]

5. व्यतिकरण और विस्पंदन में साफ-साफ भेद बताएँ। दो स्वरों की आवृत्तियों के पद में विस्पंदन की आवृत्ति की गणना करें। (Ranchi 1962)

[Distinguish clearly between interference and beats. Calculate the frequency of beats in terms of the two notes.]

6. सम्मिलित स्वरक क्या हैं? उनके अस्तित्व को दिखाने वाले एक प्रयोग का वर्णन करें। उनकी उत्पत्ति के विभिन्न सिद्धान्तों की विवेचना करें। दो स्वरित्रों को ठीक एक अष्टक पर समस्वरित करने में सम्मिलित स्वरकों का उपयोग कैसे होता है?

(Punjab 1952)

[What are combination tones? Describe an experiment to show

their existence. Discuss the various theories of their origin. How combination tones are used in tuning two forks to an exact octave ?]

(ब)

1. पानी के भीतर दो तरंगें 6 विस्पंदन प्रति सेकण्ड उत्पन्न करती हैं। यदि उनकी तरंग-लम्बाइयाँ क्रमशः 500 सें०मी० और 512 सें०मी० हों तो पानी में ध्वनि का वेग ज्ञात करें। (Vikram 1965)

(उत्तर : 1280 मीटर/से०)

[Two waves produce 6 beats per second in water. If their wave-lengths are 500 cm. and 512 cm., calculate the velocity of sound in water.]

2. 256 चक्र/से० आवृत्ति का स्वरित्र *A* दूसरे स्वरित्र *B* के साथ 4 विस्पंदन प्रति सेकण्ड उत्पन्न करता है। जब स्वरित्र *A* की भुजाएँ 1 ग्राम-भार द्वारा भारित की जाती हैं तो विस्पंदन की संख्या 1 प्रति सेकण्ड है और जब 2 ग्राम-भार से भारित की जाती हैं तो विस्पंदन की संख्या 2 प्रति सेकण्ड है। स्वरित्र *B* की आवृत्ति क्या है ? (Osmania 1964)

(उत्तर : 252 चक्र/से०)

[A tuning fork *A* of frequency 256 cycles/sec. produces 4 beats per second with another tuning fork *B*. When the prongs of the tuning fork *A* are loaded with 1 gram weight, the number of beats is 1 per second and when loaded with 2 gram weight, the number of beats is 2 per second. What is the frequency of the fork *B* ?]

---

४ मुक्त और प्रणोदित कम्पन : अनुनाद
(FREE AND FORCED VIBRATIONS : RESONANCE)

4.1. मुक्त कम्पन (Free Vibrations)

यदि एक वस्तु या एक आवर्तकाल की परस्पर जुड़ी हुई वस्तुओं के निकाय को कम्पित कर उसे छोड़ दिया जाय, अर्थात् उसपर बाहर से कोई बल नहीं लगाया जाय, तो उसके कम्पन की आवृत्ति (frequency) उसके विस्तार, प्रत्यास्थता (elasticity) और कम्पन के ढंग (modes) पर निर्भर करती है। इस प्रकार के कम्पन को **मुक्त कम्पन** कहते हैं और इस आवृत्ति को **स्वाभाविक आवृत्ति** (natural frequency) कहते हैं। स्वरित्र, सरल लोलक आदि के कम्पन मुक्त कम्पन के उदाहरण हैं।

यद्यपि उपर्युक्त कम्पनों को निर्बाध माना गया है, तथापि इस प्रकार के कम्पन पाना असंभव है। कम्पन पर माध्यम एक निश्चित प्रतिरोध डालता है, यथा वायु की श्यानता (viscosity) जनित घर्षण-बल कम्पन पर प्रतिरोध डालता है। कम्पायमान वस्तु का प्रत्यास्थ गुणधर्म भी एक प्रकार का आन्तरिक घर्षण उत्पन्न करता है। फलस्वरूप कम्पन करने में प्रतिरोध को जीतना पड़ता है। अतः कम्पन का आयाम (amplitude) धीरे-धीरे घटता जाता है और अंत में वह शून्य हो जाता है। इस प्रकार सभी कम्पन **अवमंदित** (damped) हो जाते हैं। किन्तु, यदि अवमंदन-बल पर्याप्त बड़ा न हो तो स्वाभाविक आवृत्ति पर इसका प्रभाव नगण्य होगा।

4.2. मुक्त या निर्बाधित कम्पन का गणितीय विश्लेषण (Mathematical Analysis of Free or Unresisted Vibrations)

यहाँ स्पष्टतः गति सरल आवर्त है। अतः इस गति को निम्नलिखित समीकरण द्वारा निरूपित किया जा सकता है—

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y \qquad \text{.. (1a)}$$

या

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \omega^2 y = 0 \qquad \text{.. (1b),}$$

जहाँ y कण का मध्यमान स्थान से विस्थापन है और ω निर्देश-वृत्त (circle of reference) पर कण का कोणीय वेग है। समी० (1a) में ऋणात्मक चिह्न यह सूचित करता है कि विस्थापन बढ़ने के साथ त्वरण घटता है और त्वरण सदैव मध्यमान स्थान की ओर दिष्ट है।

समी० (1b) को हल करने के लिए मान लें इसका परीक्षात्मक हल (trial solution) $y=Ae^{mt}$ है।

तब $$\frac{dy}{dt}=mAe^{mt}, \text{ और } \frac{d^2y}{dt^2}=m^2\, Ae^{mt} \text{ है।}$$

समी० (1b) में इनका मान रखने पर

$$m^2+\omega^2=0$$

या $$m=\pm i\omega, \text{ जहाँ } i=\sqrt{-1} \text{ है।}$$

अत: समी० (1b) $y=e^{i\omega t}$ और $y=e^{-i\omega t}$ द्वारा होता है।

चूँकि समीकरण **एकघात** (linear) है, इसलिए इन दोनों हलों का कोई **एकघात संचय** (linear combination) समीकरण को पूरा करेगा। अत: व्यापक हल (general solution)

$$y=A_1e^{i\omega t}+A_2e^{-i\omega t} \quad \text{.. (2)}$$

है, जहाँ A_1 और A_2 स्वेच्छ नियतांक (arbitrary constants) हैं और सम्मिश्र राशियाँ (complex quantities) भी हो सकते हैं।

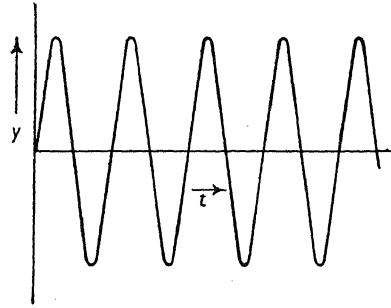
हल (2) को इस प्रकार लिखा जा सकता है—

$$\begin{aligned} y &= A_1(\cos\omega t+i\sin\omega t)+A_2(\cos\omega t-i\sin\omega t) \\ &= (A_1+A_2)\cos\omega t+i(A_1-A_2)\sin\omega t \\ &= A\cos\omega t+B\sin\omega t \\ &= C\sin(\omega t+\delta) \quad \text{.. (3),} \end{aligned}$$

जहाँ $C=\sqrt{A^2+B^2}$ और $\delta=\tan^{-1}\frac{A}{B}$ है।

स्पष्टत: C और δ के मान प्रारम्भिक प्रतिबन्धों (conditions) पर निर्भर करते हैं, किन्तु t के किसी वास्तविक (real) मान पर यदि y को वास्तविक मान है तो C और δ भी वास्तविक होंगे, यद्यपि A_1 और A_2 सम्मिश्र हैं। उदाहरणस्वरूप, $t=0$ पर यदि $y=0$ है तो δ शून्य है और C, y का परावर्तन मान (turning value) है जो $t=\frac{\pi}{2\omega}$ पर पहली बार होता है।

(चित्र 23)

अत: गति का आवर्तकाल $\frac{2\pi}{\omega}$ और

आवृत्ति $\frac{\omega}{2\pi}$ है, जबकि आयाम नियत है और C के बराबर है (चित्र 23)।

4.3. अवमंदित आवर्त कम्पन (Damped Harmonic Vibrations)

यह ज्ञात हो चुका है कि कम्पन अनेक घर्षण-प्रभावों द्वारा प्रतिरोधित होते हैं। जब तरल, जैसे हवा, से होकर कम्पन के कारण प्रतिरोधी बल उत्पन्न होता है तो, प्रथम सन्निकटन (approximation) तक इसका मान वेग के समानुपाती होता है।*

इस प्रतिरोधी बल का मान $2K$ प्रति इकाई संहति प्रति इकाई वेग के बराबर लेने पर गति के समीकरण का निम्नलिखित रूप हो जाता है—

$$\frac{d^2y}{dt^2}=-\omega^2y-2K\frac{dy}{dt}$$

या
$$\frac{d^2y}{dt^2}+2K\frac{dy}{dt}+\omega^2y=0 \quad .. \quad (4)$$

यहाँ K **अवमंदन गुणांक** (damping coefficient) कहलाता है।

मान लें, समी॰ (4) का परीक्षात्मक हल $y=Ae^{mt}$ है। तब,

$$\frac{dy}{dt}=mAe^{mt} \text{ और } \frac{d^2y}{dt^2}=m^2Ae^{mt} \text{ है।}$$

समी॰ (4) में इनका मान रखने पर

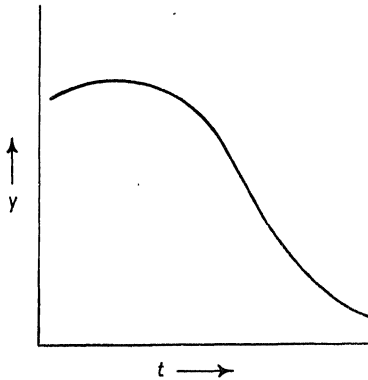
$$m^2+2Km+\omega^2=0$$

या
$$m=-K\pm\sqrt{K^2-\omega^2}.$$

अतः व्यापक हल

$$y=A_1e^{(-K+\sqrt{K^2-\omega^2})t}+A_2e^{(-K-\sqrt{K^2-\omega^2})t} \quad .. \quad (5)$$

है। इस हल का वास्तविक रूप K और ω के सापेक्ष मानों पर निर्भर करता है।

स्थिति 1. जब $K>\omega$ है, तो $\sqrt{K^2-\omega^2}$ वास्तविक है, किन्तु K से छोटा है।

(चित्र 24)

तब, स्पष्टतः y के दो पद हैं और दोनों पद बिना चिह्न बदले घातीय रूप से (exponentially) घटकर शून्य हो जाते हैं (चित्र 24)। अतः **दोलन** (oscillation) **नहीं होता है।** इस प्रकार की गति **अनावर्ती** (aperiodic), **निष्क्रिय स्पंद** (dead beat) या **अति अवमंदित** (over-damped) गति कहलाती है। ऐसी गति का ध्वनि में कोई महत्त्व नहीं है। गाढ़े तेल में लोलक की गति या

* सर्वप्रथम स्टोक (George Gabriel Stoke) ने लोलक की गति में इसे दिखाया था।

अति अवमंदित चल-कुण्डली गैल्वेनोमापी की गति इस प्रकार की गति का उदाहरण है।

स्थिति 2. जब $K=\omega$ है, तो हल करने की उपर्युक्त विधि असफल हो जाती है। अवकल-समीकरण (differential equation) के नियम से हल निम्नलिखित होता है—

$$y=e^{-Kt}(A_1t+A_2).$$

यह भी निर्दोलन गति को निरूपित करता है। इस स्थिति को **क्रांतिक अवमंदन** (critical damping) कहते हैं। जब K को यह मान होता है तो y का क्षय बहुत तीव्र होता है।

स्थिति 3. जब $K<\omega$ है, तो $\sqrt{K^2-\omega^2}$ काल्पनिक (imaginary) है।

मान लें, $\sqrt{K^2-\omega^2}=ip$, जहाँ $i=\sqrt{-1}$ है।

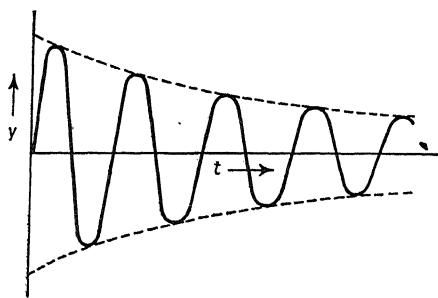
$$\therefore \quad \omega^2-K^2=p^2.$$

तब, हल का निम्नलिखित रूप हो जाता है—

$$\begin{aligned}
y&=A_1e^{(-K+ip)t}+A_2e^{(-K-ip)t}\\
&=e^{-Kt}\{A_1e^{ipt}+A_2e^{-ipt}\}\\
&=e^{-Kt}\{A_1(\cos pt+i\sin pt)+A_2(\cos pt-i\sin pt)\}\\
&=e^{-Kt}\{(A_1+A_2)\cos pt+i(A_1-A_2)\sin pt\}\\
&=e^{-Kt}(A\cos pt+B\sin pt)\\
&=Ce^{-Kt}\sin(pt+\delta) \qquad \ldots \quad (6)
\end{aligned}$$

जहाँ $C=\sqrt{A^2+B^2}$ और $\delta=\tan^{-1}\dfrac{A}{B}$ है।

हल (3) के साथ (6) की तुलना करने पर स्पष्ट है कि अवमंदन (K) के दो प्रभाव हैं—

(अ) आयाम C पर नियत नहीं रहता है, बल्कि घातीय रूप से घटता है (चित्र 25)।

(चित्र 25)

(ब) अब आवृत्ति $\frac{p}{2\pi}$ है, जहाँ $p=\sqrt{\omega^2-K^2}$ है; जबकि अवमंदन की अनुपस्थिति में आवृत्ति $\frac{\omega}{2\pi}$ है। अतः आवृत्ति $\frac{\omega}{2\pi}$ से घटकर $\frac{\sqrt{\omega^2-K^2}}{2\pi}$ हो जाती है।

व्यवहार में, अवमंदन बहुत कम होता है। अत: आवृत्ति-अन्तर बहुत ही छोटा होता है।

4.4. प्रणोदित कम्पन और अनुनाद (Forced Vibration and Resonance)

जब कभी कोई वस्तु या निकाय कम्पित की जाती है तो अवमंदन के कारण इसके कम्पन का आयाम धीरे-धीरे घटता जाता है और अन्त में शून्य हो जाता है। इसके कम्पन को पोषित (maintain) करने के लिए वस्तु या निकाय पर एक **बाहरी आवर्ती बल** (external periodic force) लगाना आवश्यक है ताकि अवमंदन के कारण ऊर्जा-क्षय की पूर्त्ति हो सके।

जब कम्पनशील वस्तु (या निकाय) पर एक बाह्य आवर्ती बल लगाया जाता है और यदि लगाये हुए आवर्ती बल की आवृत्ति वस्तु की स्वाभाविक आवृत्ति से भिन्न होती है तो शुरू में वस्तु अपनी आवृत्ति के साथ कम्पन करने की चेष्टा करती है। लगा हुआ बल कभी वस्तु की गति की सहायता करता है तो कभी विरोध करता है। अत: संघर्ष होता है जिसके पर्यन्त आयाम अनेक बार बढ़ता और घटता है और वस्तु बड़ा आयाम प्राप्त करने में असफल होती है। अन्त में वस्तु लगे हुए बल की आवृत्ति के साथ कम्पन करने के लिए बाध्य हो जाती है। इस प्रकार जब तक बाह्य आवर्ती बल क्रियात्मक रहता है तब तक वस्तु एक निश्चित आयाम तथा कला और बाह्य बल की आवृत्ति के साथ कम्पन करती है।

अत:, **वस्तु या निकाय की स्वाभाविक आवृत्ति के निरपेक्ष लगाये हुए आवर्ती बल की आवृत्ति के साथ वस्तु या निकाय के कम्पन को प्रणोदित कम्पन** (forced vibration) **कहते हैं।**

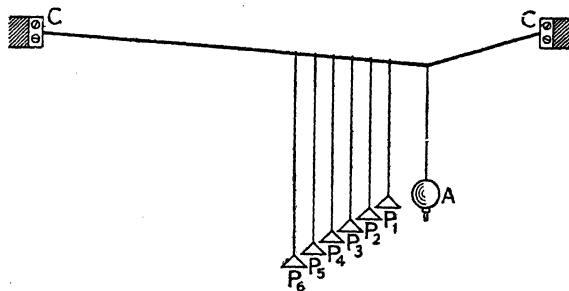
उदाहरणार्थ, जब कम्पायमान स्वरित्र के तने को पकड़कर रखा जाता है तो उसकी ध्वनि मन्द होती है; किन्तु जब कम्पायमान स्वरित्र के तने को मेज पर दाबकर रखा जाता है तो वही ध्वनि तीव्र हो जाती है। कारण, स्वरित्र मेज में

प्रणोदित कम्पन उत्पन्न करता है जिससे अधिक आयतन की हवा कम्पित होती है और ध्वनि तीव्र होती है।

ग्रामोफोन के साउण्ड-बक्स का तन्तुपट (diaphragm) प्रणोदित कम्पन का साधारण उदाहरण है जहाँ रेकार्ड द्वारा दिये गये स्वरकों की आवृत्तियों के साथ तन्तुपट कम्पन करता है। वाद्यों (musical instruments) में प्रणोदित कम्पन का बहुत महत्त्व है, यथा वायलिन की **ध्वनिकारी पटरी** (sounding board) तारों के कम्पन के कारण प्रणोदित कम्पन करने लगती हैं और तब पटरी के भीतर हवा की बड़ी मात्रा कम्पन करने लगती है जिससे ध्वनि तीव्र हो जाती है।

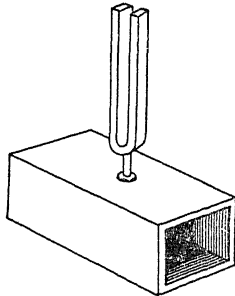
अनुनाद (Resonance)— जब कम्पनशील वस्तु पर उसकी स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर आवृत्ति का बाह्य आवर्ती बल लगाया जाता है तो प्रत्येक पैंड़ी (step) पर लगा हुआ बल वस्तु को आयाम बढ़ाने में सहायता करता है, क्योंकि दोनों सदैव समान कला में रहते हैं। फलस्वरूप वस्तु के कम्पन का आयाम धीरे-धीरे बढ़ता जाता है और अन्त में वस्तु बहुत बड़े आयाम के साथ कम्पन करने लगती है। यदि अवमंदन बल अनुप्रस्थित हो तो सैद्धान्तिक रूप से आयाम अनन्त हो जायगा। इस प्रकार के कम्पन को **अनुनाद-कम्पन** (resonance vibration) कहते हैं और यह क्रिया (phenomenon) **अनुनाद** (resonance) कहलाती है। अत: यह प्रणोदित कम्पन की एक विशेष स्थिति है।

उदाहरण 1. बार्टन के लोलक (Bartons' Pendulums)— दो दृढ़ अवलम्ब के बीच कई फुट लम्बी एक रबर-डोरी क्षैतिज रूप से तनी हुई रहती है और इससे अनेक लोलक निलम्बित (suspended) रहते हैं। लोलक *A* लोहे या सीसे का भारी गोलक (bob) होता है। यह लोलक **चालक लोलक** (driver pendulum) या केवल **चालक** (driver) कहलाता है। अन्य लोलक के गोलक छोटे कागजी शंकु (paper cones) होते हैं।

जब चालक को कम्पित किया जाता है तो एक आवर्ती बल रबड़-डोरी पर लगने लगता है। फल-स्वरूप P_1, P_2, P_3, ... गोलक कम्पन करने लगते हैं। शुरू में उनकी गतियाँ अनियमित होती हैं, किन्तु अन्त में वे चालक की आवृति के साथ कम्पन करने लगते हैं। प्रत्येक

(चित्र 26)

लोलक निश्चित आयाम के साथ कम्पन करता है जो उसकी लम्बाई पर निर्भर करता है। ये प्रणोदित कम्पन दरसाते हैं।

यह देखा जाता है कि P_1 को छोड़कर अन्य लोलक के कम्पन के आयाम छोटे होते हैं। किन्तु P_1, जिसकी लम्बाई (और अत: स्वाभाविक आवृत्ति) चालक की लम्बाई के बराबर है, बहुत बड़े आयाम के साथ कम्पन करता है। यह अनुनाद की स्थिति दरसाता है।

2. **ध्वनिकारी या अनुनाद बक्स** (Sounding or Resonance box)— जब कम्पायमान स्वरित्र को एक खोखले बक्स पर चढ़ाया जाता है, जिसके भीतर की हवा की स्वाभाविक आवृत्ति स्वरित्र की आवृत्ति के बराबर होती है तो बक्स की अन्तर्विष्ट हवा अनुनादी कम्पन करने लगती है और अत: तीव्र ध्वनि उत्पन्न होती है।

(चित्र 27)

3. **वायु-स्तम्भ का अनुनाद** (Resonance of Air-column)— मुलायम हथौड़े से पीटकर एक स्वरित्र को कम्पित करें और उसे एक नली के ऊपर रखें जिसमें पानी है। यदि पानी की सतह को धीरे-धीरे गिराया जाय तो नली में वायु-स्तम्भ की लम्बाई बढ़ेगी। जब वायु-स्तम्भ की स्वाभाविक आवृत्ति स्वरित्र की आवृत्ति के बराबर हो जायगी तो वायु-स्तम्भ अनुनादी कम्पन करने लगेगा और इस प्रकार एक तीव्र ध्वनि उत्पन्न होगी।

4. जब एक ही पटरी पर तनी हुई दो डोरियों को समान आवृत्ति होती है तो एक डोरी को कम्पित करने से दूसरी स्वयं कम्पन करने लगती है।

5. निश्चित आवृत्ति की रेडियो-तरंगों को ग्रहण करने और अन्य को छोड़ने की रेडियो संग्राहक (receiver) की योग्यता विद्युतीय अनुनाद का श्रेष्ठ उदाहरण है।

6. झूलते पुल (suspension bridge) को पार करते समय सैनिक कदम तोड़ कर चलते हैं। कारण, यदि चाल की आवृत्ति का संयोगवश पुल की स्वाभाविक आवृत्ति से संपात हो जाय तो पुल में तीव्र कम्पन उत्पन्न हो जायगा और यह दुर्घटना का कारण हो जायगा।

4.5. प्रणोदित कम्पन का गणितीय विश्लेषण (Mathematical Analysis of Forced Vibration)

अनेक घर्षण-बलों के कारण वस्तु या निकाय का कम्पन अवमंदित होता है। अत: कम्पन को पोषित करने के लिए वस्तु पर एक बाह्य आवर्ती बल लगाना आवश्यक है। मान लें, लगा हुआ बाह्य आवर्ती बल $F \sin qt$ प्रति इकाई संहति (mass)

है। अवमंदन बल का मान $2K$ प्रति इकाई संहति प्रति इकाई वेग के बराबर लेने पर गति के समीकरण का निम्नलिखित रूप हो जाता है—

$$\frac{d^2y}{dt^2}+2K\frac{dy}{dt}+\omega^2 y=F\sin qt \qquad .. \qquad (7).$$

मान लें, समीकरण (7) का विशिष्ट हल (particular solution)

$y=A\sin(qt-a)$ है।

तब, $\frac{dy}{dt}=Aq\cos(qt-\alpha)$ और $\frac{d^2y}{dt^2}=-Aq^2\sin(qt-\alpha)$ है।

समीकरण (7) में इनका मान रखने पर

$$-Aq^2\sin(qt-\alpha)+2KAq\cos(qt-\alpha)+\omega^2 A\sin(qt-\alpha)=F\sin qt$$
$$=F\sin[qt-\alpha)+\alpha]=F\sin(qt-\alpha)\cos\alpha+F\cos(qt-\alpha)\sin\alpha.$$

चूँकि t के सभी मानों के लिए हल मान्य है, अत: $\sin(qt-\alpha)$ और $\cos(qt-\alpha)$ के गुणांक दोनों ओर अलग-अलग बराबर होने चाहिए। अर्थात्,

$\sin(qt-\alpha)$ के गुणांक— $Aq^2+A\omega^2=F\cos\alpha,$

$\cos(qt-\alpha)$ के गुणांक— $2KAq=F\sin\alpha;$

इनके वर्गों को जोड़ने पर $A^2[(\omega^2-q^2)^2+4K^2q^2]=F^2$

या
$$A=\frac{F}{\sqrt{(\omega^2-q^2)^2+4K^2q^2}} \qquad .. \qquad (8)$$

और भाग देने पर

$$\tan\alpha=\frac{2Kq}{\omega^2-q^2} \qquad .. \qquad (9).$$

इस प्रकार, समीकरण (7) का हल $y=A\sin(qt-\alpha)$ है यदि A और α के उपर्युक्त मान हैं। अत: यह हल उस आवर्त गति को निरूपित करता है जिसकी आवृत्ति चालक दोलन की आवृत्ति $\frac{q}{2\pi}$ समान है और जो चालक दोलन से कला-कोण α द्वारा पीछे (lag) है। चूँकि $\sin\alpha$ धनात्मक है, इसलिए α के सीमान्त मान 0 और π हैं।

पुन: चूँकि $F\sin qt$ प्रकृति में आवर्ती है, इसलिए महत्तम $(+F)$ और न्यूनतम $(-F)$ के मानों के बीच यह **संक्रान्ति-अवस्था** (transitive state) से गुजरेगा। अत: उस क्षण इसका मान शून्य होगा।

अत: समीकरण (7) के पूर्ण हल (complete solution) में एक पूरक हल (complementary solution) होगा, जो वस्तुत:

$$\frac{d^2y}{dt^2}+2K\frac{dy}{dt}+\omega^2y=0$$

का हल है। जब अवमंदन बहुत कम है, अर्थात् जब $K<\omega$ है तो पूरक हल

$$y=Ce^{-Kt}\sin(pt+\delta)$$

है। अत: समीकरण (7) का पूर्ण हल

$$y=Ce^{-Kt}\sin(pt+\delta)+A\sin(qt-\alpha) \qquad \ldots \qquad (10)$$

है, जहाँ

$$p=\sqrt{\omega^2-K^2},$$

$$A=\frac{F}{\sqrt{(\omega^2-q^2)^2+4K^2q^2}},$$

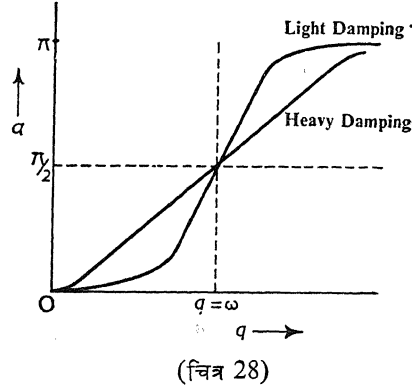
और $$\tan\alpha=\frac{2Kq}{\omega^2-q^2}$$ ($\sin\alpha$ धनात्मक है), है।

प्रारम्भ में दोनों पद प्रमुख रहते हैं और $\frac{p}{2\pi}$ तथा $\frac{q}{2\pi}$ आवृत्तियों के दो कम्पन विस्पंदन (beats) उत्पन्न कर सकते हैं। किन्तु, पहला क्षणभंगुर पद (transient term) समय के साथ धीरे-धीरे समाप्त (घातीय गुणक के कारण) हो जाता है और गति की स्थायी अवस्था में वस्तु या निकाय निश्चित आयाम A तथा आरोपित आवृत्ति $\frac{q}{2\pi}$ के साथ कम्पन करती है।

4.6. प्रणोदित कम्पन की कला (Phase of Forced Vibrations)

यह ज्ञात हो चुका है कि लगे हुए बाह्य आवर्ती बल $F\sin qt$ से प्रणोदित कम्पन $A\sin(qt-\alpha)$ वाला कोण $\alpha=\tan^{-1}\frac{2Kq}{\omega^2-q^2}$ द्वारा पीछे है। चूँकि $\sin\alpha$ धनात्मक है इसलिए α का मान 0 और π के बीच में है। स्पष्टत: कलापश्चता (phase lag) α अवमंदन की मात्रा (K) और ω तथ q के सापेक्ष मानों पर निर्भर करती है।

चूँकि $F\cos\alpha=A(\omega^2-q^2)$ है, इसलिए जब q है तो $\cos\alpha$ धनात्मक है

और इसलिए α का मान 0 और $\frac{\pi}{2}$ के बीच में है। किन्तु, जब $q>\omega$ है तो $\cos\alpha$ ऋणात्मक है, अतः α का मान $\frac{\pi}{2}$ और π के बीच में है। इस प्रकार प्रणोदित कम्पन की कला चालक बल की आवृत्ति $\left(\frac{q}{2\pi}\right)$ के साथ बदलती है (चित्र 28)।

(चित्र 28)

पुनः जब अवमंदन (K) बहुत छोटा होता है तो $\tan\alpha=\frac{2Kq}{\omega^2-q^2}\simeq 0$ है। अतः जब $q<\omega$ है तो $\tan\alpha$ बहुत छोटी धनात्मक राशि है और इस प्रकार α का मान लगभग शून्य है। किन्तु, जब $q>\omega$ है तो $\tan\alpha$ बहुत छोटी ऋणात्मक राशि है और इसलिए α का मान लगभग π है। अतः बहुत कम अवमंदन की स्थिति में जब वस्तु की आवृत्ति से बाह्य बल की आवृत्ति छोटी या बड़ी रहती है तो बाह्य बल के साथ प्रणोदित कम्पन समान या विपरीत कला में रहता है। चूँकि $\tan\alpha$, K के समानुपाती है, इसलिए जैसे-जैसे K कम होता है, वैसे-वैसे कला-परिवर्तन की दर तीव्र होती है।

जब $q=\omega$, अर्थात् चालक बल की आवृत्ति वस्तु की अनवमंदित (undamped) स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर है, तो कलापश्चता $\alpha=\frac{\pi}{2}$ है। अतः अनुनाद ($q=\omega$) पर प्रणोदित कम्पन बाह्य बल से सदैव $\frac{\pi}{2}$ (या आवर्तकाल का चतुर्थांश) कला-कोण द्वारा पीछे रहता है। अर्थात्, जब बल न्यूनतम है तो विस्थापन महत्तम होता है और जब बल महत्तम है तो विस्थापन न्यूनतम होता है।

4.7. आयाम-अनुनाद (Amplitude Resonance)

कम्पन की स्थायी अवस्था में प्रणोदित कम्पन का आयाम

$$A=\frac{F}{\sqrt{(\omega^2-q^2)^2+4K^2q^2}} \qquad \text{.. (11)}$$ है।

जब प्रणोदित कम्पन का आयाम महत्तम होता है तो **आयाम-अनुनाद** होता है। स्पष्टत: आयाम A महत्तम है जब हर (denominator) न्यूनतम है, अर्थात् जब

$$\frac{d}{dq}\left\{(\omega^2-q^2)^2+4K^2q^2\right\}=0$$

या
$$-4(\omega^2-q^2)q+8K^2q=0$$

या
$$q^2=\omega^2-2K^2.$$

अत: आयाम महत्तम है जब आरोपित आवृत्ति $\sqrt{\dfrac{\omega^2-2K^2}{2\pi}}$ है। यह **अनुनादी आवृत्ति** कहलाती है। अत: स्पष्ट है कि अनुनादी आवृत्ति स्वाभाविक अनवमंदित आवृत्ति $\dfrac{\omega}{2\pi}$ या स्वाभाविक अवमंदित आवृत्ति $\sqrt{\dfrac{\omega^2-K^2}{2\pi}}$ के बराबर नहीं होती है, बल्कि दोनों से कुछ कम होती है। बहुत कम अवमंदन (K) की स्थिति में अन्तर बहुत कम होता है और इसलिए अनुनादी आवृत्ति स्वाभाविक आवृत्ति के लगभग समान होती है। आदर्श स्थिति $K=0$ में, $q=\omega$ है।

समीकरण (11) में $q^2=\omega^2-2K^2$ रखने पर

$$A=\frac{F}{2K\sqrt{\omega^2-K^2}}$$

या
$$A=\frac{F}{2K\sqrt{q^2+K^2}}\text{ है।}$$

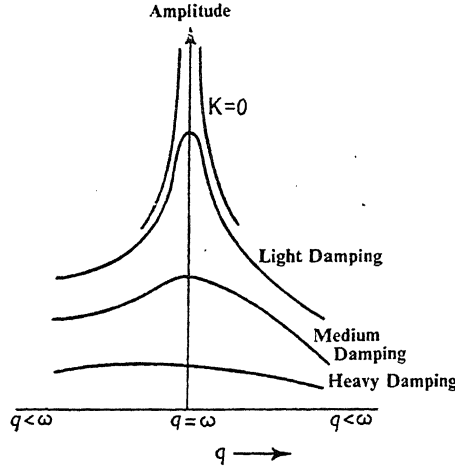
अत: अवमंदन नियतांक K का मान जितना कम होता है महत्तम आयाम उतना ही बड़ा होता है।

4.8. अनुनाद की तीक्ष्णता (Sharpness of Resonance)

यह ज्ञात हो चुका है जब बाह्य बल की आवृत्ति ($q/2\pi$) अनुनाद-मान के बराबर होती है तो प्रणोदित कम्पन का आयाम महत्तम होता है। ज्योंही अनुनाद-मान से आवृत्ति भिन्न होती है त्योंही आयाम कम हो जाता है। जब अनुनाद-मान से q के अल्प परिवर्तन के लिए आयाम में कमी उपागण्य (considerable) होती है तो अनुनाद को **तीक्ष्ण** (sharp) कहा जाता है और जब आयाम में कमी थोड़ी होती है तो अनुनाद को **समतल** (flat) कहा जाता है।

अनुनाद की तीक्ष्णता, अर्थात् अनुनाद-मान से q के परिवर्तन के साथ आयाम में कमी, अवमंदन की मात्रा K पर निर्भर करती है। जब K कम होता है तो तीक्ष्णता

अधिक होती है, क्योंकि समीकरण (11) के हर (denominator) में $(\omega^2-q^2)^2$ के परिवर्तन की तुलना में $4K^2q^2$ पद का प्रभाव कम होता है।

चित्र 29 में अवमंदन की विभिन्न मात्राओं पर q के साथ आयाम-परिवर्तन दरसाया गया है। अधिक अवमंदन की स्थिति में, अंकित वक्र की अपेक्षा कम अवमंदन की स्थिति में अंकित वक्र शिखर के दोनों ओर अधिक ढालुआँ है। अतः स्पष्ट है कि **अवमंदन जितना कम होता है, अनुनाद उतना ही तीक्ष्ण होता है।**

(चित्र 29)

उदाहरण— वायु-स्तम्भ के अनुनाद की स्थिति में, वायु के कम्पन बहुत ज्यादा अवमंदित होते हैं। अतः अनुनाद के लिए वायु-स्तम्भ की लम्बाई संमजित करने में कठिनाई होती है, क्योंकि वायु-स्तम्भ विस्तृत परास (wide range) तक प्रतिध्वनित होता है। यह समतल अनुनाद का उदाहरण है।

सुरमापी (sonometer) की स्थिति में, अवमंदन बहुत कम होता है। अतः स्वरित्र के साथ समस्वरित करने पर यह तीव्रता से कम्पन करने लगता है, किन्तु सही स्थान से तनिक भी विचलन होने पर कम्पन समाप्त हो जाता है। यह तीक्ष्ण अनुनाद का उदाहरण है।

4.9. वेग-अनुनाद और ऊर्जा-ग्रहण (Velocity Resonance and Energy Intake)

स्थायी कम्पन की अवस्था में $y=A\sin(qt-\alpha)$ है।

$$\therefore \quad \text{वेग,}\ \frac{dy}{dt}=Aq\cos(qt-\alpha) \qquad \ldots (12)\ \text{है।}$$

स्पष्टतः वेग महत्तम है जब $\cos(qt-\alpha)=1$, अर्थात् $y=0$ है। तब, वेग का महत्तम मान Aq है जो **वेग-आयाम** (velocity amplitude) कहलाता है।

अब $$A = \frac{F}{\sqrt{(\omega^2-q^2)^2+4K^2q^2}};$$

∴ वेग-आयाम $$Aq = \frac{Fq}{\sqrt{(\omega^2-q^2)^2+4K^2q^2}}$$

$$= \frac{F}{\sqrt{\left(\frac{\omega^2-q^2}{q}\right)^2+4K^2}}.$$

स्पष्टत: वेग-आयाम महत्तम है जब $q=\omega$ है। अत: जब आरोपित आवृत्ति वस्तु या निकाय की अनवमंदित स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर है तो **वेग-अनुनाद** होता है। इस प्रकार उत्पन्न कम्पन को बहुधा **पोषित कम्पन** (maintained vibration) कहते हैं।

ऊर्जा-ग्रहण— कम्पायमान वस्तु या निकाय का वेग और इस कारण ऊर्जा मध्यमान स्थान पर महत्तम होती है, जहाँ विस्थापन शून्य है। अत: प्रणोदित कम्पन करती हुई वस्तु या निकाय की **प्रति इकाई संहति महत्तम ऊर्जा** (maximum energy per unit mass) $\frac{1}{2}\left(\frac{F}{2K}\right)^2$ या $\frac{F^2}{8K^2}$ है। इसलिए महत्तम ऊर्जा अवमंदन नियतांक के वर्ग के उत्क्रमानुपाती होती है।

प्रत्येक चक्र (cycle) में अवमंदन के विरुद्ध कार्य किया जाता है। इसलिए प्रति इकाई संहति प्रति चक्र किया गया कार्य

$$= \int 2K\frac{dy}{dt}.\, dy,$$

जहाँ समाकलन (integration) पूरे चक्र के लिए विस्तारित है।

अब $$\frac{dy}{dt} = Aq\cos(qt-\alpha),$$

$$\therefore \quad dy = Aq\cos(qt-\alpha)dt.$$

∴ प्रति इकाई संहति प्रति चक्र किया गया कार्य

$$= \int_0^{2\pi/q} 2KAq\cos(qt-\alpha).\, Aq\cos(qt-\alpha)dt$$

$$= 2KA^2q^2\int_0^{2\pi/q} \cos^2(qt-\alpha)dt$$

$$=2KA^2q^2.\frac{\pi}{q}=2\pi A^2qK,$$

अतः प्रति इकाई समय प्रति इकाई संहति ऊर्जा-क्षय (energy dissipation)

$$=\frac{2\pi A^2qK}{\frac{2\pi}{q}}=A^2q^2K$$

$$=\frac{F^2q^2K}{(\omega^2-q^2)^2+4K^2q^2} \qquad (A \text{ का मान रखने पर})।$$

यह इकाई समय में चालक स्रोत से ली गयी ऊर्जा है। स्पष्टतः इसे महत्तम मान

$\frac{F^2}{4K}$ है जब $q=\omega$ है।

4.10. यांत्रिक अवबाधिता और प्रतिबाधा (Mechanical Impedence and Reactance)

$$\text{वेग } \frac{dy}{dt}=Aq\cos(qt-\alpha)$$

$$=\frac{F}{\sqrt{\left(\frac{\omega^2-q^2}{q}\right)^2+4K^2}}\cos(qt-\alpha).$$

$\omega^2=\frac{s}{m}$ और $K=\frac{r}{2m}$ रखने पर, जहाँ s और r क्रमशः **दुर्नम्यता गुणक** (stiffness factor) या **प्रति इकाई विस्थापन प्रत्यानयन बल** (restoring force per unit displacement) और **प्रतिरोध नियतांक** (resistance constant) या **प्रति इकाई वेग मन्दन बल** (retarding force per unit velocity) हैं,

$$\frac{dy}{dt}=\frac{F.m}{\sqrt{r^2+\left(mq-\frac{s}{q}\right)^2}}\cos(qt-\alpha)$$

या $$\frac{dy}{dt}=\frac{F'}{Z}\cos(qt-\alpha) \qquad [F'=Fm]$$

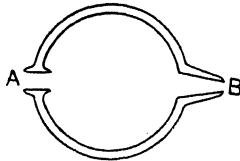
जहाँ $$Z=\sqrt{r^2+\left(mq-\frac{s}{q}\right)^2} \text{ है।}$$

यह सम्बन्ध प्रत्यावर्ती धारा के सम्बन्ध के अनुरूप है—वेग और आवर्ती बल क्रमश: धारा और प्रत्यावर्ती विद्युत्-वाहक बल के अनुरूप हैं। इस अनुरूपता पर

$$Z=\sqrt{r^2+\left(mq-\frac{s}{q}\right)^2}$$

को **यांत्रिक अवबाधिता** कहते हैं और $\left(mq-\frac{s}{q}\right)$ तथा r को क्रमश: **यांत्रिक प्रतिबाधा** तथा **प्रतिरोध** कहते हैं।

4.11. हेल्महोल्ट्ज-अनुनादक (Helmholtz's Resonator)

मिश्र ध्वनि (complex sound) के विश्लेषण के लिए जर्मन वैज्ञानिक हेल्महोल्ट्ज (1821-94) ने विशेष प्रकार के अनुनादक बनाये। चित्र 30 में एक अनुनादक दिखाया गया है। इसमें धातु या काँच का एक बल्ब होता है जिसमें ध्वनि ग्रहण करने के लिए एक छोटी खुली गर्दन A और दूसरी ओर कान लगाकर सुनने के लिए एक संकीर्ण मुख (aperture) B होता है। यह उस निश्चित स्वरक (tone) को प्रतिध्वनित करता है जिसकी आवृत्ति अनुनादक की स्वाभाविक आवृत्ति (n) के बराबर होती है।

(चित्र 30)

हेल्महोल्ट्ज-अनुनादक का सिद्धान्त सरल है, कारण गर्दन की तुलना में बल्ब का आयतन बहुत अधिक होता है जिससे भीतर वायु-कोष्ठ में मुश्किल से कोई कम्पन होता है; अन्तर्विष्ट हवा किसी क्षण संपीडित या विरलित होती है। चूँकि तरंग-लम्बाई बड़ी है, इसलिए गर्दन के वायुकण ठोस की तरह आगे-पीछे कम्पन करते हैं। इस वायवीय पिस्टन (aerial piston) के भीतर या बाहर की गति के कारण भीतर वायु-कोष्ठ में संपीडन या विरलन उत्पन्न होता है।

मान लें, गर्दन के अनुप्रस्थ-काट का क्षेत्रफल S, वायवीय पिस्टन का विस्थापन y, और वायु-कोष्ठ (बल्ब) का आयतन V है। जब वायवीय पिस्टन भीतर की ओर चलता है तो कोष्ठ में अन्तर्विष्ट वायु की संहति के आयतन में कमी

$$dV=Sy \text{ है।}$$

यदि आयतन-परिवर्तन रुद्धोष्म परिस्थिति (adiabatic condition) में हो, अर्थात् $PV^{\gamma}=$नियतांक हो, तो

$$V^{\gamma}dP+\gamma PV^{\gamma-1}dV=0$$

या

$$\frac{dP}{P}+\gamma\frac{dV}{V}=0$$

या $$dP = -\gamma P \frac{dV}{V} = -\gamma P \frac{Sy}{V},$$

जहाँ P=बैरोमीटर-दाब है। भीतर में दाब-वृद्धि dP के कारण उत्पन्न प्रत्यानयन बल (restoring force)

$$F = SdP = S^2 \frac{\gamma P}{V} y.$$

किन्तु $\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} = v$, ध्वनि का वेग, (देखें अध्याय 5)

$$\therefore \quad F = \frac{v^2 \rho S}{V} y = -M \frac{d^2 y}{dt^2},$$

जहाँ M वायवीय पिस्टन की संहति है। यदि गर्दन की लम्बाई l हो, तो $M = Sl\rho$ है।

$$\therefore \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = -\frac{v^2 \rho S^2}{VSl\rho} y = -\frac{v^2 S}{lV} y.$$

यह सरल आवर्त गति का समीकरण है। अत: कम्पन का आवर्तकाल

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{lV}{v^2 S}} = \frac{2\pi}{v} \sqrt{\frac{lV}{S}}$$

$$\therefore \text{ आवृत्ति } n = \frac{1}{T} = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{S}{lV}} \quad \ldots \quad (14).$$

सिरा-दोष (end effect) के कारण l का सही मान $l' = (l + 0{\cdot}82d)$ लिया जाता है, जहाँ d गर्दन की त्रिज्या है। $\frac{S}{l'}$ को **गर्दन की चालकता** (conductivity of neck) k कहते हैं।

तब $$n = \frac{v}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{V}} \quad \ldots \quad (15).$$

इस अनुनादक का एक महत्त्वपूर्ण गुण यह है कि **गर्दन पर वायुकण का वेग बाहरी वायु, जिससे होकर ध्वनि-तरंगें गुजर रही हैं, के कण के वेग से बहुत अधिक होता है।** मान लें, अनुनादक पर ध्वनि-तरंगें पड़ रही हैं और अनुनादक की स्वाभाविक आवृत्ति

तरंग की आवृत्ति के समान है। यदि बाहरी वायु के कण का वेग $\frac{dy_1}{dt}$ और अनुनादक की गर्दन में वायुकण का वेग $\frac{dy_2}{dt}$ हो, तो

$$\frac{dy_2/dt}{dy_1/dt}=\lambda^2/2\pi S \qquad .. \quad (16)$$ है।

$\lambda=100$ सें०मी० और $S=1$ वर्ग सें०मी० लेने पर प्रवर्धन (amplification) लगभग 1600 मिलता है। उपर्युक्त परिणाम तीव्रता की निरपेक्ष माप में प्रयुक्त होता है।

अत: यदि इस प्रकार के अनुनादक का एक सेट हो तो मिश्र ध्वनि में उपस्थित स्वरकों को B पर कान लगाकर साफ-साफ छाँटा जा सकता है, और उनकी तीव्रताओं का मोटा-मोटी अनुमान लगाया जा सकता है।

प्रश्नावली ४

1. मुक्त और प्रणोदित कम्पनों से आप क्या समझते हैं, स्पष्ट रूप से व्याख्या करें। अनुनाद की क्रिया की विवेचना करें और इसके कुछ व्यावहारिक उपयोग बताएँ।

(Magadh 1964 S)

[Explain clearly what do you mean by free and forced vibrations. Discuss the phenomenon of resonance and give some of its practical applications.]

2. प्रणोदित कम्पन क्या है ? अवमंदित सरल आवर्त गति निष्पन्न करता हुआ निकाय जब बाह्य आवर्ती बल के अधीन रहता है तो उसके कम्पनों की विवेचना करें। अनुनाद कब होता है ?

(Patna 1958; Jodhpur '65; Vikram '64; Banaras '65; Agra '64; Rajasthan '64)

[What is forced vibration ? Discuss the vibrations of a system executing damped simple harmonic motion when subjected to an external periodic force. When does resonance occur ?]

3. मुक्त और अवमंदित कम्पन क्या है ? अवमंदित कम्पन के लिए गति का समीकरण लिखें और हल करें। क्रांतिक अवमंदन क्या है ? इसके व्यावहारिक उपयोग बताएँ।

(Nagpur 1961 S)

[What are free and damped vibrations ? Write down the equation of motion for a damped vibration and solve it. What is critical damping ? Indicate its practical use.]

4. आवश्यक गणितीय शोधन देते हुए मुक्त, प्रणोदित और अनुनादी कम्पनों में भेद बताएँ।

(Bhag. 1963 S)

[Distinguish between free, forced and resonant vibrations, giving necessary mathematical treatment.]

5. प्रणोदित कम्पन की कला की विवेचना करें और दिखाएँ कि अनुनाद पर महत्तम विस्थापन उस क्षण होता है जब बाह्य बल शून्य होता है और विस्थापन शून्य होता है जब बल महत्तम होता है।

[Discuss the phase of forced vibration and show that at resonance the maximum displacement occurs at the instant when the external force vanishes and the displacement is zero when the force is maximum.]

6. प्रणोदित कम्पन में प्रयुक्त पद 'अनुनाद की तीक्ष्णता' की परिभाषा करें। जिन गुणकों पर यह निर्भर करती है उसकी विवेचना करें।

(Gorakhpur 1964)

[Define 'sharpeness of resonance' as applied to forced vibrations. Discuss the factors on which it depends.]

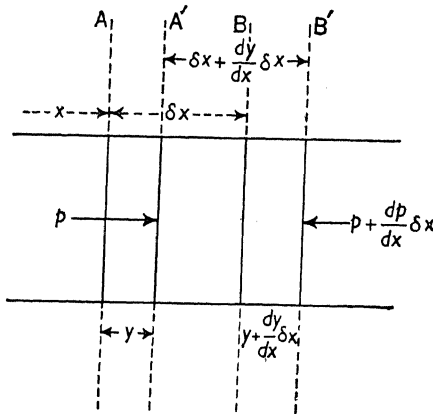
7. हेल्महोल्ट्ज-अनुनादक का वर्णन करें। मिश्र ध्वनि का विश्लेषण करने में यह कैसे प्रयुक्त होता है? (cf. Vikram 1962)

[Describe a Helmholtz's resonator. How is it used to analyse a complex note ?]

५ ध्वनि का वेग
(VELOCITY OF SOUND)

5.1. किसी प्रत्यास्थ माध्यम में अनुदैर्घ्य तरंग का वेग (Velocity of a Longitudinal Wave in an Elastic Medium)

(चित्र 31)

ध्वनि-तरंगें प्रकृति में अनुदैर्घ्य हैं। अतः किसी माध्यम में ध्वनि का वेग उस माध्यम में अनुदैर्घ्य तरंग के वेग के समान है।

इकाई अनुप्रस्थ-काट के माध्यम, तरल (fluid) या ठोस, की एक नली (tube) और नली के दो लम्ब समतल काट A तथा B पर विचार करें। मान लें, किसी स्वेच्छा शून्य से नली के अनु मापे गये इन समतलों के स्थान (positions) क्रमशः x और $x+\delta x$ दूरी पर हैं।

अब, मान लें, नली-अक्ष के अनु x की धनात्मक दिशा में एक समतल अनुदैर्घ्य तरंग गुजरती है। मान लें, किसी विशेष क्षण समतल A नली के अनु y से विस्थापित हो जाता है और A' पर आ जाता है। चूँकि y, स्थान x और समय t दोनों का फलन (function) है, इसलिए समतल B का संगत विस्थापन $y+\dfrac{dy}{dx}.\,\delta x$ है। अतः B विस्थापित होकर B' पर आ जाता है।

इस प्रकार तरंग के कारण समतलों के बीच माध्यम की लम्बाई, और फलस्वरूप आयतन में परिवर्तन आ जाता है और नली के अनु एक विन्दु से दूसरे विन्दु पर दाब (pressure) में परिवर्तन आ जाता है।

समतलों (A और B) के बीच माध्यम की पूर्व लम्बाई $=\delta x$,

और समतलों (A' और B') के बीच माध्यम की अन्तिम लम्बाई $=\delta x+\frac{dy}{dx}\delta x.$

अत: लम्बाई में वृद्धि $=\frac{dy}{dx}\ \delta x.$

चूँकि अनुप्रस्थ-काट का क्षेत्रफल इकाई है इसलिए **आयतन** में वृद्धि $\frac{dy}{dx}\delta x$ के बराबर है।

$$\text{लम्बाई या आयतन में भिन्नात्मक परिवर्तन}=\frac{\frac{dy}{dx}.\delta x}{\delta x}=\frac{dy}{dx}.$$

अत: $\frac{dy}{dx}$ माध्यम में उत्पन्न विकृति (strain) है (तरल की स्थिति में आयतन-विकृति और ठोस छड़ की स्थिति में अनुदैर्घ्य विकृति)।

मान लें, समतल A, जो अब A' पर है, उस पर सामान्य दाब से अतिरिक्त दाब p है। इसलिए समतल B, जो अब B' पर है, उसपर अतिरिक्त दाब $p+\frac{dp}{dx}\delta x$ होगा। ये दोनों दाब निम्नलिखित के समतुल्य हैं—

(अ) बराबर और विपरीत दाब p जो माध्यम पर प्रतिबल (stress) प्रदान करता है। (ब) B' से A' की दिशा में परिणामी बल $\frac{dp}{dx}\delta x$ जो माध्यम में त्वरण उत्पन्न करता है।

किन्तु प्रतिबल = विकृति × प्रत्यास्थता-मापांक.

$$\therefore\ p=-\frac{dy}{dx}.E \qquad \ldots (1),$$

जहाँ E प्रत्यास्थता-मापांक (स्थिति अनुसार आयतन-मापांक या यंग-मापांक) है। चूँकि दाब में वृद्धि आयतन में कमी उत्पन्न करती है, इसलिए यहाँ ऋणात्मक चिह्न प्रयुक्त हुआ है।

पुन: B' से A' की ओर परिणामी बल = संहति × B' से A' की ओर त्वरण।

$$\therefore\ \frac{dp}{dx}\ \delta x=\rho\delta x\left(-\frac{d^2y}{dt^2}\right) \qquad \ldots (2),$$

जहाँ ρ माध्यम का घनत्व है ।

या
$$\frac{dp}{dx} = -\rho \frac{d^2y}{dt^2}.$$

p का मान रखने पर

$$-E\frac{d^2y}{dx^2} = -\rho \frac{d^2y}{dt^2}$$

या
$$\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{E}{\rho} \frac{d^2y}{dx^2} \qquad .. \quad (3).$$

यह **डिलैंबर्ट-समीकरण** (D'Alembert's equation) है ।

$\frac{E}{\rho} = v^2$ रखने पर,

$$\frac{d^2y}{dt^2} = v^2 \frac{d^2y}{dx^2} \qquad .. \quad (4).$$

उपर्युक्त अवकल समीकरण का व्यापक हल (general solution)

$$y = f_1(vt-x) + f_2(vt+x) \qquad .. \quad (5)$$

है, जहाँ f_1 और f_2 स्वेच्छ फलन हैं ।

कारण, x के सापेक्ष (5) का दो बार अवकलन करने पर

$$\frac{d^2y}{dx^2} = f_1''(vt-x) + f_2''(vt+x).$$

t के सापेक्ष (5) का दो बार अवकलन करने पर

$$\frac{d^2y}{dt^2} = v^2f_1''(vt-x) + v^2f_2''(vt+x).$$

$$\therefore \quad \frac{d^2y}{dt^2} = v^2\frac{d^2y}{dx^2}.$$

स्पष्टत: समीकरण (4) का $y = f_1(vt-x)$ एक विशेष हल है । यदि t को $\triangle t$ से और x को $v\triangle t$ से बढ़ाया जाय तो y अपरिवर्तित रहता है, अर्थात् यह एक तरंग को निरूपित करता है जो v वेग से x की धनात्मक दिशा में चल रही है । उसी प्रकार दूसरा विशेष हल $y = f_2(vt+x)$ एक तरंग को निरूपित करता है जो v वेग से x की ऋणात्मक दिशा में चल रही है ।

इस प्रकार तरंग के संचरण का वेग

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \qquad .. \quad (6)$$ है ।

तरल माध्यम के लिए $E=K$, आयतन मापांक है।

अतः $$v=\sqrt{\frac{K}{\rho}} \quad \cdots \quad (7).$$

ठोस छड़ माध्यम के लिए $E=Y$, यंग-मापांक है।

अत: $$v=\sqrt{\frac{Y}{\rho}} \quad \cdots \quad (8).$$

5.2. हवा में ध्वनि के वेग के लिए न्यूटन का सूत्र (Newton's Formula for the Velocity of Sound in Air)

सर्वप्रथम न्यूटन ने सम्बन्ध $v=\sqrt{\frac{E}{\rho}}$ स्थापित किया। न्यूटन की यह धारणा थी कि जब ध्वनि हवा या अन्य गैसीय माध्यम से गुजरती है तो संपीडन या विरलन बहुत धीरे-धीरे होता है। अत: संपीडन में जो थोड़ी ऊष्मा उत्पन्न होती है वह परिवेश (surroundings) में शीघ्र नष्ट हो जाती है तथा विरलन में जो थोड़ी ठण्ढक उत्पन्न होती है वह परिवेश से ऊष्मा लेकर क्षति-पूर्त्ति कर लेती है। अर्थात्, जब ध्वनि हवा या गैस में चलती है तो दाब-परिवर्तन **समतापीय दशाओं** (isothermal conditions) में होता है।

अत: दाब P और आयतन V पर दी गयी संहति की हवा (गैस) के लिए, बॉयल-नियम से,

$$PV=\text{एक नियतांक}।$$

V के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$V\frac{dP}{dV}+P=0$$

या $$P=-\frac{dP}{\frac{dV}{V}}=\frac{\text{दाब में परिवर्तन}}{\text{आयतन-विकृति}}$$

$$=K, \text{ आयतन-प्रत्यास्थता-मापांक}।$$

अत: हवा (गैस) में ध्वनि का वेग

$$v=\sqrt{\frac{K}{\rho}}=\sqrt{\frac{P}{\rho}} \quad \cdots \quad (9).$$

यह **न्यूटन का सूत्र** है।

सामान्य तापमान और दाब (N.T.P.) पर हवा के लिए

$$P=76\times 13{\cdot}596\times 980{\cdot}6 \text{ डाइन/वर्ग सें॰मी॰}$$

तथा $\rho=0{\cdot}001293$ ग्राम/घ०सें०मी० ।

$$\therefore \quad v=\sqrt{\frac{76\times 13{\cdot}596\times 980{\cdot}6}{0{\cdot}001293}}=280 \text{ मीटर/से० (लगभग) ।}$$

परन्तु प्रयोगों द्वारा प्राप्त इस वेग का मान लगभग 332 मीटर/से० है। वेग के सैद्धान्तिक तथा प्रायोगिक मानों का यह अन्तर इतना अधिक है कि इस अन्तर का कारण प्रायोगिक त्रुटियाँ नहीं बतायी जा सकतीं। अवश्य ही न्यूटन की धारणा में कहीं दोष है।

5.3. लाप्लास का संशोधन (Laplace's Correction)

लगभग एक सौ चालीस वर्ष बाद सन् 1816 ई० में फ्रांस के गणितज्ञ लाप्लास ने न्यूटन की धारणा को निम्नलिखित दो तर्कों के कारण अनुचित बताया—(अ) हवा ऊष्मा की अच्छी **कुचालक** है, अत: संपीडन के गर्म भाग से विरलन के ठण्ढे भाग में ऊष्मा का संचरण आसानी से नहीं होता है। (ब) संपीडन तथा विरलन की प्रक्रिया इतनी शीघ्रतापूर्वक होती है कि ऊष्मा को बाहर जाने या अन्दर आने का समय नहीं मिलता है।

इस प्रकार लाप्लास ने समुचित तर्क दिया कि हवा में ध्वनि के संचरण के कारण दाब-परिवर्तन समतापीय दशाओं में न होकर **रुद्धोष्म दशाओं** (adiabatic conditions) में होता है।

चूँकि हवा का तापमान अचर नहीं रहता है, अत: बॉयल-नियम लागू नहीं हो सकता। रुद्धोष्म-परिवर्तन के लिए

$$PV^{\gamma}=\text{एक नियतांक},$$

जहाँ γ नियत दाब पर और नियत आयतन पर हवा (गैस) की विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात है।

अब, V के सापेक्ष अवकलन करने पर

$$V^{\gamma}\frac{dP}{dV}+P\gamma V^{\gamma-1}=0$$

या
$$P\gamma+V\frac{dP}{dV}=0$$

या
$$\gamma P=-\frac{dP}{\frac{dV}{V}}=K.$$

अत: हवा (गैस) में ध्वनि का वेग

$$v=\sqrt{\frac{K}{\rho}}=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \qquad \ldots \qquad (10).$$

पुन: $$v^2=\frac{\gamma P}{\rho}=\frac{\gamma PV}{\rho V}=\frac{\gamma RT}{M} \qquad (\because\ PV=RT)$$

या $$v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}} \qquad \cdots \quad (11),$$

जहाँ $R=8{\cdot}3\times10^7$ अर्ग/अंश/ग्राम-अणु और M प्राथमिक गैस का अणु-भार (molecular weight) है।

एक-परमाणुक (mono-atomic) गैस के लिए $\gamma=1{\cdot}67$, द्विपरमाणुक (di-atomic) गैस के लिए $\gamma=1{\cdot}41$ और त्रिपरमाणुक (triatomic) गैस के लिए $\gamma=1{\cdot}33$ है।

अत: सा० ता० दा० (N.T.P.) पर हवा में ध्वनि का वेग

$$v=\sqrt{\frac{1{\cdot}41\times76\times13{\cdot}596\times980{\cdot}6}{0{\cdot}001293}}=332{\cdot}4\ \text{मीटर/से०}\ (\text{लगभग})\ ।$$

यह प्रायोगिक मान के सन्निकट है।

ऊष्मागतिक तर्क (thermodynamical argument) से स्टोक (Stoke) ने दिखाया कि दाब-परिवर्तन समतापीय या रुद्धोष्म दशाओं में होता है; अन्यथा तरंगों का क्षीणन (attenuation) अत्यधिक होगा। चूँकि समाप्त होने के पहले ध्वनि-तरंगें काफी दूरी तक चलती हैं, अत: दशा समतापीय या रुद्धोष्म है। पुन: लाप्लास की धारणा से प्राप्त परिणाम प्रायोगिक मान के सन्निकट है, इसलिए दाब-परिवर्तन रुद्धोष्म दशा में ही होता है।

5.4. हवा में ध्वनि के वेग पर दाब, तापमान, आर्द्रता और हवा के वेग का प्रभाव (Effect of Pressure, Temperature, Humidity and Wind on the Velocity of Sound in Air)

(क) **दाब का प्रभाव**— बॉयल-नियम के अनुसार नियत तापमान पर किसी निश्चित संहति की हवा के लिए दाब (P) आयतन (V) के उत्क्रमानुपाती होता है।

अर्थात्, $P\propto\frac{1}{V}$.

पुन:, नियत तापमान पर निश्चित संहति की हवा के लिए आयतन (V) घनत्व (ρ) के उत्क्रमानुपाती होता है। अर्थात्, $V\propto\frac{1}{\rho}$.

इसलिए नियत तापमान पर $P\propto\rho$

या $$\frac{P}{\rho}=\text{एक नियतांक ।}$$

अत: जिस अनुपात में दाब बढ़ता है उसी अनुपात में घनत्व भी बढ़ जाता है।

अब, ध्वनि का वेग $v=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ है। इसमें γ एक नियतांक है और नियत तापमान पर P/ρ भी एक नियतांक है। अत: **ध्वनि से वेग पर दाब का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।**

(ख) तापमान का प्रभाव— तापमान-परिवर्तन से घनत्व बदलता है। फलस्वरूप ध्वनि का वेग बदल जाता है। मान लें, $0°C$ पर ध्वनि का वेग v_0, m ग्राम हवा का आयतन V_0 तथा घनत्व ρ_0 है और $t°C$ पर वेग v, आयतन V तथा घनत्व ρ है।

नियत दाब P पर चार्ल्स-नियम से

$$V=V_0(1+\alpha t),$$

जहाँ α=हवा का आयतन-प्रसार-गुणांक$=\frac{1}{273}$ है।

$$\therefore \quad \frac{m}{V}=\frac{m}{V_0(1+\alpha t)}, \quad \text{या} \quad \rho=\frac{\rho_0}{(1+\alpha t)}$$

या
$$\frac{\rho_0}{\rho}=(1+\alpha t).$$

पुन:,
$$v_0=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \quad \text{और} \quad v=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}};$$

$$\therefore \quad \frac{v}{v_0}=\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho}}=\sqrt{1+\alpha t}=\sqrt{1+\frac{t}{273}}$$

या
$$\frac{v}{v_0}=\sqrt{\frac{273+t}{273}}=\sqrt{\frac{T}{T_0}}.$$

$$\therefore \quad v \propto \sqrt{T} \qquad \ldots (12).$$

अत: ध्वनि का वेग निरपेक्ष तापमान के वर्गमूल के समानुपाती होता है।

अब,
$$\frac{v}{v_0}=\left(1+\frac{t}{273}\right)^{\frac{1}{2}}$$

$$=\left(1+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{273}\right)$$

[$t/273$ के उच्च घातांक को छोड़कर];

$$\therefore\ v = v_0\left(1+\frac{t}{546}\right) \text{ लगभग ।}$$

यदि $v_0 = 332$ मीटर/से० मान लें, तो

$$v = 332 + 332 \times \frac{t}{546} = 332 + 0{\cdot}6\, t.$$

अर्थात्, तापमान के 1°C बढ़ने पर ध्वनि का वेग 0·6 मीटर/से० या 60 सें०मी०/से० से बढ़ जाता है ।

यदि $\quad {}_0v = 1100$ फु०/से० मान लें, तो

$$v = 1100 + 1100 \times \frac{t}{546} = 1100 + 2t.$$

अर्थात्, तापमान के 1°C बढ़ने पर ध्वनि का वेग 2 फु०/से० से बढ़ जाता है ।

(ग) आर्द्रता का प्रभाव— हवा में आर्द्रता बढ़ने से उसका घनत्व घट जाता है, क्योंकि जलवाष्प समान तापमान तथा दाब वाली शुद्ध हवा की अपेक्षा 0·622 गुना हलका होता है । फलस्वरूप शुष्क हवा की अपेक्षा आर्द्र हवा में ध्वनि का वेग अधिक होता है ।

मान लें, तापमान t°C तथा दाब P सें०मी० (पारे का) पर शुष्क तथा आर्द्र हवा में ध्वनि के वेग क्रमश: v तथा v_m हैं और शुष्क तथा आर्द्र हवा के घनत्व क्रमश: ρ तथा ρ_m हैं ।

मान लें, t°C पर जलवाष्प का संतृप्त दाब $= f$ सें०मी० (पारे का) है । परन्तु आर्द्र हवा का पूर्ण दाब P सें०मी० है । इसलिए शुष्क हवा का आंशिक दाब $(P-f)$ सें०मी० है ।

अब, $\rho_m = P$ सें०मी० दाब तथा t°C पर 1 घ० सें०मी० आर्द्र हवा की संहति

$= (P-f)$ सें०मी० दाब तथा t°C पर 1 घ०सें०मी० शुष्क हवा की संहति

$+ f$ सें०मी० दाब तथा t°C पर 1 घ०सें०मी० जलवाष्प की संहति (डाल्टन-नियम से)

$= P$ सें०मी० दाब तथा t°C पर $\dfrac{P-f}{P}$ घ०सें०मी० शुष्क हवा की संहति $+$ P सें०मी० दाब तथा t°C पर $\dfrac{f}{P}$ घ०सें०मी० जलवाष्प की संहति (बॉयल-नियम से)

$$= \frac{P-f}{P} \times \rho + \frac{f}{P} \times 0{\cdot}622\ \rho$$

$$=\frac{\rho}{P}\left[P-f+0{\cdot}622\,f\right]=\frac{\rho}{P}(P-0{\cdot}378\,f)$$

$$\therefore \quad \frac{\rho_m}{\rho}=\frac{P-0{\cdot}378\,f}{P}=\left(1-0{\cdot}378\frac{f}{P}\right).$$

पुन: $\quad v=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ और $\quad v_m=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_m}}$;

$$\therefore \quad \frac{v}{v_m}=\sqrt{\frac{\rho_m}{\rho}}=\sqrt{1-0{\cdot}378\frac{f}{P}}$$

या $$v=v_m\sqrt{1-0{\cdot}378\frac{f}{P}} \qquad \ldots (13).$$

इससे स्पष्ट है कि **आर्द्रता बढ़ने से ध्वनि का वेग बढ़ता है।**

(घ) हवा के वेग का प्रभाव— यदि हवा का वेग w हो और हवा ध्वनि की दिशा में बह रही हो तो ध्वनि का वेग $(v+w)$ हो जायगा। यदि हवा ध्वनि की विपरीत दिशा में बह रही हो तो ध्वनि का वेग $(v-w)$ होगा।

नीचे की सारणी में विभिन्न तापमानों पर शुष्क और आर्द्र हवा में ध्वनि का वेग दिया गया है। दाब=744 मि०मी०

ध्वनि का वेग

तापमान	v मीटर/से०	v_m मीटर/से०
0°C	331·5	331·6
10	337·6	338·1
20	343·5	344·8
30	349·3	351·5
40	354·9	359·1
50	360·7	367·2
60	366·2	376·9
70	371·6	389·8
80	377·0	408·0

5.5. गैसों के मिश्रण में ध्वनि का वेग (Veolcity of Sound in a Mixture of Gases)

यदि P और γ क्रमशः गैसों के मिश्रण के दाब और विशिष्ट ऊष्माओं के अनुपात हों, तो मिश्रण में ध्वनि का वेग

$$v=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}} \text{ होगा ।}$$

यहाँ, मिश्रण का घनत्व $\rho=\dfrac{p_1\rho_1+p_2\rho_2+p_3\rho_3+\ldots}{P}$ है, और γ का मान निम्नलिखित सम्बन्ध से मिलता है—

$$\frac{P}{\gamma-1}=\frac{p_1}{\gamma_1-1}+\frac{p_2}{\gamma_2-1}+\frac{p_3}{\gamma_3-1}+\ldots,$$

जहाँ $p_1, p_2, \ldots$ और $\gamma_1, \gamma_2, \ldots\ldots$ क्रमशः अवयव गैसों के आंशिक दाब और विशिष्ट ऊष्माओं के अनुपात हैं ।

5.6. गैस में ध्वनि का वेग और अणुओं की माध्य चाल (Velocity of Sound in a Gas and the Mean Speed of the Molecules)

गैसीय माध्यम में ध्वनि का वेग और अणुओं की माध्य चाल के बीच एक महत्त्व-पूर्ण सम्बन्ध है ।

चूंकि $v^2=\dfrac{\gamma P}{\rho}$ और गैस के गतिज-सिद्धान्त से, $\dfrac{P}{\rho}=\dfrac{1}{3}\overline{C^2}$, जहाँ $\overline{C^2}$ अणुओं का माध्यवर्ग वेग (mean square velocity) है, अतः

$$v^2=\gamma\frac{\overline{C^2}}{3}$$

या
$$v=C\sqrt{\frac{\gamma}{3}} \qquad \ldots (14)$$

जहाँ $C=\sqrt{\overline{C^2}}$ = वर्गमूल माध्यवर्ग वेग (root mean square velocity) है।

पुनः $\overline{C^2}=\dfrac{3\pi}{8}C'^2$,

जहाँ C' अणुओं की माध्य चाल है ।

C'^2 के पद में $\overline{C^2}$ का मान रखने पर

$$v = C'\sqrt{\frac{\gamma\pi}{8}} \quad .. \quad (15).$$

उपर्युक्त परिणाम से स्पष्ट है कि गैसीय माध्यम में ध्वनि का वेग अणुओं की माध्य चाल के परिमाण के क्रम का है।

चूँकि $\gamma = 1 + \frac{2}{n}$, जहाँ n गैस-अणुओं की स्वातन्त्र्य संख्या (degrees of freedom) है, इसलिए उपर्युक्त सम्बन्ध से n का मान निर्धारित किया जा सकता है।

5.7. ध्वनि के वेग का निर्धारण (Determination of Velocity of Sound)

(क) खुली हवा-विधि (Open-air method)— दूरस्थ तोप की कौंध (flash) और उसकी ध्वनि पहुँचने के बीच समयान्तर दर्ज कर शुरू में हवा में ध्वनि का वेग निर्धारित किया गया था। ध्वनि के वेग की तुलना में प्रकाश का वेग अत्यधिक होने के कारण ध्वनि-तरंग द्वारा तय की गयी दूरी में समयान्तर से भाग देने पर ध्वनि का वेग प्राप्त हो जाता है। सर्वप्रथम इटली निवासी **पेरी गासेण्डी** (Pierre Gassendi, 1592–1653) ने उपर्युक्त विधि का प्रयोग किया था। चूँकि ध्वनि का वेग हवा से प्रभावित होता है इसलिए सन् 1733 ई० में फ्रांसीसी विज्ञान अकादमी (French Academy of Science) ने दो स्थान से अन्योन्य गोलाबारी (reciprocal firing) की विधि की सिफारिश की। ध्वनि का वेग एक बार हवा की गति की दिशा में और दूसरी बार हवा की गति की विरुद्ध दिशा में होने के कारण औसत मान हवा के प्रभाव से मुक्त था। वैयक्तिक समीकरण (personal equation) जन्य त्रुटियों को दूर करने के लिए समय को लोलक घड़ी द्वारा दर्ज किया गया था।

इसके बाद औरगो (1829), ब्रँवे (1845), मार्टिन आदि ने भी बहुत-से प्रयोग किये। विभिन्न तापमान, दाब और आर्द्रता पर प्रयोग किये गये। इन सबका निष्कर्ष निम्नलिखित था—

(i) शुष्क और शान्त हवा में सामान्य तापमान और दाब पर ध्वनि का वेग 332 मीटर/से० के लगभग है।

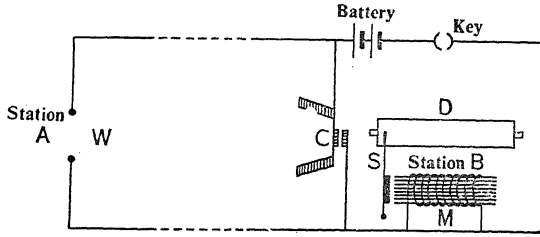
(ii) ध्वनि-वेग के मान पर वायुमंडल के दाब के परिवर्तन का कोई प्रभाव नहीं होता है।

(iii) तापमान बढ़ने से वेग बढ़ता है।

(iv) वायु की आर्द्रता बढ़ने से वेग बढ़ता है।

(v) ध्वनि-स्रोत से दूरी पर यह निर्भर नहीं करता है।

(ख) रेनो की विधि (Regnault's Method)— जब कभी प्रेक्षक समय दर्ज करता है तो अवश्य ही वैयक्तिक कारण होता है जो किंचित त्रुटि उत्पन्न करता है। इसे वैयक्तिक समीकरण कहते हैं। किसी स्थान-विशेष पर ध्वनि के पहुँचने का अंकन स्वयं ध्वनि-स्पंद द्वारा कराकर सन् 1864 ई० में रेनो ने वैयक्तिक समीकरण को पूर्णतः दूर करने का प्रयास किया। रेनो द्वारा प्रयुक्त उपकरण चित्र 32 में दिखाया गया है।

स्थान A पर स्थित तोप के नालमुख के सामने एक नाजुक तार W है जो दूसरे स्थान B पर विद्युत्-परिपथ से जुड़ा हुआ है। ज्योंही तोप दागी जाती है त्योंही तार W टूट जाती है। विद्युत्-परिपथ भंग हो जाने से विद्युत्-चुम्बक M का चुम्बकत्व नष्ट हो जाता है। फलस्वरूप घूर्णक ड्राम (कालिख पुता हुआ) D पर एक चिह्न छोड़कर स्टाइलस (stylus) S पीछे हट जाता है। जब ध्वनि B पर पहुँचती है तो यह लकड़ी के शंकु द्वारा ग्रहण की जाती है जिससे उसकी झिल्ली C कंपित हो जाती है और क्षण भर के लिए विद्युत्-परिपथ पूरा हो जाता है। फलस्वरूप M के चुम्बकित होने से स्टाइलस S पुन: आकर्षित हो जाता है और ड्राम पर दूसरा चिह्न अंकित कर देता है। दोनों चिह्नों के बीच की दूरी और ड्राम की परिभ्रमण-गति मापकर ध्वनि के W से C तक पहुँचने का समय प्राप्त हो जाता है। W और C के बीच की दूरी मापकर हवा में ध्वनि का वेग निर्धारित किया जाता है। B से A की ओर प्रयोग दुहराकर वायु के प्रभाव को दूर किया जाता है।

(चित्र 32)

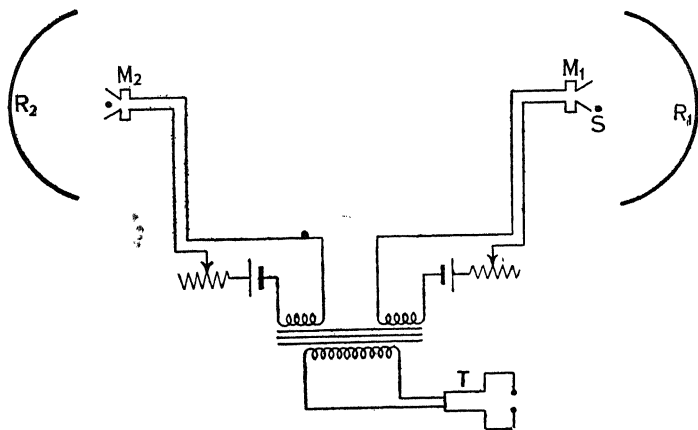
इस प्रयोग से रेनो ने यह भी दिखाया कि ध्वनि की तीव्रता के साथ ध्वनि का वेग बढ़ता है।

रेनो के प्रयोग में निम्नलिखित त्रुटियाँ हैं—

1. इतनी अधिक दूरी तक वायु, तापमान और आर्द्रता जन्य त्रुटियों को पूर्णत: नहीं हटाया जा सकता है।

2. इस प्रयोग में एक तीव्र ध्वनि की आवश्यकता होती है; किन्तु तीव्र ध्वनि का वेग सामान्य वेग से भिन्न होता है।

3. अभिलेखन साधन (recording device) में भी वैयक्तिक त्रुटि होती है जिसे पूर्णत: दूर करना असंभव है।

(ग) हेब की टेलीफोन विधि (Hebb's Telephone method)— सन् 1905 ई० में टी० सी० हेब ने प्रयोगशाला में शुद्ध रूप से ध्वनि का वेग निर्धारित किया। यह विधि व्यतिकरण सिद्धान्त पर आधारित है।

(चित्र 33)

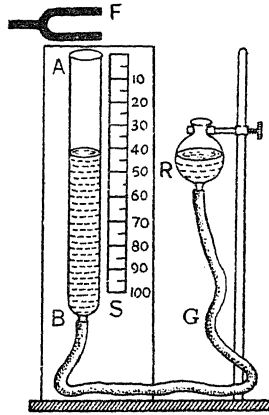
एक स्थिर परवलयज परावर्तक (paraboloidal reflector) R_1 की नाभि पर एक ध्वनि-स्रोत S रखा जाता है। छोटी तरंग-लम्बाई प्राप्त करने के लिए स्रोत अवश्य उच्चावृत्ति (high frequency) का होना चाहिए : कुछ प्रयोग में सीटी प्रयुक्त की गयी थी और कुछ में 1280 आवृत्ति का स्वरित्र। 5 फुट मुख और 15 फुट नाभि-दूरी का परावर्तक रहता है जो पैरिस-प्लास्टर (plaster of paris) का बना होता है। इसका कार्य ध्वनि-किरणावली को समान्तर बनाना है। यह समान्तर किरणावली दूसरे सदृश परावर्तक R_2 पर पड़ती है। R_2 की नाभि पर एक स्थिर माइक्रोफोन M_2 रहता है और माइक्रोफोन सहित परावर्तक को R_1R_2 रेखा के अनु खिसकाया जा सकता है। बैटरी और धारा-नियंत्रक (rheostat) से होकर M_2 दो प्राथमिक कुण्डली वाले ट्रांसफॉर्मर की एक प्राथमिक कुण्डली से जुड़ा होता है। स्रोत के निकट एक अन्य माइक्रोफोन M_1 रहता है जो स्रोत से निकली हुई ध्वनि को सीधे (directly) ग्रहण करता है। बैटरी और धारा-नियंत्रक से होकर M_1 भी ट्रांसफॉर्मर की दूसरी प्राथमिक कुण्डली से जुड़ा होता है। ट्रांसफॉर्मर की द्वितीयक कुण्डली से एक टेलीफोन ग्राहक T जुड़ा रहता है।

जब सीटी बजायी जाती है तो ध्वनि को M_1 सीधे ग्रहण करता है और M_2 उसे परावर्तक R_1 तथा R_2 से परावर्तन के बाद ग्रहण करता है। फलस्वरूप दोनों प्राथमिकों में प्रत्यावर्ती धाराएँ (alternating currents) उत्पन्न हो जाती हैं, किन्तु उनमें कलान्तर रहता है। स्पष्टत: कलान्तर दोनों ध्वनि-पथ के बीच अन्तर पर निर्भर करता है। यदि पथों का अन्तर तरंग-लम्बाई का पूर्ण सांख्यिक गुणज हो तो M_1 पर किसी क्षण यदि संपीडन पहुँचता है तो उस क्षण M_2 पर एक दूसरा संपीडन (जो

स्रोत से पहले निकल चुका था) ही पहुँचेगा। उसी प्रकार विरलन एक साथ पहुँचेंगे। इस प्रकार दोनों प्राथमिक धाराएँ समान कला में होंगी और द्वितीयक में परिणामी प्रेरित धारा महत्तम होगी। फलस्वरूप टेलीफोन T में महत्तम ध्वनि सुनाई पड़ेगी। यदि पथान्तर अर्ध तरंग-लम्बाई का विषम गुणज हो तो जिस क्षण M_1 पर संपीडन पहुँचता है उस क्षण M_2 पर विरलन पहुँचेगा और टेलीफोन T में न्यूनतम ध्वनि सुनाई पड़ेगी। अपने अक्ष के अनु M_2 सहित R_2 को खिसकाया जाता है जिससे ध्वनि-पथों में अन्तर उत्पन्न होता है। अत: टेलीफोन में बारी-बारी से महत्तम और न्यून-तम ध्वनि सुनाई पड़ती है। दोनों धारा-नियंत्रकों को समंजित कर न्यूनतम (ध्वनि) को लगभग शून्य बनाया जा सकता है। स्पष्टत: दो क्रमिक न्यूनतमों (या महत्तमों) के बीच परावर्तक R_2 द्वारा तय की गयी दूरी तरंग-लम्बाई λ के बराबर होगी। अनेक प्रेक्षण लिये जाते हैं और औसत λ का मान ज्ञात कर लिया जाता है। यदि सीटी की आवृत्ति n हो तो ध्वनि का वेग $v=n\lambda$ होगा।

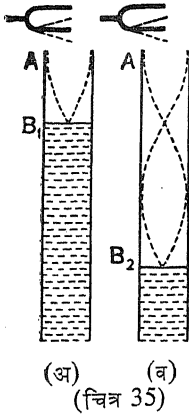
हेब ने $120\times10\times14$ घ० फु० की कोठरी में प्रयोग किया। इस कोठरी में उसने वायु, तापमान और आर्द्रता को भलीभाँति नियंत्रित रखा। 100 फु० की दूरी तय कराकर उसने करीब 200 पठन लिये। एक स्वरित्र के साथ सीटी की आवृत्ति की तुलना की गयी और मानक घड़ी (standard clock) के साथ स्वरित्र की तुलना की गयी। $0^\circ C$ पर शुष्क हवा में उसने ध्वनि का वेग 331·29 मीटर/से० पाया। हेब ने इस प्रयोग को सन् 1911 ई० में दुहराया और $0^\circ C$ पर शुष्क हवा में ध्वनि का वेग 331·44 मीटर प्रति सेकण्ड पाया।

(घ) अनुनाद-नली-विधि (Resonance Tube method)— यह एक सरल विधि है। हेब की विधि की तरह यहाँ भी वेग आवृत्ति और तरंग-लम्बाई के गुणन-फल के रूप में प्राप्त किया जाता है।

शुरू में बरतन R को ऊपर कर पानी का तल नली AB के खुले मुँह के समीप कर लिया जाता है। अब, कम्पित स्वरित्र F को नली के खुले मुँह के ऊपर इस तरह रखा जाता है कि उसकी भुजाओं को मिलाने वाली रेखा नली के अक्ष के समान्तर हो। बरतन R को धीरे-धीरे नीचे कर वायुस्तम्भ की लम्बाई इतनी कर ली जाती है कि ध्वनि तीव्रतम हो जाय, अर्थात् अनु-नाद हो जाय। वायुस्तम्भ की लम्बाई l_1 $(=AB_1)$ पैमाना S पर पढ़ ली जाती है। अनुनाद की इस प्रथम स्थिति में उत्पन्न अप्रगामी तरंग का निस्पंद पानी की सतह पर और प्रस्पंद खुले मुँह पर होगा (चित्र 35 अ)।

(चित्र 34)

अत: मूल अनुनाद के लिए

$$\frac{\lambda}{4}=l_1+x \quad .. \quad (16),$$

(अ) (ब)
(चित्र 35)

जहाँ λ तरंग लम्बाई और x नली के खुले मुँह से प्रस्पंद की दूरी है जिसे **सिरा-संशोधन** (end correction) कहते हैं।

पुन: कम्पित स्वरित्र को नली AB के खुले मुँह पर रखकर वायुस्तम्भ की लम्बाई धीरे-धीरे और बढ़ाकर इतनी कर ली जाती है कि ध्वनि पुन: तीव्रतम हो जाय। वायुस्तम्भ की लम्बाई l_2 $(=AB_2)$ पढ़ ली जाती है। अनुनाद की इस द्वितीय स्थिति में पानी की सतह पर निस्पंद और खुले मुँह पर प्रस्पंद के अतिरिक्त बीच में एक निस्पंद और एक प्रस्पंद होगा (चित्र 35 ब)।

अत: $$\frac{3\lambda}{4}= l_2+x \quad .. \quad (17).$$

समी० (16) और (17) से

$$\lambda \;=2\,(l_2-l_1) \quad .. \quad (18)$$

और $$x \;=\frac{l_2-3l_1}{2} \quad .. \quad (19).$$

अनुनाद की स्थिति में स्वरित्र की आवृत्ति n वायुस्तम्भ की आवृत्ति के बराबर होगी। अत: हवा में ध्वनि का वेग

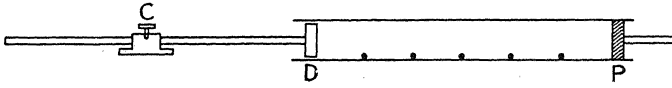
$$v=n\lambda=2n\,(l_2-l_1) \quad .. \quad (20).$$

इस प्रकार n, l_1 और l_2 ज्ञात कर हवा में ध्वनि का वेग निर्धारित किया जा सकता है। समी० (19) से सिरा-संशोधन का मान भी ज्ञात किया जा सकता है।

पुन:, यदि हवा में ध्वनि का वेग v, l_1 और l_2 ज्ञात हों तो स्वरित्र की अज्ञात आवृत्ति n का मान निर्धारित किया जा सकता है।

यह शुद्ध विधि नहीं है, क्योंकि अनुनाद बहुत तीक्ष्ण (sharp) नहीं होता है और ध्वनि का वेग संकीर्ण नली में प्राप्त किया जाता है।

(ङ) कुंड-नली विधि (Kundt's Tube method)— सन् 1868 ई० में बर्लिन के ए० कुंड ने गैस या ठोस छड़ में अनुदैर्घ्य तरंग का वेग ज्ञात करने की एक नली-विधि का वर्णन किया। इस विधि में भी नली में अप्रगामी तरंगों का उपयोग होता है। अल्पमात्रा में प्राप्त गैस या वाष्प में ध्वनि का वेग ज्ञात करने में यह विधि विशेष उपयोगी है।

इस उपकरण में लगभग 100 सें०मी० लम्बी और 4 से 5 सें०मी० व्यास की काँच की एक नली होती है जिसे **तरंग-नली** (wave tube) कहते हैं। नली का

(चित्र 36)

एक सिरा चल पिस्टन P से कसकर बन्द रहता है और दूसरा सिरा एक चकती D द्वारा ढीले रूप से बन्द रहता है। चकती से धातु या काँच की एक लम्बी छड़ दृढ़ रूप से जुड़ी रहती है जो ठीक मध्य-विन्दु C पर क्लैम्प से कसी हुई रहती है। इस छड़ को **ध्वनिकारी छड़** (sounding rod) कहते हैं। लकड़ी के आधार से जड़े V-आकार के दो टुकड़ों पर तरंग-नली टिकी रहती है।

प्रयोग करने के लिए नली से होकर गर्म हवा का झोंका प्रवाहित कर नली को भली-भाँति सुखा लिया जाता है। तब, नली में शुष्क लाइकोपोडियम चूर्ण या चूर्णित काग की थोड़ी मात्रा सम रूप से छिड़क दी जाती है। रेजिन कपड़ा (resined cloth), भींगा साँभर चर्म (chamois leather) या रबड़ द्वारा छड़ को लम्बाई के अनु रगड़ा जाता है ताकि छड़ अनुदैर्घ्य रूप से कम्पन करने लगे। चकती D आगे-पीछे कम्पन करने लगती है और नली में वायुस्तम्भ को कम्पित करती है। चकती से तरंगें चलकर पिस्टन से परावर्तित होती हैं जिससे नली में अप्रगामी तरंगें उत्पन्न हो जाती हैं। पिस्टन को समंजित किया जाता है ताकि नली में चूर्ण की गति तीव्रतम हो जाय, अर्थात् अनुनाद हो जाय। विस्थापन-प्रस्पंदों के स्थान से चूर्ण उड़कर विस्थापन-विस्पंदों के स्थान पर ढेर के रूप में जमा हो जाता है और इस प्रकार छड़ रगड़ना बन्द करने पर चूर्ण एक नियमित रूप में स्थिर हो जाता है। यह रूप प्राय: धारीदार (striated) होता है, किन्तु नियमितता स्पष्ट रहती है और क्रमिक निस्पंदों (ढेरों) के बीच की दूरी मापना कठिन नहीं होता है। इस प्रकार दो क्रमिक निस्पंदों के बीच की औसत दूरी निकाल ली जाती है।

यदि दो क्रमिक निस्पंदों के बीच की औसत दूरी l हो तो वायुस्तम्भ के अनुदैर्घ्य कम्पन की तरंग-लम्बाई $\lambda = 2l$ होगी।

यदि छड़ की कम्पनावृत्ति n हो तो वायुस्तम्भ की कम्पनावृत्ति भी n होगी, क्योंकि ये अनुनाद में हैं। अत: हवा में ध्वनि का वेग

$$v = n\lambda = n.2l \quad \quad .. \quad (21).$$

अब, छड़ के कम्पन के सरलतम ढंग (simplest mode) के लिए मध्यविन्दु पर एक निस्पंद होता है और सिरों पर प्रस्पंद होते हैं। इसलिए, यदि छड़ की लम्बाई l' हो तो छड़ में अनुदैर्घ्य कम्पन की तरंग-लम्बाई $\lambda' = 2l'$ होगी। अत: छड़ में ध्वनि का वेग

$$v' = n\lambda' = n.2l' \quad \quad .. \quad (22).$$

$$\therefore \quad \frac{v}{v'} = \frac{n.2l}{n.2l'} = \frac{l}{l'} \quad \ldots \quad (23).$$

वस्तुत: उपर्युक्त विधि एक तुलनात्मक विधि है और निम्नलिखित तरीके से प्रयुक्त की जा सकती है—

1. सम्बन्ध (23) से **हवा में ध्वनि के वेग के साथ ठोस छड़ में ध्वनि के वेग की तुलना की जा सकती है।** यदि प्रयोग के तापमान पर हवा में ध्वनि का वेग v ज्ञात हो तो **ठोस छड़ में ध्वनि का वेग** v' निर्धारित किया जा सकता है। यदि छड़ में ध्वनि का वेग ज्ञात हो तो **हवा में ध्वनि का वेग** निर्धारित किया जा सकता है।

2. यदि आवृत्ति n किसी स्वतन्त्र विधि से, यथा साइरेन या स्वरित्र के साथ सुमेल कर, निर्धारित की जा सकती हो तो सम्बन्ध (21) और (22) से **हवा और ठोस छड़ दोनों में ध्वनि का वेग निर्धारित किया जा सकता है।** तरंग-नली में हवा के बदले अन्य गैस को भरकर उस **गैस में ध्वनि का वेग** निर्धारित किया जा सकता है।

यदि छड़ के द्रव्य का यंग-मापांक Y और घनत्व ρ' ज्ञात हो तो $v' = \sqrt{\frac{Y}{\rho'}}$, ज्ञात हो जायगा। अत: $v = \frac{l}{l'}\sqrt{\frac{Y}{\rho'}}$ से **हवा या गैस में ध्वनि का वेग** निर्धारित किया जा सकता है।

3. **विभिन्न गैसों में या विभिन्न तापमान पर समान गैस में ध्वनि के वेगों की तुलना** की जा सकती है। प्रथम तरंग-नली में एक गैस भरकर प्रयोग दुहराया जाता है और दो क्रमिक निस्पंदों के बीच की औसत दूरी l_1 ज्ञात कर ली जाती है। पुन: नली में दूसरी गैस भर दी जाती है और प्रयोग दुहराकर l_2 ज्ञात कर लिया जाता है।

चूँकि दोनों गैस-स्तम्भ छड़ की आवृत्ति n के साथ कम्पन करते हैं, इसलिए

$$v_1 = n\lambda_1 = n.2l_1$$

और

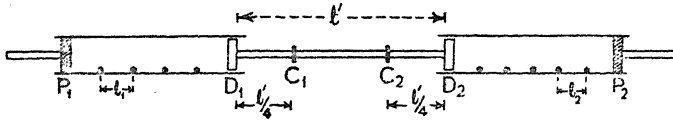
$$v_2 = n\lambda_2 = n.2l_2.$$

अत:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{l_1}{l_2} \quad \ldots \quad (24).$$

यहाँ छड़ की अचर आवृत्ति n जानने की आवश्यकता नहीं है। इस कार्य के लिए बाद में कुंड ने उपकरण का दोहरा रूप (double form) प्रयुक्त किया जिसमें एक ही छड़ दोनों तरंग-नलियों में अनुनाद कम्पन प्रेरित करती है।

छड़ C_1 और C_2 पर क्लैम्प से कसी हुई रहती है जहाँ D_1C_1 और D_2C_2 छड़ की लम्बाई की एक-चौथाई है। छड़ को बीच में लम्बाई के अनु रगड़ा जाता है। C_1 तथा C_2 पर निस्पंद और केन्द्र तथा दोनों सिरों पर प्रस्पंद के साथ छड़ अनुदैर्घ्य कम्पन

करती है। P_1 और P_2 को समंजित किया जाता है ताकि गैस-स्तम्भ अनुनाद में हो जायँ।

(चित्र 37)

ऊपर की तरह

$$\frac{v_1}{v_2}=\frac{l_1}{l_2},$$

जहाँ l_1 और l_2 क्रमश: दोनों नलियों में दो क्रमिक निस्पंदों के बीच की औसत दूरियाँ हैं।

4. गैस की विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात γ निर्धारित किया जा सकता है। γ के निर्धारण से गैस या वाष्प की परमाणुकता (atomicity) का ज्ञान होता है। सन् 1876 ई० में कुंड और वारबुर्ग (Warburg) ने पारद-वाष्प (mercury vapour) के लिए γ का मान 1·66 निर्धारित किया और प्रमाणित किया कि वाष्प **एक-परमाणुक** है। इस विधि द्वारा रैले और रैमजे (Rayleigh and Ramsey) ने आर्गन और हीलियम के लिए γ निर्धारित किया।

γ को निर्धारित करने के लिए कुंड-नली-विधि द्वारा अभीष्ट गैस में ध्वनि का वेग v ज्ञात कर लिया जाता है। तब

$$v=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}, \text{ या } \gamma=v^2\frac{\rho}{P},$$

जहाँ ρ और P, T° निरपेक्ष तापमान पर क्रमश: गैस के घनत्व और दाब हैं।

किन्तु
$$\frac{P}{\rho T}=\frac{P_0}{\rho_0 T_0},$$

जहाँ ρ_0 और P_0, $0^\circ C$ पर क्रमश: गैस के घनत्व और दाब हैं, और T_0 निरपेक्ष पैमाने पर $0^\circ C$ का संगत तापमान है।

अत:
$$\gamma=v^2.\frac{\rho_0}{P_0}.\frac{T_0}{T} \quad .. \quad (25).$$

इस प्रकार γ निर्धारित किया जा सकता है।

5. ठोस छड़ के द्रव्य का यंत्र-मापांक निर्धारित किया जा सकता है। छड़ में ध्वनि का वेग $v'=\sqrt{\frac{Y}{\rho'}}$ है। कुंड-नली-विधि द्वारा v' का मान निर्धारित कर

और छड़ के द्रव्य का घनत्व ρ′ जानकर यंग-मापांक Y ज्ञात किया जा सकता है ।

6. द्रव में ध्वनि का वेग भी निर्धारित किया जा सकता है । तरंग-नली में अभीष्ट द्रव भर दिया जाता है और लाइकोपोडियम चूर्ण के बदले लौह चूर्ण और चूर्णित बालू प्रयुक्त किया जाता है । सन् 1923 ई० में ग्रीन (Green) ने द्रवों में ध्वनि का वेग निर्धारित किया ।

5.8. विभिन्न द्रव्यों में ध्वनि का वेग (Velocity of Sound in different materials)

गैस की अपेक्षा द्रव में ध्वनि का वेग अधिक होता है और द्रव की अपेक्षा ठोस में ध्वनि का वेग अधिक होता है । विभिन्न द्रव्यों में ध्वनि का वेग नीचे की सारणी में दिया गया है ।

माध्यम	ध्वनि का वेग (मीटर/से०)		माध्यम	ध्वनि का वेग (मीटर/से०)	
हवा	331·5	0°C	इस्पात	5000	4°C
हाइड्रोजन	1286·0	,,	चाँदी	2600	,,
आक्सीजन	317·2	,,	ताँबा	3970	,,
कार्बन डायक्साइड	265·8	,,	पीतल	3650	,,
पानी	1399	4°C	रबर (मुलायम)	70	,,
अल्कोहल	1260·0	8·4°C	काँच (सोडा)	5000	,,
तारपीन	1370	4°C	काँच (फ्लिण्ट)	4000	,,
			बर्फ	3200	0°C

5.9. ध्वनि-वेग पर आयाम और आवृत्ति का प्रभाव (Effect of Amplitude and Frequency on the Velocity of Sound)

प्रयोग द्वारा रेनो ने दिखाया कि अधिक तीव्र ध्वनि सामान्य ध्वनि की अपेक्षा अधिक वेग से चलती है । कारण, अधिक तीव्र ध्वनि वायु में अधिक संपीडन उत्पन्न करती है जिससे अधिक ऊष्मा-प्रभाव और इस कारण ऊँचा तापमान उत्पन्न होता है । इसलिए ध्वनि का वेग समानुपातीय रूप से बढ़ जाता है ।

चूँकि वेग केवल माध्यम की प्रकृति γ, P और ρ पर निर्भर करता है इसलिए वेग पर ध्वनि की आवृत्ति का कोई प्रभाव नहीं होता है । किन्तु पियर्स (Pierce) ने प्रेक्षित किया कि उच्चावृत्ति के क्षेत्र में आवृत्ति के साथ वेग बढ़ता है । यह प्रेक्षण संभवत: यह बताता है कि उच्चावृत्ति की ध्वनि-तरंग के संचरण के समय माध्यम की तापीय अवस्था पूर्णत: रुद्धोष्म नहीं होती है ।

साधित उदाहरण

1. सा० ता० दा० पर हवा में ध्वनि के वेग की गणना करें। हवा में दो विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात 1·4 और सा० ता० दा० पर हवा का घनत्व 0·001293 ग्राम/घ०सें०मी० है। पारे का घनत्व = 13·6 ग्राम/घ०सें०मी० और $g=980$ सें०मी०/से०^2) (Patna 1964; Bombay '65; Agra '64, '61; Gorakhpur '63)

(Calculate the velocity of sound in air at N. T. P., the ratio of the two specific heats for air being 1·4 and the density of air at N. T. P. = 0·001293 gm./c.c. Density of mercury = 13·6 gm./c.c. and $g=980$ cm./sec.^{2})

यहाँ $P=76\times 13{\cdot}6\times 980$ डाइन/वर्ग सें०मी०,

$\gamma=1{\cdot}4$

और $\rho=0{\cdot}001293$ ग्राम/घ० सें०मी०।

अब, $$v=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

$$=\sqrt{\frac{1{\cdot}4\times 76\times 13{\cdot}6\times 980}{0{\cdot}001293}}$$

$=331{\cdot}13$ मीटर/से०।

2. हवा का औसत अणु-भार 28·8 है। यदि दो विशिष्ट उष्माओं का अनुपात 1·4 हो तो 300°A पर हवा में ध्वनि के वेग की गणना करें
($R=8{\cdot}31\times 10^7$ अर्ग/अणु/अंश) (Poona 1962)

(The mean molecular weight of air is 28·8. If the ratio of the two specific heats is 1·4, calculate the velocity of sound in air at 300°A. $R=8{\cdot}31\times 10^7$ ergs/mol./deg.)

$$v=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$$

या $$v^2=\frac{\gamma P}{\rho}=\frac{\gamma PV}{\rho V}=\frac{\gamma RT}{M}$$

$$\therefore\quad v=\sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}.$$

यहाँ $\gamma=1{\cdot}4$, $R=8{\cdot}31\times 10^7$ अर्ग/अणु/अंश,
$T=300°$A, और $M=28{\cdot}8$.

$$\therefore\quad \sqrt{\frac{1{\cdot}4\times 8{\cdot}31\times 10^7\times 300}{28{\cdot}8}}$$

$=34810$ सें०मी०/से०
$=348{\cdot}1$ मीटर/से।

3. यदि 0°C पर हाइड्रोजन में ध्वनि का वेग 4200 फु०/से० हो तो (समान तापमान पर) आयतन के सापेक्ष 7 भाग हाइड्रोजन और 8 भाग आक्सीजन के मिश्रण में वेग क्या होगा ? यह माना गया है कि दोनों गैसों के लिए दो विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात समान है। (Patna 1964 S; cf. Punjab '58)

(If the velocity of sound in hydrogen at $0°C$ is 4200 ft./sec., what will be the velocity (at the same temperature) in a mixture of 7 parts

by volume of hydrogen and 8 of oxygen, it being assumed that the ratio of the two specific heats of both gases is the same ?)

आक्सीजन का घनत्व हाइड्रोजन के घनत्व का 16 गुना होता है। अतः मिश्रण का घनत्व

$$\rho_m = \frac{7V \times 1 + 8V \times 16}{15V} = \frac{135V}{15V} = 9.$$

मान लें, 0°C पर हाइड्रोजन और मिश्रण में ध्वनि के वेग क्रमशः v_h और v_m हैं। तब

$$v_h = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_h}} \text{ और } v_m = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_m}}.$$

$$\therefore \quad \frac{v_m}{v_h} = \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_m}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

या $$v_m = v_h \times \frac{1}{3} = \frac{4200}{3} = 1400 \text{ फु०/से०।}$$

4. स्वरित्र और एक सिरे पर बन्द अनुनाद-नली से प्रयोग करता हुआ एक छात्र अनुनाद पाता है जब वायुस्तम्भ की लम्बाई 49·5 सें०मी० है। यदि हवा का तापमान 15°C हो और 0°C पर हवा में ध्वनि का वेग 33150 सें०मी०/से० हो तो स्वरित्र की आवृत्ति की गणना करें। (नली के सिरा-संशोधन को त्याज्य मानें)

(Bhagalpur 1963 S)

(A student performing an experiment with a tuning fork and a resonance tube closed at one end obtained resonance when the length of the air column was 49·5 cm. Calculate the frequency of the tuning fork if the temperature of the air was 15°C and the velocity of sound in air at 0°C is 33150 cm./sec. Neglect the end effect of the tube.)

$$\frac{v}{v_0} = \frac{T}{T_o} = \sqrt{\frac{273+15}{273}}$$

या $$v = v_0\sqrt{\frac{288}{273}} = 33150 \times \sqrt{\frac{288}{273}}$$

$$= 34049 \text{ सें०मी०/से०।}$$

अनुवाद नली के लिए

$$\frac{\lambda}{4} = 49{\cdot}5$$

या $\lambda = 198$ सें०मी०।

अब, $v = n\lambda$,

$\therefore \quad n = v/\lambda = 34049/198$

$= 172$ लगभग।

5. मध्यविन्दु पर क्लैम्प से कसी हुई धातु की एक छड़ जिसकी लम्बाई 1 मीटर और घनत्व 7·5 ग्राम/घ०सें०मी० है, 8 सें०मी० के अन्तर पर चूर्ण ढेर उत्पन्न करती है। छड़ के द्रव्य के यंग-मापांक की गणना करें। प्रयुक्त गैस में ध्वनि का वेग 400 मीटर/से० है। (Bihar 1965; cf. Patna '63 S)

(Clamped at the middle, a metal rod of length 1 metre and density 7·5 gm./c.c. gives dust-heaps at intervals of 8 cm. Calculate

Young's modulus of the material of the rod. Velosity of sound in the gas used is 400 metres/sec.)

मान लें, λ और λ' क्रमशः गैस-स्तम्भ और छड़ में तरंग-लम्बाई हैं।

चूँकि छड़ मध्यविन्दु पर क्लैम्प से कसी हुई है, इसलिए मध्यविन्दु पर निस्पंद और सिरों पर प्रस्पन्द के साथ यह कम्पन करती है। अतः

$$\frac{\lambda'}{2} = 1 \text{ मीटर} = 100 \text{ सें०मी०}।$$

पुनः, चूँकि क्रमिक ढेरों (निस्पंदों) के बीच की दूरी 8 सें०मी० है, अतः

$$\frac{\gamma'}{2} = 8 \text{ सें०मी०}।$$

$$\therefore \quad \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{100}{8} = 12{\cdot}5.$$

यदि v और v' क्रमशः गैस और छड़ में ध्वनि के वेग हों, तो

$$v = n\lambda \text{ और } v' = n\lambda',$$

जहाँ n कम्पनावृत्ति है।

$$\therefore \quad \frac{v'}{v} = \frac{\lambda'}{\lambda} = 12{\cdot}5$$

या $\quad v' = v \times 12{\cdot}5 = 40000 \times 12{\cdot}5 = 500000$ सें०मी०/से० ;

यदि छड़ के द्रव्य का घनत्व ρ' और यंग-मापांक γ हो तो

$$v' = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho'}}$$

या $\quad \gamma = \rho' \times v'^2 = 7{\cdot}5 \times (500000)^2 = 18{\cdot}75 \times 10^{11}$ डाइन/वर्ग सें०मी०।

प्रश्नावली ५

(अ)

1. विस्तरित गैसीय माध्यम में ध्वनि-तरंग के वेग का व्यंजक प्राप्त करें।

(Bihar 1962 S, '53; Patna 1961 S)

[Deduce an expression for the velocity of sound waves in an extended gaseous medium.]

2. दाब और घनत्व के पद में हवा में ध्वनि के वेग का व्यंजक प्राप्त करें। ध्वनि के वेग पर आर्द्रता के प्रभाव की विवेचना करें। (Bhagalpur 1963; Patna '64)

[Obtain an expression for the velocity of sound in air in terms of the pressure and the density. Discuss the effect of moisture on the velocity of sound.]

3. पूर्ण गैस में ध्वनि के वेग के लिए न्यूटन का सूत्र प्राप्त करें। गैस के मिश्रण में यह कैसे प्रयुक्त किया जाता है? (Bihar 1964)

by volume of hydrogen and 8 of oxygen, it being assumed that the ratio of the two specific heats of both gases is the same ?)

आक्सीजन का घनत्व हाइड्रोजन के घनत्व का 16 गुना होता है। अतः मिश्रण का घनत्व

$$\rho_m = \frac{7V \times 1 + 8V \times 16}{15V} = \frac{135V}{15V} = 9.$$

मान लें, 0°C पर हाइड्रोजन और मिश्रण में ध्वनि के वेग क्रमशः v_h और v_m हैं। तब

$$v_h = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_h}} \text{ और } v_m = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_m}}.$$

$$\therefore \quad \frac{v_m}{v_h} = \sqrt{\frac{\rho_h}{\rho_m}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

या $$v_m = v_h \times \frac{1}{3} = \frac{4200}{3} = 1400 \text{ फु०/से०।}$$

4. स्वरित्र और एक सिरे पर बन्द अनुनाद-नली से प्रयोग करता हुआ एक छात्र अनुनाद पाता है जब वायुस्तम्भ की लम्बाई 49·5 सें०मी० है। यदि हवा का तापमान 15°C हो और 0°C पर हवा में ध्वनि का वेग 33150 सें०मी०/से० हो तो स्वरित्र की आवृत्ति की गणना करें। (नली के सिरा-संशोधन को त्याज्य मानें)

(Bhagalpur 1963 S)

(A student performing an experiment with a tuning fork and a resonance tube closed at one end obtained resonance when the length of the air column was 49·5 cm. Calculate the frequency of the tuning fork if the temperature of the air was 15°C and the velocity of sound in air at 0°C is 33150 cm./sec. Neglect the end effect of the tube.)

$$\frac{v}{v_0} = \frac{T}{T_o} = \sqrt{\frac{273+15}{273}}$$

या $$v = v_0\sqrt{\frac{288}{273}} = 33150 \times \sqrt{\frac{288}{273}}$$

$$= 34049 \text{ सें०मी०/से०।}$$

अनुवाद नली के लिए

$$\frac{\lambda}{4} = 49{\cdot}5$$

या $\lambda = 198$ सें०मी०।

अब, $v = n\lambda$,

$\therefore \quad n = v/\lambda = 34049/198$

$= 172$ लगभग।

5. मध्यविन्दु पर क्लैम्प से कसी हुई धातु की एक छड़ जिसकी लम्बाई 1 मीटर और घनत्व 7·5 ग्राम/घ०सें०मी० है, 8 सें०मी० के अन्तर पर चूर्ण ढेर उत्पन्न करती है। छड़ के द्रव्य के यंग-मापांक की गणना करें। प्रयुक्त गैस में ध्वनि का वेग 400 मीटर/से० है।

(Bihar 1965; cf. Patna '63 S)

(Clamped at the middle, a metal rod of length 1 metre and density 7·5 gm./c.c. gives dust-heaps at intervals of 8 cm. Calculate

Young's modulus of the material of the rod. Velosity of sound in the gas used is 400 metres/sec.)

मान लें, λ और λ' क्रमशः गैस-स्तम्भ और छड़ में तरंग-लम्बाई हैं।

चूँकि छड़ मध्यविन्दु पर क्लैम्प से कसी हुई है, इसलिए मध्यविन्दु पर निस्पंद और सिरों पर प्रस्पन्द के साथ यह कम्पन करती है। अतः

$$\frac{\lambda'}{2} = 1 \text{ मीटर} = 100 \text{ सें॰मी॰}।$$

पुनः, चूँकि क्रमिक ढेरों (निस्पंदों) के बीच की दूरी 8 सें॰मी॰ है, अतः

$$\frac{\gamma'}{2} = 8 \text{ सें॰मी॰}।$$

$$\therefore \quad \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{100}{8} = 12 \cdot 5.$$

यदि v और v' क्रमशः गैस और छड़ में ध्वनि के वेग हों, तो

$$v = n\lambda \text{ और } v' = n\lambda',$$

जहाँ n कम्पनावृत्ति है।

$$\therefore \quad \frac{v'}{v} = \frac{\lambda'}{\lambda} = 12 \cdot 5$$

या $\qquad v' = v \times 12 \cdot 5 = 40000 \times 12 \cdot 5 = 500000$ सें॰मी॰/से॰;

यदि छड़ के द्रव्य का घनत्व ρ' और यंग-मापांक γ हो तो

$$v' = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho'}}$$

या $\qquad \gamma = \rho' \times v'^2 = 7 \cdot 5 \times (500000)^2 = 18 \cdot 75 \times 10^{11}$ डाइन/वर्ग सें॰मी॰।

प्रश्नावली ५

(अ)

1. विस्तरित गैसीय माध्यम में ध्वनि-तरंग के वेग का व्यंजक प्राप्त करें।

(Bihar 1962 S, '53; Patna 1961 S)

[Deduce an expression for the velocity of sound waves in an extended gaseous medium.]

2. दाब और घनत्व के पद में हवा में ध्वनि के वेग का व्यंजक प्राप्त करें। ध्वनि के वेग पर आर्द्रता के प्रभाव की विवेचना करें। (Bhagalpur 1963; Patna '64)

[Obtain an expression for the velocity of sound in air in terms of the pressure and the density. Discuss the effect of moisture on the velocity of sound.]

3. पूर्ण गैस में ध्वनि के वेग के लिए न्यूटन का सूत्र प्राप्त करें। गैस के मिश्रण में यह कैसे प्रयुक्त किया जाता है? (Bihar 1964)

[Derive Newton's formula for the velocity of sound in a perfect gas. How is formula applied to a mixture of gases ?]

4. हवा में ध्वनि के संचरण के वेग का व्यंजक प्राप्त करें। वेग पर दाब, तापमान और आर्द्रता के प्रभाव की विवेचना करें। (Patna 1965 S; cf. Magadh 1965 S)

[Derive an expression for the velocity of propagation of a sound wave in air. Discuss the effect of pressure, temperature and humidity on it.]

5. दिखाएँ कि पूर्ण गैस में ध्वनि-तरंग का वेग $\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$ होता है, जहाँ P दाब, ρ घनत्व और γ नियत दाब और नियत आयतन पर गैस की विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात है। आर्द्रता, तापमान और दाब पर गैस में ध्वनि का वेग कैसे निर्भर करता है ? (Bhagalpur 1965)

[Show that the velocity of sound waves in a perfect gas is given by $\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}}$, where *P* is the pressure, *P* is the density and γ the ratio of the specific heats of the gas at constant pressure and constant volume. How does the velocity of sound in gas depend on its humidity, temperature and pressure ?]

6. गैस में ध्वनि के वेग का व्यापक व्यंजक प्राप्त करें तथा न्यूटन और लाप्लास के सूत्रों की विवेचना करें। ध्वनि के वेग पर तापमान, दाब और आर्द्रता का क्या प्रभाव पड़ता है, बताएँ।
(Lucknow 1964; Jodhpur '65; Agra '66 S, '65 S; Banaras '66; Calcutta '65; Delhi '62, '60; Punjab '63 S, '62 S; Bombay '65)

[Derive a general expression for the velocity of sound in a gas and discuss the formulae due to Newton and Laplace. Find the effect of temperature, pressure and humidity on the velocity of sound.]

7. अणुओं के वर्गमूल माध्यवर्ग वेग और दो विशिष्ट ऊष्माओं के अनुपात के पद में गैस में ध्वनि-तरंग के वेग का व्यंजक प्राप्त करें। (Patna 1964)

[Obtain an expression for the velocity of sound waves in a gas in terms of the R.M.S. velocity of the molecules and the ratio of the two specific heats.]

8. धातु की छड़ में ध्वनि के वेग का व्यंजक प्राप्त करें। इस राशि को प्रायोगिक रूप से आप कैसे निर्धारित करेंगे ? व्याख्या करें। हवा में ध्वनि का वेग दिया हुआ है।
(Lucknow 1960; Nagpur '60)

[Obtain an expression for the velocity of sound in a metal rod. Explain how you would determine this quantity experimentally, being given the velocity of sound in air.]

9. खुली हवा में ध्वनि का वेग निर्धारित करने वाले रेनो के प्रयोग में क्या दोष थे ? प्रयोगशाला में वेग निर्धारित करने वाली हेब की टेलीफोन-विधि का वर्णन करें और परिणाम की विवेचना करें। (Agra 1966, '58)

[What were the defects in Regnault's experiment for determining the velocity of sound in open air ? Describe Hebb's telephone method of determining the velocity in the laboratory and discuss the results.]

10. गैस में ध्वनि के वेग का व्यंजक प्राप्त करें और दो भिन्न गैसों में ध्वनि के वेगों की तुलना करने के लिए कुंड-नली-विधि का वर्णन करें ।

(Magadh 1963; cf. Patna 1962 S, '64 S)

[Deduce an expression for the velocity of sound in a gas and describe Kundt's tube method of comparing the velocities of sound in two different gases.]

11. हवा और कार्बन डायक्साइड में ध्वनि के वेगों की तुलना करने के लिए कुंड-नली-विधि का सिद्धान्त और प्रयोग विस्तार के साथ वर्णन करें । (Bihar 1965)

[Describe with theory and experimental details, the Kundt's tube method of comparing the velocities of sound in air and carbon dioxide.]

12. कुंड-नली-प्रयोग का वर्णन करें और दिखाएँ कि इससे आप कैसे कार्बन डायक्साइड में ध्वनि का वेग ज्ञात करेंगे । (Bihar 1966 S; cf. Patna 1960 S)

[Give an account of the Kundt's tube experiment and show how it enables you to find the velocity of sound in carbon dioxide.]

13. कुंड-नली का वर्णन करें और व्याख्या करें कि (अ) गैसों में ध्वनि के वेग और (ब) ठोसों में ध्वनि के वेग की तुलना करने के लिए इसका उपयोग कैसे किया जा सकता है ।

(Bhagalpur 1963 S)

[Give an account of Kundt's tube and explain how it may be used to compare (a) the velocity of sound in gases and (b) the velocity of sound in solids.]

14. छड़ में ध्वनि का वेग निर्धारित करने के लिए कुंड-नली को आप कैसे प्रयुक्त करेंगे, आवश्यक सिद्धान्त सहित वर्णन करें । (Bihar 1963 S; Agra 1963, '58; Utkal 1952)

[Describe, with necessary theory, how you would use a Kund's tube to determine the velocity of sound in a rod.]

15. विभिन्न गैसों में ध्वनि के वेगों की तुलना के लिए कुंड-नली-विधि का आवश्यक सिद्धान्त के साथ वर्णन करें । कुंड-नली की सहायता से और क्या निर्धारित किये जा सकते हैं ?

(Agra 1966 S; Gorakhpur 1964; Punjab 1963, '60; Poona 1963)

[Describe, with necessary theory, the Kundt's tube method for comparing the velocities of sound in different gases. What other determinations can be made with the help of Kundt's tube.]

(ब)

1. दिखाएँ कि गैस में ध्वनि-तरंग का वेग $v=\sqrt{\gamma rT}$ होता है, जहाँ γ नियत दाब पर और नियत आयतन पर विशिष्ट ऊष्माओं का अनुपात है, r एक ग्राम के लिए गैस नियतांक है और T निरपेक्ष तापमान है । (Nagpur 1965)

[Show that the veloicty of sound waves in a gas is given by $v=\sqrt{\gamma rT}$, where γ is the ratio of specific heats at constant pressure and at constant volume, r is the gas constant for 1 gm. and T is the absolute temperature.]

2. बृहस्पति ग्रह को —130°C पर अमोनिया और मिथेन के मिश्रण का वायुमण्डल है। मिश्रण का γ 1·3 और अणु-भार 16·5 मानकर इस ग्रह पर ध्वनि के वेग की गणना करें। (गैस नियतांक $R=8{\cdot}3$ जूल प्रति अंश प्रति ग्राम-अणु)

(Poona 1965) [उत्तर : 305·8 मीटर/से०]

[The planet Jupiter has an atmosphere of a mixture of ammonia and methane at a temperature —130°C. Calculate the velocity of sound on this planet assuming γ for the mixture to be 1·3 and the molecular weight of the mixture as 16·5. Gas constant $R=8{\cdot}3$ Joules per degree per gm.—molecule.]

3. किस तापमान पर शुष्क हवा में ध्वनि का वेग 0°C पर अपने मान का आधा होगा ?

(Bhagalpur 1965) [उत्तर : $-204{\cdot}75$°C]

[At what temperature will the velocity of sound in dry air become half of its value at 0°C ?]

4. 100 सें०मी० लम्बाई और 8·0 ग्राम/घ०सें०मी० घनत्व की एक छड़ केन्द्र पर क्लैम्प से कसी हुई है और कुंड-नली, जिसमें हवा भरी है, से सम्बन्धित है। जब छड़ अनुदैर्घ्य रूप से रगड़ी जाती है तो प्रथम और दसवें निस्पन्दों के बीच की दूरी 135 सें०मी० है। यदि हवा में ध्वनि का वेग $3{\cdot}30\times10^4$ सें०मी०/से० हो तो छड़ के द्रव्य का यंग-मापांक निर्धारित करें।

(Bihar 1963 S) [उत्तर : $3{\cdot}87\times10^{11}$ डाइन/वर्ग सें०मी०]

[A rod 100 cm. in length and of material of density 8·0 gm./c.c. is clamped at the centre and attached to a Kundt's tube containing air. The distance between the first and the tenth node when the rod is stroked longitudinally is 135 cm. If the velocity of sound in air is $3{\cdot}30\times10^4$ cm./sec., determine Young's modulus for the material of the rod.]

5. कुंड-नली के साथ रैमजे ने पाया कि नली जब 0·001293 ग्राम/घ०सें०मी० घनत्व की हवा से भरी थी तो अर्ध तरंग-लम्बाई 3·46 सें०मी० थी और जब समान तापमान और दाब पर 0·00178 ग्राम/घ० सें०मी० घनत्व की आर्गन से भरी थी तो अर्ध तरंग-लम्बाई 3·16 सें०मी० थी। इस परिणाम से उन्होंने कैसे निष्कर्ष निकाला कि आर्गन एक-परमाणु गैस है।

(Punjab 1952)

[Ramsey found with a Kundt's tube that when it was filled with air of density 0·00129, half the wavelength was 3·46 cm. and with argon of density 0·00178 at the same temperature and pressure half the wavelength was 3·16 cm. How did he conclude from this result that argon was monatomic gas ?]

६ डॉप्लर-सिद्धान्त
(DOPPLER'S PRINCIPLE)

6.1. डाप्लर-सिद्धान्त (Doppler's Principle)

जब एक रेल-इंजन प्लैटफार्म पर खड़े एक श्रोता की ओर आता है तो उसकी सीटी की आवृत्ति बढ़ती हुई प्रतीत होती है, किन्तु जब इंजन श्रोता से दूर भागता है तो आवृत्ति घटती हुई प्रतीत होती है। जब मोटरगाड़ी पास से तेज चाल के साथ निकल जाती है तो उस समय भी ऐसा ही मालूम पड़ता है। अतः **जब स्रोत और प्रेक्षक के बीच सापेक्ष गति होती है तो आवृत्ति में आभासी परिवर्तन होता है।** सर्वप्रथम जॉन क्रिस्टियन डॉप्लर (1803-53) ने इस क्रिया (phenomenon) की व्याख्या की और यह सिद्धान्त **डॉप्लर-सिद्धान्त** कहलाता है।

जब स्रोत प्रेक्षक के निकट आता है तो स्रोत प्रेक्षक को भेजी गयी ध्वनि-तरंगों का अनुगमन करता है। फलस्वरूप, यदि स्रोत स्थिर हो तो उसकी अपेक्षा कम स्थान में तरंगें भर जाती हैं। अतः प्रेक्षक के कान पर तरंगें अपेक्षाकृत द्रुत अनुक्रमण में पहुँचती हैं और आवृत्ति बढ़ी हुई मालूम होती है। जब स्रोत प्रेक्षक से दूर हटता है तो उलटा प्रभाव होता है, अर्थात् आवृत्ति घटती हुई मालूम पड़ती है। उसी प्रकार, जब प्रेक्षक स्रोत के निकट आता है तो वह प्रति सेकण्ड तरंगों की **अधिक** संख्या ग्रहण (receive) करता है और जब प्रेक्षक स्रोत से दूर हटता है तो प्रति सेकण्ड तरंगों की **कम** संख्या ग्रहण करता है। अतः, पहली स्थिति में आवृत्ति बढ़ती हुई प्रतीत होती है और दूसरी स्थिति में आवृत्ति घटती हुई प्रतीत होती है।

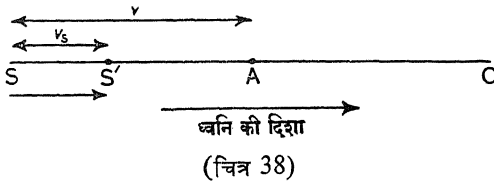
तारों के रंगों की व्याख्या करने के प्रयास में डॉप्लर ने अपना सिद्धान्त प्रतिपादित किया था। सिद्धान्त का यह प्रयोग गलत था। कारण, यद्यपि सापेक्ष गति के कारण आवृत्ति और फलस्वरूप तरंग-लम्बाई में आभासी परिवर्तन होता है, तथापि किसी भी स्थिति में स्पष्ट रंग-परिवर्तन के लिए यह पर्याप्त नहीं है। ऐसा परिवर्तन प्राप्त करने के लिए प्रकाश के वेग की तुलना में दृष्टि-रेखा पर सापेक्ष वेग उपागण्य होना चाहिए। फिर भी, स्पेक्ट्रोस्कोप की सहायता से तरंग-लम्बाई में यह परिवर्तन प्रेक्षित किया जा सकता है। सभी प्रकार की तरंग-गतियों के लिए यह सिद्धान्त सही है, किन्तु ध्वनि की स्थिति में यह विशेषकर प्रत्यक्ष होता है; क्योंकि ध्वनि के वेग की तुलना में सापेक्ष वेग उपागण्य होता है।

6.2. आभासी आवृत्ति का व्यंजक (Expression for the Apparent Frequency)

विभिन्न स्थितियों में आभासी आवृत्ति का व्यंजक निम्नलिखित ढंग से प्राप्त

किया जा सकता है—

(क) स्रोत गतिमान और प्रेक्षक स्थिर (Source in motion and observer at rest)— मान लें, प्रेक्षक O स्थिर है और ध्वनि-स्रोत S वेग v_s के साथ SO के अनु चल रहा है। मान लें, स्रोत से निकली हुई तरंगों की वास्तविक आवृत्ति n है और तरंगों का वेग v है।

(चित्र 38)

यदि स्रोत S पर स्थिर होता तो एक सेकण्ड में स्रोत से निकली हुई n तरंगें $SA=v$ दूरी में भरी होतीं। अतः वास्तविक तरंग-लम्बाई $\lambda=\frac{v}{n}$ है। किन्तु, जब तक एक सेकण्ड में पहली तरंग A पर पहुँचती है उतनी देर में स्रोत S से चलकर S' तक v_s दूरी तय कर लेता है। अतः 1 सेकण्ड में स्रोत से निकली हुई सभी n तरंगें $S'A=v-v_s$ दूरी में सीमित हो जाती हैं। फलस्वरूप तरंग-लम्बाई λ से घटकर λ_1 हो जाती है, जहाँ $\lambda_1=\frac{v-v_s}{n}$ है। चूँकि तरंगें समान वेग से चलती हैं, चाहे तरंग-लम्बाई कुछ भी हो, इसलिए ये संघनित तरंगें (condensed waves) प्रेक्षक को समान वेग v से पार करेंगी। अतः प्रेक्षक द्वारा सुनी गयी ध्वनि की आवृत्ति, अर्थात् आभासी आवृत्ति

$$n_1=\frac{v}{\lambda_1}=n\frac{v}{v-v_s} \quad .. \quad (1)$$

होगी। यदि स्रोत प्रेक्षक से दूर हटे तो v_s ऋणात्मक होगी और फलस्वरूप आभासी आवृत्ति

$$n_1=n\frac{v}{v+v_s} \quad .. \quad (2)$$

होगी। अतः जब स्रोत प्रेक्षक के निकट आता है तो आभासी आवृत्ति बढ़ती है और जब स्रोत प्रेक्षक से दूर हटता है तो आभासी आवृत्ति घटती है।

यदि हवा (माध्यम) w वेग के साथ ध्वनि की दिशा में बह रही हो तो ध्वनि-तरंगें प्रति सेकण्ड $(v+w)$ दूरी तय करेंगी, अर्थात् ध्वनि का प्रभावी वेग $(v+w)$ होगा। अतः समीकरण (1) का रूप निम्नलिखित होगा—

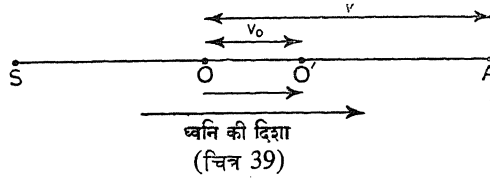
$$n_1=n\frac{v+w}{v+w-v_s} \quad .. \quad (3).$$

यदि हवा ध्वनि की विपरीत दिशा में बह रही हो तो ध्वनि का प्रभावी वेग $(v-w)$ होगा और समीकरण (1) का निम्नलिखित रूप होगा—

$$n_1=n\frac{v-w}{v-w-v_s} \qquad .. \qquad (4).$$

स्मरण रहे कि स्रोत की गति के कारण तरंग-लम्बाई बदल जाती है।

(ख) **प्रेक्षक गतिमान और स्रोत स्थिर** (Observer in motion and source at rest)— मान लें, ध्वनि-स्रोत S स्थिर है और प्रेक्षक O वेग v_0 के साथ SO के अनु चल रहा है। मान लें, स्रोत से निकली हुई तरंगों की वास्तविक आवृत्ति n है और तरंगों का वेग v है।

स्पष्टतः S और O के बीच की दूरी तरंग-लम्बाई $\lambda=\frac{v}{n}$ की तरंगों से भरी है। चूँकि ये तरंगें v वेग के साथ चल रही हैं, इसलिए कोई एक तरंग, जो तत्क्षण O पर है, एक सेकण्ड बाद A पर होगी, जहाँ $OA=v$ है। यदि प्रेक्षक O पर स्थिर होता तो O और A के बीच सभी तरंगें प्रेक्षक को 1 सेकण्ड में पार किये होतीं। चूँकि इस समयान्तर में प्रेक्षक O से चलकर O' तक v_0 दूरी तय कर लेता है, इसलिए $O'A=v-v_0$ दूरी में भरी हुई तरंगें ही प्रेक्षक को 1 सेकण्ड में पार करती हैं। प्रेक्षक की गति से तरंग-लम्बाई नहीं बदलती है। चूँकि OA में

(चित्र 39)

n तरंगें हैं इसलिए $O'A$ में $n\left(\frac{v-v_0}{v}\right)$ तरंगें हैं। अतः प्रेक्षक द्वारा प्रति सेकण्ड ग्रहण की हुई तरंगों की संख्या, अर्थात् आभासी आवृत्ति

$$n_2=n\frac{v-v_0}{v} \qquad .. \qquad (5)$$

है। यदि प्रेक्षक की गति स्रोत की ओर हो तो v_0 ऋणात्मक होगी और आभासी आवृत्ति

$$n_2=n\frac{v+v_0}{v} \qquad .. \qquad (6)$$

होगी। यदि हवा w वेग के साथ ध्वनि की दिशा में बह रही हो तो

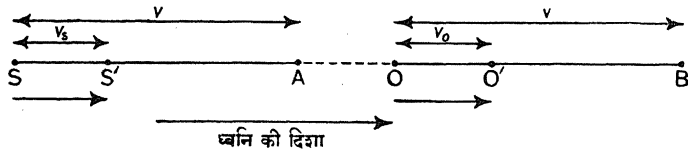
$$n_2=n\frac{v+w-v_0}{v+w} \qquad .. \qquad (7)$$

होगी। यदि हवा ध्वनि की विपरीत दिशा में बह रही हो तो

$$n_2 = n\frac{v-w-v_0}{v-w} \quad \ldots \quad (8)$$

होगी।

स्पष्ट है कि स्थिति (क) और (ख) में समान सूत्र प्राप्त नहीं होता है। स्मरण रहे कि **प्रेक्षक की गति के कारण प्रति सेकण्ड उसको पार करने वाली तरंगों की संख्या बदलती है, न कि तरंग-लम्बाई।**

(ग) स्रोत और प्रेक्षक दोनों गतिमान (Both observer and source in motion)— मान लें, ध्वनि-स्रोत S और प्रेक्षक O क्रमश: वेग v_s और v_0 के साथ ध्वनि की दिशा में चल रहे हैं। मान लें, स्रोत से निकली हुई तरंगों की वास्तविक आवृत्ति n है और तरंगों का वेग v है।

(चित्र 40)

S पर स्रोत द्वारा भेजी हुई प्रथम तरंग एक सेकण्ड में $SA=v$ दूरी तय करती है और इस समयान्तर में स्रोत v_s दूरी तय कर लेता है और S' पर पहुँच जाता है जहाँ वह n वीं तरंग भेजता है। अत: एक सेकण्ड समयान्तर में भेजी हुई n तरंगें $S'A=(v-v_s)$ दूरी में भरी रहती हैं।

अब, O पर प्रेक्षक द्वारा ग्रहण की गयी प्रथम तरंग एक सेकण्ड में $OB=v$ दूरी तय करती है और इस समयान्तर में प्रेक्षक स्वयं v_0 दूरी तय कर लेता है और O' पर पहुँच जाता है जहाँ वह अन्तिम तरंग ग्रहण करता है। अत: प्रेक्षक $O'B=(v-v_o)$ दूरी में भरी हुई तरंगों को ग्रहण करता है।

अत: प्रति सेकण्ड प्रेक्षक द्वारा ग्रहण की हुई तरंगों की संख्या, अर्थात् आभासी आवृत्ति

$$n' = n\frac{v-v_0}{v-v_s} \quad \ldots \quad (9)$$

[$\because$ $(v-v_s)$ में n तरंगें हैं]।

यदि हवा (माध्यम) w वेग के साथ ध्वनि की दिशा में बह रही हो तो ध्वनि का प्रभावी वेग $(v+w)$ होगा और आभासी आवृत्ति

$$n' = n\frac{v+w-v_0}{v+w-v_s} \quad \ldots \quad (10)$$

होगी।

यदि $v_0 = v_s$ हो, तो $n' = n$ है, **अर्थात् यदि स्रोत और प्रेक्षक के बीच सापेक्ष गति न हो तो भेजी हुई और ग्रहण की हुई आवृत्तियों में कोई अन्तर नहीं होगा।**

यदि कोई वेग SO रेखा के अनु न हो तो इस रेखा के अनु वेग का अवयव ही आवृत्ति बदलने में प्रभावकारी होगा।

6.3. डॉप्लर-सिद्धान्त की प्रायोगिक जाँच (Experimental Verification of Doppler's Principle)

सन् 1845 ई० में बालौट (Ballot) और रसेल (Russel) ने डॉप्लर-सिद्धान्त की जाँच की। कोयनिग (Koenig) ने इसकी जाँच बहुत सरल ढंग से की। उन्होंने लगभग समान आवृत्ति के दो स्वरित्र लिये जो अलग-अलग अनुनाद-बक्स पर चढ़े हुए थे। जब दोनों स्वरित्र स्थिर थे तो उनके कम्पायमान होने पर प्रति सेकण्ड 4 विस्पंदन उत्पन्न होते थे। तब, एक स्वरित्र को स्थिर रखते हुए दूसरे स्वरित्र को एक स्थिर प्रेक्षक के निकट या दूर चलाया गया जिससे प्रति सेकण्ड सुने गये विस्पंदनों की संख्या बदल गयी। प्रति सेकण्ड विस्पंदन की संख्या में परिवर्तन से आवृत्ति में आभासी परिवर्तन ज्ञात किया गया। इस प्रकार डॉप्लर-सिद्धान्त की जाँच की गयी।

6.4. डॉप्लर-सिद्धान्त के उपयोग (Applications of Doppler's Principle)

(क) तारों और ग्रहों की चाल का अनुमान लगाना— यदि तारा (प्रकाश-स्रोत) पृथ्वी पर एक प्रेक्षक की ओर आये तो प्रकाश की आवृत्ति बढ़ेगी और तरंग-लम्बाई घटेगी। यदि तारा प्रेक्षक से दूर हटे तो तरंग-लम्बाई बढ़ेगी।

स्पेक्ट्रोग्राफ की सहायता से तारा के वर्णक्रम (specrtum) का फोटोग्राफ लिया जाता है। इन वर्णक्रम-रेखाओं की तुलना प्रयोगशाला में एक तत्त्व के फोटोग्राफ द्वारा प्राप्त सदृश वर्णक्रम-रेखाओं से की जाती है। प्रेक्षित तरंग लम्बाई के अन्तर से तारे की चाल की गणना की जा सकती है।

यह सिद्धान्त **वर्णक्रम-रेखा की परिमित चौड़ाई** की व्याख्या भी करता है।

(ख) गतिमान विमान और पनडुब्बी के वेगों का अनुमान लगाना— गतिमान विमान से परावर्तित रेडार (radar) तरंगों की तरंग-लम्बाई बदल जाती है; जब विमान रेडार की ओर आता है तो तरंग-लम्बाई घट जाती है और जब विमान रेडार से दूर भागता है तो तरंग-लम्बाई बढ़ जाती है। यही बहुत गतिमान पनडुब्बी के साथ भी होती है। इन प्रेक्षणों से गतिमान विमान या पनडुब्बी के वेग का अनुमान लगाया जा सकता है।

(ग) सूर्य की घूर्णन चाल (speed of rotation) **को मापना**— इस सिद्धान्त की सहायता से सूर्य की परिमा (periphery) से आते हुए प्रकाश के वर्णक्रम से सूर्य की घूर्णन-चाल की गणना की जा सकती है।

साधित उदाहरण

टिप्पणी— आंकिक प्रश्नों को हल करने में ध्वनि की दिशा (स्रोत से प्रेक्षक की ओर) में मापे गये वेग को धनात्मक और विपरीत दिशा में मापे गये वेग को ऋणात्मक लेना चाहिए।

1. दिखाएँ कि निकट आते हुए स्रोत से स्थिर प्रेक्षक द्वारा सुने गये स्वर की आवृत्ति उस आवृत्ति से अधिक है जब समान वेग से प्रेक्षक स्थिर स्रोत के निकट आ रहा है। (Bihar 1963)

(Show that the pitch of the note heard by a stationary observer from an approaching source is higher than that heard when the observer is approaching the stationary source with the same velocity.)

जब स्रोत निकट आ रहा है तो आभासी आवृत्ति

$$n_1 = n\frac{v}{v-v_s} \text{ है,}$$

और जब प्रेक्षक निकट आ रहा है तो आभासी आवृत्ति

$$n_2 = n\frac{v+v_0}{v} \text{ है।}$$

$$\therefore \quad n_1 - n_2 = n\left(\frac{v}{v-v_s} - \frac{v+v_0}{v}\right).$$

किन्तु $v_0 = v_s$;

$$\therefore \quad n_1 - n_2 = n\left(\frac{v}{v-v_s} - \frac{v+v_s}{v}\right) = \frac{n \quad v_s^2}{v\,(v-v_s)}$$

= एक धनात्मक राशि।

अतः $n_1 > n_2$ है।

2. दो विमान एक-दूसरे के निकट आ रहे हैं और उनके वेग 100 और 150 मी० प्र० घं० हैं। दूसरे विमान के यात्री को पहले विमान द्वारा निकले हुए स्वर की आवृत्ति 1000 सुनाई पड़ती है। वास्तविक आवृत्ति की गणना करें जैसा कि उसके अपने यात्री को सुनाई पड़ती है। [ध्वनि का वेग = 170 मी० प्र० घं०]

(Magadh 1965; Punjab 1960, '56; Rajasthan 1952)

(Two aeroplanes are approaching each other and their velocities are 100 and 150 miles per hour. The frequency of a note emitted by the first as heard by the passenger in the other is 1000. Calculate the true frequency as heard by its own passengers. Velocity of sound = 750 miles per hour.)

यहाँ $n' = 1000$,
$v = 750$ मी०प्र०घं०,
$v_s = 100$ मी०प्र०घं०,
$v_0 = -150$ मी०प्र०घं० ।

यदि वास्तविक आवृत्ति n हो तो

$$n' = n \cdot \frac{v - v_0}{v - v_s}$$

या $$1000 = n \frac{750 + 150}{750 - 100}.$$

$$\therefore \quad n = \frac{1000 \times 650}{900} = 722 \cdot 2 \text{ चक्र/से० ।}$$

3. दो इंजन एक-दूसरे को विपरीत दिशाओं में पार करते हैं। एक इंजन सीटी दे रहा है जिसकी आवृत्ति 450 है। एक-दूसरे को पार करने के पहले और बाद दूसरे इंजन पर सुने गये स्वर की आवृत्तियों की गणना करें। प्रत्येक इंजन का वेग 30 मी०प्र०घं० है और ध्वनि का वेग 1144 प्र०/से० है।

(Ranchi 1965; cf. Bhagalpur 1963; Bihar 1963)

(Two engines pass each other in opposite directions, one of them blowing its whistle, the frequency of the note emitted being 450. Calculate the frequencies heard on the other engine before and after they have passed each other. Velocity of either of the engine is 30 m.p.h. and velocity of sound is 1144 ft./sec.)

$$\text{इंजन का वेग} = \frac{30 \times 88}{60} = 44 \text{ फु०/से० ।}$$

(अ) एक-दूसरे को पार करने के पहले—

यहाँ $v_s = +44$ फु०/से०,
$v_0 = -44$ फु०/से०,
$v = 1144$ फु०/से०,
$n = 450$.

$\therefore$ आभासी आवृत्ति

$$n' = n \frac{v - v_0}{v - v_s}$$

$$= 450 \times \frac{1144 + 44}{1144 - 44}$$

$$= 486 \text{ चक्र/से० ।}$$

(ब) एक-दूसरे को पार करने के बाद—

यहाँ $v_s = -44$ फु०/से०,
$v_0 = +44$ फु०/से० ।

$\therefore$ आभासी आवृत्ति

$$n' = 450 \times \frac{1144 - 44}{1144 + 44}$$

$$= 416 \cdot 6 \text{ चक्र/से० ।}$$

4. एक प्रेक्षक को 60 मी०प्र०घं० के वेग से पार करते हुए एक रेल-इंजन अपनी सीटी दे रहा है। ध्वनि का वेग 1120 फु०प्र०से० है। जब इंजन निकट आता है और पीछे हटता है तो सुने गये स्वरों के बीच अन्तराल (आवृत्तियों की निष्पत्ति) निर्धारित करें।

(Magadh 1963 S)

[A locomotive passing an observer at 60 miles an hour is sounding its whistle. The velocity of sound being 1120 ft. per sec., determine the interval (ratio of the frequencies) between the notes heard as the engine approaches and recedes.]

मान लें, वास्तविक आवृत्ति n है।

(अ) जब इंजन निकट आ रहा है—

$v_s = 60$ मी॰प्र॰घं॰,
$= 88$ फु॰प्र॰से॰,
$v = 1120$ फु॰प्र॰से॰,
$v_0 = 0.$

∴ आभासी आवृत्ति

$$n_1 = n\frac{v - v_0}{v - v_s}$$

$$= n \times \frac{1120 - 0}{1120 - 88}$$

$$= n \times \frac{1120}{1032}.$$

(ब) जब इंजन पीछे हट रहा है—

$$v_s = -88 \text{ फु॰प्र॰से॰ ।}$$

∴ आभासी आवृत्ति $n_2 = n \times \frac{1120 - 0}{1120 + 88} = n \times \frac{1120}{1208}.$

∴ अभीष्ट अन्तराल $= \frac{n_1}{n_2} = \frac{1208}{1032} = 1{\cdot}17$ (लगभग)।

5. एक आदमी रेल-लाइन के बगल में खड़ा है और जाती हुई गाड़ी की सीटी सुन रहा है। जब सीटी, जिसकी स्वाभाविक आवृत्ति 1000 चक्र प्र॰से॰ है, प्रेक्षक को पार करती है तो आवृत्ति में आभासी परिवर्तन 100 चक्र प्र॰से॰ हो जाता है। गाड़ी की चाल क्या है? (ध्वनि का वेग = 1100 फु॰प्र॰से॰) (Patna 1963)

(A man is standing beside a railway line observing the whistle of a passing train. The whistle, which has a natural frequency of 1000 cycles/sec., suffers an apparent change of frequency of 100 cycles/sec. as it passes the observer. What is the speed of the train? Velocity of sound = 1100 ft./sec.)

मान लें, गाड़ी का वेग v_s है। यहाँ प्रेक्षक स्थिर है, अर्थात् $v_0 = 0$ है। जब गाड़ी निकट आ रही है, तो v_s धनात्मक है और आभासी आवृत्ति

$$n_1 = n\frac{v - v_0}{v - v_s} = 1000 \times \frac{1100 - 0}{1100 - v_s}.$$

$$= \frac{1000 \times 1100}{1100 - v_s}.$$

जब गाड़ी प्रेक्षक को पार कर जाती है तो v_s ऋणात्मक हो जाता है और आभासी आवृत्ति

$$n_2 = \frac{1000 \times 1100}{1100 + v_s}.$$

$$\therefore \quad n_1 - n_2 = 1000 \times 1100 \left(\frac{1}{1100 - v_s} - \frac{1}{1100 - v_s} \right)$$

या $$100 = \frac{1000 \times 1100 \times 2v_s}{1100^2 - v_s^2}$$

या $$v_s^2 + 22 \times 10^3 v_s - 121 \times 10^4 = 0.$$

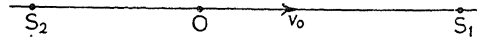
अत: $$v_s = 55 \text{ फु०प्र०से० ।}$$

6. दो समान स्रोतों को मिलाने वाली रेखा के अनु एक आदमी चल रहा है। प्रत्येक स्रोत की आवृत्ति 1000 चक्र प्र०से० है और दोनों के कम्पन समान कला में हैं। एक स्रोत से दूसरे स्रोत की ओर वह आदमी कितनी तेजी से चले कि प्रति सेकेण्ड 10 विस्पंदन सुन सके। (ध्वनि का वेग = 1120 फुट प्रति सेकेण्ड)

(Bhagalpur 1962 S; cf. Lucknow 1962)

(A man is travelling along a straight line joining two identical sources each of frequency 1000 cycles per sec. and vibrations are in phase. How fast would he move from one towards the other so that he may hear 10 beats per sec. Velocity of sound = 1120 ft. per sec.)

यदि प्रेक्षक v_0 वेग के साथ स्रोत S_1 के निकट आता हो तो S_1 से ग्रहण की गयी आवृत्ति

S_2 O v_0 S_1

(चित्र 41)

$$n_1 = n\left(\frac{v + v_0}{v}\right),$$

और S_2 से ग्रहण की गयी आवृत्ति

$$n_2 = n\left(\frac{v - v_0}{v}\right),$$ जहाँ v ध्वनि का वेग है।

$\therefore$ विस्पन्दन सुनाई पड़ेगा जिसकी आवृत्ति

$$= n_1 - n_2 = \frac{n}{v}\{(v + v_0) - (v - v_0)\}$$

$$= \frac{2nv_0}{v}.$$

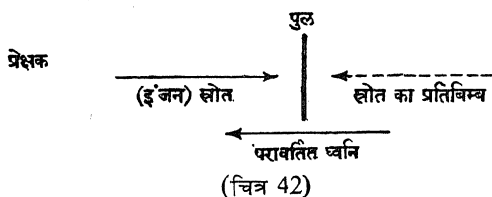
यहाँ विस्पंदन की आवृत्ति = 10, $v = 1120$ फुट/से०, और $n = 1000$;

$$\therefore \quad 10 = \frac{2 \times 1000 \times v_0}{1120}$$

या $$v_0=\frac{1120\times 10}{2\times 1000}=5\cdot 6 \text{ फुट प्रति सेकेण्ड ।}$$

7. 500 च० प्रति सेकेण्ड आवृत्ति की सीटी बजाते हुए एक इंजन 5 फुट प्रति सेकण्ड वेग के साथ एक पुल के निकट आता है। इंजन के पीछे एक स्थिर प्रेक्षक द्वारा सुने गये विस्पंदनों की आवृत्ति की गणना करें। (ध्वनि का वेग=1100 फुट प्रति सेकेण्ड)।

(An engine approaches a bridge at 5 ft. per sec. while sounding a whistle of frequency 500 c.p.s. The sound is reflected from the bridge. Calculate the frequency of the beats heard by a stationary observer behind the engine. Velocity of sound = 1100 ft. per sec.)

(चित्र 42)

प्रेक्षक द्वारा सीधे ग्रहण की गयी ध्वनि की आवृत्ति

$$n_1=n\frac{v}{v+v_s}$$

$$=500\times\frac{1100}{1100+5}.$$

इंजन का प्रतिबिम्ब प्रेक्षक की ओर 5 फुट प्रति सेकण्ड वेग के साथ आ रहा है, अतः परावर्तन द्वारा ग्रहण की गयी ध्वनि की आवृत्ति

$$n_2=n\frac{v}{v-v_s}=500\times\frac{1100}{1100-5}.$$

$$\therefore\quad \text{विस्पंदन की आवृत्ति}=n_2-n_1=500\times 1100\left(\frac{1}{1095}-\frac{1}{1105}\right)$$

$$=\frac{500\times 1100\times 10}{1095\times 1105}=4\cdot 55 \text{ प्रति से० ।}$$

प्रश्नावली ६

(अ)

1. डॉप्लर-प्रभाव का वर्णन करें। स्रोत और माध्यम की गतियों के कारण स्वर की आवृत्ति में हुए परिवर्तन का व्यंजक प्राप्त करें जब प्रेक्षक स्थिर है। (Ranchi 1965)

[Describe Doppler's effect. Derive an expression for change in frequency of a note due to the motions of the source and medium when the observer is stationary.]

2. डॉप्लर-सिद्धान्त की व्याख्या करें। एक ध्वनिकारी वस्तु की आवृत्ति में हुए आभासी परिवर्तन के व्यंजक प्राप्त करें (अ) जब वस्तु एक स्थिर प्रेक्षक के निकट आती है और (ब) जब वस्तु एक स्थिर प्रेक्षक से पीछे हटती है। (Ranchi 1963 S)

[Explain Doppler's Principle. Deduce expressions for the apparent change in the frequency of a sounding body (a) when it approaches and (b) it recedes from a stationary observer.]

3. डॉप्लर-प्रभाव से क्या समझते हैं, व्याख्या करें। जब एक प्रेक्षक एक स्थिर स्रोत के निकट आ रहा है या उससे दूर जा रहा है तो इस प्रभाव का व्यंजक प्राप्त करें।

(Patna 1963)

[Explain what is meant by Doppler's effect and obtain an expression for it when an observer is moving towards or away from a fixed source.]

4. (अ) जब एक स्रोत एक निश्चित वेग के साथ एक स्थिर श्रोता के निकट आता है, और (ब) जब एक श्रोता समान वेग के साथ एक स्थिर स्रोत के निकट आता है, तो एक स्वर की आभासी आवृत्ति के व्यंजक प्राप्त करें। इन दोनों स्थितियों में क्या कोई अन्तर है ?

(Patna 1964)

[Derive expressions for the apparent frequency of a note (i) when the source approaches the listner at rest with a certain velocity, (ii) when the listner approaches the source at rest with the same velocity. Is there any difference between the two cases ?]

5. डॉप्लर-सिद्धान्त की व्याख्या करें। प्रथम सिद्धान्त से एक स्वर की आवृत्ति में परिवर्तन का व्यंजक प्राप्त करें जब स्रोत और प्रेक्षक दोनों गतिमान हैं।

(Magadh 1965, '63 S; Bihar 1961, '63)

[Explain Doppler's principle. Derive from first principles an expression for the change in frequency of a note when both the source and the observer are in motion.]

6. डॉप्लर-सिद्धान्त की व्याख्या करें। प्रेक्षक, स्रोत और माध्यम की सापेक्ष गतियों के कारण एक स्वर की तारता में हुए आभासी परिवर्तन का व्यंजक प्राप्त करें।

(Bhagalpur 1963; Bihar 1964 S; Agra 1963, '62; Allahabad 1962; Delhi 1960, '57; Punjab 1965, '60; Banaras 1966; Rajasthan 1952)

[Explain Doppler's principle. Derive an expression for the apparent change in pitch of a note due to relative motions of the observer, source and the medium.]

7. डॉप्लर-सिद्धान्त के कुछ उपयोगों का उल्लेख करें। (Agra 1961)

[Mention some of the applications of Doppler's principle.]

(ब)

1. एक स्टेशन पर एक सीटी बजायी जाती है जिसकी आवृत्ति 1000 कम्पन प्र० से० है। 60 मी० प्र० घं० की दर से स्टेशन के निकट आती हुई गाड़ी पर प्रेक्षक के लिए आभासी तारता क्या होगी ? ध्वनि का वेग 1100 फुट प्रति सेकेण्ड है।

(Ranchi 1963 S; Bihar 1954) [उत्तर : 1080 कम्पन/से०]

[A whistle is blown giving 1000 vibrations per second at a station. What will be its apparent pitch to an observer on a train approaching the station at the rate of 60 miles per hour ? The velocity of sound is 1100 ft. per sec.]

2. दोनों स्टेशन A और B पर एक-एक साइरेन बज रहा है जिनकी आवृत्ति 250 च० प्र० से० पर नियत है। एक साइकिल-सवार 7·5 मी० प्र० घं० वेग के साथ A से सीधे B की ओर बढ़ता है और प्रति सेकण्ड 5 विस्पंदन सुनता है। ध्वनि का वेग ज्ञात करें।

(Patna 1948) [उत्तर : 1100 फु०/से०]

[At each of two stations A and B, a siren is sounding with a constant frequency of 250 cycles per second. A cyclist starting from A proceeds straight towards B with a velocity of 7·5 miles per hour and hears 5 beats per second. Calculate the velocity of sound.]

3. सीटी बजाते हुए दो रेल-इंजन 54 किलोमीटर प्रति घंटा की दर से आसन्न रेल-पथों पर विपरीत दिशाओं में चल रहे हैं। यदि हवा में ध्वनि का वेग 330 मीटर प्रति सेकेण्ड हो तो एक-दूसरे को पार करने के पहले और बाद एक इंजन के ड्राइवर द्वारा सुने गये स्वर की आवृत्तियों की तुलना करें। (Patna 1964) [उत्तर : 1·2]

[Two locomotives blowing their whistles, are moving along adjacent tracks at a rate of 54 kilometres per hour, in opposite directions. If the velocity of sound in air be 330 metres per sec., compare the frequencies of the note as heard by the driver of one of the engine before and after crossing each other.]

4. एक दिन जब थर्मामीटर का पठन 15°C है, एक रेल-इंजन की सीटी, जो 2200 तरंग/से० भेज रही है, आपकी ओर 60 मी०/घं० की दर से चली आ रही है। आप जो ध्वनि सुनते हैं उसकी आवृत्ति क्या है ? (0°C पर ध्वनि का वेग = 333 मीटर/से०)

(Lucknow 1963) [उत्तर : 2170]

[A locomotive whistle emitting 2000 waves/sec. is moving towards you at the rate of 60 miles/hour on a day when the thermometer stands at 15°C. What is the frequency of the sound that you hear ? Velocity of sound at 0°C = 333 metres/sec.]

5. 128 आवृत्ति की सीटी बजाते हुए एक इंजन 45 मी०प्र०घं० वेग के साथ एक पहाड़ी की ओर चलता है। पहाड़ी से स्पष्ट प्रतिध्वनि सुनाई पड़ती है। ड्राइवर द्वारा सुनी गयी प्रतिध्वनि की आवृत्ति की गणना करें। (हवा में ध्वनि का वेग = 1122 फुट प्रति सेकेण्ड)

(Vikram 1964; Agra 1963) [उत्तर : 144]

[An engine, blowing a whistle of frequency 128, moves with a velocity of 45 miles per hour towards a hill from which a defined echo is heard. Calculate the frequency of echo heard by the driver. Velocity of sound in air = 1122 ft./sec.]

डोरियों के कम्पन
(VIBRATIONS OF STRINGS)

7.1. डोरियों के कम्पन (Vibrations of Strings)

सभी कम्पायमान वस्तुओं में डोरी सबसे महत्त्वपूर्ण है। प्रारम्भिक काल से ही यह सुस्वर ध्वनि-स्रोत के रूप में प्रयुक्त होती आयी है और आज भी अनेक वाद्यों, यथा पिआनो फॉर्ट (piano forte), वायलिन, सितार और इसराज, का यह आवश्यक अंग है। लॉर्ड रैले के शब्दों में 'ध्वानिकी की डोरी दो आबद्ध विन्दुओं के बीच खिंची हुई ठोस द्रव्य की पूर्णत: एकरूप और नम्य तन्तु (filament) है।" अत: आदर्श डोरी पूर्णत: एकरूप, प्रति इकाई लम्बाई नियत संहति, और पूर्णत: नम्य, अर्थात् नगण्य दुर्नम्यता (stiffness) की होती है।

डोरियों में अनुदैर्घ्य और अनुप्रस्थ दोनों प्रकार के कम्पन उत्पन्न किये जा सकते हैं। तनी हुई डोरी को लम्बाई के अनु साँभर चमड़े अथवा भींगे हुए फलालेन के टुकड़े से रगड़कर उसमें अनुदैर्घ्य कम्पन उत्पन्न किये जा सकते हैं। तनी हुई डोरी पर गज चलाकर, हलके हथौड़े से चोट देकर या समकोणिक दिशा में अँगुली से कर्षित (pluck) कर उसमें अनुप्रस्थ कम्पन उत्पन्न किये जा सकते हैं। जब तनी हुई डोरी को एक ओर खींचकर छोड़ दिया जाता है तो वह अपनी सीधी अवस्था में आने की चेष्टा करती है, किन्तु जड़ता के कारण दूसरी ओर चली जाती है। इस प्रकार डोरी कम्पन करने लगती है। धीरे-धीरे कम्पन का आयाम (amplitude) घटता जाता है और अन्त में शून्य हो जाता है। कम्पन के लिए आवश्यक प्रत्यानयन बल (restoring force) डोरी के तनाव से मिलता है।

7.2 अनुप्रस्थ कम्पन में तरंगों का परावर्तन (Reflection of Waves in Transverse Vibration)

मान लें, बायीं से दायीं ओर डोरी पर चलती हुई तरंग एक आबद्ध आधार (fixed support) से मिलती है और आधार से यह शृंग (crest) के रूप में मिलती है। डोरी का सिरा आधार पर एक बल लगायेगा और उसे बल की दिशा में चलाने की चेष्टा करेगा। तब, न्यूटन के तृतीय गति-नियम के अनुसार, डोरी पर आधार एक बराबर और विपक्षी बल लगायेगा जिससे उच्छलन (rebound) होता है और दायीं से बायीं ओर विपक्षी स्पंदनों का चलना शुरू हो जाता है। इस प्रकार, **आबद्ध सिरे से परावर्तन रूपपरिवर्तन के साथ होता है,** अर्थात् शृंग का परावर्तन द्रोणी (trough) के रूप में और द्रोणी का परावर्तन शृंग के रूप में होता है। स्मरण रहे

कि अनुदैर्घ्य ध्वनि-तरंगों की तरह अनुप्रस्थ जल-तरंगों में दृढ़ दीवार से टकराने वाला श्रृंग, श्रृंग हो परावर्तित होगा और द्रोणी, द्रोणी हो परावर्तित होगी।

7.3. डोरी में अप्रगामी तरंगें (Stationary Waves in a String)

जब तनी हुई डोरी एक ओर कर्षित की जाती है तो डोरी पर एक निश्चित वेग के साथ तरंग चलती है। अनुप्रस्थ तरंगें दोनों सिरे तक जायँगी और इन सिरों से परावर्तित होंगी। यदि डोरी पर प्रथम श्रृंग भेजा जाय तो आबद्ध सिरे से परावर्तन के बाद यह द्रोणी के रूप में लौटेगा। ये परावर्तित तरंग डोरी के केन्द्र पर एक-दूसरे से मिलती हैं और सिरे तक चली जाती हैं जहाँ से ये पुनः परावर्तित होती हैं और यह क्रिया जारी रहती है। डोरी पर समान वेग किन्तु विपरीत दिशाओं में चलने वाली ये सीधी और परावर्तित तरंगें अध्यारोपित होकर अनुप्रस्थ अप्रगामी तरंगों की रचना करती हैं जिनमें निस्पंदों (nodes) और प्रस्पंदों (antinodes) के स्थान निश्चित होते हैं।

विश्लेषणात्मक विवेचन (Analytical discussion)— मान लें, एक प्रगामी तरंग

$$y_i = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \qquad \ldots (1)$$

x-अक्ष की धनात्मक दिशा में चल रही है। x-अक्ष का स्थान डोरी का मध्यमान स्थान (mean position) है। मान लें, x-अक्ष का मूल विन्दु (origin) डोरी के एक सिरा A पर है और दूसरा सिरा B, $x=l$ पर है। चूँकि B सिरा आबद्ध (fixed) है इसलिए वहाँ t समय पर आपतित तरंग के कारण विस्थापन

$$y_i = a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - l)$$

अवश्य ही एक बराबर और विपक्षी विस्थापन से निष्फल होता है। फलस्वरूप B पर परावर्तित तरंग उत्पन्न होती है जिसका $x=l$ पर t समय पर विस्थापन

$$y_r = -a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - l) \text{ है।}$$

यदि इस परावर्तित तरंग का नया मूल विन्दु B पर लें और B से A की ओर दूरी x' द्वारा निरूपित करें, तो परावर्तित तरंग का समीकरण

$$y_r = -a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt - l + x') \text{ होगा।}$$

चूँकि $x = l + x'$, इसलिए $x' = x - l$.

$$\therefore\ y_r = -a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt + x - 2l) \qquad \ldots (2).$$

यह परावर्तित तरंग का समीकरण है जब मूल विन्दु A पर है। आपतित और परावर्तित तरंगों के अध्यारोपणजन्य परिणामी तरंग का समीकरण

$$y=y_i+y_r=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)-a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt+x-2l)$$

या
$$y=2a\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-l)\,\sin\frac{2\pi}{\lambda}(l-x) \quad \ldots \quad (3)$$ है।

चूँकि सिरा A भी आबद्ध है, इसलिए $x=0$ पर विस्थापन y सदैव शून्य होगा। अत:

$$\sin\frac{2\pi}{\lambda}l=0, \text{ या } \frac{2\pi}{\lambda}\,l=r\pi \quad \ldots \quad (4)$$

है, जहाँ r एक पूर्ण संख्या (integer) है।

समी० (3) में $\frac{2\pi}{\lambda}$ का यह मान रखने पर

$$y=2a\cos\frac{r\pi}{l}(vt-l)\sin\frac{r\pi}{l}(l-x)$$

$$=-2a\cos\frac{r\pi vt}{l}\sin\frac{r\pi x}{l}$$

या
$$y=A_r\cos r\,\frac{\pi vt}{l}\sin r\frac{\pi x}{l} \quad \ldots \quad (5),$$

जहाँ $A_r=-2a$ है।

समी० (5) डोरी पर विपरीत दिशाओं में चलने वाली आपतित और परावर्तित तरंग, जिनकी तरंग-लम्बाई $\lambda=\frac{2l}{r}$ है, की परिणामी तरंग का समीकरण है।

स्पष्टत:, यदि $r=1$ हो तो $\lambda=2l$ और फलस्वरूप आवृत्ति (frequency) $n_1=\frac{v}{\lambda}=\frac{v}{2l}$ होगी। साथ ही विस्थापन $y_1=A_1\cos\frac{\pi vt}{l}\sin\frac{\pi x}{l}$ होगा जिसका मान $x=\frac{l}{2}$ पर महत्तम और $x=0$ तथा $x=l$ पर न्यूनतम (शून्य) है। इससे पता चलता है कि डोरी के मध्यबिन्दु पर प्रस्पंद और प्रत्येक सिरे पर निस्पंद है।

$r=2$ के लिए $\lambda=\frac{2l}{2}$, $n_2=\frac{v}{l}$, और विस्थापन $y_2=A_2\cos\frac{2\pi vt}{l}\sin\frac{2\pi x}{l}$

है। $x=\frac{l}{2}$ पर विस्थापन सदैव शून्य है, अर्थात् डोरी के मध्यविन्दु पर सदैव निस्पंद है।

उसी प्रकार, $r=3$ के लिए $\lambda=\frac{2l}{3}$, $n_3=\frac{3v}{2l}$, और विस्थापन

$y_3=A_3\cos\frac{3\pi vt}{l}\sin\frac{3\pi x}{l}$ है। अत: $x=\frac{l}{3}$ और $x=\frac{2l}{3}$ पर निस्पंद हैं।

अत: स्पष्ट है कि **निस्पंद और प्रस्पंद के स्थान डोरी के कम्पित करने के ढंग (mode) पर निर्भर करते हैं। जिस विन्दु पर डोरी उत्तेजित (excited) की जाती है उस विन्दु पर सदैव प्रस्पंद होता है और वे सभी अवयव (components) नहीं होते हैं जिनके निस्पंद उस विन्दु पर होते हैं।** यह कम्पायमान डोरी के लिए व्यापक नियम (general rule) है। उदाहरणस्वरूप, मध्यविन्दु पर कर्षित डोरी में सभी सम अवयव (even components) अनुपस्थित होते हैं।

स्पष्टत:, r वें ढंग के कम्पन के लिए डोरी में $(r-1)$ निस्पंद होते हैं और

आवृत्ति $n_r=\frac{rv}{2l}$ होती है। अत:

$$n_1 : n_2 : n_3 \ldots . = 1 : 2 : 3 : \ldots .$$

अर्थात्, डोरी के विभिन्न ढंग की कम्पनावृत्तियाँ n_1, n_2, n_3 आदि प्राकृतिक संख्या 1, 2, 3,. . . .के समानुपाती होती हैं।

जब $r=2$ है, उस स्थिति में डोरी पर $x_1=\frac{l}{2}-\delta$ और $x_2=\frac{l}{2}+\delta$ दो विन्दु चुनें। तब x_1 पर विस्थापन

$$y_1=A_2\cos\frac{2\pi vt}{l}\sin\frac{2\pi\delta}{l}$$

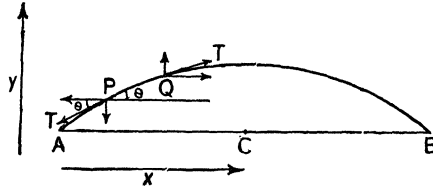
है; और x_2 पर विस्थापन

$$y_2=-A_2\cos\frac{2\pi vt}{l}\sin\frac{2\pi\delta}{l}$$

है। इससे पता चलता है कि **निस्पंद-विन्दु के दोनों ओर विस्थापन विपरीत दिशाओं में होते हैं।**

7.4. तनी हुई डोरी पर अनुप्रस्थ तरंग का वेग (Velocity of Transverse Waves along a stretched string)

जब एक तनाव द्वारा डोरी खिंची हुई रहती है और उसके एक निश्चित भाग को पार्श्विक रूप से विस्थापित कर दिया जाता है तो डोरी में अनुप्रस्थ तरंगें उत्पन्न हो जाती हैं। ये अनुप्रस्थ तरंगें डोरी पर एक वेग से चलती हैं जो डोरी के तनाव और रैखिक घनत्व (linear density) पर निर्भर करता है।

मान लें, A तथा B सिरे पर आबद्ध डोरी नियत तनाव T द्वारा x-अक्ष के अनु खिंची हुई है। मान लें, बाद में डोरी y-अक्ष के अनु पार्श्विक रूप से विस्थापित की जाती है और कम्पन करते समय किसी क्षण उसकी स्थिति $APQB$ है। विस्थापन छोटा मान लिया गया है ताकि रेखा AB के साथ डोरी का झुकाव कम हो। चूँकि डोरी पूर्णत: नम्य है, इसलिए तनाव T पूरी डोरी में समान होगा। परन्तु, प्रत्येक विन्दु पर तनाव स्पर्शरेखीय रूप से लगता है, अत: एक विन्दु से दूसरे विन्दु पर इसका झुकाव बदलेगा।

(चित्र 43)

मान लें, PQ डोरी का एक अण्वंश (element) है जिसकी लम्बाई δs है। स्पष्टत: P और Q पर लगने वाले बल तनाव हैं जो T के बराबर और P तथा Q पर खींची गयी स्पर्शरेखाओं की दिशाओं में हैं, जैसाकि चित्र 43 में दिखाया गया है। यदि x-अक्ष के साथ PQ का झुकाव कोण θ हो तो P पर तनाव T निम्नलिखित अवयवों के समतुल्य है—

x-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में $T\cos\theta = T$,

और y-अक्ष की ऋणात्मक दिशा में $T\sin\theta = T\tan\theta = T\dfrac{dy}{dx}$

[$\because$ θ बहुत छोटा है]।

चूँकि पहला अवयव x से स्वतंत्र है इसलिए Q पर तनाव T का x-अक्ष की दिशा में अवयव T होगा और y-अक्ष की दिशा में दूसरा अवयव निम्नलिखित रूप से प्राप्त किया जा सकता है—

चूँकि P पर y-अवयव $T\dfrac{dy}{dx}$ है, इसलिए x-अक्ष के अनु y-अवयव के परिवर्तन

की दर $\frac{d}{dx}\left(T\frac{dy}{dx}\right)=T\frac{d^2y}{dx^2}$ है। अतः P और Q के बीच y-अवयव का परिवर्तन $=T\frac{d^2y}{dx^2}.\delta x$ है, जहाँ δx, x-अक्ष पर PQ का प्रक्षेप (projection) है। चूँकि θ बहुत छोटा है, इसलिए $\delta x=PQ=\delta s$ है।

अतः Q पर तनाव का y-अवयव$=T\frac{dy}{dx}+T\frac{d^2y}{dx^2}.\delta s.$

x-अक्ष के अनु P और Q पर बल एक-दूसरे को निष्फल करते हैं, क्योंकि वे मान में बराबर और दिशा में विपरीत हैं। अतः PQ पर परिणामी बल

$$=\left(T\frac{dy}{dx}+T\frac{d^2y}{dx^2}\delta s\right)-T\frac{dy}{dx}=T\frac{d^2y}{dx^2}\delta s$$

है, जो y-अक्ष की धनात्मक दिशा में लगता है। यह डोरी की δs लम्बाई पर चालक बल प्रदान करता है। यदि डोरी की प्रति इकाई लम्बाई की संहति, अर्थात् रैखिक घनत्व m हो तो अण्वंश δs की संहति $m\delta s$ होगी। अतः, न्यूटन के द्वितीय गति-नियम से, इस अण्वंश पर लगता हुआ बल$=m\delta s.\frac{d^2y}{dt^2}$ है, जहाँ $\frac{d^2y}{dt^2}$ तात्कालिक त्वरण है।

$$\therefore\quad T\frac{d^2y}{dx^2}.\delta s=m\,\delta s.\frac{d^2y}{dt^2}$$

या

$$\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{T}{m}\frac{d^2y}{dx^2}\qquad ..\quad (6).$$

यह कम्पायमान डोरी की गति का अवकल-समीकरण (differential equation) है। तरंग-गति का अवकल-समीकरण

$$\frac{d^2y}{dt^2}=v^2\frac{d^2y}{dx^2}$$

से तुलना करने पर

$$v=\sqrt{\frac{T}{m}}\qquad ..\quad (7).$$

यह डोरी पर अनुप्रस्थ तरंग का वेग देता है। अतः डोरी पर अनुप्रस्थ तरंग का वेग डोरी के तनाव (T) और रैखिक घनत्व (m) के अनुपात के वर्गमूल के बराबर होता है।

7.5. डोरी में अनुदैर्घ्य और अनुप्रस्थ तरंगों के सापेक्ष वेग (Relative Velocities of Longitudinal and Transverse Waves in a string)

समी० (7) से तार पर अनुप्रस्थ तरंग का वेग

$$v_t=\sqrt{\frac{T}{m}}=\sqrt{\frac{T}{a\rho}},$$

जहाँ a और ρ क्रमश: तार के अनुप्रस्थ-काट के क्षेत्रफल और तार के द्रव्य के घनत्व हैं।

पुन:, उसी तार पर अनुदैर्घ्य तरंग का वेग

$$v_l=\sqrt{\frac{Y}{\rho}}=\sqrt{\frac{Ya}{a\rho}},$$

जहाँ Y तार के द्रव्य का यंग-मापांक है। यदि $v_l=v_t$ हो तो $T=Ya$, या $Y=\frac{T}{a}$ होगा, अर्थात् यंग-मापांक=प्रति इकाई क्षेत्रफल पर लगा हुआ तनाव =अनुदैर्घ्य प्रतिबल होगा।

किन्तु, $$Y=\frac{\text{अनुदैर्घ्य प्रतिबल (Long stress)}}{\text{अनुदैर्घ्य विकृति (Long. strain)}}$$

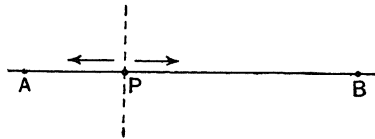
इसलिए, यदि $v_l=v_t$ है तो विकृति 1 होनी चाहिए। किसी भी तार की इतनी असामान्य ऊँची प्रत्यास्थता-सीमा (elastic limit) नहीं होती है। फलस्वरूप v_l और v_t बराबर नहीं हो सकते। चूँकि विकृति सदैव 1 से कम होती है, इसलिए

$Y>\frac{T}{a}$, या $Ya>T$ है। **अत: v_t से v_l बड़ा होता है।**

7.6. डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन की आवृत्ति (Frequency of Transverse Vibration of a String)

A और B सिरे पर आबद्ध डोरी जब P विन्दु पर कर्षित की जाती है तो PA और PB के अनु अनुप्रस्थ तरंगें चलने लगती हैं। PA के अनु चलती हुई तरंग A से परावर्तित होकर B तक जाती है जहाँ से पुन: परावर्तित होकर P को लौट आती है, और इस प्रकार तरंग डोरी की दूनी लम्बाई तय करती है। PB के अनु चलती हुई तरंग P पर

(चित्र 44)

उसी क्षण पहुँचती है। यदि ये तरंगें उस क्षण P पर उत्पन्न नयी तरंग की कला में

रचना होगी। स्पष्टतः, इसके लिए तरंगों द्वारा डोरी की दूनी लम्बाई तय करने में लगा समय कम्पन-काल (period of vibration) का पूर्ण सांख्यिक गुणज होना चाहिए। अर्थात्,

$$\frac{2l}{v}=pT \quad .. \quad (8),$$

जहाँ l डोरी की लम्बाई, v तरंग का वेग, T आवर्तकाल और p एक पूर्ण संख्या 1, 2, 3,.. .. ..है।

किन्तु
$$vT=\lambda \quad .. \quad (9),$$

जहाँ λ तरंग-लम्बाई है;

$$\therefore \quad \lambda=\frac{2l}{p} \quad .. \quad (10).$$

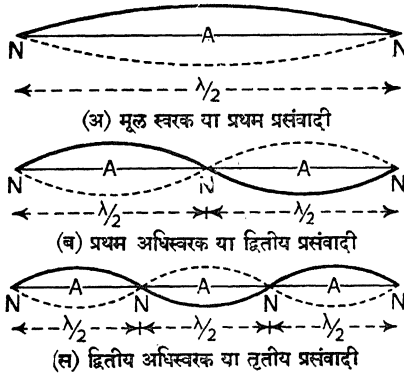
यह सम्बन्ध डोरी में उत्पन्न अप्रगामी तरंगों की सम्भव तरंग-लम्बाइयाँ देता है। यदि n कम्पनावृत्ति हो, तो

$$n=\frac{v}{\lambda}=\frac{p}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad .. \quad (11),$$

जहाँ T और m क्रमशः डोरी के तनाव और रैखिक घनत्व हैं।

(अ) मूल स्वरक या प्रथम प्रसंवादी

(ब) प्रथम अधिस्वरक या द्वितीय प्रसंवादी

(स) द्वितीय अधिस्वरक या तृतीय प्रसंवादी

(चित्र 45)

इस प्रकार p के भिन्न-भिन्न मानों के संगत भिन्न-भिन्न आवृत्तियाँ संभव हैं।

यदि $p=1$ हो तो $\lambda=2l$ होगी। तब, डोरी **एक पाश** (loop) में कम्पन करेगी और सिरों पर निस्पंद तथा केन्द्र पर प्रस्पंद होंगे (चित्र 45 अ)। इस स्थिति में डोरी से निकला हुआ स्वरक निम्नतम आवृत्ति का होता है जिसे **मूल स्वरक** (fundamental tone) कहते हैं। इसकी आवृत्ति

$$n_1=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad .. \quad (12) \text{ है।}$$

सुरमापी तार की कम्पनावृत्ति के लिए यह सामान्य सूत्र है।

यदि $p=2$ हो तो $\lambda=\frac{2l}{2}=l$ होगी। तब, डोरी **दो पाशों** में कम्पन करेगी और

इसमें तीन निस्पंद और दो प्रस्पंद होंगे (चित्र 45 ब)। इस स्थिति में उत्पादित स्वरक **प्रथम अधिस्वरक** (first overtone) कहलाता है जिसकी आवृत्ति

$$n_2=\frac{2}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \qquad .. \quad (13) \text{ है।}$$

यदि $p=3$ हो तो $\lambda=\frac{2l}{3}$ होगी। तब, डोरी **तीन पाशों** में कम्पन करेगी और इसमें चार निस्पंद और तीन प्रस्पंद होंगे (चित्र 45 स)। इस स्थिति में उत्पादित स्वरक **द्वितीय अधिस्वरक** कहलाता है जिसकी आवृत्ति

$$n_3=\frac{3}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \qquad .. \quad (14) \text{ है।}$$

अतः $n_1 : n_2 : n_3 : \ \ldots\ldots = 1 : 2 : 3 : \ldots\ldots$। अर्थात्, **आवृत्तियाँ प्रसंवादी श्रेणी** (harmonic series) **बनाती हैं।** अत: ये स्वरक प्रसंवादी (harmonics) कहलाते हैं। इसलिए, मूल स्वरक प्रथम प्रसंवादी है, प्रथम अधिस्वरक द्वितीय प्रसंवादी है, द्वितीय अधिस्वरक तृतीय प्रसंवादी है, आदि।

जब कर्षित कर डोरी में अनुप्रस्थ कम्पन उत्पन्न किया जाता है तो डोरी मुख्यत: एक पाश में कम्पन करती है, किन्तु कम्पन के अन्य ढंग (modes) भी सीमित विस्तार में उपस्थित रहते हैं। इस प्रकार, उत्पन्न ध्वनि मूल स्वरक और अधिस्वरकों का सम्मिश्रण रहती है। यदि डोरी किसी विशेष विन्दु पर अवमंदित अर्थात् अँगुलि से स्पर्श कर दी जाती है तो कम्पन का वह ढंग प्रबल हो जाता है जिसका उस विन्दु पर निस्पंद होता है। उदाहरणस्वरूप, जब तनी हुई डोरी को मध्यविन्दु पर कर्षित किया जाता है तो डोरी एक पाश में कम्पन करती है और मूलस्वरक निकलता है। यह कम्पन का सबसे सरल ढंग है। जब तनी हुई डोरी के एक सिरे से एक-चौथाई लम्बाई पर स्थित विन्दु पर डोरी को कर्षित किया जाता है और मध्यविन्दु पर अँगुली से स्पर्श कर दिया जाता है तो डोरी दो पाशों में कम्पन करती है और उससे प्रथम अधिस्वरक निकलता है। उसी प्रकार, जब तनी हुई डोरी को एक-तिहाई पर पकड़ा जाता है और छोटे खण्ड के मध्यविन्दु पर कर्षित किया जाता है तो डोरी तीन पाशों में कम्पन करती है और उससे द्वितीय अधिस्वरक निकलता है। इसी प्रकार अन्य ऊँचे अधिस्वरक उत्पन्न किये जा सकते हैं।

वाद्यों से निकली हुई ध्वनियों में मूलस्वरक के अतिरिक्त अन्य ऊँचे अधिस्वरक भी उपस्थित रहते हैं। ऐसी ध्वनि को **स्वर** (note) कहते हैं।

7.7. तनी हुई डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियम (Laws of Transverse Vibration of a stretched string)

जब तनी हुई डोरी को केन्द्र पर कर्षित किया जाता है तो उससे मूलस्वरक निकलता है जिसकी आवृत्ति

$$n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad \ldots \quad (15)$$

है। यदि डोरी के द्रव्य का घनत्व ρ और डोरी का व्यास d हो तो

$$m=\pi\left(\frac{d}{2}\right)^2\times 1\times\rho=\frac{\pi d^2\rho}{4} \quad \ldots \quad (16).$$

समीकरण (15) में m का मान रखने पर

$$n=\frac{1}{2l}\cdot\frac{2}{d}\sqrt{\frac{T}{\pi\rho}}=\frac{1}{ld}\sqrt{\frac{T}{\pi\rho}} \quad \ldots \quad (17).$$

समीकरण (15) और (17) से तनी हुई डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियम प्राप्त होते हैं जिसे प्राय: **मरसेन के नियम** (Mersenne's laws) कहते हैं।

1. लम्बाई का नियम— तनाव नियत होने पर किसी डोरी से उत्पादित स्वरक की आवृत्ति उसकी लम्बाई के उत्क्रमानुपाती होती है। अर्थात्,

$n\propto\frac{1}{l}$, जब T और m नियतांक हैं।

2. तनाव का नियम— लम्बाई नियत होने पर किसी डोरी से उत्पादित स्वरक की आवृत्ति उसके तनाव के वर्गमूल के समानुपाती होती है। अर्थात्,

$n\propto\sqrt{T}$, जब l और m नियतांक हैं।

3. संहति का नियम— लम्बाई और तनाव नियत होने पर किसी डोरी से उत्पादित स्वरक की आवृत्ति उसकी प्रति इकाई लम्बाई की संहति के वर्गमूल के उत्क्रमानुपाती होती है। अर्थात्,

$n\propto\frac{1}{\sqrt{m}}$, जब l और T नियतांक हैं।

संहति के नियम को दो उपनियमों में बाँटा जा सकता है—

(अ) व्यास का नियम— लम्बाई, तनाव और घनत्व नियत होने पर किसी डोरी से उत्पादित स्वरक की आवृत्ति उसके व्यास के उत्क्रमानुपाती होती है। अर्थात्,

$n\propto\frac{1}{d}$, जब l, T और ρ नियतांक हैं।

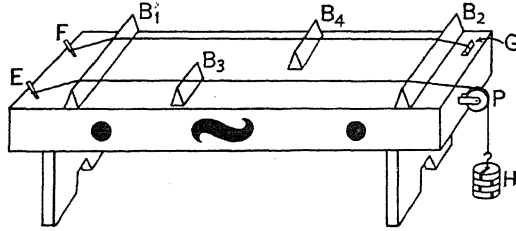
(ब) घनत्व का नियम— लम्बाई, तनाव और व्यास नियत होने पर किसी डोरी से उत्पादित स्वरक की आवृत्ति उसके द्रव्य के घनत्व के वर्गमूल के उत्क्रमानुपाती होती है। अर्थात्,

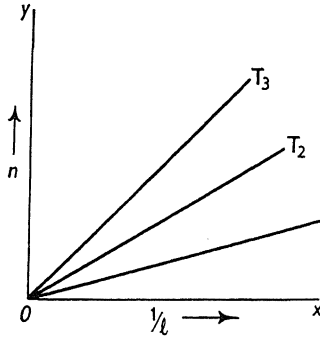
$$n \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}, \text{ जब } l, T \text{ और } d \text{ नियतांक हैं ।}$$

7.8. तनी हुई डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियमों की प्रायोगिक जाँच (Experimental verification of the Laws of Transverse vibration of a stretched string)

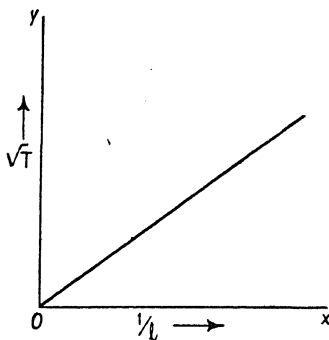
सुरमापी (sonometer) द्वारा उपर्युक्त नियमों की प्रायोगिक जाँच आसानी से की जा सकती है ।

(चित्र 46)

सुरमापी में लगभग एक मीटर लम्बा धातु का एक पतला तार लकड़ी के एक खोखले बक्स, जिसे ध्वनिकारी पटरी (sounding board) कहते हैं, पर रखे हुए दो स्थिर सेतु (bridges) B_1 और B_2 के ऊपर खिंचा हुआ रहता है । तार का एक सिरा खूँटी E से बँधा रहता है और दूसरा सिरा घिरनी P के ऊपर से जाता हुआ नीचे लटका रहता है जिससे एक लटकन H बँधा रहता है । लटकन पर बाट रखकर तार पर इच्छित तनाव लगाया जा सकता है । यह तार **प्रायोगिक तार** (experimental wire) कहलाता है । B_1 और B_2 के ऊपर एक दूसरा तार भी खिंचा हुआ रहता है जिसके सिरे खूँटी F और G से बँधे रहते हैं । यह तार **सहायक तार** (auxiliary wire) कहलाता है । प्रत्येक तार के नीचे एक-एक चल सेतु (B_3, B_4) रहता है जिसे खिसकाकर तार की भिन्न-भिन्न लम्बाई ली जा सकती है । जब B_1 और B_3 के बीच प्रायोगिक तार को कर्षित किया जाता है तो इन दो सेतुओं के बीच इसकी लम्बाई में अनुप्रस्थ अप्रगामी कम्पन उत्पन्न हो जाते हैं । सेतुओं के सहारे ये कम्पन ध्वनिकारी पटरी को संचारित हो जाते हैं । ध्वनिकारी पटरी की काफी बड़ी कम्पायमान सतह होने के कारण यह अधिक आयतन की वायु को कम्पित करती है जिससे तीव्र ध्वनि सुनाई पड़ती है ।

1. लम्बाई के नियम की जाँच—लटकन पर कुछ बाट रखकर प्रायोगिक तार पर एक उपयुक्त नियत तनाव लगा दिया जाता है । ज्ञात आवृत्ति n के एक स्वरित्र को कम्पित कर ध्वनिकारी पटरी पर खड़ा कर दिया जाता है और B_1 तथा B_3 के बीच प्रायोगिक तार को कर्षित कर कम्पित किया जाता है । सेतु B_3 को समंजित किया जाता है ताकि स्वरित्र और तार से निकली हुई ध्वनियाँ लगभग एक हो जायँ । तब विस्पंदन (beats) सुनाई पड़ेंगे । अब, तार की लम्बाई को थोड़ा समंजित कर दोनों

ध्वनियों को स्वरमेल (unison) में लाया जाता है।* उस समय विस्पंदन विलीन हो जाता है। B_1 और B_3 के बीच तार की लम्बाई l माप ली जाती है। भिन्न-भिन्न आवृत्तियों के स्वरित्र के साथ उपर्युक्त लम्बाई निर्धारित की जाती है। तब, $\frac{1}{l}$ के विरुद्ध n का एक लेखाचित्र अंकित किया जाता है जो मूल विन्दु से जाती हुई सरल रेखा पाया जाता है। अत: $n \propto \frac{1}{l}$.

(चित्र 47)

विभिन्न नियत तनाव के लिए भी प्रयोग दुहराया जाता है। प्रत्येक स्थिति में मूल विन्दु से जाती हुई सरल रेखा प्राप्त होती है।

2. तनाव के नियम की जाँच— इसके लिए दोनों तार प्रयुक्त होते हैं। लटकन पर कुछ बाट रखकर प्रायोगिक तार पर तनाव T [(लटकन की संहति + लटकन पर की संहति) × गुरुत्वजनित त्वरण] लगा दिया जाता है। सेतु B_1 और B_3 के बीच प्रायोगिक तार की कुछ लम्बाई ले ली जाती है। अब, सेतु B_4 को आगे-पीछे खिसकाकर सहायक तार, जिसका तनाव नियत रहता है, की लम्बाई $l\ (=B_1B_4)$ इस तरह समंजित की जाती है कि दोनों तार को कम्पित करने से उत्पादित ध्वनियाँ स्वरमेल में हों। तनाव T और लम्बाई l माप ली जाती है। प्रायोगिक तार पर तनाव बदलकर सहायक तार की लम्बाई उपर्युक्त ढंग से निर्धारित कर ली जाती है। यह क्रिया कई बार दुहरायी जाती है।

प्रायोगिक तार के प्रत्येक तनाव (T) के लिए उसकी आवृत्ति (n) सहायक तार की आवृत्ति के बराबर है जो उसकी लम्बाई (l) के उत्क्रमानुपाती है। अत: n सदैव $\frac{1}{l}$ के समानुपाती है। जब $\frac{1}{l}$ और $\sqrt{T}$ के बीच एक लेखाचित्र अंकित किया जाता है तो मूलविन्दु से जाती हुई एक सरल रेखा प्राप्त

(चित्र 48)

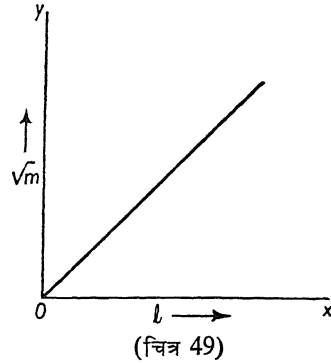
*स्वरमेल की जाँच निम्नलिखित विधि से भी की जा सकती है—

∧ आकार का कागज का एक सवार (rider) B_1 तथा B_3 के बीच तार पर रख दिया

होती है। इससे प्रमाणित होता है कि $n \propto \sqrt{T}$।

3. संहति के नियम की जाँच— इसके लिए भिन्न-भिन्न व्यास और द्रव्य के कई तार लिये जाते हैं। उन्हें बारी-बारी से प्रायोगिक तार की जगह व्यवहृत किया जाता है और उनकी लम्बाइयाँ तथा तनाव सदैव नियत रखे जाते हैं। प्रत्येक स्थिति में, सहायक तार की लम्बाई l समंजित की जाती है ताकि प्रायोगिक और सहायक तारों से निकली हुई ध्वनियाँ स्वरमेल में हों। अत: प्रायोगिक तार की आवृत्ति n सहायक तार की लम्बाई l के उत्क्रमानुपाती है। अब, प्रत्येक प्रायोगिक तार की इकाई लम्बाई की संहति m ज्ञात कर ली जाती है।

यदि $\frac{1}{l} \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$ या $l \propto \sqrt{m}$ दिखा दिया जाय तो प्रायोगिक तार के लिए संहति का नियम $n \propto \frac{1}{\sqrt{m}}$ प्रमाणित हो जाता है। इसके लिए l और $\sqrt{m}$ के बीच एक लेखाचित्र अंकित किया जाता है जो मूलविन्दु से जाती हुई सरल रेखा पाया जाता है। अत: संहति के नियम की जाँच हो जाती है।

(चित्र 49)

(अ) व्यास के नियम की जाँच— इसके लिए समान द्रव्य के भिन्न-भिन्न व्यास के कई तार लिये जाते हैं। उन्हें बारी-बारी से प्रायोगिक तार की जगह व्यवहार कर उपर्युक्त विधि (संहति के नियम की जाँच की विधि) से प्रयोग दुहराया जाता है। स्क्रूगेज से प्रत्येक प्रायोगिक तार का व्यास d माप लिया जाता है।

यदि सहायक तार की लम्बाई l प्रायोगिक तार के व्यास के समानुपाती दिखा दी जाय तो प्रायोगिक तार के लिए व्यास का नियम $n \propto \frac{1}{d}$ प्रमाणित हो जाता है। इसके लिए l और d के बीच एक लेखाचित्र अंकित किया जाता है जो मूलविन्दु से जाती हुई सरल रेखा पाया जाता है। इससे व्यास के नियम की जाँच हो जाती है।

(ब) घनत्व के नियम की जाँच— इसके लिए समान व्यास के भिन्न-भिन्न द्रव्य के कई तार लिये जाते हैं। उन्हें बारी-बारी से प्रायोगिक तार की जगह व्यवहृत

जाता है और कम्पायमान स्वरित्र को ध्वनिकारी पटरी पर धीरे से खड़ा कर दिया जाता है। समानुकम्पन से तार कम्पन करने लगता है और जब स्वरमेल होता है तो तार के कम्पन का आयाम महत्तम होता है जिससे सवार फेंका जाता है। यहाँ तार को कर्षित करने की आवश्यकता नहीं है; मात्र सेतु B_3 को समंजित करना है।

कर उपर्युक्त विधि से प्रयोग दुहराया जाता है। प्रत्येक प्रायोगिक तार का घनत्व ज्ञात कर लिया जाता है।

यदि सहायक तार की लम्बाई l प्रायोगिक तार के द्रव्य के घनत्व ρ के वर्गमूल के समानुपाती दिखा दी जाय तो प्रायोगिक तार के लिए घनत्व का नियम $n \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$ प्रमाणित हो जाता है। इसके लिए l और $\sqrt{\rho}$ के बीच एक लेखाचित्र अंकित किया जाता है जो मूलविन्दु से जाती हुई सरल रेखा पाया जाता है। इससे घनत्व के नियम की जाँच हो जाती है।

टिप्पणी— इस प्रयोग से यह भी पता लगाया जा सकता है कि दो तार समान द्रव्य के हैं या नहीं।

7.9. सुरमापी द्वारा स्वरित्र की कम्पनावृत्ति का निर्धारण (Determination of Frequency of a Tuning Fork by Sonometer)

सुरमापी के लटकन पर कुछ बाट रखकर प्रायोगिक तार पर उपयुक्त नियत तनाव लगा दिया जाता है। सेतु B_3 को आगे-पीछे खिसकाकर प्रायोगिक तार की लम्बाई $(=B_1B_3)$ इस तरह समंजित की जाती है कि कम्पायमान स्वरित्र और तार से उत्पादित ध्वनियाँ स्वरमेल में हों। तार की लम्बाई l सें०मी० और तनाव T डाइन माप लिये जाते हैं। ज्ञात लम्बाई का प्रायोगिक तार तौलकर रैखिक घनत्व m ग्राम/सें०मी० निर्धारित कर लिया जाता है। सम्बन्ध $n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}$ से आवृत्ति n ज्ञात कर ली जाती है। चूँकि स्वरित्र और प्रायोगिक तार स्वरमेल में हैं, इसलिए स्वरित्र की आवृत्ति n के बराबर है। इस प्रकार भिन्न-भिन्न तनाव देकर प्रयोग को दुहराया जाता है और स्वरित्र की औसत आवृत्ति ज्ञात कर ली जाती है।

त्रुटि के उद्गम (Sources of Error)— त्रुटि के तीन प्रमुख उद्गम हैं—

1. तार की दुर्नम्यता (Stiffness of the wire)— उपर्युक्त सूत्र प्राप्त करने में यह माना गया है कि तार पूर्णतः नम्य है, अर्थात् वंकन (bending) पर यह कोई प्रतिरोध नहीं डालता है। किन्तु वास्तविक तार वंकन पर कुछ प्रतिरोध डालता है। अतः तार पर लगता हुआ प्रत्यानयन बल (restring force) मात्र तनाव पर निर्भर नहीं करता है बल्कि तार के वंकनजन्य प्रत्यास्थ बल पर भी निर्भर करता है। इस प्रकार कुल प्रत्यानयन बल बढ़ जाता है और मूल स्वरक तथा अधिस्वरकों की आवृत्तियाँ बढ़ जाती हैं। जितना ऊँचा अधिस्वरक होता है उतना ही अधिक आवृत्ति होती है। फलस्वरूप, मूलस्वरक और अधिस्वरक प्रसंवादी श्रेणी नहीं बनाते हैं। इस स्थिति में

$$n=\frac{p}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}\left(1+\frac{\pi^3 r^4 p^2 E}{8l^2 T}\right)} \quad .. \quad (18),$$

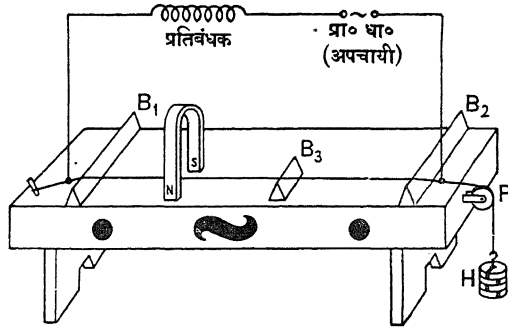
जहाँ p पाशों की संख्या, r त्रिज्या और E प्रत्यास्थता-गुणांक है ।

2. सेतुओं का पराभवन (Yielding of the Bridges)— सुरमापी के तार को अवलम्बित करने वाले सेतु पूर्णतः दृढ़ (rigid) नहीं होते हैं, बल्कि अपने सिरे पर पराभवित हो जाते हैं । फलस्वरूप तार की आवृत्ति बदल जाती है ।

3. घिरनी में घर्षण (Friction in the Pulley)— घिरनी के घर्षण के कारण लगे हुए तनाव का मान कुछ कम हो जाता है । फलस्वरूप तार की आवृत्ति घट जाती है ।

7.10. सुरमापी द्वारा प्रत्यावर्ती धारा-स्रोत की आवृत्ति का निर्धारण (Determination of Frequency of an A. C. Source by Sonometer)

(क) जब सुरमापी तार अचुम्बकीय पदार्थ (non-magnetic material) **का है** —नियत तनाव के अधीन सुरमापी तार तना हुआ रखा जाता है और ध्वनिकारी पटरी के बीच एक स्थायी नाल-चुम्बक इस तरह रखा जाता है कि तार चुम्बक के ध्रुवों के बीच से गुजरे और चुम्बक समकोणिक रहे । अवरोही ट्रांसफॉर्मर (stepdown transformer) की सहायता से मुख्य स्रोत की प्रत्यावर्ती धारा को लगभग 10 वोल्ट का बना दिया जाता है और तब उसे तार से प्रवाहित किया जाता है । परिपथ में प्रतिबंधी कुंडली (choke coil) जोड़कर धारा की सामर्थ्य भी घटा दी जाती है ताकि तार कम गर्म हो ।

फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम से, तार पर ऊर्ध्वाधर दिशा में यांत्रिक बल लगता है । चूँकि धारा प्रत्यावर्ती है इसलिए एक अर्ध-चक्र के लिए बल ऊर्ध्वाधरतः ऊपर की ओर और बाद के अर्ध-चक्र के लिए बल ऊर्ध्वाधरतः नीचे की ओर लगेगा । इस प्रकार तार पर प्रत्यावर्ती धारा की समान आवृत्ति का एक आवर्त बल (periodic force) लगता है । फलस्वरूप धारा की आवृत्ति के साथ तार प्रेरित कम्पन (forced vibration) करने लगता है ।

(चित्र 50)

किन्तु तार की स्वाभाविक आवृत्ति

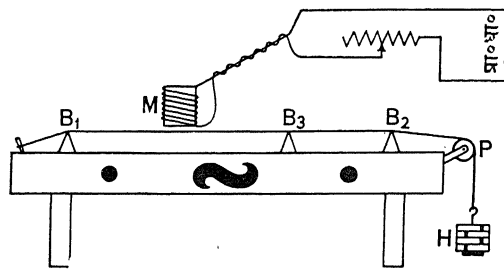
$$n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}},$$

जहाँ l, सेतु B_1 और B_3 के बीच तार की लम्बाई है, m तार की प्रति इकाई लम्ब संहति और T तार पर लगा हुआ तनाव है ।

तार की लम्बाई इस प्रकार समंजित की जाती है कि तार की स्वाभावि आवृत्ति धारा की आवृत्ति के समान हो जाय । तब तार महत्तम आयाम के सा कम्पन करने लगेगा । इस स्थिति में, प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति

$$f=n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}} \quad .. \quad (19$$

होगी । इस प्रकार प्रत्यावर्ती धारा की आवृत्ति ज्ञात की जा सकती है ।

(ख) जब सुरमापी तार चुम्बकीय पदार्थ (magnetic material) **का है**— ज सुरमापी तार चुम्बकीय पदाथ यथा लोहे का, होता है त स्थायी नाल-चुम्बक के स्थान पर विद्युत्-चुम्बक M प्रयुत किया जाता है जिससे प्रत्या-वर्ती धारा प्रवाहित की जाती है ।

(चित्र 51)

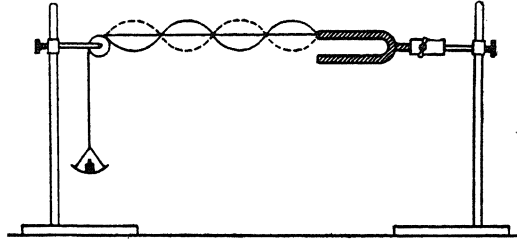
इस स्थिति में, धार की दुगुनी आवृत्ति के साथ तार कम्पन करता है । कारण, यदि धारा की आवृत्ति f है तो यह महत्तम मान पर प्रति सेकण्ड $2f$ बार पहुँचेगी । फलतः विद्युत्-चुम्बक तार को प्रति सेकण्ड 2 बार महत्तम बल से आकर्षित करेगा । इन समयान्तरों के बीच तार अपनी प्रत्यास्थत के कारण विद्युत्-चुम्बक से दूर झूलेगा । अतः तार $2f$ आवृत्ति के साथ कम्पन करेगा ।

7.11. मेल्डी का प्रयोग (Melde's Experiment)

सन् 1859 ई० में एफ० मेल्डी ने एक बहुत सरल और शिक्षाप्रद प्रयोग क आविष्कार किया जो डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियमों की जाँच तो करता ही है, साथ ही डोरी में अप्रगामी तरंगों की रचना को बड़े ही सुन्दर ढंग से प्रदर्शित करत है । यहाँ डोरी के एक सिरे को स्वरित्र की एक भुजा से बाँधा जाता है और दूसरे सिरे पर भार लादकर डोरी को तना हुआ रखा जाता है । स्वरित्र का कम्पन प्रायः विद्युत्पोषित (electrically maintained) रहता है । प्रयोग को दो विधि से किया जा सकता है ।

(क) अनुप्रस्थ विधि (Transverse method)— इस प्रबन्ध में लगभग एक मीटर लम्बी डोरी का एक सिरा दृढ़तापूर्वक कसे हुए स्वरित्र की एक भुजा से इस

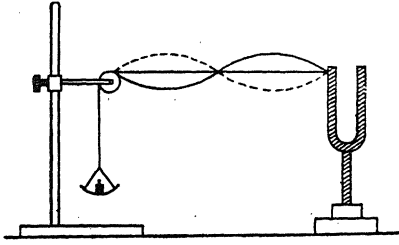
तरह बँधा रहता है कि स्वरित्र डोरी के लम्बाई के समकोणिक कम्पन कर सके। डोरी का दूसरा सिरा एक घर्षणमुक्त घिरनी पर से होकर जाता हुआ नीचे लटका रहता है जिससे हलका पलड़ा बाँध दिया जाता है। पलड़े पर बाट रखकर डोरी पर इच्छित तनाव लगाया जा सकता है।

जब स्वरित्र को कम्पित किया जाता है तो स्वरित्र डोरी में प्रगामी तरंगों की एक अविच्छिन्न शृंखला भेजता है जो दोनों सिरों से क्रमश: परावर्तित होती हैं। इस प्रकार डोरी के किसी विन्दु पर विपरीत दिशाओं में चलने वाली एक जैसी दो तरंगे अध्यारोपित होती हैं जिससे अप्रगामी तरंगें उत्पन्न हो जाती हैं। जब तनी हुई डोरी की स्वाभाविक आवृत्ति का संपात स्वरित्र की आवृत्ति से होता है तो अनुनाद होता है जिससे डोरी के अनुप्रस्थ अप्रगामी कम्पन का आयाम महत्तम हो जाता है। फलस्वरूप निस्पंदों और प्रस्पंदों के स्थान स्पष्ट हो जाते हैं। डोरी को लम्बाई और तनाव समंजित कर अनुनाद प्राप्त किया जाता है। अब स्वरित्र से घिरनी तक डोरी की लम्बाई l माप ली जाती है और डोरी में बने हुए पाशों की संख्या p गिन ली जाती है। यदि तनाव T_p और डोरी की प्रति इकाई लम्बाई संहति m हो तो डोरी की कम्पनावृत्ति

(चित्र 52)

$$n=\frac{p}{2l}\sqrt{\frac{T_p}{m}} \qquad .. \qquad (20)$$

होगी। जितने समय में स्वरित्र एक कम्पन पूरा करता है उतने समय में डोरी एक कम्पन पूरा कर लेती है। अत: डोरी की आवृत्ति स्वरित्र की आवृत्ति के बराबर है। गणनालब्ध आवृत्ति स्वरित्र की आवृत्ति के बराबर पायी जाती है। अत: डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियम सही हैं।

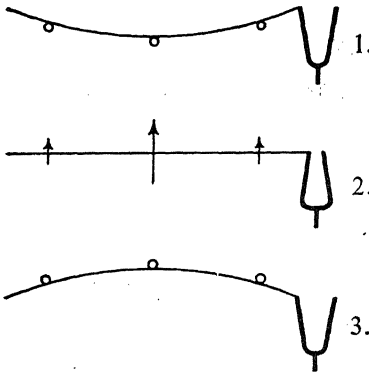
सम्बन्ध (20) से, दी गयी आवृत्ति के लिए पाश की लम्बाई (l/p), तनाव के वर्गमूल $(\sqrt{T_p})$ के समानुपाती है। इसलिए, यदि तनाव को अपने पूर्वमान का एक-चौथाई कर दिया जाय तो पाश की लम्बाई अपने पूर्वमान की आधी हो जायगी।

(ख) अनुदैर्घ्य विधि (Longitudinal method)— इस प्रबन्ध में डोरी का एक सिरा स्वरित्र की एक भुजा से इस तरह बाँधा जाता है कि स्वरित्र डोरी की लम्बाई के अनु कम्पन कर सके। यह व्यवस्था चित्र 53 में दिखायी गयी है।

(चित्र 53)

ऊपर ही की तरह प्रयोग किया जाता है। यहाँ भी अनुनाद की स्थिति में बहुत से नियमित निस्पंद और प्रस्पंद बनते हैं। अतः डोरी की कम्पनावृत्ति

$$n' = \frac{p}{2l}\sqrt{\frac{T_p'}{m}} \qquad \ldots \qquad (21).$$

यहाँ, जितने समय में स्वरित्र एक कम्पन पूरा करता है उतने समय में डोरी अर्द्ध-कम्पन पूरा करती है। अतः डोरी की आवृत्ति स्वरित्र की आवृत्ति की आधी है। इसकी व्याख्या निम्नलिखित है—

कम्पन के दरम्यान जब डोरी से बँधी स्वरित्र की भुजा चरम बाह्य स्थिति (1) में आती है तो डोरी में, मान लें, अवनमन महत्तम है। इस स्थिति में, डोरी के कण विरामावस्था में हैं। जैसे-जैसे भुजा भीतर को चलती है वैसे-वैसे डोरी के कण ऊपर की ओर खिंचाते जाते हैं और जब भुजा चरम आन्तर स्थिति (2) में पहुँचती है तो डोरी क्षैतिज स्थिति में पहुँच जाती है। इस स्थिति में, ऊपर की दिशा में महत्तम वेग के साथ डोरी के कण मध्यमान स्थिति से गुजर रहे हैं। इसके बाद, जैसे ही भुजा बाहर को चलती है, गतिमात्रा (momentum) के कारण डोरी के कण ऊपर की ओर गति जारी रखते हैं और जब भुजा पुनः चरम बाह्य स्थिति (3) में पहुँचती है तो डोरी महत्तम ऊपरी स्थिति में पहुँच जाती है। इस प्रकार स्वरित्र के एक पूरे कम्पन के समय में डोरी अर्द्धकम्पन करती है। इसलिए डोरी की आवृत्ति n' स्वरित्र की आवृत्ति n की आधी है।

(चित्र 54)

प्रयोग से डोरी की आवृत्ति स्वरित्र की आवृत्ति की आधी पायी जाती है। अतः डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियम सही हैं।

समी० (20) और (21) से

$$\sqrt{\frac{T_p'}{T_p}}=\frac{n'}{n}=\frac{n/2}{n}=\frac{1}{2}$$

या $$T_p'=\frac{T_p}{4} \quad .. \quad (22).$$

इससे स्पष्ट है कि अनुदैर्घ्य प्रबन्ध में डोरी की समान लम्बाई में पाशों की एक विशेष संख्या पाने के लिए आवश्यक तनाव अनुप्रस्थ प्रबन्ध में आवश्यक तनाव का एक-चौथाई है। दूसरे शब्दों में, अनुदैर्घ्य प्रबन्ध में समान तनाव के अधीन समान लम्बाई की डोरी में पाशों की संख्या अनुप्रस्थ प्रबन्ध में पाशों की संख्या की आधी होती है। ये सभी तथ्य डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के नियमों की अप्रत्यक्ष रूप से जाँच करते हैं।

भुजा की मध्यमान स्थिति में तनाव सामान्य, अर्थात् T रहता है। जब भुजा बाहर को चलती है तो तनाव घट जाता है और जब भीतर को चलती है तो तनाव बढ़ जाता है। मान लें, डोरी की सामान्य लम्बाई l और प्रत्यास्थता-गुणांक E है। मान लें, t समय पर भुजा का विस्थापन $\beta \sin 2qt$ द्वारा निरूपित होता है, जहाँ $2q/2\pi$ उसकी आवृत्ति है। विस्थापन $\beta \sin 2qt$ पूरी डोरी का वितान (extension) भी है। तब, तनाव में वृद्धि dT निम्नलिखित सम्बन्ध से प्राप्त होती है—

$$\frac{dT}{(\beta \sin 2qt/l)}=E$$

या $$dT=\frac{E\beta}{l}\sin 2qt.$$

$$\therefore \quad t \text{ समय पर तनाव}=\left(T-\frac{E\beta}{l}\sin 2qt\right).$$

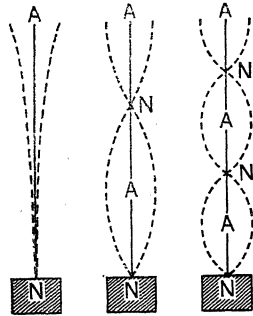
चूँकि $\sin 2qt$ आवर्तरूप से बदलता है इसलिए तनाव भी आवर्तरूप से बदलता है।

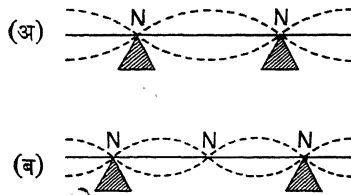
7.12. छड़ों के अनुप्रस्थ कम्पन (Transverse Vibrations of Bars)

कम्पायमान छड़ों की स्थिति में छड़ की मात्र दुर्नम्यता या दृढ़ता ही प्रत्यानयन बल प्रदान करती है। छड़ के अनुप्रस्थ कम्पन का गणितीय विवेचन बहुत जटिल है जिसे यहाँ प्रस्तुत नहीं किया जा सकता है। यहाँ केवल छड़ के अनुप्रस्थ कम्पन की कुछ प्रमुख बातों का उल्लेख किया जायगा।

अवलम्ब (support) के ढंग के अनुसार छड़ के अनुप्रस्थ कम्पनों को तीन श्रेणियों में बाँटा जा सकता है।

(क) आबद्ध-मुक्त छड़ (Fixed-Free Bar)— यहाँ छड़ का सिरा दृढ़ रूप से एक शिकजे (vice) में कसा रहता है और दूसरे सिरे को पार्श्विक रूप से विस्थापित किया जाता है।

चित्र 55 (अ) में मूलस्वरक के लिए छड़ का कम्पन दरसाया गया है और 55 (ब) तथा (स) में प्रथम तथा द्वितीय अधिस्वरकों के लिए छड़ के कम्पन दरसाये गये हैं। कम्पन के सभी ढंग में मुक्त सिरे पर प्रस्पंद और आबद्ध सिरे पर निस्पंद होते हैं। ढंग (ब) में एक मध्यवर्ती निस्पंद और एक मध्यवर्ती प्रस्पंद होते हैं। ढंग (स) में दो मध्यवर्ती निस्पंद और दो मध्यवर्ती प्रस्पंद होते हैं। कम्पन के ये विभिन्न ढंग एक सिरे पर बन्द ऑरगन-नली के वायुस्तम्भ के अनुदैर्घ्य कम्पन के ढंग से रूप में मिलते हैं। किन्तु अन्तर यह है कि **छड़ की स्थिति में निस्पंद के स्थान नियमित नहीं होते हैं और उत्पादित अधिस्वरक मूलस्वरक के प्रसंवादी** (harmonics) **नहीं होते हैं।** प्रथम अधिस्वरक की स्थिति में मुक्त सिरे से प्रथम निस्पंद की दूरी $0{\cdot}2261l$ होती है, जहाँ l छड़ की लम्बाई है। इसकी आवृत्ति मूलस्वरक की आवृत्ति की 6·267 गुनी होती है। द्वितीय अधिस्वरक की स्थिति में मुक्त सिरे से प्रथम तथा द्वितीय निस्पंदों की दूरियाँ क्रमश: $0{\cdot}1321l$ तथा $0{\cdot}4999l$ होती हैं और आवृत्ति मूलस्वरक की आवृत्ति की 17·55 गुनी होती है।

(चित्र 55)

(ख) मुक्त-मुक्त छड़ (Free-Free Bar)— यहाँ छड़ दोनों सिरों के निकट रबड़ की गद्दियों पर इस तरह अवलम्बित रहती हैं कि गद्दियों के स्थान निस्पंद पर होते हैं। मूलस्वरक के लिए कम्पन के ढंग में मुक्त सिरे से ये निस्पंद $0{\cdot}2242l$ दूरी पर होते हैं [चित्र 56 (अ)] प्रथम अधिस्वरक के लिए निकटवर्ती सिरे से प्रत्येक चरम निस्पंद की दूरी $0{\cdot}1321l$ होती है और मध्यवर्ती निस्पंद छड़ के केन्द्र पर होता है (चित्र 56 (ब)]। प्रथम अधिस्वरक की आवृत्ति मूलस्वरक की आवृत्ति की 2·756 गुनी होती है। अत: उत्पादित अधिस्वरक मूलस्वरक के प्रसंवादी नहीं होते हैं।

(चित्र 56)

(ग) आबद्ध-आबद्ध छड़ (Fixed-Fixed Bar)— यहाँ छड़ के दोनों सिरे

शिकंजे में कसे रहते हैं। जब ऐसी छड़ को गज चलाकर कम्पित किया जाता है तो वे ही स्वरक निकलते हैं जो मुक्त-मुक्त छड़ में पाये जाते हैं।

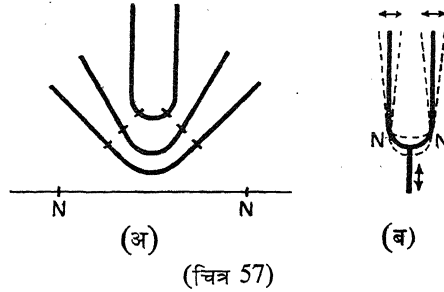
सामान्यत: छड़ के अनुप्रस्थ कम्पन की आवृत्ति

(i) छड़ की लम्बाई के वर्ग के उत्क्रमानुपाती होती है,

(ii) छड़ की मोटाई के समानुपाती होती है, और

(iii) छड़ से होकर अनुदैर्घ्य तरंग के वेग के समानुपाती होती है।

7.13. **स्वरित्र** (Tuning Fork)

यह शुद्ध स्वरक उत्पन्न करने वाला यंत्र है। यह सबसे उपयोगी ध्वानिक यंत्र है, क्योंकि इसकी कम्पनावृत्ति नियत होती है। कम्पन के आयाम और तापमान के साथ इसकी आवृत्ति किंचित् बदलती है। सर्वप्रथम **कोयनिग** (Koenig) ने यह स्वरित्र बनाया।

(चित्र 57)

क्लाडनी (Chladni) के अनुसार स्वरित्र को U-आकार के रूप में मुड़ी हुई एक मुक्त-मुक्त छड़ समझा जा सकता है। क्रमशः वंकन (bending) के कारण निस्पंद (N, N) परस्पर सन्निकट होते जाते हैं, जैसा चित्र 57 (अ) में दिखाया गया है। जब दोनों भुजाएँ समांतर हो जाती हैं तो निस्पंद निकटतम हो जाते हैं। फलस्वरूप स्वरित्र के मुक्त सिरों, अर्थात् भुजाओं (prongs) की अपेक्षा उसके मध्य में प्रस्पंद के कम्पन का आयाम बहुत कम हो जाता है। स्वरित्र को पकड़ने के लिए उसके मध्य में एक दंड (stem) जुड़ा रहता है जो भुजा की धातु का बना होता है। निस्पंद N, N के बीच दंड का जोड़ना दो प्रकार से कार्य करता है। एक तो यह मध्य प्रस्पंद पर संहति और दुर्नम्यता बढ़ाता है जिससे मध्य प्रस्पंद के कम्पन का आयाम और घट जाता है। दूसरे, केन्द्रीय पाश का अनुप्रस्थ कम्पन दंड में अनुदैर्घ्य कम्पन उत्पन्न करता है [चित्र 57 (ब)]। यही कम्पन ध्वनिकारी पटरी या अनुनाद-बक्स में, जिस पर स्वरित्र चढ़ा हुआ रहता है, कम्पन प्रेरित करता है। मुक्त-मुक्त छड़ के सिरे जिस प्रकार एक साथ ऊपर या नीचे चलते हैं उसी प्रकार स्वरित्र की दोनों भुजाएँ एकान्तर रूप से निकट आती और दूर जाती हैं।

लॉर्ड रैले (Lord Rayleigh) ने स्वरित्र को आबद्ध सिरे पर जुड़ी हुई और धातु के निपिण्ड में गड़ी हुई दो संमित आबद्ध-मुक्त छड़ों के रूप में समझा। भुजाओं के अनुप्रस्थ कम्पन के अतिरिक्त इस दृष्टिकोण से स्वरित्र के दंड के अनुदैर्घ्य कम्पन की व्याख्या भी हो जाती है। रैले के अनुसार स्वरित्र की आवृत्ति

$$n = \frac{m^2 k}{2\pi l^2} \sqrt{\frac{Y}{\rho}} \qquad .. \quad (23),$$

जहाँ $k = \frac{a}{\sqrt{12}}$ है, a भुजा की मोटाई है, l भुजा की लम्बाई है, $m = 1{\cdot}875$ है, और Y तथा ρ स्वरित्र के द्रव्य के क्रमशः यंग-मापांक तथा घनत्व हैं।

इस्पात के लिए $\sqrt{\frac{Y}{\rho}} = 523700$ सें०मी०/से० है।

अतः $$n = 84590 \frac{a}{l} \text{ (लगभग)}।$$

सम्बन्ध (23) से स्वरित्र की आवृत्ति (क) भुजा की मोटाई के समानुपाती है, (ख) भुजा की लम्बाई के वर्ग के उत्क्रमानुपाती है, और (ग) भुजा के द्रव्य से होकर अनुदैर्घ्य तरंग के वेग के समानुपाती है। स्मरण रहे कि आवृत्ति भुजा की चौड़ाई के प्रति स्वतंत्र है।

स्वरित्र करीब-करीब शुद्ध स्वरक (pure tone) देता है। कारण, मूलस्वरक अधिक मुख्य होता है और अधिस्वरक क्षीण होते हैं। इसके अतिरिक्त अधिस्वरक मूलस्वरक से बहुत अधिक ऊँचे होते हैं और अत्यधिक अवमंदन (damping) के कारण शीघ्र समाप्त हो जाते हैं। अनुनाद-बक्स पर स्वरित्र को चढ़ा देने से ध्वनि का रूप और भी शुद्ध हो जाता है। बक्स के अन्यान्य स्वाभाविक स्वरक स्वरित्र के अधिस्वरक से मेल नहीं खाते हैं, इसलिए केवल मूलस्वरक द्वारा ही पूर्ण अनुनाद होता है।

स्वरित्र की आवृत्ति पर तापमान का प्रभाव— स्वरित्र के तापमान में परिवर्तन होने से उसकी भुजा की मोटाई तथा लम्बाई और उसके द्रव्य का यंग-मापांक तथा घनत्व बदल जाते हैं। फलस्वरूप स्वरित्र की आवृत्ति बदल जाती है। किन्तु आवृत्ति पर तापमान-परिवर्तन का प्रभाव बहुत कम होता है। इस्पात के स्वरित्र के लिए

$$n_t = n(1 - 0{\cdot}000114t) \qquad .. \quad (24),$$

जहाँ n_t स्वरित्र की आवृत्ति है जब तापमान पूर्व निम्न तापमान से, जिस पर आवृत्ति n है, t°C बढ़ा दिया जाता है। अतः तापमान-वृद्धि के साथ स्वरित्र की आवृत्ति घटती है। प्रयोग से कोयनिग ने तापमान-गुणांक 0·000112 पाया।

आधुनिक मानक स्वरित्र 'इलिनवार' (elinvar) के बने होते हैं। तब तापमान-प्रभाव इस्पात में होने वाले तापमान-प्रभाव का दशमांश होता है।

स्वरित्र के उपयोग— इसके मुख्य उपयोग निम्नलिखित हैं—

(i) यह करीब-करीब नियत आवृत्ति का ध्वनि-स्रोत प्रदान करता है।

(ii) सभी ध्वानिक मापों में स्वरित्र की आवृत्ति को मानक माना जाता है।

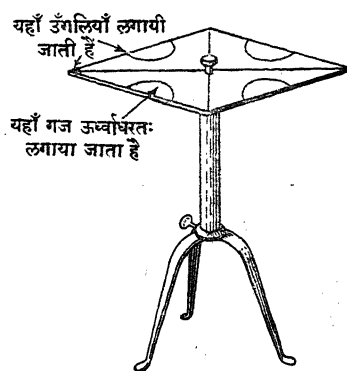
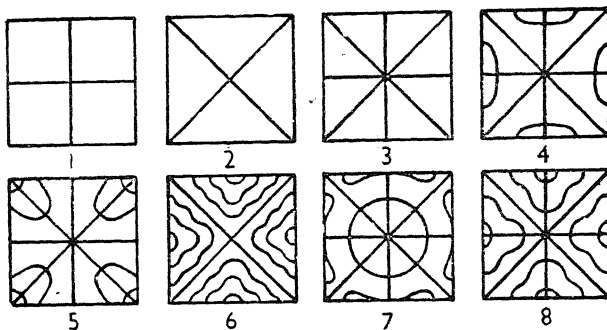
(iii) विद्युत्पोषित स्वरित्र विद्युतीय आवृत्ति को नियंत्रित करने के लिए प्रयुक्त होता है।

(iv) स्वरित्र की आवृत्ति नियत होने के कारण यह समय का शुद्ध मानक माना जाता है।

7.14. प्लेटों के अनुप्रस्थ कम्पन : क्लाडनी की आकृतियाँ (Transverse Vibrations of Plates : Chladni's Figures)

क्षैतिज रूप से अवलम्बित और केन्द्र पर क्लैम्प से कसी हुई वर्गाकार या वृत्ताकार धातु की प्लेट पर वायलिन-गज चलाने से एक स्वर निकलता है। यदि सतह पर बालू की समरूप पतली परत बिछा दी जाय तो संमित ज्यामितीय आकृतियों में बालू सज जाता है जो कि निस्पंद रेखाओं के स्थान दरसाते हैं। प्लेट के कोर को एक या अधिक विन्दुओं पर अँगुलियों के बीच दाबने से इन स्थानों पर प्लेट के अनुप्रस्थ कम्पन अवमंदित हो जाते हैं। आकृति का रूप उत्पादित स्वर का लक्षण होता है। इन्हें अनगिनत रूपों में उत्पन्न किया जा सकता है। चित्र 59 में कुछ आकृतियाँ दिखायी गयी हैं। सर्वप्रथम क्लाडनी ने सन् 1787 ई० में ऐसी आकृतियाँ प्रदर्शित की। इसलिए ये **क्लाडनी की आकृतियाँ** (Chladni's figures) कहलाती हैं।

(चित्र 58)

चित्र (1) प्राप्त करने के लिए भुजा (side) के मध्य पर प्लेट को पकड़ा जाता है और एक कोने पर गज चलाया जाता है। निस्पंद रेखाओं का निर्माण प्लेट के केन्द्र

(चित्र 59)

से होकर जाती हुई भुजाओं के समान्तर दो रेखाओं से होता है जो प्लेट को चार खण्डों में बाँटती हैं। स्पष्ट है कि कम्पन के समय जब एक खंड ऊपर चलता है तो आसन्न खण्ड नीचे चलता है ताकि उनको पृथक् करने वाली रेखा निस्पंद रेखा हो।

प्लेट की एक भुजा के मध्यस्थान पर गज चलाकर और प्लेट के एक कोने को पकड़ कर चित्र (2) प्राप्त किया जाता है। वृत्ताकार प्लेट के लिए निस्पंद रेखाएँ त्रैज्य होती हैं और प्लेट को सम (even) खण्डों में बाँटती हैं। क्लाडनी ने वर्गाकार प्लेट के साथ 52, वृत्ताकार प्लेट के साथ 45, षट्कोणीय प्लेट के साथ 30, दीर्घवृत्ताकार प्लेट के साथ 26, आदि आकृतियाँ उत्पन्न की।

संमित आकृतियाँ पाने के लिए (क) प्लेट सर्वत्र समान मोटाई और समरूप प्रत्यास्थता की होनी चाहिए, (ख) गज को लगभग ऊर्ध्वाधिर रखना चाहिए और प्लेट के विरुद्ध कस कर दबाना चाहिए, और (ग) ऊर्ध्व आघात (up stroke) से अधोआघात (down stroke) बदलने के क्षण गज को प्लेट के सम्पर्क में नहीं रहना चाहिए।

सावर्ट (Savart) ने पाया कि यदि बालू के बदले लाइकोपोडियम या काग का चूर्ण इस्तेमाल किया जाय तो चूर्ण प्रस्पंद क्षेत्र में जमा होते हैं। फैराडे (Faraday) ने दिखाया कि यह प्रभाव वायु के कम्पन के कारण होता है। शून्यक में चूर्ण निस्पंद रेखाओं पर ही जमा होते हैं।

माइक्रोफोन और लाउडस्पीकर के डायफ्राम के रूप में प्लेटें इस्तेमाल होती हैं। पुनरुत्पादन की तद्रूपता (fidelity) नष्ट करने से उनके अनुनाद को रोकने के लिए उनकी मुख्य स्वाभाविक आवृत्तियों को बहुत उच्च या बहुत निम्न बनाना आवश्यक हो जाता है। पतले डायफ्राम पर पर्याप्त त्रैज्य तनाव लगाकर उनको बहुत उच्चावृत्ति का बनाया जा सकता है, जैसा धारित्र माइक्रोफोन (condenser microphone) में होता है। इसके विपरीत, चलकुण्डली लाउडस्पीकर में उसके कोर पर करीब-करीब मुक्त रूप से चढ़ा हुआ कागज शंकु डायफ्राम प्रयुक्त होता है जिससे उसकी मूल स्वाभाविक आवृत्ति बहुत कम हो जाती है, साथ ही अधिस्वरक बहुत क्षीण और द्रव्य की कम प्रत्यास्थता के कारण अत्यधिक अवमंदित होते हैं।

साधित उदाहरण

1. 16 पाउण्ड-भार के बल द्वारा सुरमापी डोरी खींची हुई है। खींचने वाले बल की गणना करें ताकि स्वर एक अष्टक निम्न हो जाय। (Magadh 1965 S)

(A sonometer string is stretched with a force of 16 lb. wt. Calculate the stretching force so that the note may be a octave lower.)

यहाँ, $n_1=\dfrac{1}{2l}\sqrt{\dfrac{16\times g}{m}}$,

और $n_2=\dfrac{1}{2l}\sqrt{\dfrac{Mg}{m}}$;

$\therefore\ \dfrac{n_1}{n_2}=\sqrt{\dfrac{16}{M}}$.

प्रश्नानुसार, $\dfrac{n_1}{n_2}=2$;

$\therefore\ 2=\sqrt{\dfrac{16}{M}}$; या $M=\dfrac{16}{4}=4$ पाउण्ड।

अतः अभीष्ट खींचने वाला बल $=4$ पाउण्ड-भार।

2. समान लम्बाई और 7 : 4 अनुपात के व्यास के दो तार A और B समान धातु के बने हैं। जब उनमें अनुप्रस्थ कम्पन्न उत्पन्न किया जाता है तो दो स्वर निकलते हैं जिनकी आवृत्तियाँ 4 : 5 के अनुपात में होती हैं। जब B में तनाव 1·5 कि०ग्रा० भार से घटा दिया जाता है तो दोनों स्वर स्वरमेल में आ जाते हैं। A का तनाव और B का पूर्व तनाव ज्ञात करें। (Ranchi 1962 S)

(Two wires A and B made of the same metal of equal lengths and with diameters in the ratio of 7 : 4, when set into transverse vibration give notes whose frequencies are in the ratio of 4 : 5. These notes are brought into unison when the tension in B is diminished by 1·5 kgm. wt. Find the tension in A and the original tension in B.)

यहाँ, $$n_A=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_A}{\pi r_A^2\rho}}$$

और $$n_B=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T_B}{\pi r_B^2\rho}}.$$

$$\therefore \quad \frac{n_A}{n_B}=\frac{r_B}{r_A}\sqrt{\frac{T_A}{T_B}}$$

या $$\frac{4}{5}=\frac{4}{7}\sqrt{\frac{T_A}{T_B}}$$

या $$\frac{T_A}{T_B}=\frac{49}{25}.$$

पुनः $$1=\frac{4}{7}\sqrt{\frac{T_B}{T_A-1\cdot5}}$$

या $$\frac{T_A}{T_B-1\cdot5}=\frac{49}{16}.$$

$$\therefore \quad \frac{T_A}{T_B}\div\frac{T_A}{T_B-1\cdot5}=\frac{49}{25}\div\frac{49}{16}$$

या $$\frac{T_B-1\cdot5}{T_B}=\frac{16}{25}$$

या $$25T_B-37\cdot5=16T_B$$

या $T_B=\frac{37\cdot5}{9}=4\cdot166$ किलोग्राम-भार।

$$\therefore \quad T_A=\frac{49}{25}\times\frac{37\cdot5}{9}$$

$=8\cdot166$ किलोग्राम-भार।

3. 100 सें०मी० के सुरमापी तार के साथ एक स्वरित्र स्वरमेल में है। जब खींचने वाले बाट को पानी में डुबा दिया जाता है तो समान स्वरित्र के साथ स्वरमेल में तार की लम्बाई 93·4 सें०मी० है। खींचने वाले बाट के द्रव्य के विशिष्ट गुरुत्व का अनुमान लगाएँ। (Magadh 1964 S; cf. Patna '57 S)

(A certain tuning fork is in unison with 100 cm. of a sonometer wire; when the stretching weights are immersed in water, the length of wire in unison with the same fork is 93·4 cm. Estimate the sp. gr. of the material of the stretching weights.)

सूत्र $n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{T}{m}}=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{Mg}{m}}$ से,

$$n=\frac{1}{2\times 100}\sqrt{\frac{M_1 g}{m}}, \text{ और}$$

$$n=\frac{1}{2\times 93\cdot 4}\sqrt{\frac{M_2 g}{m}}.$$

यहाँ n स्वरित्र की आवृत्ति है, M_1 हवा में बाटों की संहति और M_2 पानी में बाटों की संहति है।

$$\therefore \frac{M_2}{M_1}=\left(\frac{93\cdot 4}{100}\right)^2=0\cdot 872.$$

अब वि०गु० $=\frac{M_1}{M_1-M_2}$

$$=\frac{M_1}{M_1-0\cdot 872 M_1}$$

$$=\frac{1}{0\cdot 128}=7\cdot 8.$$

4. एक प्रयोग में यह पाया गया कि जब पलड़े पर 10 ग्राम रखा गया तो डोरी 5 पाशों में कम्पन करती है। डोरी को 7 पाशों में कम्पित कराने के लिए पलड़े पर कितनी मात्रा रखी जाय ? पलड़े के भार को नगण्य मानें।

(Ranchi 1965; cf. Agra '65 S, '66)

[In an experiment it was found that the string vibrates in 5 loops when 10 gm. were placed on the scale pan. What mass must be placed in the pan to make the string vibrate in 7 loops ? Neglect the weight of the scale pan.]

सूत्र $n=\frac{p}{2l}\sqrt{\frac{T_p}{m}}$ से,

$T_P \times p^2=4l^2n^2m=$ एक नियतांक।

अब $T_5\times 5^2=T_7\times 7^2$

$$\therefore T_7=\frac{25}{49}T_5.$$

यहाँ, $T_5=$ पलड़े का भार + पलड़े पर भार
$=(0+10)$ ग्राम-भार।

$$\therefore T_7=\frac{25}{49}\times 10=5\cdot 102 \text{ ग्राम-भार}$$

अतः पलड़े पर रखी हुई मात्रा $=5\cdot 102$ ग्राम।

5. मेल्डी के प्रयोग में डोरी का एक सिरा कम्पायमान स्वरित्र से जुड़ा हुआ है और दूसरे सिरे से पत्थर का एक टुकड़ा बँधा है। डोरी आठ कम्पायमान पाश प्रदर्शित करती है। जब पत्थर पानी में डुबा दिया जाता है तो 10 पाश बनते हैं। पत्थर के विशिष्ट गुरुत्व की गणना करें। (Bihar 1964, '56)

(One end of the string in Melde's experiment, is attached to a vibrating tuning fork while its other end carries a piece of stone. The string shows eight vibrating loops. When the stone is immersed in water, 10 loops are formed. Calculate the specific gravity of the stone.

यहाँ, $n=\frac{8}{2l}\sqrt{\frac{W_1}{m}}$,

और $n=\frac{10}{2l}\sqrt{\frac{W_2}{m}}$,

जहाँ n डोरी की आवृत्ति, W_1 हवा में पत्थर का भार और W_2 पानी में पत्थर का भार है।

$$\therefore \frac{W_2}{W_1}=\left(\frac{8}{10}\right)^2=\frac{16}{25}.$$

$\therefore$ पत्थर का वि० गु०

$$=\frac{W_1}{W_1-W_2}=\frac{W_1}{W_1=\frac{16}{25}W_1}$$

$$=\frac{25}{9}=2\cdot 77.$$

प्रश्नावली ७

(अ)

1. खिंची हुई डोरी के अनुप्रस्थ कम्पन के वेग का व्यंजक प्राप्त करें ।

(Patna 1964 S, '62; Bihar '63; Bhagalpur '64 S; Ranchi '63)

[Find an expression for the velocity of transverse vibrations of a stretched string.]

2. तनी हुई डोरी में अनुप्रस्थ कम्पनों के वेग का व्यंजक प्राप्त करें । आबद्ध सिरों वाली डोरी के कम्पन के संभव ढंगों की विवेचना करें । (Patna 1965)

[Deduce an expression for the velocity of transverse vibrations in a stretched string. Discuss the possible modes of vibration of a string with fixed ends.]

3. खिंची हुई डोरी में अनुप्रस्थ तरंगों के वेग का व्यंजक प्राप्त करें । यदि डोरी दोनों सिरों पर आबद्ध हो तो डोरी के कम्पन के संभव ढंगों की आवृत्तियों के बीच सम्बन्ध प्राप्त करें । (Ranchi 1962 S; Bihar '60; Gorakhpur '65, '62; Delhi '63; Banaras '66; Agra '53; Madras '66; Punjab '59, '57)

[Deduce an expression for the velocity of transverse waves in a stretched string. Find the relation between the frequencies of the possible modes the of vibration of the string if the string is fixed at both ends.]

4. प्रमाणित करें कि खिंची हुई डोरी में तरंग का वेग $\sqrt{\frac{T}{m}}$ है । अतः कम्पायमान डोरी की आवृत्ति का व्यंजक प्राप्त करें । यहाँ T और m क्रमशः डोरी के तनाव और प्रति सें०मी० संहति हैं । (Bhagalpur 1962)

[Prove that the velocity of waves in a stretched string is $\sqrt{\frac{T}{m}}$. Hence deduce an expression for the frequency of a vibrating string. Here T and m are the tension and mass per cm. of the string respectively.]

5. सुरमापी के साथ प्रयोगों में प्रयुक्त व्यंजक को प्रथम सिद्धान्त से प्राप्त करें ।

(Patna 1964; cf. Rajasthan '66, '62; Delhi '56; Punjab '64, '62; Ravishanker '66)

[Deduce from the first principle, the expression used in experiments with a sonometer.]

6. सुरमापी का वर्णन करें । स्वरित्र की आवृत्ति निर्धारित करने में यह किस प्रकार प्रयुक्त होता है, व्याख्या करें । त्रुटियों के उद्गम की विवेचना करें ।

[Describe a sonometer. Explain how is it used in determining the frequency of a tuning fork. Discuss the sources of error.]

7. सुरमापी द्वारा प्रत्यावर्ती धारा, यथा प्र०धा० स्रोत की आवृत्ति किस प्रकार निर्धारित

की जा सकती है (अ) जब सुरमापी तार अचुम्बकीय पदार्थ का है, (ब) जब सुरमापी तार चुम्बकीय पदार्थ का है ? वर्णन और व्याख्या करें । (Agra 1965)

[Describe and explain how the frequency of an alternating current, such as that from an a.c. mains, may be determined with a sonometer (a) when the sonometer wire is of non-magnetic material, (b) when the sonometer wire is of magnetic material.]

8. कम्पायमान डोरी के नियमों को प्रतिपादित करें । दिखाएँ कि वे किस प्रकार प्रायोगिक रूप से जाँचे जा सकते हैं । (Banaras 1966; Baroda '65; Calcutta '65)

[State the laws of vibrating string. Show how they can be verified experimentally.]

9. खिंची हुई डोरी के अनु अनुप्रस्थ तरंग के वेग का व्यंजक प्राप्त करें । स्वरित्र की आवृत्ति निर्धारित करने के लिए मेल्डी के प्रयोग का वर्णन करें ।

(Magadh 1964 S; cf. Bihar '66)

[Find an expression for the velocity of transverse waves along a stretched string. Describe Melde's experiment for determining the frequency of a tuning fork.]

10. मेल्डी के प्रयोग का वर्णन और व्याख्या करें ।

(Agra 1966, '65 S, '63; Gorakhpur '62; Vikram '64; Calcutta '65; Punjab '53 S; Ravishankar '66; Rajasthan '50, Nagpur '60)

[Describe and explain Melde's experiment.]

11. (अ) डोरी में पाशों की रचना की व्याख्या करते हुए मेल्डी के प्रयोग का वर्णन करें ।

(Ranchi 1965)

(ब) मेल्डी-प्रयोग के अनुदैर्घ्य ढंग में डोरी की आवृत्ति स्वरित्र की आवृत्ति की आधी क्यों होती है ? व्याख्या करें । (Patna 1962)

[(a) Explaining the formation of loops in the string, describe Melde's experiment.

(b) Explain why in the longitudinal mode of Melde's experiment, the frequency of the string is half that of the fork.]

12. मेल्डी-प्रयोग के दो रूपों का वर्णन करें । आप स्वरित्र की आवृत्ति कैसे निर्धारित करेंगे ? व्याख्या करें । (Patna 1963 S)

(Describe the two forms of Melde's experiment and explain how you would determine the frequency of a tuning fork.)

13. मेल्डी-उपकरण द्वारा तनी हुई डोरी के कम्पन के नियम किस प्रकार जाँचे जा सकते हैं, बतलाएँ । डोरी की नियत लम्बाई और तनाव पर अनुदैर्घ्य और अनुप्रस्थ कम्पनों में पाशों की संख्या के बीच सम्बन्ध प्राप्त करें । (Bihar 1962)

[Indicate how the laws of vibration of stretched string may be verified with Melde's apparatus. Find the relation between the number of loops in longitudinal and transverse vibrations, length of the string and tension remaining constant.]

14. स्वरित्र क्या है ? ध्वनि में यह क्यों महत्त्वपूर्ण है ? प्रयोगशाला में इसे किस काम में लाया जाता है ? (Bihar 1956)

[What is a tuning fork ? Why is it of importance in sound ? To what purpose do you put it in the laboratory ?]

15. चित्र के साथ स्वरित्र की बनावट और कम्पन की प्रकृति की व्याख्या करें। इसके विशेष लक्षण क्या हैं ? तापमान की वृद्धि से स्वरित्र की आवृत्ति किस प्रकार बदलती है ? (Punjab 1952)

[Explain with diagram the construction and nature of the vibration of a tuning fork. What are its special features ? How is the frequency of the fork altered with rise of temperature ?]

16. क्लाडनी की आकृतियों पर टिप्पणी लिखें। (Patna 1958)

[Write note on Chladni's figures.]

(ब)

1. यदि डोरी के तनाव में 25 पाउण्ड की वृद्धि उसके तारत्व को एक पंचम से ऊँचा कर दे तो मूल तनाव क्या था ? (Allahabad 1963; Punjab '56 S, '46)

[उत्तर : 20 पाउण्ड-भार]

[If an addition of 25 lb. to the tension of a string raises its pitch a fifth, what was the original tension ?]

2. एक स्वरित्र के साथ सुरमापी का तना हुआ तार 2 विस्पन्दन प्रति सेकण्ड देता है जब तार की लम्बाई 143 सें०मी० या 145 सें०मी० है। स्वरित्र की आवृत्ति क्या है ?)

(Bihar 1963 S) [उत्तर : 288]

[A stretched sonometer wire gives 2 beats per second with a tuning fork when the length of the wire is 143 cm. and also when its length is 145 cm. What is the frequency of the tuning fork ?]

3. सुरमापी के तार के एक सिरे से धातु का एक टुकड़ा हवा में लटकता है। इस तार का 42 सें०मी० एक स्वरित्र के साथ स्वरमेल में है। जब धातु पानी में डूबा हुआ लटकता है तो तार का 39 सें०मी० समान स्वरित्र के साथ स्वरमेल में है। धातु के विशिष्ट गुरुत्व की गणना करें। (Bhagalpur 1964 S)

[उत्तर : 7·25]

[A piece of metal hangs in air from the end of the wire of a sonometer. 42 cm. of this wire is in unison with a certain fork. When the metal hangs immersed in water, 39 cm. of the wire is in unison with the same tuning fork. Calculate the sp. gr. of the metal.]

4. मेल्डी के प्रयोग में जब पलड़े पर 40 ग्राम रखा जाता है तो डोरी 4 पाशों में कम्पन करती है। डोरी को 6 पाशों में कम्पित कराने के लिए कितना भार रखा या हटाया जाय ? पलड़े का भार 15 ग्राम है। (Bihar 1962; cf. Patna '62, '64 S)

[उत्तर : हटाया गया भार = 30·55 ग्राम]

[In a Melde's experiment, the string vibrates in 4 loops when 40 gm. are placed on the pan. How much weight must be added or removed to make the string vibrate in 6 loops ? The weight of the pan is 15 gm.]

5. मेल्डी-प्रयोग में स्वरित्र 128 कम्पन प्रति सेकण्ड करता है। वि० गु० 21 और व्यास 0·5 मि० मी० के प्लाटिनम तार से 1 किलोग्राम की एक संहति जुड़ी है। तार की लम्बाई क्या हो ताकि यह दो खण्डों में कम्पन कर सके ? $g=980$ सें०मी०/से०^2। (Ranchi 1963)

[उत्तर : 38·1 सें०मी०]

[In Melde's experiment the tuning fork makes 128 vibrations per second; a mass of 1 kgm. is attached to the platinum wire, the sp. gr. of which is 21 and the diameter 0·5 mm. What must be the length of the wire so that it may vibrate in two segments ? $g=980$ cm./sec.^{2}]

6. मेल्डी-प्रयोग में जब तनाव 100 ग्राम है और डोरी की दिशा के समकोणिक स्वरित्र कम्पन करता है तो डोरी चार खण्डों में कम्पन करती है। यदि स्वरित्र डोरी के अनुकम्पन करे तो कितना अतिरिक्त भार डोरी को एक खण्ड में कम्पायमान बनायेगा ?

(Vikram 1964; Agra '63) [उत्तर : 300 ग्राम-भार]

[In Melde's experiment when the tension is 100 gm. and the fork vibrates at right angles to the direction of the string, the latter is thrown in four segments. If now the fork is set to vibrate along the string, find what additional load will make the string vibrate in one segment.]

८

वायु-स्तम्भों के कम्पन
(VIBRATIONS OF AIR-COLUMNS)

8.1. बेलनाकार नलियों में वायु-स्तम्भ के अप्रगामी कम्पन (Stationary Vibrations of Air-Column in Cylindrical Pipes)

जब एक नली में बन्द वायु में एकाएक विक्षोभ संचरित किया जाता है या जब नली के मुँह पर एकाएक दाब बदला जाता है तो वायु-स्तम्भ में क्षणिक अनुदैर्घ्य कम्पन उत्पन्न हो जाते हैं। उदाहरणस्वरूप, छेद वाली कुंजी के मुँह पर हवा फूँकने से सीटी-जैसी तीक्ष्ण ध्वनि निकलती है। बोतल में कसकर लगी डाट को एकाएक बाहर खींचने से ध्वनि निकलती है, कारण डाट को एकाएक खींचने से बोतल के मुँह पर दाब गड़बड़ा जाता है।

बाँसुरी, क्लारिनेट, बिगुल आदि वायु-वाद्यों में सुस्वर ध्वनि वायु के निश्चित आयतन के कम्पन के कारण उत्पन्न होती है। वाद्य के वायु-कोष्ठ का रूप और आकार ही उससे निकली हुई ध्वनि के तारत्व और स्वरूप का नियंत्रण करते हैं। अध्ययन की सरलता के लिए एक रूप, बेलनाकार खोखली नली में बन्द वायु के अप्रगामी अनुदैर्घ्य कम्पनों पर यहाँ विचार किया जायगा।

जब बेलनाकार नली के एक सिरे पर फूँककर नली में बन्द वायु-स्तम्भ को कम्पित किया जाता है तो अनुदैर्घ्य तरंग नली के दूसरे सिरे की ओर चलती है। यह तरंग जब दूसरे सिरे पर पहुँचती है तो वहाँ से परावर्तित होकर लौट जाती है और पहले सिरे से पुनः परावर्तित होती है। बन्द और खुले सिरे पर परावर्तन की प्रकृति भिन्न होती है।

(क) बन्द सिरे पर परावर्तन (Reflection at closed end)—नली के बन्द सिरे पर जब संपीडन का स्पंदन पहुँचता है तो उस सिरे के सम्पर्क में वायु की परत (layer) क्षण भर के लिए संपीडित हो जाती है। यह परत स्थायी रूप से विरामावस्था में रहनी चाहिए, क्योंकि बन्द सिरा दृढ़ दीवार की तरह कार्य करता है। अतः विकृत अवस्था से अपने को मुक्त करने के लिए परत अपने पीछे वाली परत को पीछे धकेल देती है। इस प्रकार **संपीडन बन्द सिरे से संपीडन के रूप में परावर्तित होता है।** उसी प्रकार **विरलन बन्द सिरे से विरलन के रूप में परावर्तित होता है।** प्रत्येक स्थिति में परावर्तन के बाद वायु-कणों का विस्थापन उलट जाता है और बन्द सिरे पर कोई गति नहीं रहती है। बन्द सिरे पर दो संपीडन या दो विरलन अध्यारोपित होकर महत्तम दाब-परिवर्तन उत्पन्न करते हैं।

(ख) **खुले सिरे पर परावर्तन** (Reflection at open end)— नली के खुले सिरे पर जब संपीडन का स्पंदन पहुँचता है तो उस सिरे के सम्पर्क में वायु-परत क्षण भर के लिए संपीडित हो जाती है। किन्तु यह परत अगल-बगल फैलने के लिए स्वतंत्र है। इसलिए इस परत के वायु-कण अपने सामान्य आयाम से आगे बढ़ जाते हैं जिससे पीछे की वायु में विरलन हो जाता है। फलस्वरूप, दाब बराबर करने के लिए नली के भीतर से वायु-कण आगे बढ़ते हैं और इस प्रकार विरलन का स्पंदन पीछे लौटने लगता है। अत: **संपीडन खुले सिरे से विरलन के रूप में परावर्तित होता है।** उसी प्रकार, **विरलन खुले सिरे से संपीडन के रूप में परावर्तित होता है।** प्रत्येक स्थिति में, परावर्तित तरंग के कारण वायु-कणों का विस्थापन आपतित तरंग के कारण हुए विस्थापन की दिशा में होता है और खुले सिरे पर विस्थापन महत्तम होता है। खुले सिरे पर संपीडन और विरलन अध्यारोपित होकर सदैव सामान्य दाब उत्पन्न करते हैं।

इस प्रकार नली के वायु-स्तम्भ में विपरीत दिशाओं में चलने वाली आपतित और परावर्तित तरंगें उत्पन्न होती हैं जो अध्यारोपित होकर अनुदैर्घ्य अप्रगामी तरंगों की रचना करती हैं जिनमें निस्पंद और प्रस्पंद विशेष स्थानों पर होते हैं। स्पष्टत: खुले सिरे पर प्रस्पंद और बन्द सिरा पर निस्पंद होंगे।

8.2. सिरा-संशोधन (End Correction)

बाहरी माध्यम के खुले होने और वायु-कण की सभी दिशाओं में चलने की स्वतंत्रता के कारण खुले सिरे पर परावर्तन होता है। ठीक खुले सिरे पर वायु-कण

(चित्र 60)

पूर्णत: स्वतंत्र नहीं रहते हैं, उनकी गति एक निश्चित सीमा तक नली की दीवार से प्रतिबन्धित होती है। नली के खुले सिरे B से कुछ बाहर मान लें Q पर, वायु-कण पूर्णत: स्वतंत्र होते हैं। इसलिए वहाँ से ही पूर्ण परावर्तन होगा। इस प्रकार नली की लम्बाई से कम्पायमान वायु-स्तम्भ की लम्बाई तनिक अधिक होती है। खुले सिरे से उस विन्दु की दूरी, जहाँ पूर्ण परावर्तन होता है, अर्थात् BQ, **सिरा-संशोधन** कहलाती है।

यदि खुला सिरा कोरदार (flanged) हो, जैसा चित्र 60 में दिखाया गया है, तो खुले सिरे के निकट वायु-कण अपेक्षाकृत अधिक प्रतिबन्धित होंगे। कोर-रहित नलों (unflanged pipe) की स्थिति में गति की स्वतंत्रता अधिक बढ़ जाती है और संपीडित वायु के लिए फैलाव अधिक होता है। अत: विन्दु P, जहाँ पूर्ण परावर्तन होता है, खुले सिरे के निकट चला आता है। फलस्वरूप, कोर-रहित नली में सिरा-संशोधन BP कम हो जाता है। नली की त्रिज्या जितनी कम होती है नली के खुले सिरे के ठीक बाहर वायु-कणों की गति उतनी ही अधिक स्वतंत्र होती है।

फलस्वरूप, नली की त्रिज्या घटती है तो सिरा-संशोधन घटता है। अतः सिरा-संशोधन नली की त्रिज्या का फलन है। कोरदार नली के लिए सिरा-संशोधन $\frac{8}{3\pi} r$ और कोर-रहित नली के लिए यह $0{\cdot}6r$ होता है, जहाँ r नली की भीतरी त्रिज्या है।

यदि नली की त्रिज्या तरंग-लम्बाई के तुल्य हो तो सिरा-संशोधन काफी बढ़ जाता है और तरंग-लम्बाई का फलन (function) हो जाता है।

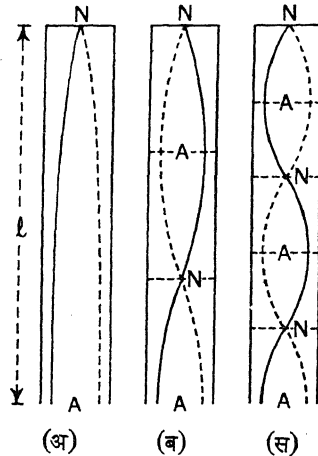
8.3. नली के कम्पन के ढंग (Vibrational modes of a Pipe)

(क) **बन्द नली** (Closed Pipe)— l लम्बाई की एक नली पर, जिसका एक सिरा बन्द और दूसरा सिरा खुला है, विचार करें। यह **बन्द नली** कहलाती है। जब नली में बन्द वायु-स्तम्भ में कम्पन उत्पन्न किया जाता है तो बन्द सिरे पर प्रतिवर्तित विस्थापन कला (reversed displacement phase) के साथ और खुले सिरे पर समान विस्थान कला के साथ परावर्तनों से अप्रगामी तरंगें उत्पन्न होती हैं जो **सिरा-शर्तों,** अर्थात् खुले सिरे पर या निकट प्रस्पंद और बन्द सिरे पर निस्पंद पूरा करती हैं।

प्रथम ढंग के अप्रगामी कम्पन में नली के भीतर कोई निस्पंद या प्रस्पंद नहीं होता है (चित्र 61 अ)। एक निस्पंद और एक आसन्न प्रस्पंद के बीच की दूरी तरंग-लम्बाई की एक-चौथाई होती है। अतः इस स्थिति में

$$(l+c_1)=\frac{\lambda_1}{4} \qquad .. \quad (1),$$

जहाँ λ_1 इस ढंग के कम्पन की तरंग-लम्बाई है और c_1 सिरा-संशोधन है। इस स्वरक की आवृत्ति

$$n_1=\frac{v}{\lambda_1}=\frac{v}{4(l+c_1)} \qquad .. \quad (2),$$

(चित्र 61)

जहाँ v हवा में ध्वनि का वेग है। यह निम्नतम आवृत्ति का स्वरक है। इसलिए यह स्वरक **मूलस्वरक** (fundamental tone) कहलाता है।

द्वितीय ढंग के अप्रगामी कम्पन में नली के भीतर एक निस्पंद और एक प्रस्पंद हो सकता है जो नली को तीन समान भागों में बाँटते हैं (चित्र 61 ब)। प्रत्येक भाग $\lambda_2/4$ के बराबर है। अतः

$$(l+c_1)=\frac{3\lambda_2}{4} \quad .. \quad (3)$$

और
$$n_2=\frac{3v}{4(l+c_1)} \quad .. \quad (4).$$

यह स्वरक **प्रथम अधिस्वरक** (first overtone) कहलाता है।

तृतीय ढंग के अप्रगामी कम्पन में नली के भीतर दो निस्पंद और दो प्रस्पंद हो सकते हैं जो नली को पाँच समान भागों में बाँटते हैं (चित्र 61 स)। प्रत्येक भाग $\lambda_3/4$ के बराबर है। अतः

$$(l+c_1)=\frac{5\lambda_3}{4} \quad .. \quad (5)$$

और
$$n_3=\frac{5v}{4(l+c_1)} \quad .. \quad (6).$$

यह स्वरक **द्वितीय अधिस्वरक** कहलाता है। इसलिए m वें ढंग के अप्रगामी कम्पन में नली के भीतर $\frac{m-1}{2}$ निस्पंद और $\frac{m-1}{2}$ प्रस्पंद होंगे। अतः

$$(l+c_1)=\frac{m\lambda_m}{4} \quad .. \quad (7)$$

और
$$n_m=\frac{mv}{4(l+c_1)} \quad .. \quad (8).$$

$$\therefore \quad n_1 : n_2 : n_3 : \; .... = 1 : 3 : 5 : \; ....$$

अर्थात्, **बन्द नली से उत्पादित मूलस्वरक और अधिस्वरक विषम प्रसंवादियों** (odd harmonics) **की श्रेणी** (series) **बनाते हैं।** सम प्रसंवादियों (even harmonics) को उत्पन्न करना असंभव है।

(ख) खुली नली (Open Pipe)— l लम्बाई की एक नली पर, जिसके दोनों सिरे खुले हैं, विचार करें। यह **खुली नली** कहलाती है। जब नली में बन्द वायु-स्तम्भ में अनुदैर्घ्य प्रगामी तरंग भेजी जाती है तो खुले सिरे पर समान विस्थापन-कला के साथ परावर्तनों से अनुदैर्घ्य अप्रगामी तरंगें उत्पन्न होती हैं जो सिरा-शर्तें, अर्थात् खुले सिरे पर या निकट प्रस्पंद, पूरा करती हैं।

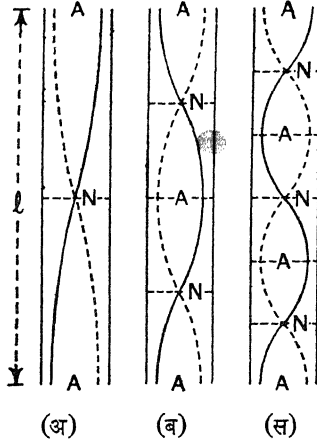
प्रथम ढंग में अप्रगामी कम्पन में नली के केन्द्र पर निस्पंद होता है (चित्र 62 अ)। दोनों सिरों के लिए सिरा संशोधन करने पर,

$$(l+2c_1)=\frac{\lambda_1}{2} \quad .. \quad (9)$$

और $$n_1=\frac{v}{2(l+2c_1)} \quad .. \quad (10).$$

यह स्वरक **मूलस्वरक** कहलाता है।

द्वितीय ढंग के अप्रगामी कम्पन में नली के भीतर दो निस्पंद और एक प्रस्पंद हो सकते हैं जो नली को चार समान भागों में बाँटते हैं (चित्र 62 ब)। अतः

$$(l+2c_1)=\frac{2\lambda_2}{2} \quad .. \quad (11).$$

(चित्र 62)

और $$n_2=\frac{2v}{2(l+2c_1)} \quad .. \quad (12).$$

यह स्वरक **प्रथम अधिस्वरक** कहलाता है।

तृतीय ढंग के अप्रगामी कम्पन में नली के भीतर तीन निस्पंद और दो प्रस्पंद हो सकते हैं जो नली को छः समान भागों में बाँटते हैं। अतः

$$(l+2c_1)=\frac{3\lambda_3}{2} \quad .. \quad (13)$$

और $$n_3=\frac{3v}{2(l+2c_1)} \quad .. \quad (14).$$

यह स्वरक **द्वितीय अधिस्वरक** कहलाता है।

इसी प्रकार, r वें ढंग के अप्रगामी कम्पन में नली के भीतर r निस्पंद और $(r-1)$ प्रस्पंद होंगे जो नली को $2r$ समान भागों $\left(=\frac{\lambda_r}{4}\right)$ में बाँटेंगे। अतः

$$(l+2c_1)=r\ \frac{\lambda_r}{2} \quad .. \quad (15)$$

और $$n_r=\frac{rv}{2(l+2c_1)} \quad .. \quad (16).$$

$$\therefore \quad n_1 : n_2 : n_3 : \ldots . = 1 : 2 : 3 : \ldots .$$

अर्थात्, **खुली नली से उत्पादित मूलस्वरक और अधिस्वरक पूर्ण प्रसंवादी श्रेणी** (full harmonic series) **बनाते हैं।**

स्वरूप में अन्तर— ध्वनि का स्वरूप (quality) मूलस्वरक के साथ उपस्थित अधिस्वरकों की संख्या से निर्धारित होता है। यह देखा गया कि बन्द नली से अधिस्वरकों के मात्र विषम प्रसंवादी निकलते हैं, जबकि खुली नली से अधिस्वरकों के सम और विषम दोनों प्रकार के प्रसंवादी निकलते हैं। अत: **बन्द नली के स्वर की अपेक्षा खुली नली से उत्पादित स्वर का स्वरूप अधिक पूर्ण और सुरीला होता है।**

समान लम्बाई की खुली और बन्द नलियों से उत्पादित मूलस्वरकों की आवृत्तियों का अनुपात— समीकरण (2) और (10) से,

$$\frac{n_1}{n_1'}=\frac{2(l+c_1)}{(l+2c_1)} \quad .. \quad (17),$$

जहाँ n_1 और n_1' क्रमश: खुली और बन्द नलियों से उत्पादित मूलस्वरकों की आवृत्तियाँ हैं। समी० (17) से स्पष्ट है कि n_1, n_1' का लगभग दुगुना है। जब सिरा-संशोधन नगण्य समझा जाता है तो उपर्युक्त अनुपात 2 के बराबर हो जाता है और **खुली नली का तारत्व समान लम्बाई की बन्द नली के तारत्व से एक अष्टक** (octave) **ऊँचा होता है।** जब सिरा-संशोधन का विचार किया जाता है तो यह सम्बन्ध लागू नहीं होता है। चूँकि $c_1=0{\cdot}6r$, इसलिए नली की त्रिज्या जितनी अधिक होती है अष्टक सम्बन्ध से उतना ही अधिक विचलन होता है। कम त्रिज्या वाली नलियों के लिए उपर्युक्त सम्बन्ध करीब-करीब सही है।

टिप्पणी— जिस खुली नली से स्वर निकल रहा है यदि उसे एकाएक बन्द कर दिया जाय तो स्वर का तारत्व उसी क्षण घट जाता है और निकली हुई ध्वनि की तीव्रता कम हो जाती है। यदि नली का एक सिरा चल पट (movable shutter) से बन्द हो तो पट को धीरे-धीरे खोलने पर स्वर का तारत्व बढ़ता हुआ मालूम पड़ता है और धीरे-धीरे बन्द करने पर घटता हुआ मालूम पड़ता है।

8.4. नली से उत्पादित स्वर के तारत्व और स्वरूप पर नली के व्यास का प्रभाव (Effect of diameter of Pipe on the Pitch and Quality of the Note emitted by Pipe)

सिरा-संशोधन के कारण सभी ढंगों की कम्पनावृत्तियाँ कम हो जाती हैं। कोर-रहित नलियों के लिए सिरा-संशोधन $0{\cdot}6r$ है। अत: **नली की त्रिज्या जितनी कम होगी तारत्व का अवनयन** (lowering) **उतना ही कम होगा।**

जब तक सिरा-संशोधन तरंग-लम्बाई के प्रति स्वतंत्र है तब तक सिरा-संशोधन प्रसंवादी सम्बन्ध (harmonic relation) को गड़बड़ नहीं करता है। छोटी तरंग-लम्बाइयों के लिए प्रसंवादी सम्बन्ध गड़बड़ा जाता है, कारण, सिरा-संशोधन

तरंग-लम्बाई का एक फलन (function) हो जाता है। यह तब होता है जब तरंग-लम्बाई नली की त्रिज्या के तुल्य हो जाती है। अतः, यदि ऐसी नली एक आवर्त बल से उत्तेजित की जाय तो बल के प्रसंवादी अवयवों के साथ अधिस्वरक मेल नहीं खायेंगे। इसलिए अनुनाद प्रभाव बहुत कम होगा और ध्वनि में कुछ ही प्रसंवादी अवयव उपस्थित रहेंगे। इस प्रकार ध्वनि हीन (poor) रूप की होगी। इसके विपरीत संकीर्ण नली से उत्पादित ध्वनि में अधिक प्रसंवादी होंगे और ध्वनि उच्च रूप की होगी।

8.5. नली के तारत्व पर तापमान और आर्द्रता का प्रभाव (Effect of Temperature and Moisture on the Pitch of a Pipe)

तापमान-परिवर्तन से नली की लम्बाई, जिस पर तरंग-लम्बाई निर्भर करती है, कोई विशेष नहीं बदलती है। किन्तु तापमान बढ़ने से ध्वनि का वेग बढ़ता है। फलस्वरूप तापमान बढ़ने से नली से उत्पादित ध्वनि की आवृत्ति और इस कारण तारत्व बढ़ता है। आर्द्रता के कारण नली में वायु का घनत्व घट जाता है जिससे ध्वनि का वेग बढ़ जाता है। फलतः नली से निकले हुए स्वर का तारत्व बढ़ जाता है।

8.6. विश्लेषणात्मक विधि (Analytical Method)

(क) बन्द नली— मान लें, x-अक्ष नली के अनु है और बन्द सिरे $x=l$ पर है। मान लें, x-अक्ष की धन दिशा के अनु बन्द सिरे की ओर चलती हुई समतल तरंग के लिए कण का वेग

$$\dot{y}_i=a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \qquad .. \quad (18)$$

द्वारा निरूपित है।

बन्द सिरे पर कण का वेग सदैव शून्य होता है। अतः वहाँ पर ऐसी परावर्तित तरंग होगी जो x-अक्ष की ऋण दिशा में चलेगी और आपतित तथा परावर्तित तरंगों के अध्यारोपण के कारण कण का परिणामी वेग शून्य होगा। बन्द सिरे पर आपतित तरंग जन्य कण का वेग $\dot{y}_i=a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt-l)$ है, इसलिए बन्द सिरे पर परावर्तित तरंग जन्य कण का वेग

$$\dot{y}_r=-a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt-l) \text{ होगा।}$$

अतः परावर्तित तरंग

$$\dot{y}_r=-a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt+x-2l) \qquad .. \quad (19)$$

द्वारा निरूपित होगा।

किसी विन्दु पर आपतित तरंग जन्य अतिरिक्त दाब निम्नलिखित है—

$$p_i = Z_0 \dot{y}_i, \text{ जहाँ } Z_0 = v\rho \text{ है ।*}$$

या
$$p_i = Z_0\, a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) \quad \ldots \quad (20).$$

परावर्तित तरंग जन्य अतिरिक्त दाब निम्नलिखित है—

$$p_r = -Z_0\, \dot{y}_r$$

या
$$p_r = Z_0\, a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt + x - 2l) \quad \ldots \quad (21).$$

नली के भीतर किसी विन्दु पर आपतित और परावर्तित तरंगों के कारण कण का परिणामी

$$\dot{y} = \dot{y}_i + \dot{y}_r = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) - a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt + x - 2l)$$

या
$$\dot{y} = a \sin \frac{2\pi}{\lambda}\{(vt - l) + (l - x)\} - a \sin \frac{2\pi}{\lambda}\{(vt - l) - (l - x)\}$$

या
$$\dot{y} = 2a \cos \frac{2\pi}{\lambda}(vt - l) \sin \frac{2\pi}{\lambda}(l - x) \quad \ldots \quad (22),$$

और परिणामी अतिरिक्त दाब

$$p = p_i + p_r = Z_0\, a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x) + Z_0\, a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - x + 2l)$$

या
$$p = 2\, Z_0\, a \sin \frac{2\pi}{\lambda}(vt - l) \cos \frac{2\pi}{\lambda}(l - x) \quad \ldots \quad (23).$$

चूंकि दूसरा सिरा खुला हुआ है, इसलिए वहाँ पर p सदैव शून्य होगा, अर्थात् $x=0$ पर t के सभी मानों के लिए $p=0$ होगा । इस स्थिति में

$$\cos \frac{2\pi}{\lambda} l = 0$$

---

* $p_i = -K \frac{dy_i}{dx}$. किन्तु $\frac{dy_i}{dt} = \dot{y}_i = -v \frac{dy_i}{dx}$.

$$\therefore \quad p_i = \frac{K}{v} \dot{y}_i = \frac{v^2 \rho}{v} \dot{y}_i = v\rho\, \dot{y}_i = Z_0 \dot{y}_i.$$

या $\frac{2\pi}{\lambda}l=m\frac{\pi}{2}$, जहाँ m एक विषम पूर्ण संख्या 1, 3, 5 आदि हैं।

या
$$\lambda_m=\frac{4l}{m} \qquad .. \quad (24).$$

λ का उपर्युक्त मान रखने पर, किसी विन्दु पर कण का वेग

$$\dot{y}=2a\cos\frac{m\pi}{2l}(vt-l)\ \sin\frac{m\pi}{2l}(l-x)$$

$$=2a\cos\left(\frac{m\pi vt}{2l}-\frac{m\pi}{2}\right)\sin\left(\frac{m\pi}{2}-\frac{m\pi x}{2l}\right)$$

$$=2a\sin\frac{m\pi vt}{2l}\cos\frac{m\pi x}{2l} \qquad .. \quad (25).$$

समय के सापेक्ष समाकलन (integrate) करने पर

$$y=Q_m\cos m\frac{\pi vt}{2l}\cos\frac{m\pi x}{2l} \qquad .. \quad (26),$$

जहाँ $Q_m=-\frac{4al}{m\pi v}$ है।

पुनः
$$p=2aZ_0\sin\frac{m\pi}{2l}(vt-l)\cos\frac{m\pi}{2l}(l-x)$$

$$=-2aZ_0\sin\left(\frac{m\pi}{2}-\frac{m\pi vt}{2l}\right)\cos\left(\frac{m\pi}{2}-\frac{m\pi x}{2l}\right)$$

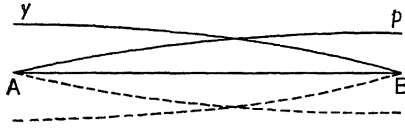
$$=-2aZ_0\cos\frac{m\pi vt}{2l}\sin\frac{m\pi x}{2l}$$

$$=P_m\cos\frac{m\pi vt}{2l}\sin\frac{m\pi x}{2l} \qquad .. \quad (27),$$

जहाँ $P_m=-2aZ_0$=दाब-परिवर्तन का आयाम है।
जब $m=1$ है तो

$$\lambda_1=4l,\ n_1=\frac{v}{4l}, \text{ और}$$

$$y_1 = Q_1 \cos \frac{\pi vt}{2l} \cos \frac{\pi x}{2l},$$

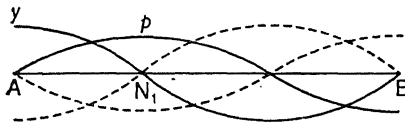
$$p_1 = P_1 \cos \frac{\pi vt}{2l} \sin \frac{\pi x}{2l} \text{ है ।}$$

(चित्र 63)

यदि नली के विभिन्न विन्दुओं पर y_1 और p_1 को अंकित किया जाय तो चित्र 63 में दिखाये गये वक्र (cúrves) प्राप्त होंगे। ठोस वक्रों द्वारा निरूपित समय में वायु-कण बन्द सिरे की ओर चल रहे हैं, और अतिरिक्त दाब प्रस्पंद पर शून्य और बन्द सिरे B पर महत्तम है। अर्ध आवर्तकाल के बाद विस्थापन गुणात्मक हो जाते हैं और यह स्थिति बिन्दीदार वक्रों से दिखायी गयी है।

$m=3$ के लिए $\lambda_3 = \frac{4l}{3}$, $n_3 = \frac{3v}{4l}$, और

$$y_3 = Q_3 \cos \frac{3\pi vt}{2l} \cos \frac{3\pi x}{2l},$$

$$p_3 = P_3 \cos \frac{3\pi vt}{2l} \sin \frac{3\pi x}{2l} \text{ है ।}$$

नली के विभिन्न विन्दुओं पर y_3 और p_3 के लेखाचित्र, चित्र 64 में दिखाये गये हैं। ठोस वक्रों द्वारा निरूपित समय में

(चित्र 64)

$x = \frac{l}{3}$ पर विस्थापन शून्य हो जाता है और यह एक निस्पंद विन्दु है। N_1 पर दाब को महत्तम धन मान है और B पर इसे महत्तम ऋण मान है। यह ध्यान देने योग्य है कि N_1 के दोनों ओर के वायु-कण इसकी ओर चल रहे हैं, जबकि B पर वे दूर हट रहे हैं। अर्ध आवर्तकाल बाद की स्थितियाँ बिन्दीदार वक्रों से दिखायी गयी हैं। तब N_1 घटे हुए दाब का क्षेत्र हो जाता है और B बढ़े हुए दाब का।

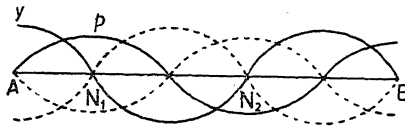
$m=5$ के लिए $\lambda_5=\frac{4l}{5}, n_5=\frac{5v}{4l}$, और

$$y_5=Q_5 \cos\frac{5\pi vt}{2l} \cos\frac{5\pi x}{2l},$$

$$p_5=P_5 \cos\frac{5\pi vt}{2l} \sin\frac{5\pi x}{2l} \text{ है ।}$$

नली के विभिन्न विन्दुओं पर y_5 और p_5 के लेखाचित्र, चित्र 65 में दिखाये गये हैं ।

(चित्र 65)

$x=\frac{l}{5}$ और $x=\frac{3l}{5}$ पर निस्पंद विन्दु हैं । ठोस वक्रों द्वारा निरूपित समय में N_1 पर बढ़ा हुआ दाब और N_2 पर घटा हुआ दाब है । अतः क्रमिक निस्पंदों पर बढ़े हुए दाब और घटे हुए दाब एकान्तर रूप से होते हैं । अर्ध आवर्तकाल बाद की स्थितियाँ बिन्दीदार वक्रों से दिखायी गयी हैं ।

यदि सिरा-संशोधन पर विचार किया जाय तो प्रस्पंद खुले सिरे पर नहीं होगा बल्कि खुले सिरे से c_1 दूरी पर होगा । अतः l के स्थान पर $(l+c_1)$ लिखना होगा

और तब $\lambda_m=\frac{4(l+c_1)}{m}$ और $n_m=\frac{mv}{4(l+c_1)}$ होगा ।

स्पष्टतः $n_1 : n_3 : n_5 : \ldots . = 1 : 3 : 5 : \ldots .$

अर्थात्, **बन्द नली से उत्पादित मूलस्वरक और अधिस्वरक विषम प्रसंवादियों की श्रेणी बनाते हैं ।**

(ख) खुली नली— पहले की तरह, मान लें

$$y_i=a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x) \quad \ldots \quad (28).$$

आपतित तरंग को निरूपित करता है और

$$y_r=a \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt+x-2l) \quad \ldots \quad (29)$$

परावर्तित तरंग को निरूपित करता है, कारण धन विस्थापन खुले सिरे से धन विस्थापन के रूप में परावर्तित होता है । आपतित और परावर्तित तरंगों के अध्यारोपण के कारण बनी हुई अप्रगामी तरंग का समीकरण निम्नलिखित होगा—

$$\dot{y}=\dot{y}_i+\dot{y}_r=2a\ \sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-l)\cos\frac{2\pi}{\lambda}(l-x) \qquad .. \quad (30).$$

पुनः, अतिरिक्त दाब $\qquad p_i=Z_0\dot{y}_i$
और $\qquad p_r=Z_0\dot{y}_r$ है।

अतः आपतित और परावर्तित तरंगों के अध्यारोपण के कारण परिणामी अतिरिक्त दाब

$$p=2aZ_0\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-l)\sin\frac{2\pi}{\lambda}(l-x) \qquad .. \quad (31).$$

होगा।

खुले सिरे A पर $x=0$ और अतिरिक्त दाब सदैव शून्य है। अतः

$$\sin\frac{2\pi}{\lambda}l=0, \text{ या } \frac{2\pi}{\lambda}l=r\pi, \text{ या } \lambda_r=\frac{2l}{r}, \qquad .. \quad (32),$$

जहाँ r एक पूर्ण संख्या है। λ का उपर्युक्त मान रखने पर किसी विन्दु पर कण का वेग

$$\dot{y}=2a\sin\frac{r\pi}{l}(vt-l)\cos\frac{r\pi}{l}(l-x)$$

$$=-2a\sin\left(r\pi-\frac{r\pi vt}{l}\right)\cos\left(r\pi-\frac{r\pi x}{l}\right)$$

$$=2a\sin\frac{r\pi vt}{l}\cos\frac{r\pi x}{l} \qquad .. \quad (33).$$

समय के सापेक्ष समाकलन करने पर

$$y=-\frac{2al}{r\pi v}\cos\frac{r\pi vt}{l}\cos\frac{r\pi x}{l}$$

$$=Q_r\cos\frac{r\pi vt}{l}\cos\frac{r\pi x}{l} \qquad .. \quad (34),$$

जहाँ $\qquad Q_r=-\frac{2al}{r\pi v}$ है।

उसी प्रकार

$$p=2aZ_0\cos\frac{r\pi}{l}(vt-l)\sin\frac{r\pi}{l}(l-x)$$

$$=2a\,Z_0 \cos\left(r\pi-\frac{r\pi vt}{l}\right)\sin\left(r\pi-\frac{r\pi x}{l}\right)$$

$$=-2a\,Z_0 \cos\frac{r\pi vt}{l}\sin\frac{r\pi x}{l}$$

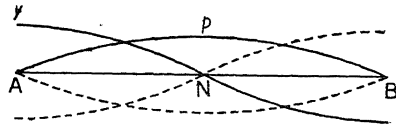
$$=P_r \cos\frac{r\pi vt}{l}\sin\frac{r\pi x}{l} \quad \ldots \quad (35)$$

जहाँ $P_r=-2a\,Z_0$ है।

जब $r=1$ है तो $\lambda_1=2l$, $n_1=\frac{v}{2l}$, और

$$y_1=Q_1 \cos\frac{\pi vt}{l}\cos\frac{\pi x}{l},$$

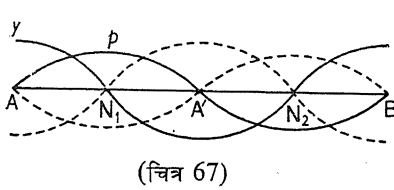
$$p_1=P_1 \cos\frac{\pi vt}{l}\sin\frac{\pi x}{l} \text{ है।}$$

चित्र 66 में खुली नली के विभिन्न विन्दुओं पर विस्थापन y और दाब p दिखाये गये हैं। $x=\frac{l}{2}$ पर निस्पंद-विन्दु है। ठोस वक्रों द्वारा निरूपित समय में N पर बढ़ा हुआ दाब है। अर्ध आवर्तकाल बाद स्थितियाँ उलट जाती हैं जैसा बिन्दीदार वक्रों द्वारा दिखाया गया है।

(चित्र 66)

$r=2$ के लिए $\lambda_2=\frac{2l}{2}$, $n_2=\frac{2v}{2l}$, और

$$y_2=Q_2 \cos\frac{2\pi vt}{l}\cos\frac{2\pi x}{l},$$

$$p_2 = P_2 \cos \frac{2\pi vt}{l} \sin \frac{2\pi x}{l}.$$

चित्र 67 में नली के विभिन्न विन्दुओं पर y और p दिखाये गये हैं। $x=\frac{l}{4}$ और $x=\frac{3l}{4}$ पर निस्पंद N_1 और N_2 हैं। $x=\frac{l}{2}$ पर प्रस्पंद A' है।

(चित्र 67)

अर्ध आवर्त्तकाल बाद की स्थितियाँ बिन्दीदार वक्रों द्वारा दिखायी गयी हैं।

अब, $\lambda_r = \frac{2l}{r}$, $n_r = \frac{rv}{2l}$, और $x = \frac{l}{2r}, \frac{3l}{2r}, \frac{5l}{2r}$ आदि पर r निस्पंद हैं तथा $x = \frac{l}{r}, \frac{2l}{r}$ आदि पर $(r-1)$ प्रस्पंद हैं। क्रमिक निस्पंदों पर महत्तम धन और ऋण दाब हैं। पुनः सिरा-संशोधन का विचार रखने पर

$$\lambda_r = \frac{2(l+2c_1)}{r} \text{ और } n_r = \frac{rv}{2(l+2c_1)}.$$

स्पष्टत: $n_1 : n_2 : n_3 : \ldots\ldots = 1 : 2 : 3 : \ldots\ldots$

अर्थात्, **खुली नली से उत्पादित मूलस्वरक और अधिस्वरक पूर्ण प्रसंवादी श्रेणी बनाते हैं।**

सन् 1773 ई० में **डेनियल बरनौली** (Daniel Bernoulli) ने नलियों के कम्पन के इन नियमों को खोजा और ये नियम उनके नाम पर कहे जाते हैं।

8.7. **ऑरगन पाइप (Organ Pipe)**

यह वायु-वाद्ययंत्र का सबसे सरल रूप है। इसमें लकड़ी या धातु की एक

खोखली लम्बी नली होती है जो वायु-कोष्ठ (wind chest) कहलाती है। नली के एक सिरे से एक मुखिका (mouth piece) M जुड़ी होती है जिससे होकर वायु भेजी जाती है। नली का दूसरा सिरा बन्द या खुला रहता है और तदनुसार नली **बन्द नली** या **खुली नली** कहलाती है।

(चित्र 68)

मुखिका की क्रिया— मुखिका एक जनित्र (generator) है जो वायु-स्तम्भ के कम्पन के पोषण के लिए आवश्यक ध्वनि-ऊर्जा प्रदान करती है।

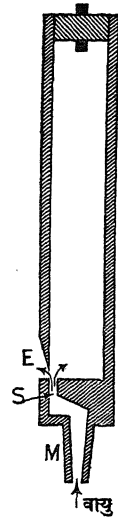
M से होकर जब वायु फूँकी जाती है तो संकीर्ण दरार S से ब्लैड जैसी वायु-धारा निकलती है। यह वायु-धारा तीखी कोर E, जो नली की दीवार को काटकर ढालू बनाने से बनी है, से टकराती है। संमिति में कमी या दूसरे बाह्य कारण से वायु-धारा भीतर या बाहर को किंचित् मुड़ जाती है और इस प्रकार नली के भीतर एक क्षीण संपीडन या विरलन भेजती है।

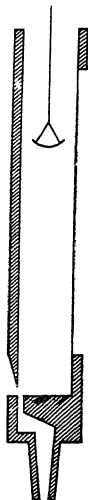
मान लें, एक संपीडन प्रस्थान करता है और बन्द सिरे की ओर चलता है। बन्द सिरे से यह संपीडन के रूप में परावर्तित होकर लौटता है। जब यह दरार पर लौट आता है तो यह E

को बाहर की ओर तनिक ठेल देता है और विरलन के रूप में परावर्तित हो जाता है। E पर छिद्र से जैसे ही वायु तेजी से निकलती है, M से आती वायु को अपने साथ खींचती जाती है जिससे नली के भीतर एक विरलन जाता है। ये दोनों विरलन एक-दूसरे को प्रबलित करते हैं और ध्वनि की तीव्रता बढ़ जाती है।

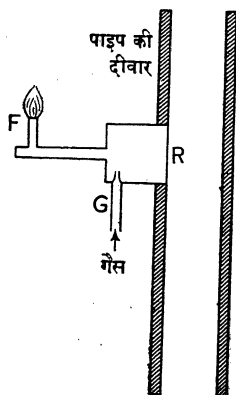
यह विरलन बन्द सिरे पर पहुँचता है और वहाँ से विरलन के रूप में परावर्तित होकर लौटता है। E पर पहुँचने पर यह वायु को भीतर खींचती है और संपीडन के रूप में परावर्तित हो जाता है। उसी समय M से आती वायु भीतर खिचा जाती है जिससे संपीडन उत्पन्न होता है। ये दोनों संपीडन एक-दूसरे को प्रबलित करते हैं और ध्वनि की तीव्रता बढ़ जाती है। इस प्रकार मुखिका से फूँकी गयी वायु-धारा की ऊर्जा वायु-स्तम्भ में **कम्पन उत्पन्न** करती है और **पोषण** करती है। सीधी और परावर्तित तरंगों के अध्यारोपण के कारण नली में अप्रगामी तरंगें उत्पन्न होती हैं जिनमें बन्द सिरे पर निस्पंद और खुला सिरे पर प्रस्पंद होते हैं।

यदि नली खुली होती है तो संपीडन खुले सिरे से विरलन के रूप में परावर्तित होता है और विरलन खुले सिरे से संपीडन के रूप में परावर्तित होता है। पुनः अप्रगामी तरंगें उत्पन्न होती हैं जिनमें दोनों खुले सिरे पर प्रस्पंद होते हैं।

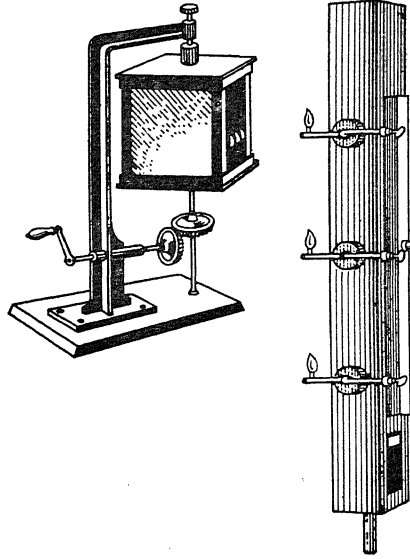
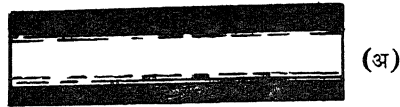
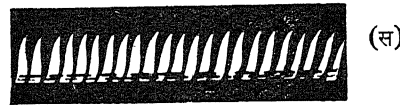
ऑरगन पाइप में कम्पन के ढंग उसी प्रकार होते हैं जिस प्रकार बेलनाकार नली में होते हैं। नली को जोर से फूँकने पर अधिस्वरक उत्पन्न होते हैं।

8.8. ऑरगन पाइपों में अप्रगामी तरंगों का प्रायोगिक प्रदर्शन (Experimental Demonstration of Standing Waves in Organ Pipes)

जब ऑरगन पाइप को फूँका जाता है तो नली में अनुदैर्घ्य अप्रगामी तरंगें उत्पन्न हो जाती हैं जिनमें निस्पंद और प्रस्पंद विशेष स्थानों पर होते हैं। निस्पंदों पर वायु-कण का विस्थापन न्यूनतम होता है, किन्तु दाब-परिवर्तन महत्तम होता है। प्रस्पंदों पर वायु-कण का विस्थापन महत्तम होता है और दाब-परिवर्तन न्यूनतम होता है। ऑरगन पाइपों में निस्पंदों और प्रस्पंदों के स्थान निम्नलिखित प्रयोगों से प्रदर्शित किये जा सकते हैं—

(चित्र 69)

प्रयोग १. एक ऐसा खुला ऑरगन पाइप लिया जाता है जिसका एक पार्श्व (side) काँच का होता है। तने हुए कागज से ढके हुए एक वलय (ring) को धागे से पलड़े की तरह लटका दिया जाता है और उस पर बालू के बारीक कण रख दिये जाते हैं। पाइप को फूँका जाता है और पलड़े को नली में खुले सिरे से नीचे धीरे-धीरे लाया जाता है। जब पलड़ा प्रस्पंद पर होता है तो बालू-कण तीव्र रूप से उद्विग्न हो जाते हैं और जब निस्पंद पर होता है तो कण स्थिर रहते हैं। इस प्रकार निस्पंदों और प्रस्पंदों के स्थान का पता लगाया जा सकता है।

प्रयोग २. कोयनिग का प्रयोग (Koenig's experiment)—जर्मन वैज्ञानिक कोयनिग ने एक दूसरी विधि निकाली जिसमें **दाबमापी ज्वाल** (manometric flame) प्रयुक्त किया गया।

(चित्र 70)

दाबमापी ज्वाल में धातु का एक छोटा खोखला कोष्ठ होता है जिसका एक फलक (face) पतली रबड़-झिल्ली (membrane) R का बना होता है (चित्र 70)। प्रवेशनली G से होकर कोयला-गैस कोष्ठ में प्रवेश करती है और जेट F से बाहर निकलती है जहाँ यह जलती है। यदि झिल्ली पर दाब बदला जाय तो कोष्ठ में बन्द गैस में संगत दाब-परिवर्तन होगा। फलस्वरूप ज्वाला की ऊँचाई में घट-बढ़ होगी, निम्न दाब के लिए कम ऊँचाई और उच्च दाब के लिए अधिक ऊँचाई होगी।

आँरगन पाइप के साथ इसका उपयोग करने के लिए पाइप की एक दीवार में कई छेद बना दिये जाते हैं और प्रत्येक छेद में दाबमापी ज्वाल लगा दिया जाता है (चित्र 71)। जेट को जला दिया जाता है और पाइप को ध्वनित किया जाता है। ज्वाला में घट-बढ़ बहुत तेजी से होने के कारण उन्हें खाली आँख से नहीं परखा जा सकता, जब तक कि रेटिना पर उनके प्रतिबिम्ब फैलाये न जायँ। अत: ऊर्ध्वाधर अक्ष के परित: तेजी से घूमते हुए दर्पण में बने ज्वाला के प्रतिबिम्ब को देखकर ज्वाला के घट-बढ़ को प्रेक्षित किया जाता है। प्रस्पंद पर दाब-परिवर्तन नहीं के बराबर होता है, इसलिए वहाँ पर ज्वाला स्थायी रूप से जलेगी। अत: वहाँ पर ज्वाला की ऊँचाई नियत रहती है और दर्पण में **अविच्छिन्न ज्योतिर्मय पट्टी** (continuous luminous band) दिखायी देगी (चित्र 72 अ)। इसके विपरीत, निस्पंद पर दाब-परिवर्तन महत्तम होता है। इसलिए वहाँ पर ज्वाला झिल्ली की आवृत्ति और महत्तम आयाम के साथ घटती-बढ़ती है और दर्पण में **दंत-संरचना** (toothed structure) की ज्योर्तिमय पट्टी दिखायी देगी (चित्र 72 ब)। किसी भी मध्यवर्ती विन्दु पर दाब-परिवर्तन मध्यवर्ती होगा और ज्वाला का घट-बढ़ आवर्त रूप में होगा, किन्तु निस्पंद पर के आयाम से इसका आयाम कम होगा। चित्र 72 (ब) में निरूपित स्वरक की दुगुनी आवृत्ति पर पट्टी की आकृति चित्र 72 (स) में दिखायी गयी

(चित्र 71)

(चित्र 72)

है। चित्र 72 (द) मूलस्वरक के साथ क्षीण अधिस्वरक की उपस्थिति दरसाता है।

टिप्पणी— दो ऑरगन पाइपों की आवृत्तियों की तुलना करने के लिए भी दाब-मापी ज्वाल-विधि का प्रयोग किया जाता है। जब प्रत्येक पाइप में निस्पंद पर दाब-मापी ज्वाल को लाया जाता है और संगत ज्वालों को अगल-बगल रखकर प्रेक्षित किया जाता है तो यह पाया जायगा कि एक प्रतिबिम्ब के n दाँत उतनी ही लम्बाई में हैं जितनी लम्बाई में दूसरे प्रतिबिम्ब के n' दाँत होते हैं। स्पष्टत: उन पाइपों की आवृत्तियों का अनुपात $n : n'$ है।

साधित उदाहरण

1. एक खुले ऑरगन पाइप के खुले सिरे को एकाएक बन्द कर दिया जाता है। यदि इस प्रकार प्राप्त दो स्वरों के प्रथम अधिस्वरक की आवृत्तियों का अन्तर 440 चक्र प्रति सेकण्ड हो तो मूल आवृत्ति क्या थी? (Magadh 1965 S)

(The top of an open organ pipe is suddenly closed. If the frequencies of the first overtones of the two notes so obtained differ by 440 cycles per second, what was the original frequency ?)

यदि मूल आवृत्ति n_1 हो तो खुली नली के प्रथम अधिस्वरक की आवृत्ति $2n_1$ होगी। नली को एकाएक बन्द कर देने से मूलस्वरक की आवृत्ति $\frac{n_1}{2}$ हो जायगी और प्रथम अधिस्वरक की आवृत्ति $\frac{3n_1}{2}$ होगी।

प्रश्नानुसार, $$2\,n_1 - \frac{3n_1}{2} = 440$$

या $$n_1 = 440 \times 2 = 880 \text{ चक्र प्रति सेकण्ड।}$$

2. एक ऑरगन पाइप को जब वायु से भरा जाता है तो उससे 128 आवृत्ति का स्वर निकलता है। यदि पाइप को हाइड्रोजन से भरा जाय तो उससे उत्पादित स्वर की आवृत्ति क्या होगी?

वायु और हाइड्रोजन के घनत्व का अनुपात 100 : 7 है। (Patna 1963)

(When filled with air, an organ pipe produces a note of frequency 128. What will be the frequency of the note emitted, if the pipe is filled with hydrogen ? Ratio of the densities of air and hydrogen is 100 : 7.)

मान लें, वायु और हाइड्रोजन में ध्वनि के वेग क्रमश: v_a और v_h हैं। चूँकि ऑरगन पाइप की लम्बाई समान रहती है, इसलिए उत्पादित स्वरों की तरंग-लम्बाई समान रहेगी, किन्तु वेग बदलेगा।

अब, $v_a=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_a}}$ और $v_h=\sqrt{\frac{\gamma P}{\rho_h}}$;

$$\therefore \quad \frac{v_h}{v_a}=\sqrt{\frac{\rho_a}{\rho_h}}=\sqrt{\frac{100}{7}}.$$

पुनः $v_a=n_a\lambda$ और $v_h=n_h\lambda$;

$$\therefore \quad \frac{v_h}{v_a}=\frac{n_h}{n_a}.$$

अतः $\frac{n_h}{n_a}=\sqrt{\frac{100}{7}}$, या $n_h=n_a\sqrt{\frac{100}{7}}=128\times\frac{10}{\sqrt{7}}$

$$=483{\cdot}79.$$

3. जब 256 आवृत्ति के एक स्वरित्र के साथ एक ऑरगन पाइप को ध्वनित किया जाता है तो 8 विस्पंदन प्रति सेकेण्ड उत्पन्न होते हैं। स्वरित्र से निम्न स्वर निकलता है। स्वरित्र के साथ स्वरमेल लाने के लिए पाइप की लम्बाई कितनी बदलनी होगी ? (Magadh 1963)

(An organ pipe produces 8 beats per second when sounded with a fork of frequency 256, the fork giving the lower note. How much must the length of the pipe be altered to bring it in unison with the fork ?)

चूँकि स्वरित्र से निम्न स्वर निकल रहा है, इसलिए ऑरगन पाइप की आवृत्ति 256+8 =264 है। मान लें, पाइप खुला हुआ है और उसकी लम्बाई l है। स्वरित्र के साथ स्वर-मेल में लाने के लिए, मान लें, नली की लम्बाई x से बढ़ा दी जाती है। यदि वायु में ध्वनि का वेग v हो तो

$$264=\frac{v}{2l} \text{ और } 256=\frac{v}{2(l+x)}$$

$$\therefore \quad \frac{264}{256}=\frac{l+x}{l}$$

या $$256l+256x=264l$$

या $$x=\frac{l}{32}.$$

अर्थात्, नली की लम्बाई अपनी पूर्व लम्बाई के $\frac{1}{32}$ वें भाग से बढ़ा दी जायगी।

4. दो स्वरित्र P और Q 6 विस्पंदन प्रति सेकेण्ड उत्पन्न करते हैं। 15 सें॰ मी॰ लम्बे बन्द वायु-स्तम्भ के साथ P अनुनाद उत्पन्न करता है और 30·5 सें॰ मी॰ लम्बे खुले वायु-स्तम्भ के साथ Q अनुनाद उत्पन्न करता है। उनकी आवृत्तियों की गणना करें। (Patna 1960)

(Two tuning forks P and Q give 6 beats per second. P resonates with a closed columm of air 15 cm. long and Q with an open column 30·5 cm. long. Calculate their frequencies.)

मान लें, स्वरित्र P और Q की आवृत्तियाँ क्रमश: n_1 और n_2 हैं।

बन्द वायु-स्तम्भ की आवृत्ति $=\frac{v}{4l}=\frac{v}{5\times 4}$, जहाँ v वायु में ध्वनि का वेग है।

प्रश्नानुसार, $n_1=\frac{v}{60}$; $\therefore$ $v=60n_1$.

खुले वायु-स्तम्भ की आवृत्ति $=\frac{v}{2l}=\frac{v}{30{\cdot}5\times 2}$.

प्रश्नानुसार, $n_2=\frac{v}{61}$; $\therefore$ $v=61n_2$.

अत: $60n_1=61n_2$, या $\frac{n_1}{n_2}=\frac{61}{60}$.

चूँकि $n_1>n_2$ है, इसलिए $n_1-n_2=6$

या $\frac{n_1}{n_2}-1=\frac{6}{n_2}$, या $\frac{61}{60}-1=\frac{6}{n_2}$.

$$\because \quad n_2=6\times 60=360,$$

और $$n_1=360+6=366.$$

5. एक साइरेन जिसकी चकती में 20 छिद्र हैं, बन्द नली, जिससे मूल स्वर निकल रहा है, के साथ 5 विस्पंदन प्रति सेकण्ड देता है, जब चकती प्रति मिनट 2427 परिभ्रमण करती है। पाइप की प्रभावी लम्बाई क्या है? (वायु में ध्वनि का वेग = 1100 फुट प्रति सेकेण्ड।) (Ranchi 1962)

(A siren with 20 holes in its disc gives 5 beats per second with a closed pipe sounding its fundamental note when the disc makes 2427 revolutions per minute. What is the effective length of the pipe? Velosity of sound in air = 1100 ft./sec.)

2427 परिभ्रमण प्रति मिनट $=\frac{2427}{60}=40{\cdot}45$ परिभ्रमण प्रति सेकेण्ड।

साइरेन से निकले हुए स्वर की आवृत्ति $=20\times 40{\cdot}45=809$;

$\therefore$ नली से उत्पादित स्वर की आवृत्ति $809+5$ या $809-5$ है।

यदि नली की प्रभावी लम्बाई l हो, तो

$$814=\frac{v}{4l}, \quad \therefore \quad l=\frac{1100}{4\times 814}=0{\cdot}33783 \text{ फुट}$$

अथवा $804=\frac{v}{4l}$, $\therefore \; l=\frac{1100}{4\times 804}=0{\cdot}34203$ फुट ।

6. यदि एक ऐसा ठोस पदार्थ मिले जिससे बने पाइप से निकला हुआ स्वर सभी तापमानों पर समान हो तो प्रमाणित करें कि उस ठोस का घन-प्रसार-गुणांक पाइप को भरने वाली गैस के गुणांक का डेढ़ गुना होगा । (Bihar 1964 S, '58 S)

(Prove that, if a solid substance could be found such that the note given by an organ pipe formed of it was the same at all temperatures, the coefficient of cubical expansion of that solid would be one and half lines as great as that of the gas filling the pipe.)

तापमान बढ़ने से ध्वनि का वेग बढ़ता है । यदि 0°C और t°C पर ध्वनि के वेग क्रमशः v_0 और v_t हों तो

$$v_t=v_0(1+\gamma t)^{\frac{1}{2}}=v_0(1+\tfrac{1}{2}\gamma t) \text{ लगभग},$$

जहाँ γ नली में भरी गैस का घन-प्रसार-गुणांक है ।

तापमान बढ़ने से नली की लम्बाई भी बढ़ती है और इस कारण तरंग-लम्बाई बढ़ जाती है, अर्थात् $\lambda \propto l$.

यदि 0°C और t°C पर नली से उत्पादित मूलस्वरक की आवृत्तियाँ क्रमशः n_0 और n_t हों और तरंग-लम्बाइयाँ क्रमशः λ_0 और λ_t हों तो

$$v_0=n_0\lambda_0 \text{ और } v_t=n_t\lambda_t.$$

$$\therefore \; \frac{v_t}{v_0}=\frac{n_t}{n_0}\cdot\frac{\lambda_t}{\lambda_0}=\frac{n_t}{n_0}\cdot\frac{l_t}{l_0}$$

$$=\frac{n_t}{n_0}\cdot\frac{l_0(1+\alpha t)}{l_0}=\frac{n_t}{n_0}(1+\alpha t),$$

जहाँ α नली के पदार्थ का रैखिक-प्रसार-गुणांक है ।

$$\therefore \; 1+\tfrac{1}{2}\gamma t=\frac{n_t}{n_0}(1+\alpha t).$$

यदि तापमान बदलने से आवृत्ति नहीं बदले, अर्थात् $n_t=n_0$ हो, तो

$$1+\tfrac{1}{2}\gamma t=1+\alpha t$$

या $$\gamma=2\alpha.$$

यदि पदार्थ का घन-प्रसार-गुणांक γ' हो तो $\gamma'=3\alpha$.

$$\therefore \; \gamma'=\frac{3\gamma}{2}=1{\cdot}5\gamma.$$

प्रश्नावली ८

(अ)

1. दोनों सिरों पर खुली नली में अप्रगामी तरंगों की रचना की विवेचना करें ।

(Bhagalpur 1962)

[Discuss the formation of stationary waves in a pipe which is open at both ends.]

2. खुली और बन्द नलियों में गैस के कम्पन के संभव ढंगों की व्याख्या करें। खुली ऑरगन नली से निकले हुए स्वर की तीव्रता और स्वरूप पर क्या प्रभाव पड़ेगा, यदि ऊपरी सिरे को एकाएक बन्द कर दिया जाय ? (Magadh 1965 S)

[Explain the possible modes of vibration of a gas in open and closed pipes. What effect is produced on the frequency and quality of the note given by an open organ pipe, if the top is suddenly closed ?]

3. खुली और बन्द नलियों में वायु-स्तम्भ के कम्पनों की विवेचना करें। स्वर के तारत्व और स्वरूप पर नलियों के व्यास का क्या प्रभाव पड़ता है ?

(Agra 1965, '51; Allahabad 1951)

[Discuss the vibrations of air column in open and closed pipes. What is the influence of the diameter of the pipes upon the pitch and quality of the note ?]

4. बन्द और खुली नलियों के अधिस्वरक का व्यंजक मूलस्वरक के पद में प्राप्त करें। बन्द और खुली ऑरगन नलियों से निकले स्वर के स्वरूप के अन्तर का कारण बताएँ।

(Madras 1965; Punjab '58 S, '47)

[Find an expression for the overtones of closed and open pipes in terms of the fundamental. Account for the difference in quality of the notes given by a closed and an open organ pipe.]

5. बन्द और खुली ऑरगन नलियों में अधिस्वरकों की रचना की व्याख्या करें। ध्वनित ऑरगन नली में अप्रगामी तरंगों के अस्तित्व के प्रदर्शन के लिए एक प्रायोगिक प्रबन्ध का वर्णन करें।

[Explain the formation of overtones in closed and open organ pipes. Describe an experimental arrangement for demonstrating the existence of standing waves in a sounding organ pipe.]

(ब)

1. 32·4 सें०मी० की बन्द ऑरगन नली से उत्पादित मूलस्वर का तारत्व क्या होगा, यदि हवा में ध्वनि का वेग 332 मीटर प्रति सेकण्ड हो ? [उत्तर : 256·2]

[What will be the pitch of the fundamental note emitted by a closed organ pipe 32·4 cm. long, if the velocity of sound in air is 332 metres per second ?]

2. एक बन्द नली और एक खुली नली को एक साथ बजाने पर 5 विस्पंदन प्रति सेकण्ड उत्पन्न होते हैं। यदि खुली नली की लम्बाई 30 सें०मी० हो तो दोनों नलियों को स्वरमेल में लाने के लिए बन्द नली की लम्बाई कितने से बदलनी होगी ? ध्वनि का वेग 332 मीटर/से० है।

[उत्तर : 0·14 सें०मी०]

[A closed pipe and an open pipe sounding together produce 5 beats per second. If the length of the open pipe is 30 cm., find by how much the length of the closed pipe must be changed to bring the two pipes in unison ? Velocity of sound = 330 metres/sec.]

3. बन्द नली का तृतीय अधिस्वरक खुली नली के प्रथम अधिस्वरक के साथ स्वरमेल में है। नलियों की लम्बाइयों का अनुपात निकालें। (Patna 1954 S) [उत्तर : 7 : 4]

[The third overtone of a closed pipe is found to be in unison with the first overtone of an open pipe. Find the ratio of the lengths of the pipes.]

4. अनुनाद बक्स, जिस पर 320 तारत्व का एक स्वरित्र चढ़ाना है, की लम्बाई ज्ञात करें। वायु में ध्वनि का वेग 1120 फु०/से० है। (Punjab 1957) [उत्तर : $\frac{7}{8}$ फुट]

[Calculate the length of the resonance box on which a tuning fork is to be mounted, the pitch of which is 320, the velocity of sound being 1120 ft./sec.]

९

सुस्वर ध्वनि और स्वर-ग्राम
(MUSICAL SOUND AND MUSICAL SCALE)

9.1. सुस्वर ध्वनि और राव (Musical Sound and Noise)

ध्वनियाँ दो प्रकार की होती हैं—संगीतमय और कोलाहलमय। **आवर्त गति** करती हुई वस्तुओं द्वारा उत्पन्न **स्थायी** (steady) ध्वनियाँ **सुस्वर ध्वनियाँ** कहलाती हैं। इसके विपरीत, **अनावर्त गति** करती हुई वस्तुओं द्वारा उत्पन्न **अस्थायी** (non-steady) ध्वनियाँ **राव** कहलाती हैं। अधिकांश ध्वनियाँ, यथा वायु-गर्जन, जूते की कड़कड़ाहट आदि, राव हैं जो कर्णकटु लगती हैं। प्रायः सुस्वर ध्वनियाँ वाद्यों (musical instruments) से उत्पन्न की जाती हैं जो कर्णप्रिय लगती हैं।

सुस्वर ध्वनियों के तीन मुख्य लक्षण (characteristics) हैं—**तारत्व** (pitch), **प्रबलता** (loudness), और **स्वरूप** (quality)। दो भिन्न हारमोनियम पर बजाये गये दो समान स्वर इन तीन लक्षणों में भिन्न मालूम हो सकते हैं।

9.2. तारत्व (Pitch)

तारत्व ध्वनि का वह लक्षण है जो मोटे स्वरक (grave tone) **की तुलना में ध्वनि की तीक्ष्णता** (shrillness) **की मात्रा प्रकट करता है।** कारखाने के भोंपू की अपेक्षा रेल-इंजन की सीटी अधिक तीक्ष्ण है, अर्थात् भोंपू की तुलना में सीटी उच्च तारत्व की है। सांगीतिक पदों में किसी स्वर का तारत्व स्वर-ग्राम में उस स्वर का स्थान निर्धारित करता है।

सन् 1681 ई० में रोबर्ट हुक (Robert Hooke) ने दिखाया कि तीक्ष्णता की संवेदना अर्थात् तारत्व, प्रति सेकण्ड कम्पनों की संख्या अर्थात् आवृत्ति पर निर्भर करता है। आवृत्ति जितनी अधिक होती है उतना ही अधिक तारत्व होता है। अत: ध्वनि के तारत्व को उसकी आवृत्ति द्वारा व्यक्त किया जाता है।

9.3. तीव्रता और प्रबलता (Intensity and Loudness)

ध्वनि-संचरण की दिशा के लम्बवत् रखे इकाई क्षेत्र से होकर प्रति सेकण्ड गुजरने वाली ऊर्जा की मात्रा को ध्वनि की तीव्रता कहते हैं। समतल तरंगों की स्थिति में, तीव्रता

$$I=2\pi^2a^2n^2\rho v \quad .. \quad (1)$$

[देखें अध्याय 2, समीकरण (19)]

है; जहाँ a आयाम, n आवृत्ति, ρ माध्यम का घनत्व और v ध्वनि का वेग है।

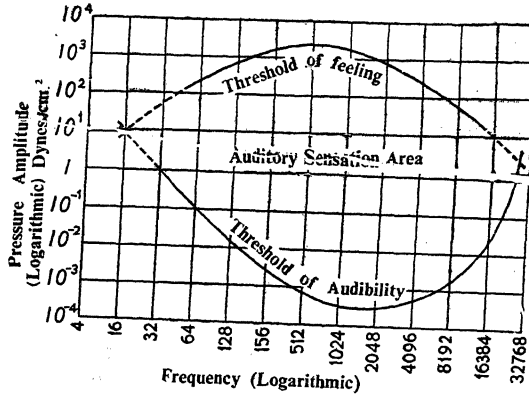
अतः सें०ग्रा०से० पद्धति में तीव्रता की निरपेक्ष इकाई 1 **अर्ग/से०-सें०मी०^2** या 10^{-7} **वाट/सें०मी०^2** है। व्यवहार में, सुविधाजनक इकाई 1 **माइक्रोवाट/सें०मी०^2** या 10^{-6} **वाट/सें०मी०^2** है।

पुनः दाब-आयाम (p_m) के पद में तीव्रता

$$I=\frac{p_m^2}{2\rho v} \qquad .. \qquad (2)^*$$

है। अतः तीव्रता की इकाई 1 **डाइन/सें०मी०^2** भी होती है।

इसके विपरीत, **ध्वनि द्वारा उत्पन्न श्रवण-संवेदना** (auditory sensation) **की मात्रा उस ध्वनि की प्रबलता** (loudness) **कहलाती है।** यह सुनने वाले आदमी की श्रवण-तीक्ष्णता (auditory acuity) पर निर्भर करती है, अर्थात् यह व्यक्तिनिष्ठ (subjective) है। अतः स्पष्ट है कि तीव्रता **एक निश्चित भौतिक राशि** है जो कान के प्रति स्वतन्त्र है और केवल ऊर्जा की मात्रा पर निर्भर करती है, जबकि प्रबलता **संवेदना की मात्रा** है जो तीव्रता और श्रवण-तीक्ष्णता पर निर्भर करती है।

चित्र 73 में सामान्य कान की संवेदनशीलता (sensitivity) दिखायी गयी है। ध्वनि की आवृत्ति (श्र० प्र० से० में) क्षैतिज अक्ष के अनुसूचित की गयी है और दाब-आयाम के पद में तीव्रता (डाइन/वर्ग सें० मी० में) ऊर्ध्वाधर अक्ष के अनुसूचित की गयी है। निम्न वक्र (lower curve) 'श्रव्यता की देहली' (threshold of audibility) निरूपित करता है। इस

(चित्र 73)

---

* समतल प्रगामी तरंग निम्नलिखित समीकरण द्वारा निरूपित होती है—

$$y=a\sin\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x)$$

$$\therefore \quad \frac{dy}{dx}=\frac{-2\pi a}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x).$$

ध्वनि का संचरण माध्यम में दाब-परिवर्तन (pressure variation) उत्पन्न करता है। अब, दाब-परिवर्तन

$$p=-K\frac{dy}{dx},$$ जहाँ K माध्यम का आयतन मापांक है।

वक्र पर किसी विन्दु का अर्थ है कि उस विन्दु के भुजांक (abscissa) द्वारा निरूपित आवृत्ति के स्वर को **श्रव्यमात्र** (barely audible) होने के लिए उस विन्दु के कोटि-अंक (ordinate) के संगत दाब-आयाम होना चाहिए। उपरि वक्र 'अनुभूति की देहली' (threshold of feeling) निरूपित करता है जो भिन्न आवृत्तियों पर दाब-आयाम के मान दिखाता है जिसके लिए कान में पीड़ा की संवेदना अनुभव होती है। उपरि और निम्न वक्र एक क्षेत्र घेरते हैं जो श्रव्यता की सीमा (limits of audibility) परिभाषित करता है। निम्न वक्र की परीक्षा से पता चलता है कि 500 और 700 श्र० प्र० से० के बीच की आवृत्तियों के लिए कान महत्तम संवेदनशील है।

अत: स्पष्ट है कि समान तीव्रता किन्तु भिन्न आवृत्तियों की दो ध्वनियाँ समान प्रबल (loud) नहीं मालूम होती हैं, क्योंकि भिन्न-भिन्न आवृत्तियों पर श्रवण-संवेदनशीलता भिन्न-भिन्न है।

9.4. तीव्रता-तल और तुल्य प्रबलता : बेल और फॉन (Intensity level and Equivalent loudness : Bel and Phon)

प्रयोग से यह देखा गया है कि **कान में प्रबलता की संवेदना ध्वनि की तीव्रता के लघुगणक** (logarithm) **के समानुपाती होती है।** यह **वेबर-फेकनर नियम** (Weber-Fechner law) कहलाता है। यदि ध्वनि की तीव्रता I हो तो उसकी प्रबलता

$$L=k\log_{10}I \qquad .. \qquad (3)$$

होगी, जहाँ k समानुपातीय नियतांक है। इस नियम से स्पष्ट है कि यदि I दूनी कर दी जाय तो L दूनी नहीं होगी।

$$\therefore \quad p=K\frac{2\pi a}{\lambda}\cos\frac{2\pi}{\lambda}(vt-x).$$

अत: दाब-आयाम, $p_m=K\frac{2\pi a}{\lambda}$.

परन्तु, ध्वनि का वेग $v=\sqrt{\frac{K}{\rho}}$, जहाँ ρ माध्यम का घनत्व है।

$$\therefore \quad K=v^2\rho$$

$$\therefore \quad p_m=v^2\rho\frac{2\pi a}{\lambda}=2\pi an\rho v \qquad \left[\because n=\frac{v}{\lambda}\right].$$

परन्तु, $I=2\pi^2a^2n^2\rho v$,

$$\therefore \quad I=\frac{p_m^2}{2\rho v}.$$

व्यवहार में, निरपेक्ष तीव्रता की अपेक्षा सापेक्ष तीव्रताओं (relative intensities) का अधिक महत्त्व है। अतः ध्वनि की तीव्रता उस ध्वनि की तीव्रता और एक मानक तीव्रता (standard intensity) के अनुपात (ratio) के रूप में मापी जाती है। यह अनुपात उस ध्वनि का **तीव्रता-तल** (intensity level) कहलाता है।

मानक तीव्रता 10^{-16} वाट प्रति वर्ग सेंटीमीटर चुनी जाती है जो 100 श्र० प्र० से० आवृत्ति के स्वर के लिए 'श्रव्यता की देहली' है। एक ध्वनि जिसकी ऊर्जा इस मानक ऊर्जा की 10 गुनी है, का तीव्रता-तल 1 बेल (bell) या 10 डेसिबेल (decibel) कहा जाता है। यह इकाई टेलीफोन के आविष्कारक अलेक्जेंडर ग्राहम बेल (Alexander Graham Bell) के नाम पर अपनायी गयी है। वास्तव में यह पैमाना (scale) वेबर-फेकनर नियम से प्राप्त किया गया है और प्रकृति में लघुगणकीय है। अतः

$$\text{बेल में तीव्रता-तल} = \log_{10}\frac{I}{I_0}$$

या
$$\text{डेसिबेल में तीव्रता-तल} = 10\log_{10}\frac{I}{I_0},$$

जहाँ I ध्वनि की तीव्रता है, और I_0 10^{-16} वाट/सें०मी०^2 की मानक तीव्रता है।

सभी आवृत्तियों पर यह परिभाषा लागू होती है।

लघुगणकीय पैमाने के प्रयोग से दो लाभ हैं। पहला, यह व्यावहारिक रूप से सुविधाजनक है क्योंकि तीव्रताओं का परास (range) बहुत बड़ा है। दूसरा, ध्वनि द्वारा उत्पन्न संवेदना लघुगणकीय नियम का पालन करती है।

इसलिए, यदि I, I_0 का 100 गुना है तो

$$I \text{ का तीव्रता-तल} = \log_{10}\frac{100 I_0}{I_0} = 2 \text{ बेल} = 20 \text{ डेसिबेल है।}$$

ध्वनि की प्रबलता मापने के लिए निम्नलिखित विधि प्रयुक्त की जाती है। दी गयी ध्वनि और 1000 चक्र प्रति सेकण्ड आवृत्ति की शुद्ध ध्वनि को बारी-बारी से सुना जाता है। शुद्ध ध्वनि की तीव्रता समंजित की जाती है ताकि दोनों ध्वनियाँ समान प्रबल (loud) सुनाई पड़ें। इस शुद्ध ध्वनि का तीव्रता-तल मापा जाता है। यदि यह n डेसिबेल हो तो दी गयी ध्वनि की **तुल्य प्रबलता** (equivalent loudness) n फॉन (phon) है।

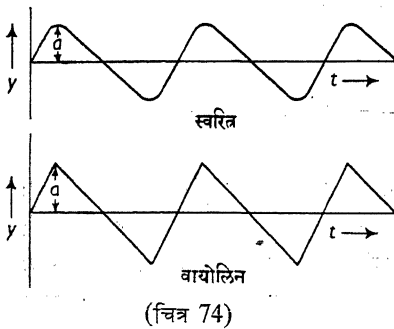
अतः स्पष्ट है कि 1000 श्र० प्र० से० आवृत्ति के शुद्ध स्वरक के लिए फॉन में प्रबलता और डेसिबेल में तीव्रता को समान सांख्यिक मान है। भिन्न-भिन्न आवृत्तियों पर कान की संवेदनशीलता भिन्न-भिन्न होने के कारण भिन्न आवृत्तियों की दो समान तीव्र ध्वनियाँ प्रबलता की समान संवेदना उत्पन्न नहीं करती हैं। फलस्वरूप, अन्य

आवृत्तियों के लिए फॉन में प्रबलता और डेसिबेल में तीव्रता को समान सांख्यिक मान होते हैं ।

9.5. स्वरूप (Quality or Timbre)

स्वरूप सुस्वर ध्वनि का वह लक्षण है जो दो वाद्यों से उत्पादित समान तारत्व और प्रबलता के स्वरों में भेद करता है । स्वरित्र की ध्वनि मन्द होती है, जबकि शहनाई या वायोलिन से उत्पादित समान स्वर मात्रा (volume) और माधुर्य (sweetness) से परिपूर्ण रहता है ।

स्वर **शुद्ध** नहीं होने के कारण स्वरूप में अन्तर होता है । प्राय: स्वरों में **मूलस्वरक** * (fundamental tone) के अतिरिक्त **अधिस्वरकों** (overtones) की एक श्रेणी होती है । **इन अधिस्वरकों की संख्या और सापेक्ष तीव्रताएँ ही स्वर को पृथक् स्वरूप प्रदान करती हैं।** चूँकि प्रत्येक ध्वनि-स्रोत अधिस्वरकों की एक विशेष श्रेणी उत्पन्न करता है, इसलिए भिन्न स्रोतों से निकले एक स्वर का स्वरूप भिन्न होता है। उदाहरणस्वरूप, खुले ऑरगन पाइप से उत्पादित अधिस्वरक पूर्ण संवादी-श्रेणी (harmonic series) बनाते हैं, जबकि बन्द ऑरगन पाइप श्रेणी के मात्र विषम गुणजों को उत्पन्न करता है । अत: बन्द पाइप की अपेक्षा खुले पाइप से उत्पादित स्वर सुरीला होता है । इसके अतिरिक्त, जब एक ही स्रोत को भिन्न तरीके से कम्पित किया जाता है तो वह भिन्न स्वरूपों के स्वर उत्पन्न करता है ।

किसी स्वर का स्वरूप उसके कम्पन-वक्र के रूप से निर्धारित किया जा सकता है । चित्र 74 (अ) और (ब) में क्रमश: स्वरित्र और वायोलिन से उत्पादित समान आयाम (a) और आवृत्ति (n) के स्वरों के कम्पन-वक्र दिखाये गये हैं। चूँकि स्वरित्र लगभग शुद्ध स्वर उत्पन्न करता है, इसलिए वक्र (अ) एक सरल आवर्त वक्र है । n, $2n$, $3n$, ... आवृत्तियों और उपयुक्त आयामों के सरल आवर्त वक्रों के संयोजन से वक्र (ब) प्राप्त किया जा सकता है । उदाहरणस्वरूप, यदि n, $2n$, $3n$ आवृत्तियों और a, $\frac{a}{2}$, $\frac{a}{3}$ आयामों

a y t → (अ) स्वरित्र

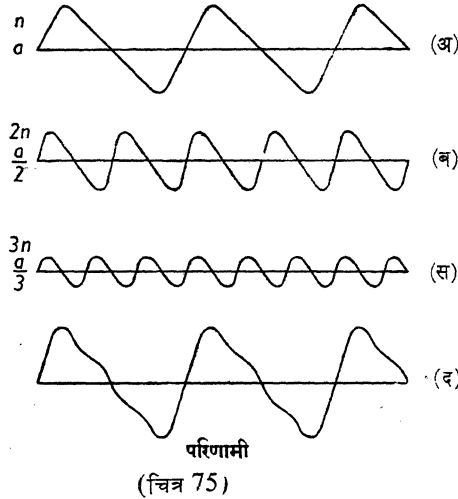
a y t → (ब) वायोलिन

(चित्र 74)

---

* मूलस्वरक अपेक्षाकृत अधिक तीव्र होता है और जिसकी आवृत्ति से स्वर के तारत्व का पता चलता है ।

के तीन सरल आवर्त वक्रों [चित्र 75 (अ), (ब), (स)] का संयोजन किया जाय तो चित्र 75 (द) में दिखाये गये रूप का परिणामी वक्र प्राप्त होगा। यदि इस प्रकार के बहुत से वक्रों का संयोजन किया जाय तो परिणामी वक्र का रूप चित्र 74 (ब) जैसा हो जायगा। अत: कम्पन-वक्र का रूप अधिस्वरकों की संख्या और उनके आयाम (अत: तीव्रता) पर निर्भर करता है। इसलिए कम्पन-वक्र का रूप स्वर का स्वरूप निर्धारित करता है।

(चित्र 75)

हेल्महोल्ट्ज ने प्रयोग द्वारा दिखाया कि किसी स्वर का स्वरूप उसमें उपस्थित अधिस्वरकों की सापेक्ष कलाओं (relative phases) पर निर्भर नहीं करता है।

जब अधिस्वरक **असंवादी** (non-harmonic) होते हैं, अर्थात् उनकी आवृत्तियाँ मूलस्वरक की आवृत्ति की पूर्ण सांख्यिक गुणज नहीं होती हैं, तो परिणामी कम्पन-वक्र **अनावर्ती** (non-periodic) होता है और **राव** की संवेदना उत्पन्न होती है। जब अधिस्वरक एक संवादी-श्रेणी (harmonic series) बनाते हैं तो परिणामी कम्पन-वक्र का आवर्तकाल मूलस्वरक के आवर्तकाल के समान होता है, किन्तु वक्र का रूप अवयवों की उपस्थिति और उनके आयाम पर निर्भर करता है। इस प्रकार सांगीतिक स्वर के स्वरूप का निर्णय उस स्वर को उत्पन्न करने वाली वस्तु के कम्पन-वक्र की परीक्षा कर किया जा सकता है।

9.6. स्वरान्तराल (Musical Interval)

जब भी दो स्वर बारी-बारी से बजाये जाते हैं तो उनके बीच एक निश्चित सांगीतिक सम्बन्ध प्रकट होता है जो दोनों स्वरों की आवृत्तियों के अनुपात पर निर्भर करता है। यह **अनुपात** दोनों स्वरों के बीच **स्वरान्तराल** कहलाता है। जब तक यह स्वरान्तराल समान रहता है तब तक दोनों स्वरों के बीच सम्बन्ध अपरिवर्तित रहता है, चाहे उनकी निरपेक्ष आवृत्तियाँ कुछ भी हों। यदि बढ़ते हुए क्रम में तीन स्वरों की आवृत्तियाँ n_1, n_2 और n_3 हों तो n_1 और n_2 के बीच स्वरान्तराल $\frac{n_2}{n_1}$ है और

n_2 और n_3 के बीच स्वरान्तराल $\frac{n_3}{n_2}$ है। स्पष्टत: पहले और तीसरे स्वरों के बीच स्वरान्तराल $\frac{n_3}{n_1}$ है जो पहले तथा दूसरे के बीच स्वरान्तराल और दूसरे तथा तीसरे के बीच स्वरान्तराल के गुणनफल $\left(\frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{n_3}{n_2} = \frac{n_3}{n_1}\right)$ के बराबर है। अत: **आवृत्ति-अनुपातों को गुणा कर किन्हीं दो स्वरान्तरालों को जोड़ा जा सकता है।**

ध्वनि-विज्ञान में स्वरान्तराल का महत्त्व यह है कि कान स्वरान्तरालों को ही पहचान सकता है। यदि दो स्वरों की आवृत्तियाँ इस प्रकार बदलें कि उनके बीच स्वरान्तराल अपरिवर्तित रहे तो कान स्वरों के परिवर्तन का अनुभव नहीं कर पाता है; किन्तु यदि उनके स्वरान्तराल भिन्न हों तो कान को परिवर्तन का आभास आसानी से हो जाता है।

स्वरान्तराल	**आवृत्ति-अनुपात**
स्वरैक्य (Unison)	1 : 1
अष्टक (Octave)	2 : 1
पंचम (Fifth)	3 : 2
चतुर्थ (Fourth)	4 : 3
गुरु षष्ठ (Major sixth)	5 : 3
गुरु तृतीय (Major third)	5 : 4
लघु तृतीय (Minor third)	6 : 5
गुरु टोन (Major tone)	9 : 8
लघु टोन (Minor tone)	10 : 9
अर्ध टोन (Semi tone)	16 : 15

9.7. संनाद और असंनाद (Consonance and Dissonance)

दो स्वरों को एक साथ या एक के बाद एक बजाने पर यदि वे कर्णप्रिय संवेदना उत्पन्न करें तो वे **संनाद** (consonance) में कहे जाते हैं। इसके विपरीत, यदि वे

कर्णकटु संवेदना उत्पन्न करें तो वे **असंनाद** (dissonance) में कहे जाते हैं। पाइथागोरस के समय से ही यह ज्ञात था कि **छोटी पूर्ण संख्या** वाले स्वरान्तराल **संनादी** (consonant) होते हैं और **बड़ी पूर्ण संख्या** वाले स्वरान्तराल असंनादी (dissonant) होते हैं। इस प्रकार, जब मूल और अष्टक स्वरक एक साथ बजाये जाते हैं तो संवेदना सबसे अधिक प्रिय होती है।

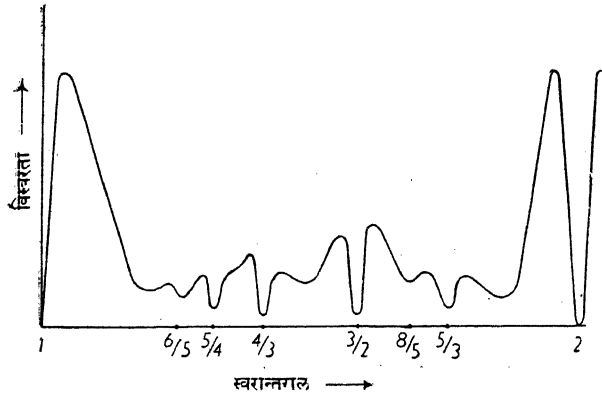
सन् 1862 ई० में **हेल्महोल्ट्ज** ने संनाद और असंनाद की व्याख्या के लिए एक सिद्धान्त प्रस्तुत किया। इस सिद्धान्त के अनुसार अवयव स्वरकों द्वारा उत्पन्न विस्पंदनों के कारण असंनाद (अप्रियता) होता है। दोनों स्वर के मूलस्वरकों या अधिस्वरकों के बीच विस्पंदन हो सकते हैं। जिस प्रकार प्रकाश का स्फुरण (flickering) आँख को अप्रिय लगता है, उसी प्रकार विस्पंदन कान पर अप्रियता उत्पन्न करते हैं। जब स्फुरण मन्द या द्रुत होता है तो यह आँख को अप्रिय नहीं लगता है; किन्तु जब यह एक दिये गये परास (range) के अन्दर होता है तो यह बहुत अप्रिय हो जाता है। विस्पंदनों का परास, जिसके बाहर अप्रियता विलीन हो जाती है, उसके निर्धारण के लिए **मेयर** (Meyer) ने प्रयोग किये। उन्होंने दो सरल स्वरकों का उपयोग किया। उन्होंने एक स्वरक का तारत्व नियत रखा और दूसरे का तारत्व बढ़ाया। इस प्रकार उन्होंने उपरिसीमा प्राप्त की जहाँ विस्पंदन असंनाद उत्पन्न नहीं करते हैं। लगभग 4 विस्पंदन प्रति सेकण्ड से असंनाद शुरू होता है। निम्नांकित सारणी में उपरिसीमा के मान दिये गये हैं।

निम्न स्वर की आवृत्ति	**उपरिसीमा जहाँ असंनाद विलीन होता है**
64	16
128	26
256	47
512	78
1024	135

जब प्रति सेकण्ड विस्पंदनों की संख्या 4 से बढ़ती है तो संवेदना असंनादी होती जाती है और जब एक स्वर की आवृत्ति 512 होती है तो 32 विस्पंदन प्रति सेकण्ड पर संवेदना महत्तम अप्रिय होती है। तब दूसरी आवृत्ति (512−32)=480 होगी। दोनों के बीच स्वरान्तराल $\frac{512}{480}=\frac{16}{15}$, अर्थात् अर्ध टोन (semi tone) है। इस प्रकार अर्ध टोन महत्तम अप्रियता (असंनाद) उत्पन्न करता है। यदि एक स्वर की आवृत्ति 512 से अधिक होती है तो महत्तम असंनाद के लिए प्रति सेकण्ड विस्पंदनों

की संख्या बढ़ती है, परन्तु यह स्वर की आवृत्ति के अनुपात में नहीं बढ़ती है। उसी प्रकार जब एक स्वर की आवृत्ति 512 से कम होती है तो महत्तम असंनाद के लिए प्रति सेकण्ड विस्पंदनों की संख्या 32 से कम होती है।

स्वरों का स्वरूप (quality) भी संनाद और असंनाद के लिए उत्तरदायी है। प्रत्येक स्वर में उसके अधिस्वरक मिले होते हैं और एक स्वर के कुछ निश्चित अधिस्वरक दूसरे के अधिस्वरकों के साथ विस्पंदनों की अप्रिय संख्या उत्पन्न कर सकते हैं।

हेल्महोल्ट्ज ने एक अष्टक के अन्दर स्वरान्तराल के विरुद्ध विस्वरता (discord) का अंकन किया जो चित्र 76 में दिखाया गया है। वक्र से स्पष्ट है कि कुछ मानक

(चित्र 76)

स्वरान्तरालों पर विस्वरता बहुत कम है। अतः ये मानक स्वरान्तराल कर्णप्रिय हैं। इन मानक स्वरान्तरालों से किंचित् विचलन भी पर्याप्त असंनाद उत्पन्न करता है।

8.9. प्रमुख स्वरान्तरालों के संनाद और असंनाद (Consonance and Dissonance of Chief Musical Intervals)

अब कुछ प्रमुख स्वरान्तरालों की परीक्षा करें और पता लगाएँ कि क्या अवयव स्वरकों के बीच असंनादी परास में पड़ने वाले विस्पंदन हैं। सरलता के लिए, मान लें, प्रत्येक स्वर के मूल और अधिस्वरक पाँच अवयवों तक संवादी श्रेणी (harmonic series) बनाते हैं और सम्मिलित स्वरकों (combination tones) का प्रभाव नगण्य है।

(क) स्वरैक्य 1 : 1

	मूल स्वरक	अधिस्वरक				
	F	I	II	III	IV	V
पहला स्वर	n	$2n$	$3n$	$4n$	$5n$	$6n$
दूसरा स्वर	n	$2n$	$3n$	$4n$	$5n$	$6n$

पहले स्वर का प्रत्येक अवयव दूसरे स्वर के संगत अवयव के स्वरैक्य में है। अतः **संनाद पूर्ण** है।

(ख) **अष्ठक 2 : 1**	F	I	II	III	IV	V
पहला स्वर	n	$2n$	$3n$	$4n$	$5n$	$6n$
दूसरा स्वर	$2n$	$4n$	$6n$	$8n$	$10n$	$12n$

दूसरे स्वर के सभी अवयव पहले स्वर के एकान्तर अवयव के साथ स्वरैक्य में हैं। अत: विस्पंदन उत्पन्न नहीं होते हैं और पुन: **संनाद पूर्ण** है।

(ग) **पंचम 3 : 2**	F	I	II	III	IV	V
पहला स्वर	$2n$	$4n$	$6n$	$8n$	$10n$	$12n$
दूसरा स्वर	$3n$	$6n$	$9n$	$12n$	$15n$	$18n$

दूसरे स्वर का II अधिस्वरक पहले स्वर के III और IV अधिस्वरकों के साथ क्रमश: गुरु टोन ($\frac{9}{8}$) और लघु टोन ($\frac{10}{9}$) बनाता है। ये स्वरान्तराल कुछ अप्रियता उत्पन्न करते हैं जो अर्ध टोन की अप्रियता से कम है। अत: **संनाद** है, किन्तु **पूर्ण नहीं** है।

(घ) **चतुर्थ 4 : 3**	F	I	II	III	IV	V
पहला स्वर	$3n$	$6n$	$9n$	$12n$	$15n$	$18n$
दूसरा स्वर	$4n$	$8n$	$12n$	$16n$	$20n$	$24n$

पहले स्वर का II अधिस्वरक दूसरे स्वर के I अधिस्वरक के साथ गुरु टोन $\left(\frac{9}{8}\right)$ बनाता है, पहले स्वर का V अधिस्वरक दूसरे स्वर के III अधिस्वरक के साथ अन्य गुरु टोन बनाता है, दूसरे स्वर का IV अधिस्वरक पहले स्वर के V अधिस्वरक के साथ लघु टोन $\left(\frac{20}{18}=\frac{10}{9}\right)$ बनाता है, और दूसरे स्वर का III अधिस्वरक पहले स्वर के IV अधिस्वरक के साथ अर्ध टोन $\left(\frac{16}{15}\right)$ बनाता है। ये सभी स्वरान्तराल, विशेषकर अर्ध टोन, अप्रिय हैं। अत: यह **हीन असंनाद** की स्थिति है।

(ङ) **गुरु तृतीय 5 : 4**	F	I	II	III	IV	V
पहला स्वर	$4n$	$8n$	$12n$	$16n$	$20n$	$24n$
दूसरा स्वर	$5n$	$10n$	$15n$	$20n$	$25n$	$30n$

यहाँ पहले स्वर का III अधिस्वरक दूसरे स्वर के II अधिस्वरक के साथ अर्ध टोन $\left(\frac{16}{15}\right)$ बनाता है और दूसरे स्वर का IV अधिस्वरक पहले स्वर के V अधिस्वरक

के साथ करीब-करीब अर्ध टोन $\left(\frac{25}{24}\right)$ बनाता है। अतः यह **अधिक हीन असंनाद** की स्थिति है।

९.९. डायाटोनिक स्वरग्राम (Diatonic Scale)

स्वर-ग्राम (musical scale) निश्चित स्वरान्तरालों द्वारा पृथक् स्वरों की एक श्रेणी है जो कान पर सुरीला प्रभाव डालता है। सबसे प्रचलित **डायाटोनिक स्वर-ग्राम** है जिसमें आठ स्वर होते हैं और अन्तिम तथा आरम्भिक स्वरों के बीच स्वरान्तराल एक अष्टक (2 : 1) होता है। स्वर-ग्राम के सबसे कम तारत्व के स्वर को **आरम्भक स्वर** (tonic) कहते हैं।

आरम्भक स्वर और उसके अष्टक के बीच स्वरों के नाम और उनके सम्बन्ध नीचे दिये गये हैं।

नाम (पाश्चात्य पद्धति)	**डो** (*Do*)	**रे** (*re*)	**मी** (*me*)	**फा** (*fa*)	**सोल** (*sol*)	**ला** (*la*)	**टी** (*te*)	**डो** (*do*)
नाम (भारतीय पद्धति)	स	रे	ग	म	प	ध	नी	स
संकेत (हेल्महोल्ट्ज द्वारा अभिकल्पित)	C	D	E	F	G	A	B	C'
यथार्थ आवृत्ति	256	288	320	341·3	384	426·7	480	512
सापेक्ष आवृत्ति	24	27	30	32	36	40	45	48
C और प्रत्येक स्वर के बीच स्वरान्तराल	1	$\frac{9}{8}$	$\frac{5}{4}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{5}{3}$	$\frac{15}{8}$	2
प्रत्येक स्वर और उसके पहले स्वर के बीच स्वरान्तराल	..	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{16}{15}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{10}{9}$	$\frac{9}{8}$	$\frac{16}{15}$

इस प्रकार, इस स्वर-ग्राम में मात्र तीन प्रकार के स्वरान्तराल हैं, यथा गुरु टोन ($\frac{9}{8}$) [$D:C$, $G:F$, $B:A$ में], लघु टोन ($\frac{10}{9}$) [$E:D$, $A:G$ में], और अर्ध टोन ($\frac{16}{15}$) [$F:E$, $C':B$ में]। इनमें तीन गुरु टोन होने के कारण इसका नाम **गुरु डायाटोनिक स्वर-ग्राम** (major diatonic scale) पड़ा है। गुरु टोन और लघु

टोन के बीच अन्तर $\frac{9}{8} \div \frac{10}{9} = \frac{81}{80}$ है, जिसे **कोमा** (comma) कहा जाता है। लघु टोन और अर्ध टोन के बीच अन्तर $\frac{10}{9} \div \frac{16}{15} = \frac{25}{24}$ है, जिसे **डायेसिस** (Diesis) कहा जाता है।

एक अष्टक में निश्चित स्वरों के बीच निम्नलिखित सम्बन्ध है—

$$C : E : G = 4 : 5 : 6,$$
$$G : B : D' = 4 : 5 : 6,$$
$$F : A : C' = 4 : 5 : 6.$$

यहाँ D के अष्टक को D' निरूपित करता है। स्वरों के ये सेट (sets) **संनादी त्रिक** (harmonic triad) कहलाते हैं। इन तीनों स्थितियों में जब स्वरों को एक साथ बजाया जाता है तो प्रभाव बहुत ही कर्णप्रिय होता है।

सभी स्वरों को एक या अधिक अष्टकों से बढ़ाकर या घटाकर इस स्वर-ग्राम को दोनों दिशाओं में बढ़ाया जा सकता है। इस स्वर-ग्राम से उपरि और निम्न स्वरों को क्रमश: C', D', E',.... और C_1, D_1, E_1,.... द्वारा निरूपित किया जाता है।

डायाटोनिक स्वरग्राम की रचना— सहस्वरता (harmony) के लिए जब दो स्वर एक साथ बजाये जाते हैं या लय (melody) के लिए जब दो स्वर एक के बाद एक बजाये जाते हैं तो दूसरे स्वर को पहले स्वर के साथ संनादी स्वरान्तराल (consonant interval) बनाना चाहिए। स्पष्टत: एक स्वर-ग्राम की रचना के लिए न्यूनतम तारत्व का एक **आरम्भक स्वर** (tonic or key note) चुनना आवश्यक है। तब आरम्भक स्वर के साथ संनादी स्वरान्तराल बनाने वाले अन्य स्वरों को चुनना चाहिए। मान लें, स्वर-संख्या 1 को आरम्भक स्वर के रूप में चुना जाता है। तब, संनाद के क्रम में स्वरों को चुनना चाहिए, अर्थात् अष्टक, पंचम, चतुर्थ, गुरु षष्ठ और गुरु तृतीय चुनना चाहिए। अत:

$$\begin{matrix} C & \begin{bmatrix} D \\ 9/8 \end{bmatrix} & E & F & G & A & \begin{bmatrix} B \\ 15/8 \end{bmatrix} & C' \\ 1 & & 5/4 & 4/3 & 3/2 & 5/3 & & 2. \end{matrix}$$

यहाँ कुल 6 स्वर हैं, किन्तु C तथा E और A तथा C' के बीच स्वरान्तराल बहुत बड़े हैं। D और B द्वारा इन अन्तरों (gaps) को भर दिया जाता है। D तथा C के बीच स्वरान्तराल 9/8 और B तथा C के बीच स्वरान्तराल 15/8 है। वस्तुत: संनाद के सिद्धान्त के अनुसार इन दो स्वरों की आवश्यकता नहीं हैं, किन्तु विस्तृत अन्तरों की पूर्ति के लिए उनका उपयोग किया गया है।

इस प्रकार गुरु डायाटोनिक स्वर-ग्राम की रचना की जाती है।

वास्तव में, अन्तर्ज्ञान द्वारा स्वर-ग्राम की उत्पत्ति हुई। स्वर-ग्राम में स्वरों की आवृत्ति सरल अनुपात में होती है—यह बताकर पाइथागोरस ने वैज्ञानिक पहलू प्रस्तावित किया।

9.10. डायाटोनिक स्वर-ग्राम के गुण और दोष (Merits and Demerits of the Diatonic Scale)

कई शताब्दियों तक सारे यूरोप में यह स्वर-ग्राम प्रचलित रहा। अन्य स्वर-ग्रामों की अपेक्षा इसकी श्रेष्ठता इस बात से स्पष्ट हो जाती है। किसी भी अन्य स्वर-ग्राम से इसकी तरह सुरीले सम्मिश्रण (harmonius combinations) प्राप्त नहीं किये जा सकते हैं। डायाटोनिक स्वर-ग्राम में सुरीले सम्मिश्रण संभव हैं, क्योंकि D तथा C और B तया C के बीच के स्वरान्तरालों को, जो न्यूनाधिक असंनादी हैं, छोड़ कर सभी स्वरान्तराल सरल अनुपातों द्वारा व्यक्त किये जा सकते हैं।

डायाटोनिक स्वर-ग्राभ का प्रमुख दोष यह है कि इसमें **मूर्च्छना की क्षमता** (power of modulation) नहीं है। C को आरम्भक स्वर मानकर डायाटोनिक स्वर-ग्राम की रचना हुई है। आधुनिक संगीत में बार-बार आरम्भक स्वर बदलने की आवश्यकता होती है। आरम्भक स्वर में इस प्रकार के परिवर्तन, अर्थात् स्वर-ग्राम की मूर्च्छना डायाटोनिक स्वर-ग्राम में संभव नहीं है। उदाहरणस्वरूप, यदि C (256 आवृत्ति) के बदले D आरम्भक स्वर लिया जाय तो संनादी स्वरान्तराल बनाने वाले स्वर निम्नांकित सारणी की द्वितीय पंक्ति से ज्ञात हो जायँगे।

C	D	E	F	G	A	B	C'	D'	E'
256	288	320	341·3	384	426·7	480	512	576	640
..	288	324	360	384	432	480	540	576	648

स्पष्ट है कि D के स्वर-ग्राम में चार नये स्वर वर्तमान हैं जिनकी आवृत्तियाँ 324, 360, 432 और 540 हैं। C के स्वर-ग्राम के संगत स्वर E, F, A और C' से ये स्वर तीक्ष्ण हैं, अर्थात् उच्च आवृत्तियों के हैं। ये क्रमश: E **तीक्ष्ण** ($E\#$), F **तीक्ष्ण** ($F\#$), A तीक्ष्ण ($A\#$) और C' तीक्ष्ण ($C'\#$) कहलाते हैं। E और $E\#$ के बीच स्वरान्तराल $334/320=81/80$ है, इसलिए $E\#$ के बदले E प्रयुक्त हो सकता है। उसी प्रकार $A\#$ के बदले A प्रयुक्त हो सकता है। किन्तु स्वर-ग्राम में $F\#$ और $C'\#$ अवश्य जोड़ना होगा। इस प्रकार, अन्य स्वर को आरम्भक स्वर बनाने पर मूर्च्छना के लिए कई नये तीक्ष्ण और कोमल (flat) स्वरों की आवश्यकता होगी। अतः वायोलिन, सितार आदि वाद्यों में तो कोई कठिनाई नहीं होगी, किन्तु

पटरीदार वाद्यों, यथा हारमोनियम, पिआनो, में असुविधा होगी, क्योंकि बहुत-सी पटरियों की आवश्यकता होगी।

9.11. संस्कारित स्वर-ग्राम (Tempered Scale)

ऊपर की विवेचना से स्पष्ट है कि मूच्छना के लिए स्वर-ग्राम के प्रत्येक अष्टक में बहुत-से नये स्वरों की आवश्यकता है। वायोलिन, सितार आदि वाद्यों में, जिनमें नियत पटरी (fixed keys) नहीं होती है, कोई कठिनाई नहीं होती, क्योंकि वादक (player) किसी आरम्भक स्वर से शुरू कर डायाटोनिक स्वर-ग्राम पर बजा सकता है। किन्तु पटरीदार वाद्यों (keyboard instruments), यथा हारमोनियम, पिआनो, जिनमें नियत पटरियाँ नियत आवृत्तियों के स्वर उत्पन्न करती हैं, उनमें कठिनाई उत्पन्न होती है। मूर्च्छना के लिए यहाँ बहुत-सी पटरियाँ चाहिए जो अव्यावहारिक है। अतः एक समझौता आवश्यक है ताकि पटरियों की एक सीमित संख्या से ही किसी स्वर को आरम्भक स्वर के रूप में लेकर उसे संनादी स्वरान्तरालों पर बजाया जा सके। यही समझौता **संस्कार** (temperament) कहलाता है और यह नया स्वर-ग्राम **संस्कारित स्वर-ग्राम** (tempered scale) कहलाता है। अनेक प्रकार के संस्कारों का प्रयोग हुआ है, किन्तु सबसे प्रचलित **समसंस्कारित स्वर-ग्राम** (equitempered scale) है।

समसंस्कारित स्वर-ग्राम में एक अष्टक के भीतर बारह स्वर होते हैं; किन्हीं दो क्रमिक स्वरों के बीच स्वरान्तराल समान होता है। इस प्रकार, एक अष्टक बारह समान स्वरान्तरालों में विभाजित रहता है। यदि किन्हीं दो क्रमिक स्वरों के बीच स्वरान्तराल x हो तो

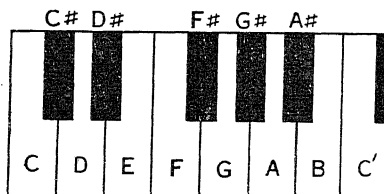
$$x^{12}=2,$$

क्योंकि अन्तिम स्वर पहले स्वर का दूना है।

$$\therefore \quad x=2^{\frac{1}{12}}=1{\cdot}0595$$

समसंस्कारित स्वर-ग्राम पर स्वर नीचे दिये गये हैं।

C	$C^{\#}$	D	$D^{\#}$	E	F	$F^{\#}$	G	$G^{\#}$	A	$A^{\#}$	B	C'

हारमोनियम, पिआनो, क्लैरीनेट में इन स्वरों का प्रयोग होता है। हारमोनियम की सफेद पटरियाँ (चित्र 77) लगभग डायाटोनिक स्वर-ग्राम निरूपित करती हैं, जबकि सफेद और काली पटरियाँ मिलकर समसंस्कारित स्वर-ग्राम बनाती हैं। यदि कोई C से बजाना शुरू करे तो काली पटरियों का प्रयोग किये बिना वह लगभग डायाटोनिक

(चित्र 77)

स्वर-ग्राम पर बजा सकता है। किन्तु, यदि वह किसी अन्य पटरी से बजाना शुरू करे तो काली पटरियों का उपयोग करना आवश्यक हो जायगा। सन् 1939 ई० में लन्दन के अन्तर्राष्ट्रीय सम्मेलन की बैठक में A की आवृत्ति 440 कम्पन/से० निश्चित की गयी है।

समसंस्कारित स्वर-ग्राम पर दो आसन्न स्वरों के बीच स्वरान्तराल (=1·0595) लगभग अर्ध टोन $\left(=\frac{16}{15} \text{ या } 1{\cdot}0667\right)$ है, किन्तु यथार्थ रूप से बराबर नहीं है। निम्नलिखित सारणी वास्तविक (true) डायाटोनिक स्वर-ग्राम और समसंस्कारित स्वर-ग्राम में अन्तर दरसाती है।

स्वर	आवृत्ति-अनुपात		$C=256$ लेने पर आवृत्ति	
	वास्तविक डायाटोनिक स्वर-ग्राम	समसंस्कारित स्वर-ग्राम	वास्तविक डायाटोनिक स्वर-ग्राम	समसंस्कारित स्वर-ग्राम
C	1·0	1·0	256	256
D	$\frac{9}{8}=1{\cdot}125$	$2^{\frac{2}{12}}=1{\cdot}246$	288	287·3
E	$\frac{5}{4}=1{\cdot}250$	$2^{\frac{4}{12}}=1{\cdot}2599$	320	322·4
F	$\frac{4}{3}=1{\cdot}330$	$2^{\frac{5}{12}}=1{\cdot}3348$	$341\frac{1}{3}$	341·6
G	$\frac{3}{2}=1{\cdot}500$	$2^{\frac{7}{12}}=1{\cdot}4983$	384	383·5
A	$\frac{5}{3}=1{\cdot}667$	$2^{\frac{9}{12}}=1{\cdot}6818$	426	430·5
B	$\frac{15}{8}=1{\cdot}875$	$2^{\frac{11}{12}}=1{\cdot}8878$	480	483·2
C'	$2=2{\cdot}000$	$2=2{\cdot}000$	512	512

समसंस्कारित स्वर-ग्राम का लाभ यह है कि इसमें किन्हीं दो क्रमिक स्वरों के बीच स्वरान्तराल समान है। अतः किसी स्वर को आरम्भक स्वर के रूप में लेकर प्रारम्भ किया जा सकता है।

साधित उदाहरण

1. दो ध्वनियों की तीव्रताएँ 2×10^{-6} और 5×10^{-9} वाट/सें०मी०^2 हैं। डेसिबेल में उनकी तीव्रताओं का अन्तर व्यक्त करें।

(Two sounds have intensities of 2×10^{-6} and 5×10^{-9} watts/cm.^{2} Express their difference of intensity in decibels.)

तीव्रता-तल में अन्तर $= 10 \log_{10} \frac{I_1}{I_2}$ डेसिबेल

$$= 10 \log_{10} \frac{2 \times 10^{-6}}{5 \times 10^{-9}} = 10 \log_{10} 400$$

$$= 10 \times 2{\cdot}60206 = 26{\cdot}02 \text{ डेसिबेल ।}$$

2. 1000 श्र०प्र०से० आवृत्ति और 10^{-14} वाट/सें०मी०^2 तीव्रता की एक समतल प्रगामी तरंग में वायु-कण के कम्पन का आयाम और महत्तम दाब-अन्तर की गणना करें। ध्वनि का वेग=330 मीटर प्रति सेकण्ड और हवा का घनत्व=0·001293 ग्राम प्रति घ०सें०मी० है। (Rajasthan 1957)

(Calculate the amplitude of vibration of air particles and the maximum change in pressure in a plane progressive wave of frequency 1000 cycles/sec. and intensity 10^{-14} watts/cm.^{2} Velocity of sound=330 metres/sec., density of air=0·001293 gm./c.c.)

तीव्रता $I = 2\pi^2 a^2 n^2 \rho v$,

$$\therefore \text{ आयाम } a = \sqrt{\frac{I}{2\pi^2 n^2 \rho v}}.$$

यहाँ $I = 10^{-14}$ वाट/सें०मी०$^2 = 10^{-7}$ अर्ग/से०-सें०मी०^2,
$n = 1000$ चक्र/से०, $\rho = 0{\cdot}001293$ ग्राम/घ० सें०मी०
और $v = 33000$ सें०मी०/से०।

$$\therefore a = \sqrt{\frac{10^{-7}}{2 \times (3{\cdot}14)^2 \times (1000)^2 \times 0{\cdot}001293 \times 33000}}$$

$$= 1{\cdot}089 \times 10^{-8} \text{ सें०मी० ।}$$

महत्तम दाब-अन्तर $p_m = \sqrt{2I\rho v}$

$$= \sqrt{2 \times 10^{-7} \times 0{\cdot}001293 \times 33000}$$
$$= 2{\cdot}92 \times 10^{-3} \text{ डाइन/सें०मी०}^2 \text{ ।}$$

3. आरम्भक स्वर (सा) की आवृत्ति 256 है। डायाटोनिक और संस्कारित स्वर-ग्रामों पर इसके पंचम (पा) की आवृत्तियाँ क्या होंगी? (गणना के लिए लघुगणक सारणी का उपयोग किया जा सकता है।) (Bihar 1965)

(The frequency of a tonic (Sa) is 256. What will be the frequencies of its fifth (Pa) on the diatonic and tempered scale ? Tables of logarithm may be used for calculation.)

आरम्भक स्वर C (सा) की आवृत्ति $=256$.

डायाटोनिक स्वर-ग्राम पर पंचम और आरम्भिक स्वर का स्वरान्तराल $\frac{3}{2}$ है।

$\therefore$ पंचम G (पा) की आवृत्ति $=256\times\frac{3}{2}=384$.

संस्कारित स्वर-ग्राम पर दो क्रमिक आरम्भक स्वरों के बीच स्वरान्तराल $2^{\frac{1}{12}}$ है। इस स्वर-ग्राम पर C (सा) से G (पा) सात स्वरान्तरालों के बाद पड़ता है। अतः इस स्वर-ग्राम पर

$$G \text{ की आवृत्ति } = 256\times\left(2^{\frac{1}{12}}\right)^{7} = 256\times 2^{\frac{7}{12}}$$
$$= 256\times 1{\cdot}4983 = 383{\cdot}5.$$

प्रश्नावली ९

(अ)

1. सांगीतिक स्वर के तारत्व और स्वरूप की परिभाषा करें। तरंग-वक्र द्वारा वे कैसे निरूपित होते हैं? व्याख्या करें। (Bihar 1956 S)

[Define pitch and quality of a musical note. Explain how they are represented in a wave curve.]

2. सांगीतिक स्वर एक-दूसरे से किन बातों में भिन्न हैं? इस अन्तर की भौतिक व्याख्या क्या है? (Patna 1963)

[In what respects do musical notes differ from one another and what is the physical explanation of such difference ?]

3. ध्वनि की तीव्रता का क्या अर्थ है? क्या तीव्रता और प्रबलता समान हैं? इन राशियों को कैसे मापा जाता है? (Agra 1958)

[What is meant by intensity of sound ? Are intensity and loudness the same ? How are these quantities measured ?]

4. ध्वनि के स्वरूप से आप क्या समझते हैं? व्याख्या करें। किन-किन बातों पर स्वरूप निर्भर करता है? (Punjab 1962 S)

[Explain what do you mean by 'quality of sound'. On what factors does the quality depend ?]

5. दो स्वरों के बीच स्वरान्तराल से आप क्या समझते हैं? व्याख्या करें। डायाटोनिक स्वर-ग्राम में कौन-कौन स्वरान्तराल प्रयुक्त होते हैं? (Rajasthan 1962, '53)

[Explain what do you understand by the musical interval between two notes. What intervals are used in a diatonic scale ?]

6. प्रमुख स्वरान्तरालों के संनाद और असंनाद के हेल्महोल्ट्ज-सिद्धान्त की विवेचना करें। (Punjab 1949)

[Give an account of Helmholtz's theory of consonance and dissonance of chief musical intervals.]

7. डायाटोनिक स्वर-ग्राम की विवेचना करें। लय और सहस्वरता में भेद बताएँ। संस्कारित स्वर-ग्राम क्या है और किस प्रकार के वाद्यों में यह प्रयुक्त होता है और क्यों? (Bihar 1953)

[Discuss the diatonic scale. Distinguish between melody and harmony. What is tempered scale and in what kind of musical instruments it is used and why ?]

8. वास्तविक डायाटोनिक स्वर-ग्राम क्या है और अन्य स्वर-ग्रामों की अपेक्षा इस स्वर-ग्राम के क्या लाभ हैं ? (Patna 1961 S)

[What is true diatonic scale and what are its advantages over other scales ?]

9. समसंस्कारित स्वर-ग्राम का वर्णन करें और डायाटोनिक स्वर-ग्राम के साथ इसकी तुलना करें। (Magadh 1964)

[Describe the equi-tempered musical scale and compare it with the diatonic scale.]

10. डायाटोनिक स्वर-ग्राम क्या है ? इसके गुण और दोष बताएँ। दिखाएँ कि समसंस्कारित स्वर-ग्राम की रचना कैसे हुई। (Bihar 1964 S)

[What is diatonic scale ? Point out its merits and demerits. Show how the equi-tempered scale has been built up.]

11. डायाटोनिक स्वर-ग्राम और समसंस्कारित स्वर-ग्राम की रचना की व्याख्या करें। दोनों प्रकार के स्वर-ग्रामों के गुण और दोष की विवेचना करें।

(Bihar 1965; cf. Vikram '63; Rajasthan '62; Lucknow '61 '59; Agra '59)

[Explain the construction of the diatonic scale and the scale of equal temperament. Discuss the merits and demerits of the two types of musical scales.]

12. टिप्पणी लिखें—

(अ) स्वरान्तराल, (Bihar 1953 S)

(ब) डायाटोनिक स्वर-ग्राम और संस्कारित स्वर-ग्राम। (Patna 1960 S)

[Write notes on the following—

(a) Musical interval, (b) the diatonic scale and tempered scale.]

(ब)

1. एक स्रोत की श्रव्यता की न्यूनतम तीव्रता 10^{-16} वाट/सें०मी०^2 है। यदि स्वर की आवृत्ति 1000 श्र० प्र० से० हो तो वायु-कण के कम्पन का आयाम ज्ञात करें। हवा का घनत्व = 0·001293 ग्राम/घ० सें०मी०, और ध्वनि का वेग = 340 मीटर/से० है।

(Gorakhpur 1959; Allahabad '58) [उत्तर : $1{\cdot}07 \times 10^{-8}$ सें०मी०]

[The minimum intensity of audibility of a source is 10^{-16} watts/cm.^{2} If the frequency of the note be 1000 cycles/sec., calculate the amplitude of vibration of air particles. Density of air = 0·001293 gm./c.c. and velocity of sound = 340 metres/sec.]

2. यदि कम्पन का आयाम 10^{-9} सें०मी० हो तो 1000 श्र० प्र० से० के स्वर की श्रव्यता की न्यूनतम तीव्रता वाट प्रति वर्ग सें०मी० में ज्ञात करें। हवा का घनत्व 0·0013 ग्राम/घ०

सें०मी० और ध्वनि का वेग 340 मीटर/से० मानें ।

(Allahabad 1965) [उत्तर : $0 \cdot 87 \times 10^{-16}$ वाट/सें०मी०^2]

[Calculate the minimum intensity of audibility in watts per sq. cm. for a note of 1000 c. p. s., if the amplitude of vibration is 10^{-9} cm. Assume the density of air = 0·0013 gm./c.c. and velocity of sound = 340 metres/sec.]

3. दो स्वरों की आवृत्तियाँ 256 और 512 हैं । इनके बीच की दो आवृत्तियाँ ज्ञात करें ताकि क्रमिक स्वरों के बीच स्वरान्तराल समान हों ।

(Bihar 1963) [उत्तर : 322·53; 406·34]

[Two notes have frequencies 256 and 512. Find two intermediate frequencies such that the intervals between successive notes will be equal.]

---

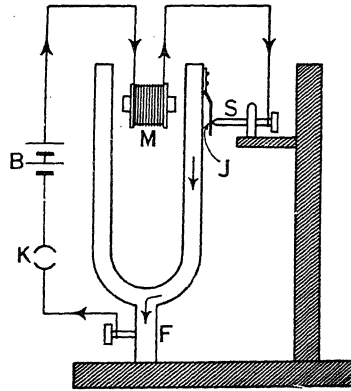
१० पोषित कम्पन और आवृत्ति-निर्धारण
(MAINTAINED VIBRATIONS AND FREQUENCY DETERMINATION)

10.1. पोषित कम्पन (Maintained Vibrations)

यह ज्ञात है कि अवमंदन-बलों के कारण कम्पायमान वस्तु का आयाम धीरे-धीरे घटने लगता है और अन्त में समाप्त हो जाता है। **जब ऊर्जा के बाह्य स्रोत द्वारा वस्तु को अपनी स्वाभाविक आवृत्ति के साथ कम्पायमान बनाये रखा जाता है, तो ऐसे कम्पनों को पोषित कम्पन कहते हैं।** इस स्थिति में ऊर्जा का स्रोत तो स्वयं **अनावर्ती** (non-periodic) होता है, किन्तु कम्पायमान वस्तु स्रोत पर अपनी **आवर्तता** (periodicity) आरोपित करती है। फलस्वरूप स्रोत वस्तु को नियमित समयान्तरों पर ऊर्जा प्रदान करता है और इस प्रकार अवमंदन-बलों के कारण ऊर्जा-क्षय को पूरा करता है। अत: वस्तु के मुक्त स्वाभाविक कम्पन पोषित होते हैं। विद्युत्पोषित स्वरित्र, गायक ज्वाला आदि पोषित कम्पन के उदाहरण हैं।

10.2. विद्युत्पोषित स्वरित्र (Electrically maintained Tuning Fork)

बार-बार धनु (bow) चलाने या पीटने के बदले विद्युत्-साधन द्वारा स्वरित्र को अचर आवृत्ति पर निरन्तर कम्पित किया जा सकता है। ऐसा विद्युच्चुम्बक या तापायनिक वाल्व की सहायता से यह किया जाता है।

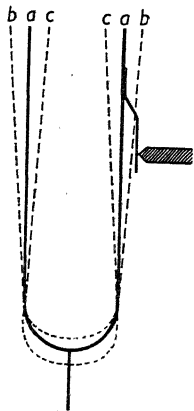
विद्युच्चुम्बक द्वारा पोषित (Maintained by an Electromagnet)—चित्र 78 में विद्युच्चुम्बक द्वारा पोषित स्वरित्र दिखाया गया है। यहाँ स्वरित्र F एक भारी आधार* पर चढ़ा हुआ रहता है। स्वरित्र की भुजाओं के बीच में एक छोटा विद्युच्चुम्बक M रखा जाता है। विद्युच्चुम्बक की कुण्डली का एक सिरा पेंच S से और दूसरा सिरा बैटरी B तथा कुंजी K से होकर स्वरित्र के तने से जुड़ा होता है। एक भुजा से इस्पात की एक कमानी J लगी होती है जो संमजनशील पेंच S की प्लैटिनम-नोक के सम्पर्क में रहती है।

(चित्र 78)

जब कुंजी बन्द की जाती है तो विद्युत्-परिपथ पूरा हो जाता है और विद्युच्चुम्बक से धारा बहने लगती

*अन्यथा स्वरित्र आवृत्ति पर कुछ प्रभाव डाल सकता है।

है। फलस्वरूप विद्य ुच्चुम्बक भुजाओं को भीतर की ओर आकर्षित कर लेता है। J का सम्पर्क पेंच की नोंक से टूट जाता है और परिपथ में धारा कट जाती है। विद्य ुच्चुम्बक को धारा न मिलने से वह भुजाओं को आकर्षित करना बन्द कर देता है। प्रत्यास्थता (elasticity) के कारण भुजाएँ बाहर की ओर वापस लौट जाती हैं। ज्योंही भुजाएँ अपने मध्यमान स्थान पर पहुँचती हैं त्योंही पुन: सम्पर्क स्थापित हो जाता है, किन्तु जड़ता के कारण भुजाएँ चुम्बक के आकर्षण-बल के विरुद्ध बाहर की ओर चलती हैं जब तक कि उनकी प्रत्यास्थता बाहर की ओर के वेग को शून्य नहीं बना देती है। तब भुजाएँ वापस लौटती हैं और ज्योंही मध्यमान स्थान पर पहुँचती हैं त्योंही सम्पर्क टूट जाता है। किन्तु, पुन: जड़ता के कारण भुजाएँ भीतर की ओर चलती हैं और पूरी प्रक्रिया दुहरायी जाती है। इस प्रकार स्वरित्र अपनी आवृत्ति के साथ कम्पन जारी रखता है और स्वरित्र के कम्पन द्वारा धारा का प्रदाय (supply) आन्तरायिक (intermittent) हो जाता है।

कम्पनों का पोषण (Maintenance of Vibrations)— कम्पनों के पोषण की प्रक्रिया बहुत सरल नहीं है। वास्तव में, कम्पनों के पोषण के लिए विद्य ुच्चुम्बक की कुण्डली का स्व-प्रेरण (self-inductance) उत्तरदायी है।

जब भुजा a से b और b से a पर पुन: आती है, तभी तक विद्य ुत्-परिपथ पूरा रहता है। a से b तक भुजा चुम्बक के आकर्षण-बल के विरुद्ध चलती है, इसलिए वह बल के विरुद्ध कार्य करती है और जिस कारण स्वरित्र ऊर्जा खोता है। b से a तक भुजा बल की दिशा में चलती है, इसलिए भुजा पर बल कार्य करता है और इस प्रकार स्वरित्र ऊर्जा प्राप्त करता है। यदि ऊर्जा की हानि और लाभ बराबर हो तो स्वरित्र के कम्पन के पोषण के लिए ऊर्जा शेष नहीं रहती। किन्तु, जब सम्पर्क स्थापित होता है तो विद्य ुच्चुम्बक की कुण्डली के स्व-प्रेरण के कारण धारा तत्क्षण महत्तम मान नहीं प्राप्त कर लेती है, बल्कि समय के साथ घातीय रूप से (exponentially) बढ़ती है। अत: प्रथम चतुर्थक-चक्र (quarter-cycle), अर्थात् a से b पर्यन्त प्रवाहित विद्य ुत् की कुल मात्रा, द्वितीय चतुर्थक-चक्र, अर्थात् b से a पर्यन्त प्रवाहित विद्य ुत् की कुल मात्रा से कम होती है। इसलिए स्वरित्र से चुम्बक द्वारा प्राप्त ऊर्जा, चुम्बक से स्वरित्र द्वारा प्राप्त ऊर्जा से कम होती है। फलस्वरूप प्रत्येक चक्र में स्वरित्र शेष ऊर्जा प्राप्त करता है जिसका उपयोग उसके कम्पन के पोषण में होता है।

(चित्र 79)

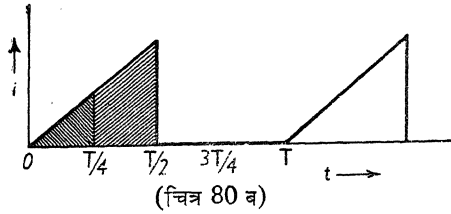
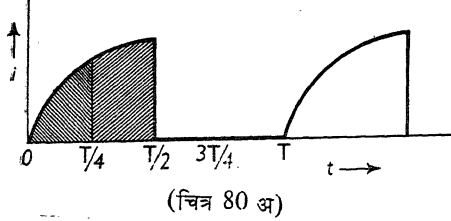
स्वरित्र की दक्षता (Efficiency of the Fork)— मान लें, बैटरी का वि०वा० बल E, और परिपथ की स्व-प्रेरकता तथा प्रतिरोध क्रमश: L तथा R हैं। मान लें,

स्वरित्र के कम्पन का आवर्तकाल T है। मान लें, $t=0$ समय पर सम्पर्क स्थापित होता है।

स्पष्टत: धारा $t=0$ से $t=\frac{T}{2}$ तक घातीय रूप से बढ़ती है। $t=\frac{T}{2}$ पर ज्योंही परिपथ भंग होता है त्योंही धारा का मान एकाएक शून्य हो जाता है (चित्र 80 अ)।

(चित्र 80 अ)

(चित्र 80 ब)

सम्पर्क स्थापित होने के बाद किसी समय t पर धारा

$$i=\frac{E}{R}\left(1-e^{\frac{-R}{L}t}\right) \quad \ldots \quad (1)$$ है।

मान लें, $t=0$ से $t=\frac{T}{4}$ समयान्तर में विद्युच्चुम्बक की कुण्डली से होकर प्रवाहित विद्युत् की मात्रा Q_1 है और $t=\frac{T}{4}$ से $t=\frac{T}{2}$ समयान्तर में प्रवाहित विद्युत् की मात्रा Q_2 है। अत:

$$Q_1=\int_0^{T/4} i\,dt=\frac{E}{R}\int_0^{T/4}\left(1-e^{\frac{-R}{L}t}\right)dt$$

$$=\frac{E}{R}\left[t+\frac{L}{R}.\,e^{\frac{-R}{L}t}\right]_0^{T/4}$$

$$=\frac{E}{R}\left(\frac{T}{4}+\frac{L}{R}.\,e^{\frac{-R}{L}\cdot\frac{T}{4}}-\frac{L}{R}\right) \quad \ldots \quad (2).$$

उसी प्रकार

$$Q_2=\int_{T/4}^{T/2} i\,dt=\frac{E}{R}\left[t+\frac{L}{R}.\,e^{\frac{-R}{L}t}\right]_{T/4}^{T/2}$$

$$=\frac{E}{R}\left(\frac{T}{2}+\frac{L}{R}\cdot\ e^{\frac{-R}{L}\cdot\frac{T}{2}}-\frac{T}{4}-\frac{L}{R}\cdot e^{\frac{-R}{L}\cdot\frac{T}{4}}\right)\quad\ldots\quad(3).$$

$$\therefore\quad Q_2-Q_1=\frac{E}{R}\left(\frac{L}{R}\cdot e^{\frac{-R}{L}\cdot\frac{T}{2}}-\frac{2L}{R}\cdot e^{\frac{-R}{L}\cdot\frac{T}{4}}+\frac{L}{R}\right)$$

और
$$Q_2+Q_1=\frac{E}{R}\left(\frac{T}{2}+\frac{L}{R}\cdot e^{\frac{-R}{L}\cdot\frac{T}{2}}-\frac{L}{R}\right).$$

कम्पनों को पोषित करने में प्रति कम्पन खर्च हुई ऊर्जा (Q_2-Q_1) के समानुपाती है, जबकि प्रति कम्पन बैटरी से ली गयी ऊर्जा (Q_2+Q_1) के समानुपाती है। अत:

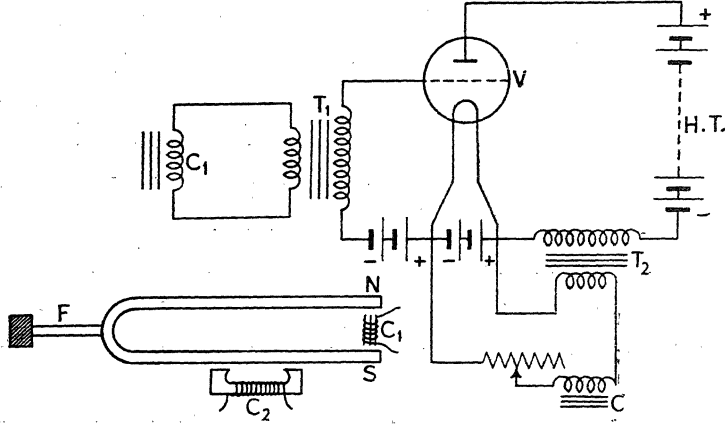
$$\text{स्वरित्र की दक्षता}=\frac{Q_2-Q_1}{Q_2+Q_1}$$

$$=\frac{\frac{L}{R}\left(e^{\frac{-R}{L}\cdot\frac{T}{2}}-2e^{\frac{-R}{L}\cdot\frac{T}{4}}+1\right)}{\frac{T}{2}-\frac{L}{R}\left(1-e^{\frac{-R}{L}\cdot\frac{T}{2}}\right)}\quad\ldots\quad(4).$$

व्यंजक (4) से स्पष्ट है कि जब $L=0$, तो दक्षता शून्य है, अर्थात् कम्पन पोषित नहीं होंगे। अत: कम्पन के पोषण के लिए स्व-प्रेरकता L ही उत्तरदायी है। यह भी स्पष्ट है कि जब स्व-प्रेरकता L अधिक और प्रतिरोध R कम है तो दक्षता अधिक है। जब L और R इस प्रकार होते हैं कि धारा धीरे-धीरे बढ़ती है और $\frac{T}{2}$ समय पर महत्तम पर पहुँचती है (चित्र 80 ब), तो दक्षता महत्तम होती है।

यदि परिपथ में स्व-प्रेरकता अधिक होगी तो सम्पर्क भंजन पर बड़ा विरोधी वि० वा० बल (back E. M. F.) उत्पन्न होगा जिससे सम्पर्क पर स्फुलिंग (spark) होगा। स्फुलिंग रोकने के लिए सम्पर्क के समान्तर एक उपयुक्त संघनित्र (condenser) रखा जाता है और परिपथ में कुछ प्रतिरोध जोड़ दिया जाता है।

(ख) तापायनिक वाल्व द्वारा पोषित (Maintained by Thermionic Valve)—विद्युच्चुम्बक द्वारा स्वरित्र के कम्पनों को 200 चक्र प्रति सेकेण्ड से ऊँची आवृत्तियों पर पोषित नहीं किया जा सकता है। तापायनिक वाल्व की सहायता से ऊँची आवृत्तियों पर स्वरित्र के कम्पन को पोषित किया जा सकता है। चित्र 81 में वाल्व द्वारा पोषित स्वरित्र का एक सरल प्रबन्ध दिखाया गया है।

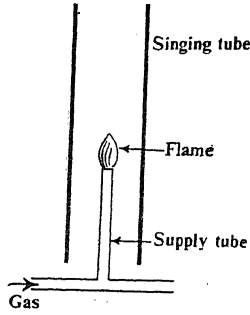
स्वरित्र को चुम्बकित किया जाता है। भुजाओं का तनिक भी कम्पन लोह-क्रोड-कुण्डली (iron-cored coil) C_1 से होकर चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन लाता है

(चित्र 81)

जिससे C_1 में वि० वा० बल (E.M.F.) प्रेरित (induced) हो जाता है। ट्रांसफॉर्मर T_1 द्वारा उचित रूप से बढ़ने के बाद यह ट्रायोड वाल्व (triode valve) V के ग्रिड (grid) में संचारित किया जाता है। वाल्व के धनोद परिपथ में बहती धारा ट्रांसफॉर्मर T_2 से होकर गुजरती है। ग्रिड-विभव में परिवर्तन के कारण धारा में परिवर्तन होता है जो T_2 के द्वितीयक (secondary) में वि० वा० बल प्रेरित करती है। दिष्ट धारा (D. C.) के साथ ध्रुवित द्वितीयक धारा स्वरित्र के बगल में क्रियाशील छोटे विद्युत्-चुम्बक की कुण्डली C_2 से होकर गुजरती है। यदि वाल्व का प्रवर्धन-गुणक (amplification factor) पर्याप्त हो तो C_1 में प्रारम्भिक धारा से उत्पन्न यह विशाल धारा स्वरित्र के कम्पन को पोषित करेगी।

कम्पन को निश्चित आयाम पर सीमित करने के लिए अधिक विस्तृत परिपथों में प्रतिसंभरण प्रबन्ध (feed-back arrangement) रहता है।

आधुनिक माप में वाल्व-पोषित स्वरित्र का उपयोग समय के मानकों (standards) के रूप में होता है।

10.3. गायक ज्वाला (Singing Flame)

जब दोनों सिरों पर खुली एक नली में हाइड्रोजन या कोयला-गैस की एक छोटी ज्वाला को प्रविष्ट कराया जाता है तो निश्चित स्थितियों में तीव्र और स्थायी स्वर

(चित्र 82)

(note) उत्पन्न होते हैं। स्वर की आवृत्ति व्यावहारिक रूप से नली में वायु-स्तम्भ के कम्पन की स्वाभाविक आवृत्ति के समान होती है। इस प्रबन्ध को **गायक ज्वाला** कहते हैं। नली को **गायक नली** (singing tube) और गैस-नली को **प्रदाय नली** (supply tube) कहते हैं। यहाँ वायु-स्तम्भ के कम्पन ज्वाला की ऊष्मा (heat) द्वारा पोषित होते हैं। सर्वप्रथम सन् 1774 ई० में हिगेन्स (Higgens) ने इसका प्रयोग किया था।

घूर्णक दर्पण द्वारा नली में प्रविष्ट ज्वाला की परीक्षा करने पर दन्त-आकृति जैसी पट्टी (band) प्राप्त होती है (चित्र 83)। इससे स्पष्ट है कि ज्वाला आन्तरायिक रूप से (intermittently) जल रही है। आन्तरायिक जलने का आवर्तकाल स्वर के आवर्तकाल के समान है। अत: यह निष्कर्ष निकलता है कि ज्वाला आन्तरायिक रूप से जलती है और ज्वाला की ऊष्मा कम्पनों को पोषित करती है।

(चित्र 83)

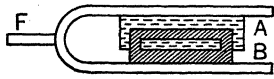
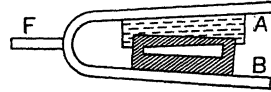
लॉर्ड रैले (Lord Rayleigh) ने इस क्रिया (phenomenon) का विस्तृत अध्ययन किया और इसकी सही व्याख्या दी। उनके अनुसार, गायक नली में वायु-स्तम्भ के अप्रगामी कम्पनों (stationary vibrations) को पोषित करने के लिए ज्वाला को एक विशेष कला (phase) पर और एक विशेष स्थान पर ऊष्मा प्रदान करनी चाहिए। उन्होंने दिखाया कि जब निस्पंद के समीप और वायु के महत्तम संपीडन के समय ऊष्मा दी जाती है और वायु के महत्तम विरलन के समय वापस ली जाती है तो कम्पन का उत्तम पोषण होता है।

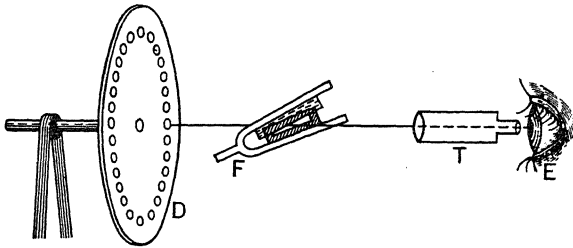
सन् 1923 ई० में रिचार्डसन (Richardson) ने रैले के सिद्धान्त की जाँच की और उसे सही पाया।

10.4. आवृत्ति का निर्धारण (Determination of Frequency)

कई विधियों द्वारा आवृत्ति निर्धारित की जा सकती है। यहाँ केवल आवृत्ति-दर्शी तवा-विधि और ध्वनि-पहिया-विधि का वर्णन किया जायगा।

(क) आवृत्तिदर्शी-तवा-विधि (Stroboscopic Disc method)— आवृत्तिदर्शी (stroboscope) D एक वृत्ताकार तवा (या ड्रम) तवे होता है जिसमें समान आकार (size) के संकेन्द्रीय (concentric) वृत्त होते हैं। इन वृत्तों पर बराबर-बराबर अन्तरण (spaning) पर विन्दु (dots) या धारियाँ (stripes) अंकित रहती हैं। रंग की विषमता के लिए उजले तवे पर काले विन्दु और काली तवे पर उजले विन्दु रहते हैं।

जिस स्वरित्र की आवृत्ति निर्धारित करनी होती है, उसकी भुजाओं में अलुमीनियम की दो पन्नियाँ (foils) A और B लगी होती हैं। पन्नी B में एक रेखाछिद्र (slit) कटा रहता है और पन्नी A की लम्बाई इतनी रहती है कि भुजाओं की स्थिर स्थिति में रेखाछिद्र ढका रहता है (चित्र 84 अ)। इस प्रकार कम्पन करते समय जब भुजाएँ एक-दूसरे से महत्तम दूरी पर होती हैं तो रेखाछिद्र खुलता है (चित्र 84 ब)। अत: स्वरित्र के एक पूर्वकम्पन में रेखाछिद्र एक बार ही खुलता है, अर्थात् प्रति सेकण्ड रेखाछिद्र के खुलने की संख्या स्वरित्र की आवृत्ति के बराबर है।

(चित्र 84 अ) (चित्र 84 ब)

प्रायोगिक प्रबन्ध (Experimental arrangement)— चित्र 85 में प्रायोगिक प्रबन्ध दिखाया गया है।

(चित्र 85)

आवृत्तिदर्शी-तवा D के किसी एक विन्दु पर दूरबीन T को फोकस किया जाता है। हवा और दूरबीन के बीच में स्वरित्र F को रखा जाता है ताकि स्वरित्र के रेखाछिद्र के खुलने के समय इससे होकर दूरबीन में विन्दु दिखाई पड़े।

विद्युत् द्वारा स्वरित्र के कम्पन को बनाये रखा जाता है। जब स्वरित्र कम्पन करता है तो प्रति सेकण्ड विन्दु उतनी बार दूरबीन में दिखाई पड़ता है जितनी स्वरित्र की आवृत्ति होती है। दृष्टि-निर्बन्ध (persistence of vision) के कारण विन्दु बराबर आँख के सामने रहता है। दि० धा० विद्युत्-मोटर (D. C. electric motor) की सहायता से तवे को घुमाया जाता है जिसकी परिभ्रमण-गति समंजित की जा सकती है। मोटर एक परिभ्रमण-गणक (revolution counter) (जो चित्र में नहीं दिखाया गया है) से जुड़ा रहता है जो दिये गये समय में तवे की परिभ्रमण-संख्या दर्ज करता है।

शुरू में, जब तवे की परिभ्रमण-गति कम रहती है तो विन्दु **पीछे** की ओर अर्थात् तवे की गति की विपरीत दिशा में भागते हुए मालूम पड़ते हैं। कारण, एक विन्दु के स्थान पर अगले विन्दु को आने में लगे समय की तुलना में रेखाछिद्र जल्दी-जल्दी

खुलता है। तवे की परिभ्रमण-गति धीरे-धीरे बढ़ायी जाती है जब तक कि विन्दु दूरबीन में स्थिर दिखाई नहीं पड़ती हैं। यह तभी होता है जब तवे के घूमने से एक विन्दु के स्थान पर अगले विन्दु को आने में उतना ही समय लगे जितने समय में रेखाछिद्र दुबारा खुलता है। स्पष्ट है कि इतना समय स्वरित्र को एक पूर्ण कम्पन करने में लगता है। यदि तवे की परिभ्रमण-गति और तेज कर दी जाय तो विन्दु **आगे** की ओर भागते दिखाई पड़ेंगे। अत: तवे की परिभ्रमण-गति इस प्रकार नियंत्रित की जाती है कि विन्दु स्थिर दिखाई पड़ें। काफी देर तक स्थिर विन्दुओं पर गौर करके तवे की परिभ्रमण-गति गणक और विरामघड़ी की सहायता से निकाल ली जाती है।

गणना—यदि तवे में विन्दुओं की संख्या m और प्रति सेकण्ड तवे के परिभ्रमण की संख्या p हो, तो एक विन्दु के स्थान पर अगले विन्दु को आने में लगा समय $\frac{1}{mp}$ होगा। यदि स्वरित्र की आवृत्ति n हो तो स्वरित्र का आवर्त्तकाल $\frac{1}{n}$ होगा।

अत:
$$\frac{1}{n}=\frac{1}{mp}$$

या
$$n=mp \qquad .. \qquad (5).$$

इस प्रकार स्वरित्र की आवृत्ति निर्धारित की जा सकती है।

यदि तवे की परिभ्रमण-गति उपर्युक्त गति का दुगुना या पूर्ण सांख्यिक गुणज हो तो विन्दु पुन: स्थिर दिखाई पड़ेंगे।

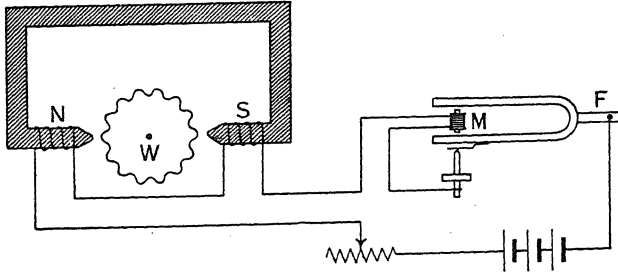
यद्यपि इस विधि की क्रिया सरल है तथापि यह शुद्ध फल नहीं देती है। कारण, (i) भुजाओं में पन्नी लगाने से स्वरित्र की आवृत्ति कुछ-न-कुछ घट जाती है और (ii) पूरे प्रयोग तक मोटर को अचर गति के साथ घुमाना कठिन होता है। अत: अधिक शुद्ध फल पाने के लिए इन दोषों को दूर करना आवश्यक है।

निऑन लैम्प (neon lamp) और प्रेरण-कुण्डली (induction coil) के उपयोग द्वारा स्वरित्र की भुजाओं में बिना पन्नी लगाये, अर्थात् भुजाओं के बिना भारित किये, प्रयोग किया जा सकता है। प्रेरण-कुण्डली कि प्राथमिक परिपथ (primary circuit) में जोड़ और तोड़ वाली संहति (make and break system) के स्थान पर स्वरित्र को लगा दिया जाता है जिससे स्वरित्र के प्रत्येक पूर्ण कम्पन में एक जोड़ और एक तोड़ हो जाता है। द्वितीयक परिपथ (secondary circuit) में निऑन लैम्प जोड़ा जाता है और इसलिए प्रत्येक पूर्ण कम्पन में लैम्प एक बार कौंधता है। यह घूमते हुए आवृत्तिदर्शी-तवा को प्रकाशित करता है और तवे की परिभ्रमण-गति इस प्रकार समंजित की जाती है कि तवा के विन्दु स्थिर दिखाई पड़ें। यह तभी सम्भव होता है जब स्वरित्र के एक आवर्तकाल में एक विन्दु के

स्थान पर अगला विन्दु पहुँच जाता है। फलतः उपर्युक्त सूत्र $n=mp$ यहाँ भी लागू होता है।

(ख) **ध्वनि-पहिया-विधि** (Phonic Wheel method)— ध्वनि-पहिया का आविष्कार लार्ड रैले ने किया। यह विद्युत्पोषित स्वरित्र की क्रिया पर आधारित है। चित्र 86 में रैले विधि का एक सरल प्रायोगिक प्रबन्ध दिखाया गया है।

(चित्र 86)

इस उपकरण में नरम लोहे का एक पहिया W होता है जिसकी परिमा पर बराबर-बराबर दूरी पर दाँत बने होते हैं। पहिया एक क्षैतिज अक्ष के परितः घूमने को स्वतंत्र रहता है। एक शक्तिशाली विद्युच्चुम्बक के ध्रुव N और S के बीच पहिये को इस तरह रखा जाता है कि दाँतों और ध्रुवों के बीच बहुत कम रिक्त स्थान रहे। विद्युच्चुम्बक को उस धारा द्वारा चुम्बकित किया जाता है जो स्वरित्र (जिसकी आवृत्ति ज्ञात करनी है) द्वारा आन्तरायिक बना दी जाती है। इस प्रकार स्वरित्र की आवृत्ति पर विद्युच्चुम्बक आन्तरायिक रूप से उत्तेजित किया जाता है।

अब, हाथ द्वारा पहिया को घुमा दिया जाता है। यदि गति इतनी रहती है कि चुम्बक के उत्तेजित होने के प्रत्येक समय दो व्यासाभिमुख दाँत ध्रुवों को ठीक (just) पार करें तो चुम्बक गति को त्वरित या विमंदित नहीं करेगा और उत्तेजन की आवृति प्रति सेकण्ड गुजरने वाले दाँतों की संख्या के बराबर होगी। यदि गति धीमी होगी तो चुम्बक के उत्तेजन के समय दाँत ध्रुव से कुछ पीछे रह जायँगे और चुम्बक दाँतों पर आगे कर्षण-बल लगायेगा जिससे गति त्वरित हो जायगी। यदि पहिया कुछ तेज चले तो इसका उलटा होगा। इस प्रकार अन्त में पहिया स्थायी गति के साथ घूमने लगता है जो स्वरित्र द्वारा नियंत्रित होती है।

यदि पहिये में दाँतों की संख्या m और प्रति सेकण्ड पहिये की परिभ्रमण-संख्या p हो तो प्रति सेकण्ड गुजरने वाले दाँतों की संख्या mp होगी। यही उत्तेजन की आवृत्ति है, अर्थात् स्वरित्र की आवृत्ति n है।

अतः $$n=mp \qquad \ldots \qquad (6)$$

यहाँ काफी समय तक पहिये को स्थायी गति के साथ घूमता हुआ रखा जा सकता है और इस प्रकार p काफी शुद्धता के साथ निर्धारित किया जा सकता है।

प्रश्नावली १०

1. स्वरित्र के कम्पनों को विद्युत् द्वारा कैसे पोषित किया जा सकता है ? चित्र सहित व्याख्या करें। (Bihar 1966, '64, '62 S; Patna '62)

[Explain with the help of diagram how the vibrations of a tuning fork can be electrically maintained.]

2. गायक ज्वाला का वर्णन करें और उसकी क्रिया की व्याख्या करें।

(Allahabad 1946; Agra '37)

[Describe and explain the action of a singing flame.]

3. स्वरित्र की निरपेक्ष आवृत्ति निर्धारित करने की आवृत्तिदर्शी-विधि का वर्णन करें।

(Magadh 1964; Bhagalpur '64 S; Ranchi '62 S; Patna '64, '62; Bihar '62 S, '60)

[Describe the stroboscopic method for determining the absolute frequency of a tuning fork.]

4. विद्युत्पोषित स्वरित्र की बनावट और क्रिया का वर्णन करें।

स्वरित्र की आवृत्ति निर्धारित करने की आवृत्तिदर्शी-विधि का विवरण दें।

(Magadh 1965; Bhagalpur '63 S; Patna '60)

[Describe the construction and action of an electrically maintained tuning fork.

Give an account of the stroboscopic method of determining the frequency of a tuning fork.]

5. विद्युत्पोषित स्वरित्र का वर्णन करें और उसकी क्रिया की व्याख्या करें। ऐसे स्वरित्र की आवृत्ति आप कैसे शुद्ध रूप में निर्धारित करेंगे ? जो सूत्र का आप उपयोग करेंगे उसे प्राप्त करें। (Ranchi 1962)

[Describe and explain the action of an electrically maintained tuning fork and show how you would determine accurately the frequency of such a tuning fork. Obtain the formula you uses.]

6. स्वरित्र की आवृत्ति निर्धारित करने की ध्वनि-पहिया-विधि का वर्णन करें।

(Punjab 1957 S, '52)

[Describe a phonic wheel for the determination of the frequency of tuning fork.]

११

पराश्रव्यता
(ULTRASONICS)

11.1. पराश्रव्यता (Ultrasonics)

श्रव्यता की ऊपरी सीमा (लगभग 20,000 चक्र प्रति सेकण्ड) से ऊँची आवृत्ति (frequency) की ध्वनियों को **पराश्रव्यता** कहते हैं। आधुनिक विधियों द्वारा 5×10^5 किलोचक्र प्रति सेकण्ड आवृत्ति तक की पराश्रव्य ध्वनियाँ उत्पन्न की जा सकती हैं।

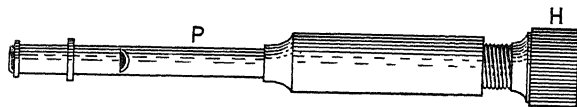
अत: पराश्रव्य ध्वनि की लघुतम तरंग-लम्बाई $= \dfrac{330 \times 100}{5000 \times 10^5} = 6 \cdot 6 \times 10^{-5}$ सें०मी०

है जो दृश्य प्रकाश (visible light) की तरंग-लम्बाइयों के क्रम की है। श्रव्यता परास के अन्दर लागू ध्वनि के नियम पराश्रव्य ध्वनियों के लिए भी सही हैं और बहुत-सी नयी क्रियाएँ (phenomena) प्रेक्षित होती हैं। तरंग-लम्बाई बहुत लघु होने के कारण व्यावहारिक क्षेत्रों में पराश्रव्यता के अनेक उपयोग हैं।

11.2. पराश्रव्यता का उत्पादन (Production of Ultrasonics)

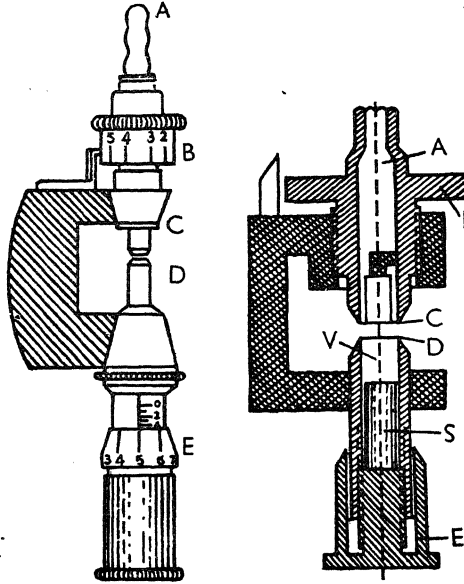
निम्नलिखित जनित्रों (generators) द्वारा पराश्रव्य ध्वनियों का उत्पादन किया जा सकता है—

(क) यान्त्रिक जनित्र (Mechanical Generator)— गाल्टन की सीटी (Galton's whistle) द्वारा पराश्रव्य ध्वनियाँ उत्पन्न की जा सकती हैं। गाल्टन की सीटी एक लघु ऑरगन पाइप है जिसमें उपयुक्त साधन द्वारा कम्पायमान वायु-स्तम्भ की लम्बाई बदली जा सकती है।

इसके प्रारम्भिक रूप में (चित्र 87), पाइप P में एक खिसकवाँ पिस्टन लगा होता है। पेंच-शीर्ष H द्वारा पिस्टन को आगे या पीछे खिसकाया जाता है जिससे

(चित्र 87)

कम्पायमान वायु-स्तम्भ की लम्बाई घट या बढ़ जाती है। फलस्वरूप, इससे उत्पन्न स्वर की आवृत्ति बढ़ या घट जाती है। इस यन्त्र को अंशांकित किया जाता है ताकि पिस्टन के किसी स्थान के संगत आवृत्ति पेंच-शीर्ष पर पढ़ी जा सके।

नियत आयाम और 100 किलोचक्र प्रति सेकण्ड आवृत्ति तक की पराश्रव्यता उत्पन्न करने के लिए **इडैलमैन** (Edelmann) द्वारा अभिकल्पित (designed) गाल्टन की सींटी अधिक उपयुक्त है (चित्र 88)।

तुंड (nozzle) A से होकर हवा की धारा फूँकी जाती है। वृत्ताकार छिद्र (circular slit) C से निकलकर हवा की धारा तेज वृत्ताकार क्षुरधार (circular knife-edge) D पर पड़ती है। V में वायु को यह कम्पित करता है जिससे पराश्रव्य स्वर उत्पन्न हो जाते हैं। माइक्रोमीटर-पेंच E द्वारा परिचालित पिस्टन S द्वारा सीटी में वायु का आयतन और फलतः कम्पायमान वायु-स्तम्भ की लम्बाई बदली जा सकती है। पिस्टन का शीर्ष पाइप के बन्द सिरे के रूप में कार्य करता है। **माइक्रोमीटर-पेंच** B द्वारा C और D के बीच रिक्त स्थान को उचित मान पर संमजित किया जाता है।

(चित्र 88)

यदि क्षुरधार से पिस्टन के शीर्ष तक वायु-स्तम्भ की लम्बाई l हो तो उत्पन्न स्वर की तरंग-लम्बाई $\lambda=4l+C_0$ होगी, जहाँ C_0 एक संशोधन है जो फूँक-दाब (blowing pressure) पर निर्भर करता है। उदाहरणार्थ, 30 सें०मी० (पानी के) फूँक-दाब के लिए $C_0=7{\cdot}3$ मि०मी० है और 70 सें०मी० (पानी के) फूँक-दाब के लिए $C_0=6{\cdot}2$ मि०मी० है। अतः नियत तरंग-लम्बाई बनाये रखने के लिए फूँक-दाब को नियत रखना आवश्यक है। स्पष्टतः स्वर की आवृत्ति

$$n=\frac{v}{\lambda}=\frac{v}{4l+C_0}$$

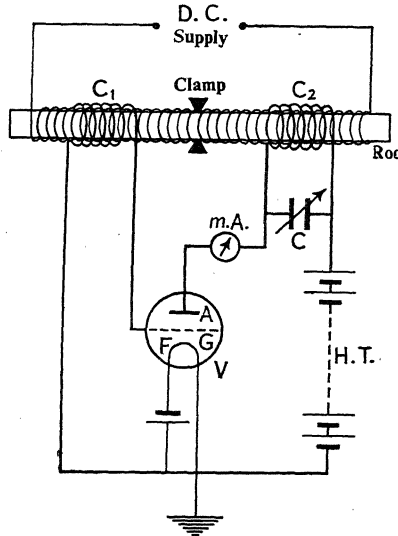
है, जहाँ v हवा में ध्वनि का वेग है।

(ख) चुम्बकीय आकारान्तर जनित्र (Magneto-striction Generator)—जब लौह-चुम्बकीय (ferromagnetic) पदार्थ की छड़ को उसकी लम्बाई के समान्तर

चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो छड़ की लम्बाई में तनिक परिवर्तन हो जाता है। यह परिवर्तन क्षेत्र के चिह्न के प्रति स्वतन्त्र होता है। लम्बाई में वितान या सिकुड़न हो सकता है जो पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है। इस क्रिया (phenomenon) को **चुम्बकीय आकारान्तर** कहते हैं। **विलोम चुम्बकीय आकारान्तर** प्रभाव भी होता है, अर्थात् चुम्बकित छड़ की लम्बाई में परिवर्तन से चुम्बकन (magnetization) में परिवर्तन होता है।

यदि निकल (nickel) की एक छड़ को प्रत्यावर्ती (alternating) चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाय तो चुम्बकन द्वारा यह आवर्तरूप से छोटी होगी। यदि क्षेत्र की आवृत्ति छड़ के कम्पन की स्वाभाविक आवृत्ति (natural frequency) के बराबर हो, अर्थात् अनुनाद (resonance) हो तो समान आवृत्ति पर महत्तम आयाम के साथ छड़ अनुदैर्घ्य (longitudinal) कम्पन करने लगेगी और माध्यम में पराश्रव्य तरंगें उत्पन्न हो जायँगी।

चित्र 89 में पराश्रव्य तरंगों को उत्पन्न करने के लिए पियर्स (Pierce) विद्युत्-परिपथ दिखाया गया है।

निकल छड़ को बीच में क्लैम्प कर दिया जाता है और एक परिनालिका (solenoid) में रखा जाता है जो स्थायी ध्रुवण चुम्बकीय क्षेत्र (steady polarizing magnetic field) उत्पन्न करता है। दो कुण्डलियाँ C_1 और C_2 भी छड़ पर लपेटी रहती हैं। C_1 और C_2 कुण्डलियाँ क्रमशः एक ट्रायोड वाल्व के ग्रिड (grid, G) और धनोद (anode, A) परिपथों में जुड़ी रहती हैं। जब परिवर्ती धारित्र (variable condenser) C द्वारा दोलायमान धनोद परिपथ की आवृत्ति छड़ की स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर संमजित की जाती है तो छड़ के अनुदैर्घ्य कम्पन पोषित हो जाते हैं।

(चित्र 89)

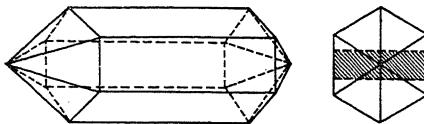
स्थायी ध्रुवण चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा छड़ चुम्बकित की जाती है। कुण्डली C_2 से जाती हुई धनोद धारा में आवर्त परिवर्तन के कारण छड़ के चुम्बकन में परिवर्तन होता है और छड़ की लम्बाई

में परिवर्तन होता है। लम्बाई में इस परिवर्तन के कारण ग्रिड कुण्डली C_1 से होकर चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है (विलोम चुम्बकीय आकारान्तर प्रभाव) जिससे C_1 में वि० वा० बल (E.M.F.) प्रेरित हो जाता है। यह वि० वा० बल ग्रिड पर लगता है और C_2 में प्रवर्धित धारा उत्पन्न करता है। इस प्रकार छड़ के कम्पन पोषित किये जाते हैं।

वाल्व के लाक्षणिक वक्र (characteristic curve) की वक्रता के कारण, जब दोलन शुरू होता है तो मिलीऐंपियरमापी (m.A.) में परिवर्तन होता है। महत्तम परिवर्तन बनाने के लिए C संमजित की जाती है, क्योंकि तब दोलायमान धनोद धारा की आवृत्ति छड़ की स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर होती है और कम्पन प्रबल हो जाता है।

इस प्रकार माध्यम में पराश्रव्य तरंगें उत्पन्न की जाती हैं। यहाँ, आवृत्ति $n=\frac{1}{2l}\sqrt{\frac{Y}{\rho}}$ है, जहाँ l छड़ की लम्बाई, Y छड़ के पदार्थ का यंग-मापांक और ρ उसका घनत्व है। 12·5 मि०मी० लम्बी निकल छड़ 20·4 किलोचक्र प्रति सेकण्ड आवृत्ति की पराश्रव्य तरंगें उत्पन्न करती है।

(ग) **दाब-विद्युत्-जनित्र** (Piezo-Electric Generator)— पराश्रव्यता उत्पन्न करने की यह सर्वोत्तम विधि है और इस विधि द्वारा उच्चत्तम आवृत्ति (5×10^5 किलोचक्र प्रति सेकण्ड) प्राप्त की गयी है। सन् 1880 ई० में जे० और पी० क्यूरी (J. and P. Curie) भाइयों ने पता लगाया कि जब स्फटिक (quartz) के अभिमुख फलकों (opposite faces) पर दाब या तनाव (tension) लगाया जाता है तो लगाये गये दाब या तनाव की दिशा के समकोणिक फलकों पर विद्युत्-आवेश उत्पन्न हो जाते हैं। जब संपीडन को तनाव में बदला जाता है तो विद्युत्-आवेशों के चिह्न बदल जाते हैं। इसके अतिरिक्त, विद्युत्-आवेश दाब या तनाव के समानुपाती होते हैं और एक फलक पर धन-आवेश तथा दूसरे फलक पर ऋण-आवेश उत्पन्न होते हैं। इस प्रभाव को **दाब-विद्युत्-प्रभाव** (Piezo-electric effect) कहते हैं। यह प्रभाव रॉशेल लवण (Rochelle salt) और टूरमेलिन (tourmaline) में भी होता है। **विलोम दाब-विद्युत्-प्रभाव** भी होता है।

प्रकृति में स्फटिक मणिभ षट्कोणीय समपार्श्व (hexagonal prism) के रूप में मिलता है जिसके प्रत्येक सिरे पर षट्कोणीय पिरामिड होता है। पिरामिडों के शिखरों से होकर जाने वाली सरल रेखा या उसके समान्तर किसी सरल रेखा को मणिभ (crystal) का **प्रकाशीय अक्ष** (optic axis) कहते हैं। प्रकाशीय अक्ष के समकोणिक काट (section) एक षड्भुज (hexagon) होगा। षड्भुज

(चित्र 90)

के कोनों से होकर जाने वाली तीन सरल रेखाएँ **विद्युत्-अक्ष** (electric axes) या x-अक्ष कहलाती हैं । इन रेखाओं के समकोणिक तीन रेखाएँ **यान्त्रिक अक्ष** (mechanical axes) या y-अक्ष कहलाती हैं । प्रयोग में लाने के लिए प्राय: मणिभ को सिल्ली (slab) के रूप में काटा जाता है जिसकी अधिकतम लम्बाई यान्त्रिक अक्ष के अनु होती है और भुजाएँ (sides) प्रकाशीय अक्ष या z-अक्ष के समान्तर होती हैं । इस प्रकार की कटान (cut) को 'x-कटान' कहा जाता है ।

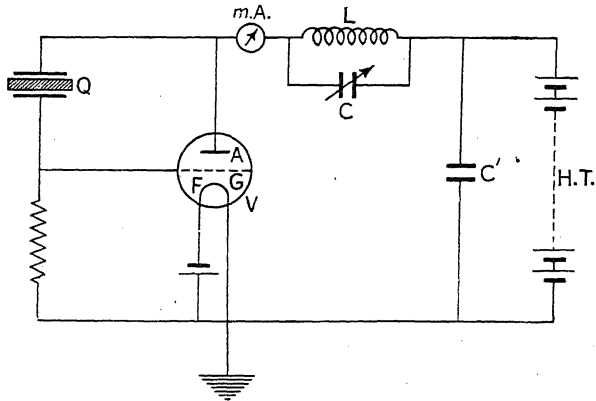
अत: स्पष्ट है कि जब x-अक्ष के अनु प्रत्यावर्ती विद्युत्-क्षेत्र लगाया जाता है तो y-अक्ष के अनु मणिभ की लम्बाई आरोपित क्षेत्र की आवृत्ति के समान आवृत्ति के साथ बदलने लगती है । यदि प्रत्यावर्ती विद्युत्-क्षेत्र की आवृत्ति मणिभ की स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर हो, अर्थात् अनुनाद हो तो मणिभ के अनुदैर्घ्य कम्पन प्रबल हो जायँगे । पराश्रव्य तरंगों को उत्पन्न करने के लिए इस क्रिया का उपयोग किया जाता है और वाल्व-दोलक (valve oscillator) द्वारा आवश्यक प्रत्यावर्ती विद्युत्-क्षेत्र प्राप्त किया जाता है ।

चित्र 91 में स्फटिक मणिभ (quartz crystal) द्वारा पराश्रव्य तरंगों के उत्पन्न करने का एक विद्युत्-परिपथ दिखाया गया है ।

स्फटिक की सिल्ली Q को धातु की दो पत्तियों के बीच रखा जाता है । ट्रायोड वाल्व के ग्रिड G और धनोद A से पत्तियाँ जुड़ी रहती हैं। धनोद से प्रेरकता-धारिता (L-C) परिपथ और उच्च वोल्टता ($H.T.$) जुड़ी रहती है । एक सुचालक धारित्र (by-pass condenser) C' द्वारा उच्च वोल्टता वाहित की जाती है। C_1 उच्च आवृत्ति की धाराओं को उच्च वोल्टता से होकर जाने से रोकता है । परिवर्ती धारित्र

(चित्र 91)

C द्वारा धनोद परिपथ के दोलन की आवृत्ति सिल्ली की स्वाभाविक आवृत्ति के बराबर समंजित की जाती है ।

धनोद परिपथ में छोटी प्रत्यावर्ती धारा उत्पन्न की जाती है । किसी क्षण धनोद अधिक ऋणात्मक और ग्रिड अधिक धनात्मक हो जाता है । चूँकि सिल्ली की अभिमुख पत्तियों से A और G जुड़े होते हैं, इसलिए ये पत्तियाँ विपरीत रूप से आविष्ट हो जाती हैं । जब धनोद अधिक धनात्मक और ग्रिड अधिक ऋणात्मक हो जाता है तो

पत्तियों पर आवेश उलट जाते हैं। इस प्रकार मणिभ (crystal) के अभिमुख फलकों पर प्रत्यावर्ती विद्युत्-क्षेत्र लगाया जाता है। फलस्वरूप, यान्त्रिक अक्ष के अनु मणिभ अनुनादी अनुदर्घ्य कम्पन करने लगता है और माध्यम में पराश्रव्य तरंगें उत्पन्न हो जाती हैं।

11.3. पराश्रव्यता का परिचयन (Detection of Ultrasonics)

पराश्रव्य कम्पनों का पता लगाने के लिए कुंड-नली (Kundt's tube)-विधि का उपयोग किया जा सकता है, बशर्त्ते तरंग-लम्बाई कुछ मिलीमीटर से छोटी न हो। द्रव की स्थिति में लाइकोपोडियम चूर्ण (lycopodium powder) के बदले चूर्णित कोक (powdered coke) प्रयुक्त किया जाता है। हवा में पराश्रव्य कम्पनों का परिचयन ध्वनिग्राही ज्वाला (sensitive flame) द्वारा भी किया जा सकता है।

प्राय: आधुनिक परिचायक **तापीय परिचायक** (thermal detector) होता है। इसमें पतले प्लैटिनम के तार की एक शलाका (probe) होती है जिसे पराश्रव्य तरंगों के क्षेत्र में चलाया जाता है। निस्पन्द विन्दुओं पर एकान्तर रूप से संपीडन और विरलन बहुत तेजी से होते हैं जिससे तापमान में रुद्धोष्म परिवर्तन (adiabatic changes) होते हैं। अत: निस्पन्द विन्दुओं पर तार आवर्त रूप से गर्म और ठंढा होता है। प्रस्पन्द विन्दुओं पर तापमान में कोई परिवर्तन नहीं होता है, किन्तु कण के वेग के कारण ठंढक उत्पन्न होती है। इस प्रकार तापमान में परिवर्तन तार के प्रतिरोध को बदलता है जो ह्वीटस्टोन-सेतु द्वारा सहज निर्धारित किया जा सकता है।

दाब-विद्युत्-परिचायक (piezo-electric detector) द्वारा पराश्रव्य तरंगों का सहज पता लगाया जा सकता है। जब स्फटिक मणिभ के दो अभिमुख फलकों पर पराश्रव्य तरंगें पड़ती हैं तो इस फलक-युग्म के समकोणिक फलक-युग्म पर विद्युत्-आवेश उत्पन्न हो जाते हैं। तापायनिक वाल्व द्वारा इन आवेशों को प्रवर्धित कर इनका उपयुक्त साधन द्वारा पता लगाया जाता है।

11.4. पराश्रव्यता के गुण (Properties of Ultrasonics)

(क) पराश्रव्य तरंगों में ऊर्जा की मात्रा काफी होती है।

(ख) आवृत्ति बढ़ने के साथ उनके संचरण का वेग बढ़ता है।

(ग) तरंग-लम्बाई बहुत लघु होने के कारण पराश्रव्य तरंगें नहीं के बराबर विवर्तित (diffracted) होती हैं। अत:, बिना उपागण्य ऊर्जा-क्षय के पराश्रव्य तरंगों को बहुत लम्बी दूरियों तक संचारित किया जा सकता है। यही कारण है कि प्रति-ध्वनिमापन (echo-sounding) द्वारा समुद्र की गहराई निर्धारित करने में पराश्रव्य तरंगों का उपयोग होता है।

(घ) जब द्रव में समतल अग्रगामी पराश्रव्य तरंगें उत्पन्न की जाती हैं तो तरंग-संचरण-दिशा के अनु एक परत से दूसरी परत में द्रव का घनत्व बदल जाता है। फलस्वरूप, यह संरचना (structure) प्रकाश के लिए विवर्तन-जाली (diffraction

grating) की तरह कार्य करता है। अतः पराश्रव्य तरंगों की तरंग-लम्बाई सहज निर्धारित की जा सकती है।

(ङ) द्रव पर तीव्र पराश्रव्य विकिरण विदारी प्रभाव (disruptive effect) उत्पन्न करती है।

11.5. पराश्रव्यता के उपयोग (Applications of Ultrasonics)

पराश्रव्यता के उपयोग का क्षेत्र बहुत विस्तृत है। कुछ महत्त्वपूर्ण उपयोग निम्न-लिखित हैं—

1. **द्रवों में ध्वनियों का वेग** (Velocity of sound in liquids)— अल्प मात्रा में उपलब्ध द्रवों में पराश्रव्य ध्वनि का वेग ज्ञात किया जाता है। इस निर्धारण से पदार्थ के अनेक भौतिक और रासायनिक गुणों, यथा संपीड्यता (compressibility), अवशोषण (absorption), सान्द्रण (concentration), विशिष्ट ऊष्मा, रासायनिक संरचना आदि का पता लगता है।

2. **मणिभों की प्रत्यास्थ सममितियाँ** (Elastic symmetries of crystals)— जब मणिभों से पराश्रव्य तरंगें गुजारी जाती हैं तो विवर्तन-प्रतिबिम्ब प्राप्त होते हैं जो मणिभों की प्रत्यास्थ सममितियाँ दरसाती हैं।

3. **दिष्ट संकेतन** (Directional signalling)—तरंग-लम्बाई लघु होने के कारण पराश्रव्य तरंगों का उपयोग किसी विशेष दिशा के संकेतन में होता है।

4. **प्रतिध्वनिक गहराई मापन** (Echo-depth sounding)— समुद्र की गहराई मापने में पराश्रव्य तरंगों का उपयोग होता है। पराश्रव्य तरंगों द्वारा पनडुब्बी, हिम-शैल (iceberg) आदि पानी में डूबी हुई वस्तुओं का पता लगाया जाता है।

5. **धातुओं में दोष का परिचयन** (Detection of flaws in metals)— धातु की बारीक दरारों (cracks) से पराश्रव्य तरंगें परावर्तित होती हैं। इसलिए पराश्रव्य तरंगों द्वारा दरारों का पता लगाया जाता है और प्रतिध्वनिक मापन-विधि की सहायता से उनके स्थान भी निर्धारित किये जाते हैं।

6. **रासायनिक प्रभाव** (Chemical effects)—पराश्रव्य तरंगों द्वारा द्रवों में ठोस कणों को जमाया (coagulate) किया जाता है। अलुमीनियम और उसकी मिश्र धातुओं (alloys) की झलाई और कलई करने में पराश्रव्य तरंगें सहायता करती हैं। नहीं मिलाये जा सकने वाले द्रवों, यथा पानी और तेल, के स्थायी पायस (emulsions) बनाने में पराश्रव्य तरंगों का उपयोग होता है। इस गुण का उपयोग फोटोग्राफ फिल्म बनाने में होता है। पिघली हुई अवस्था से धातु के छोटे और समरूप मणिभ बनाने में भी पराश्रव्य तरंगों का उपयोग होता है। पराश्रव्य तरंगों से कुछ रासायनिक क्रियाएँ त्वरित हो जाती हैं, यथा पोटासियम आयोडाइड से आयोडीन मुक्त किया जाता है।

7. **तापीय प्रभाव** (Thermal effects)—तरल पर पराश्रव्य तरंगों के पड़ने से उसका तापमान बढ़ जाता है।

8. **औद्योगिक उपयोग** (Industrial uses)—कपड़ा और वस्तुओं, यथा घड़ियों आदि के पुर्जे साफ करने में पराश्रव्य तरंगों का उपयोग होता है। वस्त्र-उद्योग में अंग को सुधारने में भी इसका प्रयोग होता है।

9. **जीव और चिकित्सा सम्बन्धी उपयोग** (Bilogical and medical uses)—छोटे जीव-जन्तुओं, यथा चूहा, मछली और मेंढक, पर पराश्रव्य तरंगें डालकर उन्हें अंगहीन बनाया जाता है या मार डाला जाता है। इसका उपयोग बैक्टीरिया को मारने में भी होता है। पराश्रव्य तरंगें लाल रुधिर-कणिकाओं को नष्ट कर देती हैं। तंत्रिका शूल (neuralgia) और गठिया वाले (rheumatic) दर्दों को दूर करने में पराश्रव्य तरंगों का उपयोग डाक्टर करते हैं। मस्तिष्क में गुल्मों (tumours) के स्थान पता लगाने में भी इसका उपयोग होता है।

प्रश्नावली ११

1. पराश्रव्य तरंगें क्या हैं? उनके गुणों का विवरण दें। उन्हें कैसे उत्पन्न किया जाता और उनका पता लगाया जाता है? उनके कुछ उपयोगों का वर्णन करें।

(Allahabad 1966, '63; Banaras '65)

[What are ultrasonic waves ? Give an account of their properties. How are they produced and detected ? Describe some of their applications.]

2. पराश्रव्यता पर एक लेख लिखें। (Nagpur 1965; Punjab '60)
[Write an essay on ultrasonics.]

3. पराश्रव्यता पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखें। (Allahabad 1950; Lucknow '46)
[Write a short note on ultrasonics.]

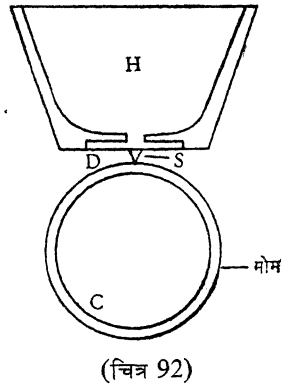
4. गाल्टन की सीटी पर टिप्पणी लिखें। (Patna 1956)
[Write a note on Galton's whistle.]

१२ ध्वनि का अभिलेखन और पुनरुत्पादन
(RECORDING AND REPRODUCTION OF SOUND)

प्राय: हम ध्वनि तभी सुनते हैं जब वह किसी कम्पायमान वस्तु से उत्पन्न होती है। परन्तु कभी-कभी ध्वनि का एक स्थायी अभिलेख (record) बनाया जा सकता है, जिसे पुनरुत्पादित (reproduced) किया जा सकता है।

12.2. फोनोग्राफ (Phonograph)

सन् 1877 ई० में अमेरिकन वैज्ञानिक **टामस अल्वा एडीसन** (Thomas Alva Edison) ने सर्वप्रथम यान्त्रिक रूप से ध्वनि के अभिलेखन तथा पुनरुत्पादन के लिए एक यन्त्र बनाया जिसे **फोनोग्राफ** कहते हैं। इसमें कीप के आकार का एक हॉर्न H होता है जिसका गाव-दुम (tapered) सिरा अभ्रक के डायफ्राम (diaphragm) D से बन्द रहता है। डायफ्राम के बीच में एक इस्पात की सूई या नीलम (sapphire) की रुखानी S लगी रहती है। इसका नुकीला सिरा मोम से रोपित बेलन के तल को स्पर्श करता रहता है। इस बेलन की धुरी पर पेंच कटा रहता है। इसलिए जब बेलन समरूप वेग से घुमाया जाता है तो साथ-साथ इसका समरूप रैखिक स्थानान्तर भी होता है।

(चित्र 92)

ध्वनि का अभिलेखन—जब कोई ध्वनि हॉर्न के चौड़े मुख के सामने होती है तो डायफ्राम कम्पित होता है। डायफ्राम के साथ-साथ सूई ऊपर-नीचे कम्पित होती है और घूमते हुए मोम से रोपित बेलन पर विभिन्न गहराइयों की खाँच बना लेती है। फलस्वरूप, बेलन पर सर्पिलाकार खाँच बन जाती है जिसकी गहराई हॉर्न के भीतर पहुँचती ध्वनि का यथार्थ प्रतिरूप होती है। इस प्रकार बेलन पर ध्वनि का अभिलेखन हो जाता है।

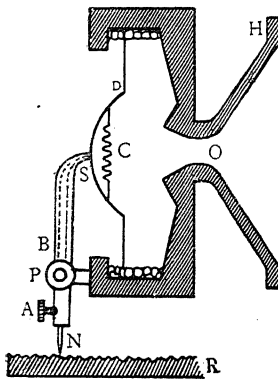
ध्वनि का पुनरुत्पादन— बेलन पर अभिलिखित ध्वनि के पुनरुत्पादन के लिए एक फ्रेम में लगे सदृश डायफ्राम में सूई के बदले नीलम की एक गोल नोक लगी रहती है। इस साधन को **साउण्ड बक्स** (sound box) कहते हैं। नोक को बेलन पर कटी हुई

खाँच के आरम्भ पर रख दिया जाता है और बेलन को ठीक उसी समरूप वेग से घुमाया जाता है जिस वेग से ध्वनि के अभिलेखन के समय उसे घुमाया गया था। बेलन के घूमने पर, एक खाँच से दूसरी में जाते समय नीलम-नोक ऊपर-नीचे चलती है और डायफ्राम को कम्पित करती है। इसलिए डायफ्राम ठीक उसी प्रकार कम्पित होता है जिस प्रकार ध्वनि के अभिलेखन के समय फोनोग्राफ का डायफ्राम कम्पित होता था। कम्पायमान डायफ्राम हॉर्न की हवा में अनुरूप कम्पन उत्पन्न करता है और इस प्रकार अभिलिखित ध्वनि का यथार्थ पुनरुत्पादन होता है।

मोम के बहुत मुलायम होने के कारण इस प्रकार का पुनरुत्पादन बार-बार नहीं किया जा सकता, क्योंकि खाँच जल्दी ही खराब हो जाती है।

12.2. ग्रामोफोन (Gramophone)

यह ध्वनि के अभिलेखन तथा पुनरुत्पादन का एक संशोधित साधन है। यहाँ ध्वनि के अभिलेखन तथा पुनरुत्पादन, दोनों क्रियाएँ साउण्ड बक्स की सहायता से होती हैं।

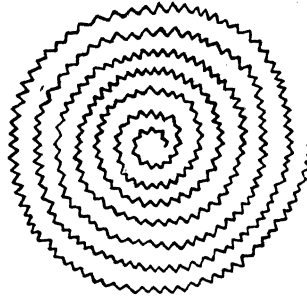
साउण्ड बक्स— आधुनिक साउण्ड बक्स एक छोटा वायु-प्रकोष्ठ C है जिसके एक ओर अलुमीनियम की मिश्र धातु का **लहरीय डायफ्राम** (corrugated diaphragm) D लगा होता है और दूसरी ओर एक संकीर्ण मुख O होता है जिसमें हॉर्न H लगा होता है। पहले अभ्रक का **समतल** डायफ्राम इस्तेमाल होता था। **स्टाइलस छड़** (stylus bar) B का ऊपरी सिरा डायफ्राम के केन्द्र से **स्पाइडर** (spider) S के द्वारा जुड़ा होता है। पहले स्टाइलस छड़ डायफ्राम के केन्द्र से सीधे जुड़ी रहती थी। स्टाइलस छड़ **कीलक** (pivot) P के परित: इधर-उधर हिल सकती है। छड़ के निचले सिरे पर एक **सॉकेट** (socket) होता है जिसमें **सूई** N पेंच A के सहारे कस दी जाती है। इस प्रकार स्टाइलस छड़ एक लीवर की तरह कार्य करती है जो कीलक के परित: घूमने के लिए स्वतन्त्र रहती है।

(चित्र 93)

ध्वनि का अभिलेखन— यहाँ ध्वनि का अभिलेखन रबर से संसिक्त (impregnated) मोम के चिपटे गोल थाल पर होता है जिस पर पहले से ही एक ही गहराई की सर्पिलाकार संकेन्द्रिक खाँचें बनी होती हैं।

ध्वनि के अभिलेखन के लिए एक टंगस्टन की सूई साउण्ड बक्स के सॉकेट में लगा दी जाती है और सूई को थाल पर कटी हुई खाँच के आरम्भ (थाल के किनारे पर)

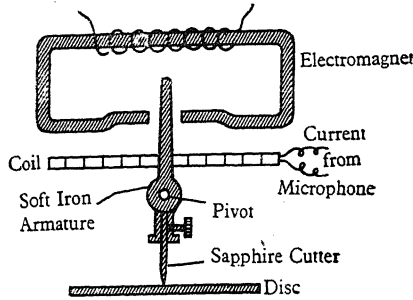
पर रख दिया जाता है। सूई थाल की ऊपरी सतह पर एक निश्चित दबाव डालती है। थाल को उसके केन्द्र से जाते हुए उदग्र अक्ष के परित: समरूप वेग से घुमाया जाता है। हॉर्न के चौड़े मुख के सामने होती हुई ध्वनि से डायफ्राम कम्पित हो जाता है। डायफ्राम के साथ-साथ सूई थाल की सतह के समान्तर कम्पित होती है। इसलिए थाल पर जो खाँच बनती है उसकी गहराई तो नहीं बदलती, परन्तु वह तरंगित (wavy) होती है (चित्र 94)।

(चित्र 94)

थाल पर ग्रैफाइट का चूर्ण बुरका जाता है और थाल पर विद्युत्-विश्लेषण द्वारा ताँबा रोपा जाता है। इस प्रकार **मूल रेकार्ड** (parent or master record) तैयार हो जाता है। अब **ताप-सुनम्य** (thermo-plastic) पदार्थ (चपड़ा, रेजिन और धातु-चूर्ण से बना) के थाल को गर्म कर मुलायम बनाया जाता है तथा मूल रेकार्ड से सटाकर इस पर एक हाइड्रोलिक प्रेस द्वारा कई टन का दबाव डाला जाता है। फलस्वरूप, मूल रेकार्ड पर बनी खाँच की छाप इस थाल पर बन जाती है। फिर थाल को ठंढा किया जाता है। इस थाल को **पोजिटिव रेकार्ड** कहते हैं। इस प्रकार कई पोजिटिव रेकार्ड तैयार कर लिये जाते हैं।

ध्वनि का पुनरुत्पादन— ध्वनि के पुनरुत्पादन के लिए साउण्ड बक्स के सॉकेट में इस्पात की सूई लगा दी जाती है और सूई को रेकार्ड की कोर पर रख दिया जाता है। अब रेकार्ड को उसी समरूप वेग से घुमाया जाता है जो अभिलेखन के समय था। रेकार्ड के घूमने पर, सूई तरंगित सर्पिलाकार खाँच पर चलने के कारण अगल-बगल कम्पित होती है जिससे स्टाइलस छड़ भी कम्पित हो जाती है। स्पाइडर के द्वारा स्टाइलस छड़ का कम्पन डायफ्राम तक संचारित होता है। जब डायफ्राम अपने तल की लम्बवत् दिशा में कम्पित होता है तो वायु-प्रकोष्ठ के भीतर की हवा में उसी प्रकार के कम्पन उत्पन्न होते हैं। हॉर्न के कारण अधिक आयतन की हवा कम्पित हो जाती है और काफी तीव्रता से ध्वनि का पुनरुत्पादन होता है। सर्पिलाकार पथ पर सूई स्वत: धीमी गति से केन्द्र की ओर बढ़ती है। रेकार्ड से बजती हुई ध्वनि की तीव्रता रेकार्ड के ऊपर सूई के दबाव, सूई की प्रकृति और उसकी लम्बाई आदि पर निर्भर करती है।

12.3. ध्वनि का वैद्युत् अभिलेखन और पुनरुत्पादन

आजकल ध्वनि का अभिलेखन विद्युत्-विधि से होता है। यह विधि सर्वप्रथम सन् 1925 ई० में आरम्भ हुई। यहाँ ध्वनि सबसे पहले **माइक्रोफोन** पर पड़ती है

और माइक्रोफोन के डायफ्राम के कम्पन से **आवर्ती विद्युत्-धारा** उत्पन्न होती है। उत्पन्न विद्युत्-धारा को रेडियो वाल्वों से वर्धित (amplify) करके **नरम लोहे के आर्मेचर** की कुण्डली (coil) द्वारा प्रवाहित किया जाता है। एक **विद्युत्चुम्बक** (electromagnet) के ध्रुवों के बीच में आर्मेचर कीलित रहता है और आर्मेचर के निचले सिरे में **नीलम की रुखानी** (sapphire cutter) लगी रहती है। ज्योंही

(चित्र 95)

आर्मेचर-कुण्डली से विद्युत्-धारा घटती-बढ़ती है, त्योंही आर्मेचर और उसके साथ नीलम की रुखानी पाराफिन मोम के नाचते हुए थाल पर पार्श्विक रूप से चलती है। इस प्रकार थाल पर सर्पिलाकार खाँच बन जाती है। पहले की यान्त्रिक विधि से यह काफी अच्छी विधि है। इससे लाभ यह है कि वक्ता या गायक को माइक्रोफोन के निकट रहना जरूरी नहीं है। माइक्रोफोन से जुड़ी टेलीफोन लाइन के जरिये दूर की ध्वनि भी अभिलिखित हो सकती है।

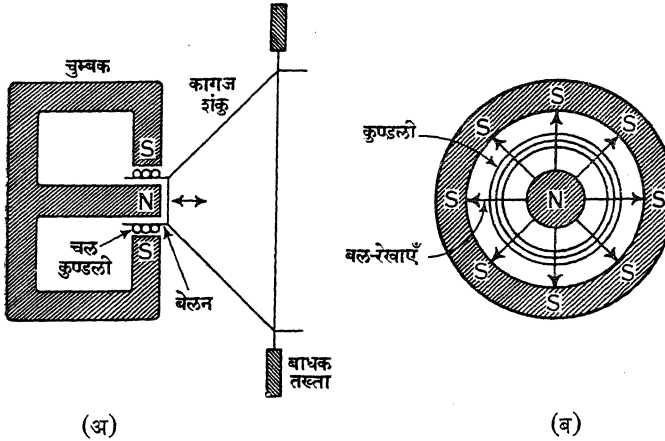
रेकार्ड से ध्वनि का पुनरुत्पादन उसी प्रकार विद्युत्-विधि से होता है। इस साधन को **विद्युत्-पिक-अप** (electric pick-up) कहते हैं। इस्पात की सूई पिक-अप में लगा दी जाती है और नाचते रेकार्ड पर इसका पार्श्विक कम्पन चुम्बकीय क्षेत्र में रखी कुण्डली में **प्रत्यावर्ती धारा** (alternating current) उत्पन्न करता है। इन धाराओं को वर्धित कर **लाउडस्पीकर** में भेजा जाता है। इस प्रकार तीव्र ध्वनि पुनरुत्पादित होती है।

12.4. लाउडस्पीकर (Loudspeaker)

यह विद्युत्-ऊर्जा को ध्वनि-ऊर्जा में बदलने का एक साधन है। **चलकुण्डली लाउडस्पीकर** सबसे अधिक प्रचलित है। इसकी क्रिया का सिद्धान्त निम्नलिखित है—

एक चुम्बकीय क्षेत्र में रखे हुए चालक से होकर जब धारा प्रवाहित की जाती है तो चालक पर एक यान्त्रिक बल लगता है जिसकी दिशा, 'फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम', से प्राप्त होती है। यदि धारा घट-बढ़ रही हो तो चालक कम्पन करने लगेगा।

चित्र 96 (अ) में चलकुण्डली लाउडस्पीकर का कार्यप्रदर्शी चित्र दिखाया गया है। इसमें हलके गत्ते के बेलन पर लपेटी हुई तार की एक कुण्डली रहती है जो इस तरह लटकायी जाती है कि वह केवल अपने अक्ष के अनु 0·25 से 0·5 मि०मी०

तक पीछे-आगे चल सकती है। यह कुण्डली **ध्वनि-कुण्डली** (sound-coil) कहलाती है। बेलन से कड़े चिमड़े कागज का एक शंकुरूप डायफ्राम जुड़ा रहता है। यह कुण्डली **गमला-रूप** (pot-type) के एक स्थायी चुम्बक के ध्रुवों के बीच स्थित रहती है। यह चुम्बक कुण्डली के प्रत्येक भाग के समकोणिक और कुण्डली के अक्ष के

(चित्र 96)

समकोणिक प्रबल **त्रैज्य-क्षेत्र** (radial field) उत्पन्न करता है [चित्र 96 (ब)]। इसलिए, जब कुण्डली से धारा प्रवाहित की जाती है तो कुण्डली के प्रत्येक भाग पर शंकु के अक्ष की समान्तर दिशा में यान्त्रिक बल लगता है।

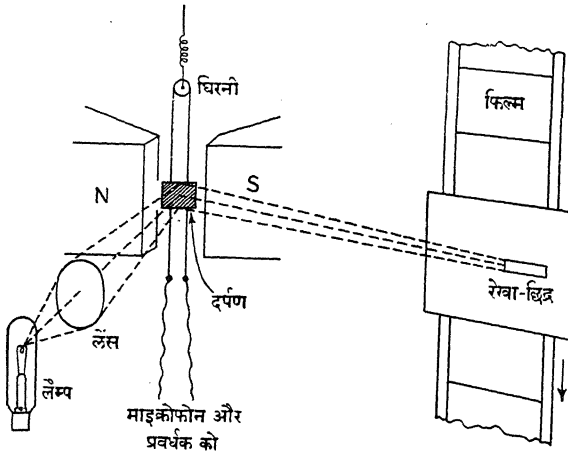
जब माइक्रोफोन से आती हुई परिवर्ती धारा कुण्डली से प्रवाहित की जाती है तो यह घटता-बढ़ता (fluctuating) यान्त्रिक बल उत्पन्न करती है जो कि कुण्डली और जुड़े हुए शंकु को अक्ष के अनु कम्पित करता है। इस प्रकार कुण्डली में बहती धारा के अनुरूप शंकु (डायफ्राम) के कम्पन होते हैं। शंकु के कारण अधिक आयतन की हवा कम्पित होती है जिससे अधिक तीव्रता के साथ ध्वनि पुनरुत्पादित होती है। एक वृत्ताकार तख्ते द्वारा शंकु चारों ओर से घिरा रहता है। अग्र और पृष्ठ सतहों से उत्पन्न ध्वनि-तरंगों के बीच व्यतिकरण (interference) को यह तख्ता रोकता है। इस तख्ते को **बाधक तख्ता** (baffle board) कहते हैं।

धारा और चालक बल (driving force) के बीच एकघात सम्बन्ध (linear relation) होता है और रिक्त स्थान में कुण्डली की स्थिति पर बल निर्भर नहीं करता है। आधुनिक चलकुण्डली लाउडस्पीकर 10 वाट तक की विद्युत्-ऊर्जा ले सकता है और बिना विकृति (distortion) के ध्वनि को पुनरुत्पादित कर सकता है।

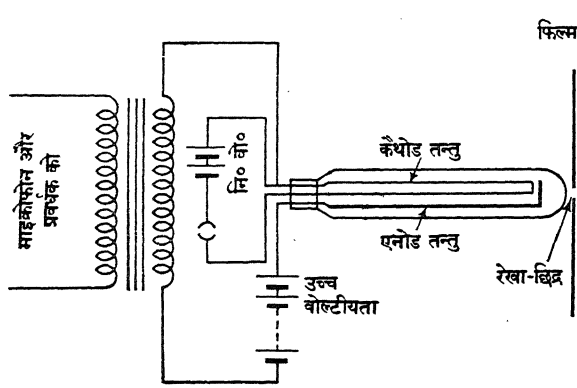
12.5. सवाक् चलचित्र : फिल्मों पर ध्वनि का अभिलेखन (Talking Motion Pictures : Sound Recording on Films)

सन् 1928 ई० में सवाक् चलचित्र का व्यावसायिक विकास हुआ। चलचित्रों में फिल्म पर चित्रों के साथ समकालिक रूप से (simultaneously) ध्वनि का अभिलेखन **ध्वनि-पथ** (sound-track) के रूप में होता है। ध्वनि-पथ $\frac{1}{10}$ इंच चौड़ा और फिल्म के एक कोर पर होता है। ध्वनि-अभिलेखन की दो विधियाँ हैं—(i) चर क्षेत्र विधि, और (ii) चर घनता विधि। प्रथम विधि में चर विस्तृति (width) के रेखाछिद्र का प्रतिबिम्ब होता है, और दूसरी विधि में रेखाछिद्र का क्षेत्रफल नियत रहता है किन्तु उससे होकर जाने वाले प्रकाश की तीव्रता बदलती है।

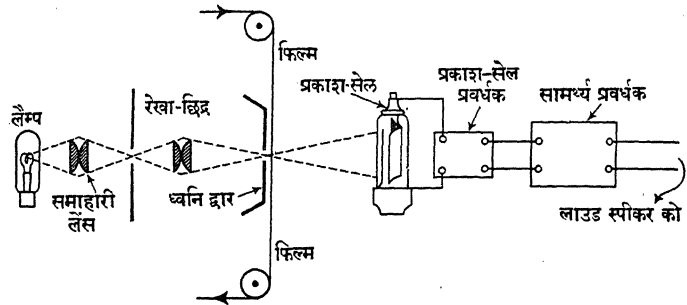
1. चर क्षेत्र विधि (Variable Area method)— यहाँ लेंस की सहायता से नियत तीव्रता के लैम्प का प्रकाश अभिसारी (convergent) बनाया जाता है और **दोलन लेखी** (oscillograph) के दर्पण पर संकेन्द्रित किया जाता है जो नियत विस्तृति के एक रेखाछिद्र (slit) पर प्रकाश को फोकस करता है। रेखाछिद्र के ठीक पीछे फिल्म चलती है जिस पर प्रति सेकण्ड छ: की दर से चित्र समकालिक रूप से लिये जाते हैं। दर्पण के झुकाव के अनुसार दर्पण से आता प्रकाश रेखाछिद्र को पूर्णत: या अंशत: प्रदीप्त करता है। दोलनलेखी एक गैलवेनोमीटर की तरह होती है जिसमें फॉस्फर-काँसा (phosphor-bronze) की एक पट्टी (strip) होती है। पट्टी एक घिरनी पर से जाती है और एक स्थायी चुम्बक के ध्रुवों के बीच निलम्बित रहती है ताकि चुम्बकीय क्षेत्र पट्टी के समतल के समान्तर हो। सर्पिल कमानी (spiral spring) से घिरनी निलम्बित रहती है। पट्टी के दोनों खण्डों से एक हलका दर्पण बँधा रहता है। प्रवर्धक (amplifier) से होकर पट्टी के दोनों सिरे एक माइक्रोफोन से जुड़े रहते हैं।

गायक या वक्ता की ध्वनि सर्वप्रथम माइक्रोफोन को दी जाती है। प्रवर्धन के बाद वाक्-धारा (speech current) पट्टी से होकर प्रवाहित होती है। किसी भी क्षण पट्टी के एक खण्ड में धारा ऊपर की ओर और दूसरे में नीचे की ओर बहती है। अत: धारा और चुम्बकीय क्षेत्र के समतल के समकोणिक दो बराबर, विपक्षी और असंरेख (non-collinear) समान्तर यान्त्रिक बल दोनों

(चित्र 97)

खण्डों पर लगते हैं। इस प्रकार बना बल-युग्म (couple) दर्पण के साथ पट्टी को घुमा देता है। चूँकि वाक्धारा प्रत्यावर्ती होती है, इसलिए दर्पण का घुमाव कभी एक दिशा में और बाद में दूसरी दिशा में होता है, अर्थात् दर्पण कम्पन करने लगता है। तदनुसार, परावर्तित प्रकाश से रेखाछिद्र पूर्णत: या अंशत: प्रदीप्त होता है और फिल्म पर चर क्षेत्र की प्रदीप्त पट्टी प्राप्त होती है। व्यक्तिकरण (develop) करने से फिल्म पर चर क्षेत्र वाली, अर्थात् तरंगित काली पट्टी प्राप्त होती है। फिल्म पर यही ध्वनि-पथ है।

2. चर घनता विधि (Variable Density method)— यहाँ एक विशेष प्रकार का डायोड वाल्व (diode valve) प्रयुक्त होता है जिसे **एइओ लैम्प** (Aeo lamp) कहते हैं। इसमें हीलियम गैस भरी होती है और ऋणोद तन्तु (cathode filament) पर बेरियम आक्साइड का लेप चढ़ा हुआ रहता है। निम्न वोल्टता (low-tension) की बैटरी से तन्तु को गर्म किया जाता है। उच्च वोल्टता (high-tension) की बैटरी से होकर धनोद प्लेट (anode plate) ट्रांसफॉर्मर के द्वितीयक (secondary) से जुड़ी रहती है। प्रवर्धक से होकर ट्रांसफॉर्मर का प्राथमिक (primary) माइक्रोफोन से जुड़ा रहता है। जब तन्तु गर्म हो जाता है तो धनोद प्लेट से एक उद्दीप्ति (glow) निकलती है और तब तन्तु-धारा बन्द कर दी जाती है। यही उद्दीप्ति 0·001 इंच चौड़े रेखाछिद्र को प्रकाशित करती है जिसका प्रतिबिम्ब नियत चाल से चलती हुई फिल्म पर बनता है।

(चित्र 98)

अभिलेखित की जाने वाली ध्वनि माइक्रोफोन को दी जाती है। प्रवर्धन के बाद वाक्-धारा प्राथमिक से होकर प्रवाहित होती है जिससे द्वितीयक में परिवर्ती धारा प्रेरित हो जाती है जो स्थायी प्लेट-धारा पर अध्यारोपित (superposed) हो जाती है। फलस्वरूप, उद्दीप्ति की तीव्रता वाक्-धारा के अनुरूप बदलती है। अत: फिल्म पर चर घनता का प्रतिबिम्ब बनता है।

फिल्म अभिलेखन से ध्वनि का पुनरुत्पादन (Reproduction of sound from the film record)— चित्र 99 में ध्वनि-प्रक्षेपी (sound projector) का आवश्यक प्रबन्ध दिखाया गया है ।

(चित्र 99)

एक समाहारी लेंस (condensing lens) द्वारा उत्तेजक लैम्प (exciter lamp), जिसमें एक क्षैतिज उद्दीप्त तन्तु (incandescent filament) होता है, से आते प्रकाश को एक रेखाछिद्र (slit) पर फोकस किया जाता है । 'ध्वनि-द्वार' (sound gate) पर रेखाछिद्र का प्रतिबिम्ब बनाया जाता है । द्वार के ठीक पीछे फिल्म उसी नियत चाल से चलायी जाती है जिस चाल से वह ध्वनि के अभिलेखन के समय चलायी गयी थी । फिल्म से होकर निकलते प्रकाश की मात्रा (अर्थात् तीव्रता) ध्वनि-पथ के क्षेत्रफल या घनता पर निर्भर करती है । फिल्म से निकले हुए प्रकाश को प्रकाश-सेल (photo-cell) के ऋणोद पर पड़ने दिया जाता है । इस प्रकार सेल के परिपथ में परिवर्ती विद्युत्-धाराएँ उत्पन्न हो जाती हैं । इन धाराओं को प्रवर्धित कर लाउडस्पीकर में भेजा जाता है । इस प्रकार, तीव्र ध्वनि पुनरुत्पादित हो जाती है ।

12.6. चुम्बकीय फीते पर ध्वनि का अभिलेखन और पुनरुत्पादन (Magnetic Tape Recording and Reproduction)

ध्वनि के चुम्बकीय अभिलेखन में इस्पात का फीता या लोहे के आक्साइड से संसिक्त प्लास्टिक का फीता एक रील से खुलकर दूसरे रील पर चढ़ता जाता है और बीच में यह एक विद्युत्-चुम्बक के ध्रुवों के बीच से होकर गुजरता है । माइक्रोफोन की विद्युत्-धारा प्रवर्धित होकर विद्युत्-चुम्बक की कुण्डली से प्रवाहित होती है । अतः विद्युत्-चुम्बक की सामर्थ्य और फलतः इसके ध्रुवों के बीच से गुजरते हुए फीते का चुम्बकत्व माइक्रोफोन पर पड़ती ध्वनि के अनुरूप होते हैं । इन चुम्बकीय ध्रुवों को **अभिलेखन शीर्ष** (recording head) कहते हैं और इनमें क्षुरधार लगे होते हैं । इस प्रबन्ध से चुम्बकन क्षेत्र की सामर्थ्य बढ़ जाती है और फलस्वरूप चुम्बकीय अभिलेखन अधिक प्रमुख हो जाता है । अभिलेखन के समय फीता समरूप तीव्र गति से चलाया जाता है ।

ध्वनि के पुनरुत्पादन के लिए चुम्बकित फीते को अभिलेखन शीर्ष के सदृश **पुनरुत्पादन शीर्ष** (reproducing head) के बीच से समरूप तीव्र गति से चलाया जाता है। इससे विद्युत्-चुम्बक की कुण्डली में विद्युत्-धारा उत्पन्न हो जाती है। इस विद्युत्-धारा को प्रवर्धित कर लाउडस्पीकर में भेजा जाता है। इस प्रकार तीव्र ध्वनि पुनरुत्पादित होती है।

इस प्रकार के चुम्बकीय फीते से लाभ यह है कि चुम्बकित फीते को **पोंछन शीर्ष** (wiping head) के बीच से गुजारकर फीते के चुम्बकत्व को नष्ट कर दिया जा सकता है और उसके अभिलेखन को तुरत मिटा दिया जा सकता है। पोंछन शीर्ष शक्तिशाली सीधी धारा (direct current) वाले विद्युत्-चुम्बक के ध्रुव हैं। इस प्रकार, एक ही फीता बार-बार प्रयुक्त हो सकता है।

प्रश्नावली १२

1. लाउडस्पीकर पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखें।

(Bihar 1953 S; Banaras '65; Agra '61, '56; Rajasthan '56)

[Write a short note on loudspeaker.]

2. सवाक् फिल्म पर ध्वनि का अभिलेखन और उससे ध्वनि का पुनरुत्पादन किस प्रकार होता है? सचित्र व्याख्या करें।

(Bhagalpur 1964 S; cf. Patna '62 S, '60 S, '58)

[Explain with diagrams how sound is recorded on and reproduced from a talking film.]

3. चलचित्रों में ध्वनि के अभिलेखन और पुनरुत्पादन के लिए प्रयुक्त विभिन्न विधियों का विवरण दें।

(Agra 1966, '64; Lucknow; '63, '61; Punjab '64; Poona '65; Nagpur '57)

[Give an account of the various methods employed in recording and reproduction of sound in motion pictures.]

4. फीता-अभिलेखक पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखें।

(Agra 1965, '63, '61)

[Write a short note on tape recorder.]

खण्ड २

चुम्बकत्व
(MAGNETISM)

१ चुम्बकीय क्षेत्र, विभव एवं पट्टिका
[MAGNETIC FIELD, POTENTIAL & SHELL]

1.1. प्रस्तावना (Introduction)

चुम्बक के आविष्कार की कहानी बड़ी ही विवादास्पद है। यों तो लोगों का विश्वास है कि चुम्बकत्व का गुण सर्वप्रथम एशिया माइनर के मैगनेशिया नामक स्थान में पाये जाने वाले खनिज "मैगनेटाइट (magnetite Fe_3O_4)" में पाया गया। संभवत: इसी कारण ल्यूकेशस ने इसे मैग्नेट (magnet) की संज्ञा दी जिसे हम आजकल चुम्बक के रूप में जानते हैं।

परन्तु, इसके पहले के भी अनेक लेखों में हमें चुम्बक या चुम्बकत्व की चर्चा मिलती है। वेदों में भी हमें चुम्बक का वर्णन मिलता है जिसके अनुसार उसमें लोहे को आकर्षित करने के अलावा अनेक रहस्यमय एवं आरोग्यकारी गुण भी विद्यमान समझे जाते थे।

अरस्तू के मतानुसार मेलेटस के थेल्स (624-547 B.C.) को चुम्बकत्व तथा घर्षण-विद्युत् की आकर्षण-शक्ति का सम्यक् बोध था। बाद में क्रेटनों ने इसके आविष्कार का श्रेय मैगनस नामक चरवाहे को दिया।

पीटर डी मेरोकोर्ट (1269 A.D.) के लेखों से पता चलता है कि उन्हें भी चुम्बकीय ध्रुवों तथा उनके गुणों का ज्ञान था। डा० गिलवर्ट ने 1600 ई० में अपनी पुस्तक "डी मैगनेटी" में जिस शब्दावली का प्रयोग किया वह आज भी प्रचलित है।

चुम्बक या चुम्बकत्व के आविष्कार की जो भी कहानी हो लेकिन इसकी करामातों एवं उपादेयताओं की कहानी विज्ञान-जगत् की अमूल्य निधि है। इसने विद्युत् (electricity) एवं प्रकाश-विज्ञान (optics) की विभिन्न घटनाओं का सफलतापूर्वक स्पष्टीकरण ही नहीं किया है वरन् वैज्ञानिकों के हाथों में महत्त्वपूर्ण औजार (tools) का भी काम किया है। आज मानव-जीवन में डाइनेमो, बिजली मोटर, टेलीफोन आदि यंत्र जो निरन्तर सेवारत हैं—सभी इसी चुम्बक की देन हैं। चुम्बक की विषय-वस्तु की प्रयुक्तियों (applications) को भली-भाँति समझने के लिए इसके मौलिक गुणों का विवेचन आवश्यक प्रतीत होता है।

1.2. चुम्बक के प्रकार एवं कुछ मौलिक परिभाषाएँ (Types of Magnet and some fundamental definitions)

एशिया माइनर के मैगनेशिया नामक स्थान में काले रंग का मैगनेटाइट नामक

जो खनिज पाया गया था उसमें शुरू से ही (a) लौह-चूर्ण को आकर्षित करने का गुण तथा (b) एक निश्चित दिशा बतलाने का गुण (directive property) पाया गया था ।

ऐसे चुम्बक पत्थर तथा कुछ ऐसे अन्य लौह खनिज जिनमें स्वाभाविक रूप से चुम्बकीय गुण विद्यमान रहते हैं उन्हें प्राकृतिक चुम्बक (natural magnet) कहते हैं ।

प्राकृतिक चुम्बकों में चुम्बकत्व का गुण बहुत ही अल्प परिमाण में पाया जाता है तथा ये आकार में बेढब होते हैं । अतः ये प्रायोगिक कार्यों के लिए अधिक उपयोगी नहीं होते हैं ।

ऐसे चुम्बकों के अतिरिक्त कुछ ऐसे भी पदार्थ पाये जाते हैं जो वास्तव में चुम्बक नहीं होते हैं, परन्तु कुछ कृत्रिम (artificial) विधियों द्वारा उनमें चुम्बकत्व का गुण आसानी से उत्पन्न किया जा सकता है । कृत्रिम विधियों द्वारा किसी पदार्थ को चुम्बक बनाने की क्रिया को चुम्बकन की विधि (method of magnetisation) तथा इस प्रकार बने चुम्बक को कृत्रिम चुम्बक (artificial magnet) कहते हैं ।

चुम्बकन की निम्नलिखित विधियाँ प्रचलित हैं—

(a) एकस्पर्श-विधि (single touch method),

(b) द्विस्पर्श विधि (double touch method),

(c) विभक्त-स्पर्श विधि (divided or separate touch method) एवं

(d) विद्युत्-चुम्बक विधि (electro-magnetic method) ।

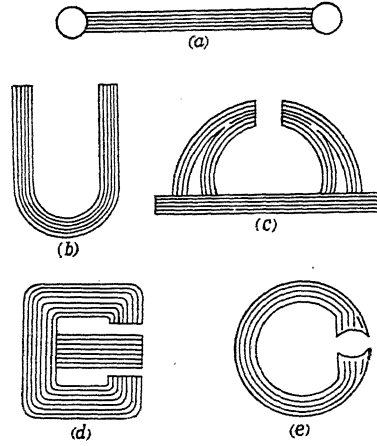
इनमें से अन्तिम विधि यानी विद्युत्-चुम्बक विधि सर्वोत्तम मानी जाती है जिससे सुविधाजनक ढंग से सर्वाधिक शक्तिशाली चुम्बक बनाया जा सकता है ।

कृत्रिम चुम्बक, प्राकृतिक चुम्बक की अपेक्षा अधिक शक्तिशाली एवं सुनिश्चित आकार का होता है, अतः प्रायोगिक कामों में अधिक उपयोगी होता है ।

विभिन्न प्रकार के कृत्रिक चुम्बक जो साधारणतया व्यवहार में लाये जाते हैं, निम्नलिखित हैं—

1. छड़-चुम्बक (bar magnet),
2. नाल-चुम्बक (horse-shoe magnet),
3. चुम्बकीय सूई (magnetic needle),
4. गेंदनुमा चुम्बक (ball-ended magnet) ।

इनके अतिरिक्त कुछ विशिष्ट आकार के चुम्बक चित्र 1 में दिखलाये गये हैं ।

किसी चुम्बक को लोहे के महीन बुरादे में डुबाकर बाहर निकालने पर पाया जाता है कि कुछ बुरादे चुम्बक से चिपक गये हैं—सबसे अधिक बुरादा चुम्बक के दोनों सिरों के आसपास रहता है तथा चुम्बक के केन्द्र की ओर चिपके हुए बुरादों का परिमाण धीरे-धीरे घटता जाता है तथा इसके ठीक केन्द्र पर बुरादा लगभग रहता ही नहीं है। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि चुम्बक में कोई आकर्षण-शक्ति है जिसके फलस्वरूप बुरादा उससे चिपक जाता है, साथ-ही-साथ यह आकर्षण-शक्ति चुम्बक के दोनों सिरों के आस-पास अधिकतम होती है तथा चुम्बक के केन्द्र पर—यानी मध्य में—कोई आकर्षण-शक्ति नहीं रहती है। चुम्बक के दोनों सिरों के आस-पास के वे विन्दु जहाँ चुम्बक की अधिकतम आकर्षण-शक्ति केन्द्रीभूत रहती है, चुम्बक के ध्रुव (pole) कहलाते हैं। दोनों ध्रुवों को मिलाने वाली रेखा चुम्बक का अक्ष (axis of the magnet या magnetic axis) कहलाती है। चुम्बक के दोनों ध्रुवों के बीच की दूरी चुम्बक की सार्थक या प्रभावकारी या समतुल्य लम्बाई (magnetic or effective or equivalent length) कहलाती है। चूँकि चुम्बक के ध्रुव उसके सिरे पर नहीं वरन् सिरे के निकट स्थित रहते हैं, अतः स्पष्ट है कि चुम्बक की समतुल्य लम्बाई उसकी वास्तविक ज्यामितीय (actual geometrical) लम्बाई से कम होती है।

(चित्र 1)

जब किसी चुम्बक या चुम्बकीय सूई को इस प्रकार निलम्बित (suspended) किया जाता है कि वह स्वतंत्रतापूर्वक झूल सके तो थोड़ी देर दोलन करने के बाद, हर बार, वह एक निश्चित दिशा में आकर स्थिर हो जाता है—उसका एक सिरा हर बार उत्तर दिशा को इंगित करता है तथा दूसरा सिरा दक्षिण दिशा को इंगित करता है। चुम्बक का वह ध्रुव जो उत्तर दिशा को इंगित करता है उत्तर ध्रुव (north pole) तथा जो ध्रुव दक्षिण दिशा को इंगित करता है वह दक्षिण ध्रुव (south pole) कहलाता है। चुम्बक के दोनों ध्रुवों की सामर्थ्य (strength) समान परन्तु विपरीत (equal but opposite) होती है। प्रायोगिक कार्यों में चुम्बक के उत्तर ध्रुव की सामर्थ्य साधारणतया धनात्मक एवं दक्षिण ध्रुव की सामर्थ्य ऋणात्मक मानी जाती है। यदि किसी चुम्बक के उत्तर ध्रुव की सामर्थ्य $+m$ इकाई हो तो उसी चुम्बक के दक्षिण ध्रुव की सामर्थ्य $-m$ इकाई मानी जाती है।

1.3. चुम्बकीय बलों के नियम (Laws of magnetic forces)

जिस प्रकार, दो पार्थिव वस्तुओं (material bodies) के बीच बल लगता है, जिसे गुरुत्वाकर्षण का बल कहते हैं तथा दो विद्युत्-आवेशों के बीच बल लगता है जिसे स्थिर वैद्युत् बल कहते हैं, उसी प्रकार दो चुम्बकीय ध्रुवों (magnetic poles) के बीच भी बल लगता है जिसे चुम्बकीय बल (magnetic force) कहते हैं।

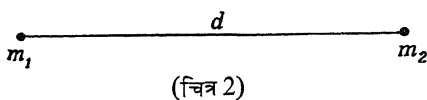
चुम्बकीय बलों के दो नियम हैं— पहला नियम बलों का गुणात्मक (qualitative) विश्लेषण करता है तथा किन्हीं दो ध्रुवों के बीच लगने वाले बल की प्रकृति (nature) की व्याख्या करता है तथा दूसरा नियम बलों का परिमाणात्मक (quantitative) विश्लेषण करता है तथा किन्हीं दो ध्रुवों के बीच लगने वाले बल के परिमाण (magnitude) की व्याख्या करता है। ये नियम निम्नलिखित हैं—

1. समान ध्रुव एक-दूसरे को विकर्षित करते हैं तथा विपरीत ध्रुव एक-दूसरे को आकर्षित करते हैं। इसका अर्थ यह हुआ कि समान ध्रुवों के बीच लगने वाला बल विकर्षण का बल होता है तथा विपरीत ध्रुवों के बीच लगने वाला बल आकर्षण का बल होता है— अर्थात् दो उत्तर या दो दक्षिण ध्रुवों के बीच विकर्षण का बल लगेगा परन्तु एक उत्तर एवं एक दक्षिण ध्रुव के बीच आकर्षण का बल लगेगा।

2. दो ध्रुवों के बीच लगने वाला बल (आकर्षण या विकर्षण) दोनों ध्रुवों की सामर्थ्यों के गुणनफल का समानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग के उत्क्रमानुपाती होता है।

इसे उत्क्रम वर्ग का नियम (inverse square law) भी कहते हैं।

m_1 —— d —— m_2

(चित्र 2)

यदि m_1 एवं m_2 सामर्थ्य के दो चुम्बकीय ध्रुव एक-दूसरे से d दूरी पर स्थित हों तो उनके बीच लगने वाला बल

$$F \propto m_1 m_2$$

$$\propto \frac{1}{d^2};$$

अर्थात्
$$F \propto \frac{m_1 m_2}{d^2}.$$

अतः
$$F = \frac{1}{\mu} \cdot \frac{m_1 m_2}{d^2} \quad \ldots (1),$$

जहाँ μ एक स्थिरांक है जिसका मान (a) उस माध्यम की प्रकृति (nature) पर निर्भर करता है जिसमें ध्रुव स्थित हैं तथा (b) जिस इकाई में बल F मापा जाता है उस इकाई पर निर्भर करता है।

वायु अथवा निर्वात (vacuum) के लिए $\mu=1$.

अतः
$$F=\frac{m_1 m_2}{d^2} \quad .. \quad (2).$$

μ को माध्यम की चुम्बकशीलता (permeability) कहते हैं।

कूलम्ब ने ऐंठन तुला तथा हिब्बर्ट ने चुम्बकीय तुला की सहायता से इस नियम के सत्यापन की प्रायोगिक जाँच की तथा इसे 3% तक शुद्ध पाया। गॉस ने विक्षेप-चुम्बकत्वमापी (deflection magnetometer) की सहायता से इस नियम की परोक्ष रूप से जाँच की और इसे सही पाया। इस नियम को सही मान लेने का कारण इस तथ्य पर आधारित है कि इस नियम को सत्य मानकर जिन प्रभावों की गणना की गयी है, वे प्रयोगों द्वारा प्राप्त यथासंभव शुद्ध परिणामों के अनुकूल ही पाये गये हैं।

ऊपर के समीकरण (1) से हम पाते हैं कि

यदि $m_1=m_2=m$, $\mu=1$, $d=1$ तथा $F=1$, तो

$$m^2=1.$$
$$\therefore \quad m=\pm 1 \quad .. \quad (3),$$

जिससे इकाई ध्रुव (unit pole) की परिभाषा मिलती है। यथा, इकाई ध्रुव वह ध्रुव है जो किसी बराबर तथा सदृश ध्रुव से हवा (या निर्वात) में एक सेंटीमीटर की दूरी पर रखे जाने पर एक डाइन के बल से विकर्षित होता है।

1.4. चुम्बकीय क्षेत्र एवं तीव्रता (Magnetic field and intensity)

किसी चुम्बक की चारों ओर का वह क्षेत्र (region) जिसमें उसके प्रभाव का अनुभव किया जा सके, उस चुम्बक के कारण चुम्बकीय क्षेत्र कहलाता है। सैद्धान्तिक रूप में यह क्षेत्र दिये गये चुम्बक से अनन्त दूरी तक फैला हुआ होना चाहिए परन्तु व्यवहार में चुम्बक से कुछ निश्चित दूरी के बाद उसके किसी खास प्रभाव का आभास नहीं मिलता है अर्थात् किसी चुम्बक का क्षेत्र उससे एक सीमित दूरी तक ही फैला हुआ होता है।

किसी चुम्बक के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र में यदि कोई दूसरा चुम्बक या चुम्बकीय ध्रुव रखा जाय तो वह कुछ बल का अनुभव करेगा। किसी चुम्बकीय क्षेत्र के किसी विन्दु पर स्थित इकाई धन (उत्तर) ध्रुव जितने बल का अनुभव करता है, वह, उस चुम्बकीय क्षेत्र की, उस विन्दु पर, तीव्रता (intensity) कहलाता है। सी० जी० एस० पद्धति में, जबकि इकाई धन ध्रुव द्वारा अनुभव किया जाने वाला बल डाइन (dyne) की इकाई में मापा जाय, चुम्बकीय तीव्रता H की इकाई **डाइन प्रति इकाई ध्रुव** या **ओरस्टेड** (oersted) कहलाती है। पहले इस इकाई का नाम गॉस (gauss) था, परन्तु अब गॉस शब्द का व्यवहार चुम्बकीय प्रेरण (magnetic induction) की इकाई के रूप में ही होता है।

इस तरह यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र के किसी विन्दु पर स्थित इकाई धन ध्रुव 10 डाइन का बल अनुभव करता हो तो उस विन्दु पर उस क्षेत्र की तीव्रता 10 ओरस्टेड होती है। आम तौर पर, यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र के किसी विन्दु पर स्थित m इकाई का धन ध्रुव F डाइन का बल अनुभव करता हो तो उस विन्दु पर उस क्षेत्र की तीव्रता

$$H=\frac{F}{m} \text{ ओरस्टेड ।}$$

यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र के किसी विन्दु पर स्थित इकाई धन ध्रुव 1 डाइन का बल अनुभव करे तो उस विन्दु पर उस क्षेत्र की इकाई तीव्रता (unit magnetic intensity) मानी जाती है तथा चुम्बकीय क्षेत्र को इकाई क्षेत्र (unit magnetic field) माना जाता है।

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता को क्षेत्र-सामर्थ्य (field strength) भी लिखा जाता है।

1.5. चुम्बकीय बल-रेखाएँ, बल-नली एवं प्रेरण-नली (Magnetic lines of force, Tubes of force and Induction)

यदि किसी चुम्बक के कारण उत्पन्न क्षेत्र में एक पृथक् उत्तर ध्रुव (isolated north pole) को किसी विन्दु पर स्थित मानें तो यह ध्रुव चुम्बक के दक्षिण ध्रुव के कारण आकर्षण-बल तथा उत्तर ध्रुव के कारण विकर्षण-बल का अनुभव करेगा। इसके अतिरिक्त यह ध्रुव, पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का भी अनुभव करेगा तथा यदि यह घूमने के लिए स्वतंत्र हो तो इन तीनों बलों द्वारा निर्धारित परिणामी बल की दिशा में यह ध्रुव चलने को प्रवृत्त होगा। चूँकि क्षेत्र के प्रत्येक विन्दु पर इस परिणामी बल के परिमाण एवं दिशा, चुम्बक के आपेक्षिक, ध्रुव की स्थिति पर निर्भर करते हैं अत: ध्रुव की गति की दिशा विभिन्न विन्दुओं पर बदलती रहेगी। अत: दिये गये क्षेत्र के विभिन्न विन्दुओं पर उस ध्रुव को रखकर उसकी गति की दिशा निर्धारित की जा सकती है तथा यह पथ एक वक्र-पथ पाया जाता है जो चुम्बक के उत्तर ध्रुव से शुरू होता है तथा दक्षिण ध्रुव पर समाप्त होता है। किसी दिये गये चुम्बकीय क्षेत्र में इस प्रकार का वक्र-पथ, जो पृथक् उत्तर ध्रुव की गति को प्रदर्शित करता है, बल-रेखा कहलाता है। चुम्बक के उत्तर ध्रुव के किसी विन्दु से यह बल-रेखा शुरू होती है तथा माध्यम से होती हुई चुम्बक के दक्षिण ध्रुव के संगत विन्दु पर समाप्त होती है, जहाँ से यह बल-रेखा चुम्बक के अन्दर से ही होती हुई पुन: उत्तर ध्रुव के उसी विन्दु पर पहुँच जाती है जहाँ से वह शुरू हुई थी। इस प्रकार बल-रेखा एक लगातार (continuous) बन्द वक्र-पथ होती है। अत: बल-रेखा की परिभाषा इस प्रकार दी जा सकती है— **चुम्बकीय बल-रेखा, किसी चुम्बकीय क्षेत्र में, चुम्बक के उत्तर ध्रुव से दक्षिण ध्रुव तक खींची गयी ऐसी बन्द वक्र-रेखा है जिसके किसी विन्दु पर खींची गयी स्पर्श-रेखा (tangent) उस विन्दु पर परिणामी चुम्बकीय**

क्षेत्र की दिशा बतलाती है। यहाँ यह ध्यान देने की बात है कि ये रेखाएँ वास्तव में नहीं पायी जाती हैं वरन् ये काल्पनिक मात्र ही हैं।

यदि किसी चुम्बक को मोड़कर वृत्त के आकार में कर दिया जाय ताकि उसके दोनों ध्रुव एक-दूसरे के सम्पर्क में आ जायँ तो सारी-की-सारी बल-रेखाएँ चुम्बक के अन्दर से ही गुजरेंगी तथा कोई भी बल-रेखा बाहर हवा में नहीं पायी जायगी।

यदि बल-रेखाएँ आपस में समानान्तर हों तो क्षेत्र को समरूप (uniform) माना जाता है। यदि किसी चुम्बक या चुम्बकीय पदार्थ की अनुपस्थिति में, पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज अवयव के कारण बल-रेखाएँ खींची जायँ तो कुछ सीमित क्षेत्र तक में ये बल-रेखाएँ समानान्तर पायी जाती हैं जो इस बात का निर्देशक है कि उस सीमित क्षेत्र में पृथ्वी का क्षेत्र समरूप है।

यदि दो चुम्बकीय क्षेत्र—यथा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र एवं किसी चुम्बक के कारण उत्पन्न क्षेत्र—के सम्मिलित प्रभाव में बल-रेखाएँ खींची जायँ तो ऐसे भी विन्दु मिलते हैं जहाँ दोनों के क्षेत्र की तीव्रता बराबर परन्तु विपरीत हों ताकि इनकी परिणामी तीव्रता शून्य हो, तो वैसे विन्दु पर पृथक् उत्तर ध्रुव को रखने से उस पर कोई बल नहीं लगेगा तथा वह किसी भी तरफ घूमने के प्रति उदासीन होगा। ऐसे विन्दुओं को उदासीन विन्दु (neutral points) कहते हैं।

जैसा कि ऊपर बताया जा चुका है, बल-रेखा के किसी विन्दु पर खींची गयी स्पर्श-रेखा उस विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा निर्देशित करती है। अतः किसी चुम्बकीय क्षेत्र की व्याख्या करने में बल-रेखा बहुत ही महत्त्वपूर्ण सिद्ध हो सकती है। चूँकि किसी चुम्बकीय ध्रुव से अनगिनत बल-रेखाएँ निकलती हैं, अतः चुम्बकीय क्षेत्र की व्याख्या करने के लिए एक दूसरी राशि का उपयोग किया जाता है जिसे बल-नली (tube of force) कहते हैं जो और कुछ नहीं वरन् बल-रेखाओं का संग्रहण (collection) या गुच्छा (bundle) मात्र है। बल-नली की परिभाषा देते समय कुछ निश्चित बल-रेखाएँ प्रत्येक बल-नली के अन्दर मानी जाती हैं ताकि किसी दिये हुए चुम्बक या चुम्बकीय ध्रुव से निश्चित संख्या की बल-नलियाँ निकलीं—ऐसा समझा जाय। किसी चुम्बक या चुम्बकीय ध्रुव से निकलने वाली बल-नलियों की परिभाषा इस ढंग से की जाती है कि किसी विन्दु पर स्थित इकाई क्षेत्रफल की सतह से लम्बरूपेण गुजरने वाली बल-नलियों की संख्या, उस विन्दु पर उस चुम्बक या चुम्बकीय ध्रुव के कारण उत्पन्न क्षेत्र की तीव्रता के संख्यात्मक मान के बराबर हो।

यदि किसी क्षेत्रफल ds वाली सतह से होकर dN बल-नलियाँ, सतह के अभिलम्ब के साथ θ कोण बनाती हुई, गुजरती हों तो बल-नलियों के प्रवाह के अभिलम्बवत् प्रभावकारी क्षेत्रफल (effective area) $= ds\cos\theta$। अतः प्रति इकाई क्षेत्रफल से होकर अभिलम्बवत् गुजरने वाली बल-नलियों की संख्या $= \dfrac{dN}{ds\cos\theta}$, जो परिभाषा के

अनुसार उस विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता H के बराबर होनी चाहिए।

अत: $$H=\frac{dN}{ds\cos\theta} \quad .. \quad (4).$$

यदि मान लें कि μ चुम्बकशीलता वाले माध्यम के किसी विन्दु पर m सामर्थ्य का उत्तर ध्रुव स्थित है तो उससे r दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

$$H=\frac{m}{\mu r^2} \quad .. \quad (5).$$

अब, जिस विन्दु पर ध्रुव स्थित है उसे केन्द्र एवं r को त्रिज्या मानकर एक काल्पनिक गोला खींचें तो स्पष्टत: $H=\frac{m}{\mu r^2}$ उस गोले की सतह पर के किसी विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का मान देगा। अब यदि मान लें कि दिये गये चुम्बकीय ध्रुव से कुल N बल-नलियाँ निकलती हैं तो उस काल्पनिक गोले के प्रति इकाई क्षेत्रफल की सतह से लम्बरूपेण निकलने वाली बल-नलियों की संख्या $=\frac{N}{4\pi r^2}$ (चूँकि गोले की सतह का क्षेत्रफल $=4\pi r^2$) तथा परिभाषा के अनुसार यह H के बराबर होनी चाहिए।

अत: $$H=\frac{m}{\mu r^2}=\frac{N}{4\pi r^2}.$$

$$\therefore \quad N=\frac{4\pi m}{\mu} \quad .. \quad (5\text{ a}).$$

अत: μ चुम्बकशीलता वाले माध्यम में m इकाई ध्रुव से $\frac{4\pi m}{\mu}$ अथवा इकाई ध्रुव से $\frac{4\pi}{\mu}$ बल-नलियाँ निकलती हैं। ऐसी बल-नली को **मैक्सवेल की बल-नली** (Maxwellian tubes of force) कहते हैं। यदि माध्यम निर्वात हो ताकि $\mu=1$, तो इकाई ध्रुव से 4π या m इकाई ध्रुव से $4\pi m$ बल-नलियाँ निकलती हुई मानी जा सकती हैं। ऐसी बल-नली को **प्रेरण-नली** (tubes of induction) कहते हैं।

अत: चुम्बकीय प्रेरण (magnetic induction)

$$B=\frac{m}{r^2}=\mu.\frac{m}{\mu r^2}=\mu H \quad .. \quad (6).$$

चुम्बकीय प्रेरण, किसी चुम्बकीय क्षेत्र में, किसी चुम्बकीय माध्यम की उपस्थिति द्वारा उत्पन्न संशोधन (modification) को कहते हैं। वस्तुत: होता यह है कि किसी चुम्बकीय क्षेत्र में जब कोई चुम्बकीय पदार्थीय माध्यम (magnetic material medium) रखा जाता है तो वह भी चुम्बकित (magnetised) हो जाते हैं तथा इसके सिरों पर विपरीत ध्रुवत्व (opposite polarity) उत्पन्न हो जाता है। इस दशा में पदार्थ को **प्रेरण द्वारा चुम्बकित** (magnetisation by induction) हुआ कहा जाता है। पदार्थ के चुम्बकित हो जाने के फलस्वरूप उसके अन्दर, मौलिक चुम्बकीय (original magnetising) क्षेत्र के अतिरिक्त एक दूसरा भी चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है, जिसे चुम्बकीकरण का क्षेत्र (field due to magnetisation) कहते हैं तथा माध्यम के अन्दर किसी विन्दु पर कुल चुम्बकीय क्षेत्र दोनों क्षेत्रों के परिणामी के बराबर होता है। इसी परिणामी क्षेत्र को पदार्थीय माध्यम के अन्दर **चुम्बकीय प्रेरण** (magnetic induction) कहते हैं तथा उसके (पदार्थीय माध्यम के) अन्दर जिस दिशा में प्रेरण उत्पन्न होता है उसे **प्रेरण-नली** (line of induction) कहते हैं। मैक्सवेल की बल-नली एवं प्रेरण-नली में बल-रेखा के सभी लाक्षणिक गुण (characteristic properties)—यथा अनुदैर्घ्य तनाव (longitudinal tension), तथा पार्श्विक दाब (lateral stress)—पाये जाते हैं। इन बल-नलियों का एक प्रमुख गुण यह होता है कि ध्रुव के नजदीक नली का अनुप्रस्थ परिच्छेद छोटा होता है तथा ध्रुव से ज्यों-ज्यों आगे बढ़ते हैं, यानी क्षेत्र की तीव्रता ज्यों-ज्यों घटती जाती है, नली के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल त्यों-त्यों बढ़ता जाता है जिससे किसी काट पर क्षेत्र की तीव्रता एवं नली के अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल का गुणनफल नियत रहता है। इसका अर्थ यह हुआ कि किसी विन्दु पर क्षेत्र की तीव्रता बल-नली के अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल के उत्क्रमानुपाती होती है। साथ-ही-साथ, ध्रुव से क्रमश: बढ़ती हुई दूरी पर बल-नली के अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल में क्रमश: वृद्धि इस बात की भी व्याख्या करती है कि किस प्रकार सम्पूर्ण क्षेत्र, ध्रुव से निकलने वाली बल-नलियों की निश्चित संख्या से भरा रहता है तथा सम्पूर्ण क्षेत्र तनाव की स्थिति में रहता है।

1.6. चुम्बकीय विभव (Magnetic potential)

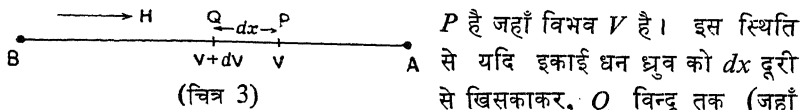
ऊपर बताया जा चुका है कि किसी चुम्बक या चुम्बकीय ध्रुव के चारों ओर एक क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जिसके अन्दर चुम्बकीय प्रभाव का अनुभव किया जा सकता है। सैद्धान्तिक तौर पर यह चुम्बकीय क्षेत्र उस चुम्बक या चुम्बकीय ध्रुव से अनन्त दूरी तक फैला हुआ माना जा सकता है परन्तु इसकी तीव्रता, ज्यों-ज्यों हम चुम्बक से दूर जाते हैं, क्रमश: घटती जाती है।

इस चुम्बकीय क्षेत्र में यदि हम एक पृथक् उत्तर ध्रुव को रखें तो उस पर विकर्षण का बल लगेगा जिसके फलस्वरूप वह चुम्बक के किसी समीपस्थ विन्दु—जहाँ उसके क्षेत्र की तीव्रता अधिक है—से अनन्त—जहाँ उसके क्षेत्र की तीव्रता

न्यूनतम अर्थात् शून्य है—की ओर स्वतः बढ़ने को प्रवृत्त होगा। इसके विपरीत, यदि हम उसी उत्तर ध्रुव को अनन्त (शून्य तीव्रता वाले स्थान) से दिये गये चुम्बक या चुम्बकीय ध्रुव के समीपस्थ किसी विन्दु (अधिक तीव्रता वाले स्थान) तक लाना चाहें तो क्षेत्र की तीव्रता के विरुद्ध कार्य करना पड़ेगा। यही कार्य उस पृथक् उत्तर ध्रुव की स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है तथा उस विन्दु पर दिये गये चुम्बक या चुम्बकीय ध्रुव के कारण चुम्बकीय विभव का मान देता है। अतः इसकी परिभाषा इस ढंग से की जा सकती है— किसी चुम्बक या चुम्बकीय ध्रुव के कारण किसी विन्दु पर चुम्बकीय विभव, उसके क्षेत्र के विरुद्ध किसी इकाई उत्तर ध्रुव को अनन्त से उस विन्दु तक लाने में किये गये कार्य के परिमाण के बराबर होता है। अतः किसी क्षेत्र में किन्हीं दो विन्दुओं A एवं B के बीच चुम्बकीय विभवान्तर का मान, उस क्षेत्र के विरुद्ध, इकाई धन (उत्तर) ध्रुव को A से B (या B से A) तक लाने में किये गये कार्य के बराबर होता है।

चुम्बकीय विभव, अन्य प्रकार के विभवों की तरह, एक अदिश (scalar) राशि होता है तथा इसकी कोई दिशा नहीं होती है। चूँकि किसी विन्दु पर चुम्बकीय विभव, किये गये कार्य के परिमाण से मापा जाता है, अतः यह इस बात पर निर्भर नहीं करता है कि किस रास्ते से उस धन ध्रुव को उस विन्दु तक लाया गया है। चुम्बकीय विभव की इकाई "अर्ग प्रति इकाई ध्रुव" या "अर्ग प्रति वेबर" होती है।

1.7. चुम्बकीय तीव्रता एवं विभव में सम्बन्ध (Relation between Magnetic Intensity and Potential)

मान लें कि कोई चुम्बकीय क्षेत्र H, BA की दिशा में लग रहा है तथा किसी इकाई धन ध्रुव को AB की दिशा में लाया जा रहा है। इसकी प्रारम्भिक स्थिति P है जहाँ विभव V है। इस स्थिति A से यदि इकाई धन ध्रुव को dx दूरी से खिसकाकर, Q विन्दु तक (जहाँ विभव $V+dV$ है) लाया जाय तो इसमें किया गया कार्य $= -Hdx$, जो दोनों विन्दुओं के बीच के विभवान्तर $= V+dV-V=dV$ के बराबर होना चाहिए।

H, Q, dx, P, B, V+dV, V, A

(चित्र 3)

अतः
$$dV = -H.dx.$$

$$\therefore\ H = -\frac{dV}{dx} \quad \ldots \quad (7).$$

अतः किसी विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता उस विन्दु पर ऋणात्मक विभव-प्रवणता (negative potential gradient) के बराबर होती है।

अत: विन्दु A एवं B के बीच विभवान्तर

$$= \int_A^B dV = V_B - V_A = -\int_A^B H dx \qquad .. (8).$$

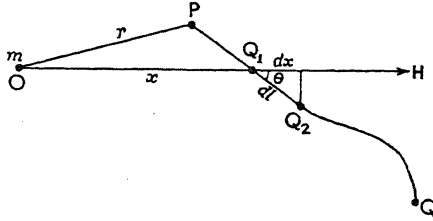
यदि क्षेत्र की दिशा, इकाई धन ध्रुव के लाये जाने की दिशा से θ कोण बनाती हो तो उस दिशा में क्षेत्र का संघटक $= H\cos\theta$.

अत: उसी दिशा में किन्हीं दो विन्दुओं के बीच का विभवान्तर

$$= V_B - V_A = -\int_A^B H\cos\theta . dr,$$

जहाँ dr एक सूक्ष्म पथ-खंड (small element of path) है।

1.8. किसी चुम्बकीय ध्रुव के कारण विभव (Potential due to a single magnetic pole)

मान लें, m इकाई का एक उत्तर ध्रुव O विन्दु पर है तथा H सामर्थ्य का एक चुम्बकीय क्षेत्र OH की दिशा में लग रहा है। इस ध्रुव के कारण, इससे r दूरी पर स्थित किसी विन्दु P पर चुम्बकीय विभव का मान ज्ञात करना है। विन्दु P, निश्चित रूप से OH रेखा पर ही पड़े—यह कोई जरूरी नहीं है।

(चित्र 4)

P विन्दु पर विभव का मान ज्ञात करने के लिए हमें किसी इकाई उत्तर ध्रुव को, जिस किसी रास्ते QP से होकर, अनन्त से विन्दु P पर लाने में किये गये कार्य की गणना करनी होगी।

इस रास्ते QP पर, ध्रुव m से x दूरी पर स्थित Q_1 विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता, $H = \frac{m}{\mu x^2}$, जहाँ μ माध्यम की चुम्बकशीलता है।

यदि उसी रास्ते पर, Q_1 से थोड़ी ही दूरी dl पर दूसरा विन्दु Q_2 हो तो इकाई उत्तर ध्रुव को Q_2 से Q_1 तक लाने में किया गया कार्य $= Hdl\cos\theta$, जहाँ $dl\cos\theta = dx$, क्षेत्र की दिशा में विस्थापन का संघटक (component of displacement in the direction of field) है। यह कार्य Q_1 एवं Q_2 के बीच के विभवान्तर के बराबर होगा।

अत: $$dV = -Hdl\cos\theta = -\frac{m}{\mu x^2}.dx.$$

अत: इकाई उत्तर ध्रुव को अनन्त से P विन्दु तक लाने में किया गया कार्य
= विन्दु P पर विभव V

$$=\int_{\infty}^{r} dV. = -\int_{\infty}^{r} \frac{m}{\mu x^2}\, dx = -\frac{m}{\mu}\int_{\infty}^{r} \frac{dx}{x^2}$$

$$=\frac{m}{\mu}\left[\frac{1}{x}\right]_{\infty}^{r} = \frac{m}{\mu r}$$

$$=\frac{m}{r}, \text{ यदि माध्यम हवा या निर्वात हो} \quad .. \quad (9).$$

यदि क्षेत्र, विन्दु P से r_1, $r_2 \ldots\ldots\ldots r_n$ दूरी पर स्थित विभिन्न ध्रुवों m_1, $m_2 \ldots\ldots m_n$ के कारण हो तो विन्दु P पर कुल विभव V, प्रत्येक ध्रुव के कारण उत्पन्न विभव के बीजीय (algebraic) योग के बराबर होगा; अर्थात्

$$V = \sum_{1}^{n} \frac{m}{r} \quad .. \quad (9\text{ a}).$$

यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र में ऐसे विन्दुओं से होकर, जिनके विभव समान हों, कोई रेखा या सतह खींची जाय तो वैसी रेखा या सतह को **सम विभवी रेखा या सतह** (equipotential line or surface) कहते हैं। चुम्बकीय तीव्रता ऐसी रेखा या सतह के अभिलम्बवत् होती है। अत: ऐसी रेखा या सतह के अनु (along) किसी इकाई ध्रुव को, एक विन्दु से दूसरे विन्दु तक ले जाने में कोई कार्य नहीं करना पड़ता है।

स्थिर-विद्युत् (electrostatics) में किसी चालक की सतह सम विभवी होती है परन्तु चुम्बकत्व (magnetism) में चुम्बकीय चालक (magnetic conductor) नाम की कोई चीज नहीं होती है; फिर भी किसी चुम्बकीय क्षेत्र में हम ऐसी अनेक सतहों की कल्पना कर सकते हैं जो बल-रेखाओं के अभिलम्बवत् होती हैं।

1.9. चुम्बकीय घूर्ण (Magnetic Moment)

किसी चुम्बक की ध्रुव-सामर्थ्य (pole-strength) एवं प्रभावकारी लम्बाई (effective length) के गुणनफल को उस चुम्बक का घूर्ण या चुम्बकीय घूर्ण कहते हैं। यदि किसी चुम्बक की ध्रुव-सामर्थ्य m तथा इसके दोनों ध्रुवों के बीच की दूरी यानी चुम्बक की प्रभावकारी लम्बाई $2l$ हो तो उसका घूर्ण $M=2ml$.

जब किसी चुम्बक को क्षैतिज रूप से किसी समरूप क्षेत्र में निलम्बित किया

जाता है तो यह एक बल-युग्म का अनुभव करता है जो इसे क्षेत्र की दिशा में व्यवस्थित करने की चेष्टा करता है ।

मान लें कि m ध्रुव-सामर्थ्य एवं $2l$ प्रभावकारी लम्बाई वाला एक चुम्बक NS, H तीव्रता वाले एक समरूप क्षेत्र में इस प्रकार निलम्बित किया गया है कि वह क्षैतिज तल में दोलन कर सकता है। मान लें कि इसका अक्ष किसी क्षण क्षेत्र की दिशा से θ कोण बनाता है । चुम्बक के N ध्रुव पर mH बल लगता है जो क्षेत्र की दिशा में है तथा S ध्रुव पर mH बल विपरीत दिशा में लगता है। ये दोनों बराबर एवं विपरीत दिशा में क्रियाशील बल आपस में बल-युग्म का निर्माण करते हैं जो चुम्बक को क्षेत्र की दिशा में लाने की कोशिश करता है । इस बल-युग्म का घूर्ण

(चित्र 5)

$$C = mH \times SA$$
$$= mH.2l\sin\theta$$
$$= MH\sin\theta \quad \ldots (10)$$

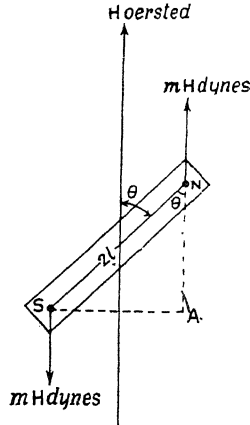
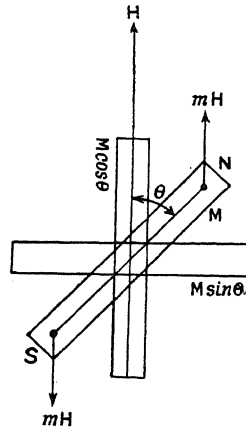
समीकरण (10) से स्पष्ट है कि यदि $H=1$ ओरस्टेड, $\theta=90^\circ$ तो $C=M$.

अतः **किसी चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण, उस बल-युग्म के घूर्ण के बराबर होता है जो, इकाई तीव्रता वाले चुम्बकीय क्षेत्र के अभिलम्बवत्, इसे रखने के लिए आवश्यक होता है ।**

चुम्बकीय घूर्ण एक सदिश राशि है (Magnetic moment is a vector quantity)—ऊपर बताया जा चुका है कि यदि M घूर्ण का कोई चुम्बक H तीव्रता वाले क्षेत्र से किसी क्षण θ कोण बनाता है तो उस पर लगने वाले बल-युग्म का घूर्ण $= MH\sin\theta$.

यदि संभव हो, तो कल्पना करें कि चुम्बक का घूर्ण M, दो संघटकों में विघटित किया गया है—एक $M\cos\theta$, क्षेत्र की दिशा में तथा दूसरा $M\sin\theta$, क्षेत्र के अभिलम्बवत् ।

चूँकि संघटक $M\cos\theta$, क्षेत्र की दिशा में है, अतः इस पर कोई बल-युग्म नहीं लगेगा । अतः चुम्बक पर लगने वाला बल-युग्म सिर्फ दूसरे संघटक $M\sin\theta$ के कारण होगा जिसका घूर्ण $= M\sin\theta \times H = MH\sin\theta$.

इस प्रकार हम वही परिणाम पाते हैं जो चुम्बकीय घूर्ण को बिना विघटित किये हुए पाते । अतः चुम्बकीय घूर्ण का विघटित किया जाना तर्क-संगत (logical) एवं उचित (justified) है । परन्तु इस प्रकार का विघटन सिर्फ सदिश राशि के ही साथ सम्भव होता है । अतः निष्कर्ष यह निकलता है कि चुम्बकीय घूर्ण भी एक सदिश राशि है ।

(चित्र 6)

1.10. किसी समरूप क्षेत्र में किसी चुम्बक को विक्षेपित करने में किया गया कार्य (Work done in deflecting a magnet in a uniform field)

ऊपर की धारा (1.9) में दिखाया जा चुका है कि M घूर्ण वाला चुम्बक यदि H तीव्रता वाले क्षेत्र से किसी क्षण θ कोण बनाता हो तो उस पर एक बलयुग्म, जिसका घूर्ण $MH\sin\theta$ होता है, लगता है जो चुम्बक को क्षेत्र की दिशा में लाना चाहता है, जहाँ उस पर कोई बल-युग्म नहीं लगेगा (चूँकि उस स्थिति में $\theta=0$) तथा चुम्बक साम्य (equilibrium) की स्थिति में आ जायगा। इसके विपरीत, यदि हम चुम्बक को और $d\theta$ कोण से विक्षेपित करना चाहें तो हमें $MH\sin\theta$ घूर्ण वाले बल-युग्म के विरुद्ध कार्य करना पड़ेगा तथा उसका परिमाण $=MH\sin\theta d\theta$ होगा।

अत: चुम्बक को साम्य-स्थिति (equilibrium position) यानी क्षेत्र की दिशा से α कोण से विक्षेपित करने में किया गया कुल कार्य

$$W=\int_0^\alpha MH\sin\theta d\theta$$

$$=MH\left[-\cos\theta\right]_0^\alpha=MH(1-\cos\alpha) \qquad .. \ (11)$$

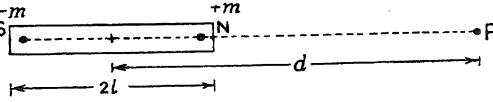
यह कार्य, चुम्बक में, विक्षेपित स्थिति में, स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित रहता है।

1.11. किसी छोटे छड़-चुम्बक (या चुम्बकीय द्विध्रुव) के कारण दो मानक स्थितियों में चुम्बकीय तीव्रता एवं विभव (Magnetic intensity and potential due to a short bar magnet or magnetic dipole in two standard positions)

चुम्बकत्व की विषय-वस्तु के अध्ययन में दो स्थितियों को मानक (standard) स्थिति मानी जाती है। ये हैं—

(a) अंताभिमुखी स्थिति (End-on position)— यदि कोई विन्दु चुम्बक के बढ़ाये गये अक्ष (prolongation of the axis) पर स्थित रहता है तो इसे, चुम्बक के आपेक्षिक (relative to the magnet) अंताभिमुखी स्थिति (end-on position) में स्थित कहा जाता है। इसे गॉस की A-स्थिति (A-position of gauss or gauss A-position) भी कहते हैं।

(b) पार्श्वाभिमुखी स्थिति (Broad-side-on position)— यदि कोई विन्दु चुम्बक के अक्ष के समकोणिक समद्विभाजक रेखा (perpendicular bisector of the magnetic axis) पर स्थित होता है तो इसे, चुम्बक के आपेक्षिक पार्श्वाभिमुखी स्थिति में स्थित कहा जाता है। इसे गॉस की B-स्थिति (B-position of gauss or gauss B-position) भी कहते हैं।

(a) **अंताभिमुखी स्थिति** (End-on position)— मान लें कि NS एक छोटा छड़-चुम्बक या चुम्बकीय द्विध्रुव (magnetic dipole) है जिसकी ध्रुव-सामर्थ्य m तथा प्रभावकारी लम्बाई $2l$ है। इसका अक्ष बिन्दीदार रेखा द्वारा दिखलाया गया है, जिस पर चुम्बक के मध्य-विन्दु से d दूरी पर विन्दु P स्थित है जिस पर इस चुम्बक के कारण क्षेत्र की तीव्रता एवं विभव ज्ञात करना है।

-m S N +m P
d
2l

(चित्र 7)

चुम्बक के S ध्रुव के कारण P पर तीव्रता

$$F_S = \frac{m \times 1}{SP^2} = \frac{m}{(d+l)^2}, \vec{PS} \text{ की दिशा में}$$

तथा चुम्बक के N ध्रुव के कारण P पर तीव्रता

$$F_N = \frac{m \times 1}{NP^2} = \frac{m}{(d-l)^2}, \vec{NP} \text{ की दिशा में।}$$

अत: P पर परिणामी तीव्रता

$$= F_N - F_S = \frac{m}{(d-l)^2} - \frac{m}{(d+l)^2}$$

$$= \frac{m(d+l)^2 - m(d-l)^2}{(d-l)^2 (d+l)^2}$$

$$= \frac{4mld}{(d^2-l^2)^2} = \frac{2Md}{(d^2-l^2)^2} \quad \quad .. \quad (12).$$

चुम्बक के S ध्रुव के कारण P पर विभव

$$V_S = -\frac{m}{l+d}$$

तथा चुम्बक के N ध्रुव के कारण P पर विभव

$$V_N = \frac{m}{d-l}.$$

अत: P पर परिणामी विभव

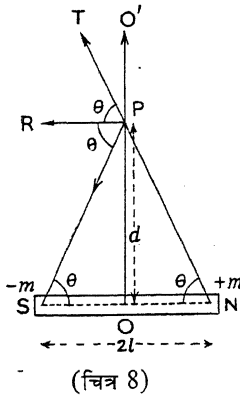
$$V = V_S + V_N = -\frac{m}{d+l} + \frac{m}{d-l}$$

$$=\frac{2ml}{d^2-l^2}=\frac{M}{d^2-l^2} \quad .. \quad (13).$$

यदि चुम्बक बहुत ही छोटा हो कि $d>>l$, तो P पर चुम्बकीय तीव्रता

$$F=\frac{2Md}{d^4}=\frac{2M}{d^3} \quad .. \quad (12\text{ a})$$

एवं चुम्बकीय विभव $V=\frac{M}{d^2}$ .. (13 a).

(b) पार्श्वाभिमुखी स्थिति (Broadside-on position)— मान लें कि NS एक छोटा छड़-चुम्बक या चुम्बकीय द्विध्रुव है जिसकी ध्रुव-सामर्थ्य m एवं प्रभावकारी लम्बाई $2l$ है। O इसके अक्ष का मध्य-विन्दु है जहाँ से OO' रेखा लम्ब खींची गयी है, अत: OO' अक्ष की समकोणिक समद्विभाजक रेखा है। इस पर, अक्ष के केन्द्र O से d दूरी पर एक विन्दु P है जिस पर इस चुम्बक के कारण तीव्रता एवं विभव का मान ज्ञात करना है।

(चित्र 8)

मान लें कि NP या SP रेखा चुम्बकीय अक्ष से θ कोण बनाती है। चित्र से स्पष्ट है कि

$$SP=NP=(d^2+l^2)^{\frac{1}{2}}$$

एवं

$$\cos\theta=\frac{l}{(d^2+l^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

अब चुम्बक के N ध्रुव के कारण P पर तीव्रता

$$=\frac{m\times 1}{NP^2}=\frac{m}{(d^2+l^2)}, \ \vec{PT} \text{ की दिशा में।}$$

इसके दो संघटक हो सकते हैं—

एक $\frac{m}{(d^2+l^2)}\cos\theta$, $\vec{PR}$ की दिशा में

तथा दूसरा $\frac{m}{(d^2+l^2)}\sin\theta$, $\vec{OP}$ की दिशा में।

फिर चुम्बक के S ध्रुव के कारण P पर तीव्रता

$$=\frac{m\times 1}{SP^2}=\frac{m}{(d^2+l^2)}, \ \vec{PS} \text{ की दिशा में।}$$

इसके भी दो संघटक हो सकते हैं—

एक $\frac{m}{d^2+l^2}\cos\theta$, $\overrightarrow{PR}$ की दिशा में

तथा दूसरा $\frac{m}{d^2+l^2}\sin\theta$, $\overrightarrow{PO}$ की दिशा में।

दोनों ध्रुवों की तीव्रताओं के $\sin\theta$ वाले संघटक आपस में बराबर एवं विपरीत होने की वजह से परिणामी पर कोई प्रभाव नहीं डालते हैं। अत: P पर परिणामी तीव्रता

$$=\frac{m}{d^2+l^2}\cos\theta+\frac{m}{d^2+l^2}\cos\theta$$

$$=\frac{2m}{d^2+l^2}\cos\theta=\frac{2ml}{(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$=\frac{M}{(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}},\ \overrightarrow{PR} \text{ की दिशा में} \qquad \text{.. (14).}$$

पुन: चुम्बक के N ध्रुव के कारण P पर विभव

$$=\frac{m}{NP}=\frac{m}{(d^2+l^2)^{\frac{1}{2}}}$$

तथा S ध्रुव के कारण P पर विभव

$$=\frac{-m}{SP}=\frac{-m}{(d^2+l^2)^{\frac{1}{2}}}.$$

अत: P पर कुल विभव

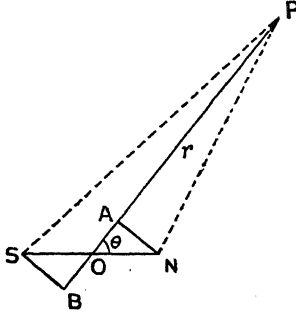
$$=\frac{m}{(d+l^2)^{\frac{1}{2}}}-\frac{m}{(d^2+l^2)^{\frac{1}{2}}}=0 \qquad \text{.. (15).}$$

यदि चुम्बक बहुत छोटा हो कि $d>>l$, तो इसके कारण

$$P \text{ पर तीव्रता}=\frac{M}{d^3} \qquad \text{.. (14 a)}$$

तथा P पर विभव=शून्य .. (15 a)

1.12. किसी छोटे छड़-चुम्बक या चुम्बकीय द्विध्रुव के कारण किसी विन्दु पर चुम्बकीय तीव्रता एवं विभव (Magnetic Intensity & Potential at any point due to a short bar magnet or a magnetic dipole)

मान लें कि NS एक छोटा छड़-चुम्बक या चुम्बकीय द्विध्रुव है जिसकी ध्रुव-सामर्थ्य m एवं प्रभावकारी लम्बाई $2l$ है। इस चुम्बक के मध्य-विन्दु O से r दूरी पर स्थित कोई विन्दु P है जहाँ चुम्बकीय तीव्रता एवं विभव का मान ज्ञात करना है।

(चित्र 9)

O एवं P को मिला दें। मान लें कि $\angle PON = \theta$। PO पर N एवं S से क्रमशः NA एवं SB लम्ब डालें। चूँकि OP की तुलना में चुम्बक की लम्बाई बहुत ही छोटी है अतः $\angle NPO$ या $\angle SPO$ बहुत ही छोटा होगा।

अतः $PN \simeq PA = PO - OA = r - l\cos\theta$,

एवं $PS \simeq PB = PO + OB = r + l\cos\theta$.

अतः चुम्बक के N ध्रुव के कारण P पर विभव

$$= V_N = \frac{m}{PN} = \frac{m}{r - l\cos\theta}$$

तथा चुम्बक के S ध्रुव के कारण P पर विभव

$$= V_S = \frac{-m}{PS} = \frac{-m}{r + l\cos\theta}.$$

अतः P पर परिणामी विभव

$$V = V_N + V_S = \frac{m}{r - l\cos\theta} - \frac{m}{r + l\cos\theta}$$

$$= \frac{2ml\cos\theta}{r^2 - l^2\cos^2\theta} = \frac{M\cos\theta}{r^2 - l^2\cos^2\theta} \quad .. \quad (16).$$

यदि चुम्बक बहुत छोटा हो तो r^2 की तुलना में $l^2\cos^2\theta$ नगण्य होगा अतः दिये गये चुम्बक या चुम्बकीय द्विध्रुव के कारण विन्दु P पर विभव

$$V = \frac{M\cos\theta}{r^2} \quad .. \quad (16\,a)$$

ऊपर की धारा (1.7) में बताया जा चुका है कि किसी विन्दु पर क्षेत्र की तीव्रता विभव की ऋणात्मक प्रवणता (negative gradient of potential) होती है अर्थात् $F = -\frac{dV}{dx}$। इस सिद्धान्त की सहायता से व्यंजक $V = \frac{M\cos\theta}{r^2}$ से, विन्दु P पर, दिये गये चुम्बक या चुम्बकीय द्विध्रुव के कारण चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता का भी मान निकाला जा सकता है।

अतः P पर OP दिशा में (जबकि केवल r बढ़ रहा है, $dx=dr$) तीव्रता

$$F_r=-\frac{dV}{dr}$$

$$=-\frac{d}{dr}\left(\frac{M\cos\theta}{r^2}\right)$$

$$=\frac{2M\cos\theta}{r^3}$$

फिर P पर OP के अभिलम्ब की दिशा में (जब केवल θ बढ़ रहा है, $dx=rd\theta$) तीव्रता

$$F_T=-\frac{dV}{rd\theta}=-\frac{1}{r}\frac{d}{d\theta}\left(\frac{M\cos\theta}{r^2}\right)$$

$$=\frac{M\sin\theta}{r^3}.$$

(चित्र 10)

अतः P पर परिणामी तीव्रता

$$F=\sqrt{F_r^2+F_T^2}=\sqrt{\left(\frac{2M\cos\theta}{r^3}\right)^2+\left(\frac{M\sin\theta}{r^3}\right)}$$

$$=\frac{M}{r^3}\sqrt{4\cos^2\theta+\sin^2\theta}$$

$$=\frac{M}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta} \qquad .. \quad (17).$$

यदि यह परिणामी तीव्रता OP के साथ α कोण बनाती हो तो

$$\tan\alpha=\frac{F_T}{F_r}=\frac{M\sin\theta}{r^3}\times\frac{r^3}{2M\cos\theta}=\frac{\tan\theta}{2};$$

$$\therefore \quad \alpha=\tan^{-1}(\tfrac{1}{2}\tan\theta) \qquad .. \quad (18).$$

विशेष परिस्थितियाँ (Special cases)— (a) अंताभिमुखी स्थिति (end-on position) या गॉस की A-स्थिति में, $\theta=0$, अतः $\sin\theta=0$ एवं $\cos\theta=1$.

अतः समीकरण (17) एवं (18) से

$$F=\frac{2M}{r^3} \text{ एवं } \alpha=0.$$

अर्थात् परिणामी तीव्रता $\frac{2M}{r^3}$, अक्ष की दिशा में होगी।

पुन: समीकरण (16 a) से

$$V=\frac{M}{r^2}.$$

इसकी तुलना समीकरण (12 a) एवं (13 a) से करके देखें कि ये परिणाम (results) समान ही हैं।

(b) पार्श्वाभिमुखी स्थिति (broadside-on position) या गॉस की B-स्थिति में, $\theta=90°$; अत: $\sin\theta=1$ एवं $\cos\theta=0$.
अत: समीकरण (17) एवं (18) से

$$F=\frac{M}{r^3} \text{ एवं } \alpha=90°.$$

अर्थात्, परिणामी तीव्रता $\frac{M}{r^3}$ अक्ष के समानान्तर होगी।

पुन: समीकरण (16 a) से

$$V=0 \text{ (शून्य)}$$

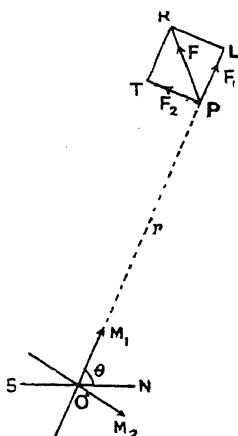
इसकी तुलना समीकरण (14 a) एवं (15) से करके देखें कि ये परिणाम समान ही हैं।

वैकल्पिक विधि (Alternative method)— ऊपर के परिणाम एक दूसरी विधि से भी निकाले जा सकते हैं जो इस सिद्धान्त पर आधारित है कि चुम्बक का घूर्ण एक सदिश राशि है, अत: इसे दो लाम्बिक संघटकों (perpendicular components) में विघटित किया जा सकता है जैसा कि धारा (1.9) में बताया जा चुका है।

(चित्र 11)

मान लें कि NS एक छोटा छड़-चुम्बक या चुम्बकीय द्विध्रुव है जिसका घूर्ण M है। इसके मध्य-विन्दु O से r दूरी पर कोई विन्दु P हैं जहाँ चुम्बकीय तीव्रता एवं विभव का मान ज्ञात करना है। मान लें कि OP रेखा चुम्बक के अक्ष से θ कोण बनाती है।

चूँकि चुम्बकीय घूर्ण M एक सदिश राशि है, अत: इसे दो संघटकों में विघटित किया जा सकता है। मान लें कि OP दिशा में M का संघटक $M_1 = M\cos\theta$ तथा OP के लम्बवत् दिशा में M का संघटक $M_2 = M\sin\theta$। M_1 एवं M_2 को दो छोटा चुम्बक माना जा सकता है जिनके घूर्ण क्रमश: $M\cos\theta$ एवं $M\sin\theta$ हैं।

M_1 के लिए, विन्दु P अंताभिमुखी स्थिति में है,

अत: उस पर तीव्रता $F_1=\frac{2M\cos\theta}{r^3}$, ($\overrightarrow{OP}$ की दिशा में)

तथा विभव $V_1=\frac{M_1}{r^2}=\frac{M\cos\theta}{r^2}$.

पुनः M_2 के लिए, विन्दु P, पार्श्वाभिमुखी स्थिति में है; अत: उस पर तीव्रता

$$F_2=\frac{M\sin\theta}{r^3}, \text{ } (\overrightarrow{OP} \text{ के लम्बवत् दिशा में})$$

तथा विभव $V_2=0$ (शून्य)।

अत: दिये गये चुम्बक या चुम्बकीय द्विध्रुव के कारण P पर परिणामी तीव्रता

$$F=\sqrt{F_1^2+F_2^2}=\sqrt{\left(\frac{2M\cos\theta}{r^3}\right)^2+\left(\frac{M\sin\theta}{r^3}\right)^2}$$

$$=\frac{M}{r^3}\sqrt{4\cos^2\theta+\sin^2\theta}$$

$$=\frac{M}{r^3}\sqrt{1+3\cos^2\theta} \quad .. \quad (19).$$

यदि यह परिणामी तीव्रता OP के साथ α कोण बनाती हो तो

$$\tan\alpha=\frac{F_2}{F_1}=\frac{M\sin\theta}{r^3}\times\frac{r^3}{2M\cos\theta}$$

$$=\tfrac{1}{2}\tan\theta.$$

$$\therefore \quad \alpha=\tan^{-1}(\tfrac{1}{2}\tan\theta) \quad .. \quad (20)$$

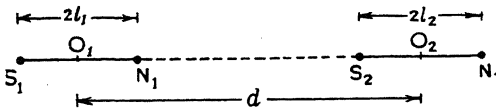
एवं विन्दु P पर कुल विभव $=V_1+V_2=\frac{M\cos\theta}{r^2}$ .. (21).

समीकरण (19), (20) एवं (21) की तुलना क्रमश: समीकरण (17), (18) एवं (16 a) से करने पर स्पष्ट हो जाता है कि दोनों विधियों द्वारा प्राप्त परिणाम समान ही हैं। इन समीकरणों (19) एवं (21) से दोनों मानक स्थितियों में चुम्बकीय तीव्रता एवं विभव के मान ऊपर की ही भाँति निकाले जा सकते हैं।

1.13. दो छोटे चुम्बकों के बीच बल एवं बलयुग्म (Forces and Couples between two short magnets)

मान लें कि दोनों चुम्बकों की ध्रुव-सामर्थ्य एवं प्रभावकारी लम्बाई क्रमश: m_1, m_2 एवं $2l_1$, $2l_2$ हैं। दोनों चुम्बकों के घूर्ण क्रमश: M_1 एवं M_2 हैं। इन्हें इस

प्रकार रखा गया है कि इनके मध्य-विन्दुओं के बीच की दूरी d है (जहाँ $d >> l$) तो उन चुम्बकों के बीच लगने वाले बल एवं बल-युग्म के मान ज्ञात करने हैं।

स्थिति 1. यदि दोनों चुम्बकों के अक्ष एक ही रेखा में हों (When the axes of the two magnets lie in the same line)— चुम्बकों को इस प्रकार रखने की स्थिति चित्र 12 में दिखलायी गयी है।

(चित्र 12)

(a) **बल**— इस स्थिति में दोनों चुम्बक एक-दूसरे के आपेक्षिक अंताभिमुखी स्थिति में हैं।

अत: चुम्बक N_1S_1 के कारण N_2 पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता$=\frac{2M_1}{(d+l_2)^3}$, $\overrightarrow{S_2N_2}$ की दिशा में।

अत: चुम्बक N_1S_1 के कारण N_2S_2 चुम्बक के N-ध्रुव (जिसकी सामर्थ्य m_2 है) पर लगने वाला बल$=\frac{2M_1m_2}{(d+l_2)^3}$, $\overrightarrow{S_2N_2}$ की दिशा में।

उसी प्रकार N_1S_1 के कारण N_2S_2 के S-ध्रुव पर लगने वाला बल

$$=-\frac{2M_1m_2}{(d-l_2)^2}, \overrightarrow{S_2N_2} \text{ की दिशा में}$$

$$\left(\text{या } \frac{2M_1m_2}{(d-l_2)^2}, \overrightarrow{N_2S_2} \text{ की दिशा में}\right)।$$

अत: N_1S_1 के कारण N_2S_2 पर लगने वाला परिणामी बल

$$=2M_1m_2\left[\frac{1}{(d+l_2)^3}-\frac{1}{(d-l_2)^3}\right]\overrightarrow{S_2N_2} \text{ की दिशा में}$$

$$=2M_1m_2\left[\frac{(d-l_2)^3-(d+l_2)^3}{(d^2-l_2^2)^3}\right]$$

$$=-\frac{2M_1m_2\times 6d^2l_2}{(d^2-l_2^2)^3}=-\frac{6M_1M_2d^2}{(d^2-l_2^2)^3}$$

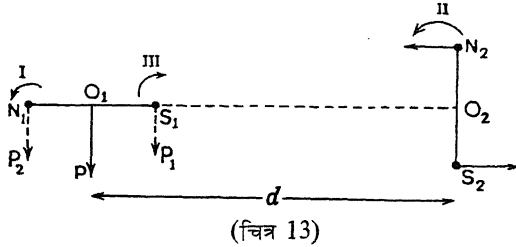
$$=-\frac{6M_1M_2}{d^4}, \overrightarrow{S_2N_2} \text{ की दिशा में}, (\because \quad d^2 >> l^2)$$

$$=\frac{6M_1M_2}{d^4}, \overrightarrow{N_2S_2} \text{ की दिशा में} \quad .. \quad (22).$$

अर्थात्, इस स्थिति में बल आकर्षण का बल है। इसी प्रकार दिखलाया जा सकता है कि चुम्बक N_2S_2 के कारण भी N_1S_1 पर लगने वाला बल आकर्षण का बल है, जिसका परिमाण $\frac{6M_1M_2}{d^4}$ के बराबर होता है तथा समाक्षीय (common axis) के अनु क्रियाशील होता है।

(b) **बलयुग्म**— इस स्थिति में, चूँकि सभी संघटक बल एक ही रेखा के अनु क्रियाशील हैं, अत: किसी चुम्बक पर कोई घुमाव-प्रभाव (turning-effect) नहीं लगता है अर्थात् उनके बीच कोई बल-युग्म नहीं लगता है।

स्थिति 2. यदि दोनों चुम्बकों के अक्ष एक-दूसरे के लम्बवत् हों (When the axes of the magnets are at right angles)— चुम्बकों को इस प्रकार रखने की स्थिति चित्र 13 में दिखलायी गयी है।

(a) **बल**— इस स्थिति में चुम्बक N_2S_2, N_1S_1 के लिए अंताभिमुखी स्थिति में है परन्तु चुम्बक N_1S_1, N_2S_2 के लिए पार्श्वाभिमुखी स्थिति में है।

(चित्र 13)

अत: चुम्बक N_2S_2 के कारण चुम्बक N_1S_1 के S ध्रुव पर चुम्बकीय तीव्रता

$$=\frac{M_2}{(d-l_1)^3}, \overrightarrow{S_1P_1} \text{ की दिशा में।}$$

अत: N_2S_2 के कारण S_1 पर लगता हुआ बल

$$=-\frac{M_2m_1}{(d-l_1)^3}, \overrightarrow{S_1P_1} \text{ की दिशा में।}$$

(चूँकि व्यंजक ऋणात्मक है अत: यह बल वस्तुत: $\overrightarrow{P_1S_1}$ की दिशा में क्रियाशील होता है।)

उसी प्रकार N_2S_2 के कारण N_1 पर लगता हुआ बल

$$=\frac{M_2m_1}{(d+l_1)^3}, \overrightarrow{N_1P_2} \text{ की दिशा में।}$$

अतः N_1S_1 पर लगता हुआ परिणामी बल

$$=\frac{M_2m_1}{(d+l_1)^3}-\frac{M_2m_1}{(d-l_1)^3}$$

$$=M_2m_1\left[\frac{(d-l_1)^3-(d+l_1)^3}{(d^2-l_1^2)^3}\right]$$

$$=-\frac{M_2m_1\times 6d^2l_1}{(d^2-l_1^2)^3}$$

$$=-\frac{3M_1M_2}{d^4}\ (\text{चूँकि } d^2>>l_1^2)$$

$\overrightarrow{N_1P_2}$ की दिशा में। .. (23)

चूँकि व्यंजक ऋणात्मक है, इससे यह स्पष्ट होता है कि यह बल चुम्बक N_1S_1 पर $\overrightarrow{P_2N_1}$ की दिशा में (यानी ऊपर की ओर) लगता है।

(b) **बल युग्म**— चूँकि चुम्बक छोटे हैं; अतः d की तुलना में उनकी लम्बाइयों को नगण्य मानने पर, N_2S_2 के कारण N_1S_1 के प्रत्येक ध्रुव पर लगने वाले बल का परिमाण $=\frac{M_2m_1}{d^3}$। ये बल आपस में बराबर परन्तु विभिन्न क्रिया-रेखा पर विपरीत दिशा में क्रियाशील हैं। अतः ये एक बल-युग्म का निर्माण करते हैं जिसका घूर्ण $=\frac{M_2m_1}{d^3}\times 2l_1=\frac{M_1M_2}{d^3}$ तथा जिसकी प्रवृत्ति चुम्बक N_1S_1 को, घड़ी की सूई की दिशा की विपरीत दिशा (anti-clockwise direction) में घुमाने की होती है।

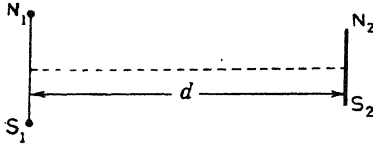
फिर N_2S_2 के प्रत्येक ध्रुव N_1S_1 की अपेक्षा लगभग अंताभिमुखी स्थिति में हैं। अतः N_1S_1 के कारण N_2S_2 के प्रत्येक ध्रुव पर लगने वाला बल $=\frac{2M_1m_2}{d^3}$। ये बल आपस में बराबर हैं परन्तु चुम्बक के दोनों ध्रुवों की प्रकृति विपरीत होने की वजह से, विभिन्न क्रिया-रेखा पर, विपरीत दिशा में क्रियाशील होते हैं, अतः एक बलयुग्म का निर्माण करते हैं जिसका घूर्ण $\frac{2M_1m_2}{d^3}\times 2l_2$ यानी $\frac{2M_1M_2}{d^3}$ के बराबर होता है तथा जिसकी प्रवृत्ति चुम्बक N_2S_2 को, चित्र में बतायी गयी दिशा (यानी घड़ी की सूई की विपरीत दिशा में) में घुमाने की होती है।

अत: हम पाते हैं कि N_2S_2 के कारण N_1S_1 पर लगते हुए बलयुग्म का घूर्ण $= \frac{M_1M_2}{d^3}$ (घड़ी की सूई की विपरीत दिशा में) एवं N_1S_1 के कारण N_2S_2 पर लगते हुए बलयुग्म का घूर्ण $= \frac{2M_1M_2}{d^3}$ (घड़ी की सूई की विपरीत दिशा में)।

इस प्रकार हम देखते हैं कि N_1S_1 एवं N_2S_2 पर एक-दूसरे के कारण लगते हुए बलयुग्म के घूर्ण समान नहीं हैं, साथ-ही-साथ दोनों ही बल-युग्म एक ही दिशा में लग रहे हैं। अत: ऐसा लगता है कि यदि दोनों चुम्बकों को बतायी गयी स्थिति में किसी लकड़ी के तख्ते पर रखकर पानी में तैरा दिया जाय तो निकाय (system) कुल बलयुग्म $3M_1M_2/d^3$ के कारण पानी पर घूमने लगेगा और बाहर से बिना ऊर्जा पाये ही यह घूमता रहेगा। परन्तु, यह अनुभव के विपरीत एवं ऊर्जा-संरक्षण-सिद्धान्त के विरुद्ध लगता है, अर्थात् परिणाम एवं प्रयोग में वैषम्य (anomaly) उपस्थित हो जाता है।

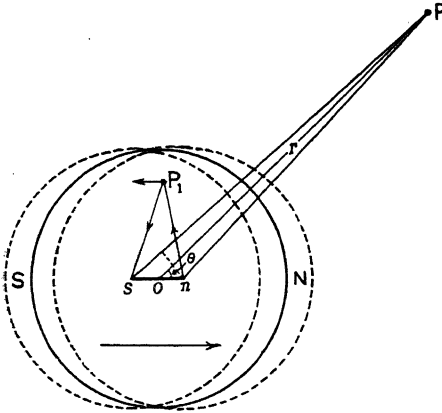
गणना में इस प्रकार का जो वैषम्य आ गया है वह इसलिए कि चुम्बकों की लम्बाई को यहाँ नगण्य मान लिया गया है। चुम्बक भले ही कितना ही छोटा क्यों न हो, इसकी लम्बाई नगण्य नहीं हो सकती है। ऊपर जो वैषम्य आ गया है उसकी व्याख्या निम्नलिखित ढंग से की जा सकती है—

N_2S_2 के निश्चित आकार के होने की वजह से इस पर जो बल N_1S_1 के कारण लगता है वह बलयुग्म $\frac{2M_1M_2}{d^3}$ के ही समतुल्य नहीं होता; अपितु गणना द्वारा दिखाया जा सकता है कि इस बलयुग्म के अतिरिक्त एक बल $\frac{3M_1M_2}{d^4}$, $\overrightarrow{N_2S_2}$ की दिशा में, इसके अक्ष के अनु लगता है। यह बल, N_2S_2 के कारण N_1S_1 पर जो बल $\overrightarrow{PO_1}$ की दिशा में लगता है, उसके साथ एक तीसरा बल-युग्म बनाता है जिसका घूर्ण $\frac{3M_1M_2}{d^4} \times d$ यानी $\frac{3M_1M_2}{d^3}$ होता है तथा ऊपर के दोनों बलयुग्मों के परिणामी बलयुग्म की दिशा की विपरीत दिशा में क्रियाशील होता है। इस प्रकार विपरीत दिशा में क्रियाशील बलयुग्मों के घूर्ण समान हैं, अत: निकाय साम्य स्थिति में रहता है। अत: किसी प्रकार का वैषम्य नहीं रह पाता है।

स्थिति 3. यदि दोनों चुम्बकों के अक्ष समानान्तर हों (When the axes of the magnets are parallel)— चुम्बकों को इस प्रकार रखने की स्थिति चित्र 14 में दिखलायी गयी है।

(चित्र 14)

इस स्थिति में किसी प्रकार का बलयुग्म नहीं लगता है। सिर्फ एक बल, दोनों चुम्बकों के केन्द्रों को मिलाने वाली रेखा के अनु लगता है जिसका परिमाण $3M_1M_2/d^4$ होता है।

ऊपर के विवेचन से स्पष्ट है कि d के अधिक होने पर, बल-युग्म जो $\frac{1}{d^3}$ के समानुपाती है, बल जो $\frac{1}{d^4}$ के समानुपाती है, की अपेक्षा अधिक प्रभावकारी होता है। यही कारण है कि किसी नोक पर टिकी दुई चुम्बकीय सूई किसी क्षीण चुम्बकीय क्षेत्र के प्रति भी काफी सुग्राहक होती है।

1.14. समरूप ढंग से चुम्बकित किसी गोले के कारण किसी विन्दु पर चुम्बकीय विभव एवं तीव्रता (Magnetic potential and intensity at a point due to a uniformly magnetised sphere)

(चित्र 15)

मान लें कि R त्रिज्या का एक गोला है जिसे तीर द्वारा बतायी गयी दिशा में चुम्बकित किया गया है ताकि दाहिनी ओर की सतह उत्तर-ध्रुवत्व (north polarity) एवं बायीं ओर की सतह दक्षिण-ध्रुवत्व (south polarity) प्रदर्शित करे। P कोई एक विन्दु है जिस पर इस समरूप ढंग से चुम्बकित गोले के कारण चुम्बकीय विभव एवं तीव्रता का मान ज्ञात करना है।

इस प्रकार चुम्बकित गोले को बहुत-से छोटे-छोटे ऐसे मौलिक चुम्बकों से बना हुआ माना जा सकता है जिनकी ध्रुव-सामर्थ्य m, लम्बाई l तथा अक्ष तीर की दिशा में इस प्रकार हैं कि उनके उत्तर ध्रुव दायीं तरफ एवं दक्षिण ध्रुव बायीं तरफ हैं। इस प्रकार के मौलिक चुम्बकों को चुम्बकीय द्विध्रुव (magnetic dipoles or doublets) कहा जाता है। स्पष्टत: ऐसे प्रत्येक मौलिक चुम्बक का घूर्ण$=ml$ है। यदि गोले के प्रति इकाई आयतन में विद्यमान ऐसे चुम्बकों की संख्या x हो तो गोले के प्रति इकाई आयतन का चुम्बकीय घूर्ण$=xml$ होगा। चूँकि गोले का

आयतन$=\frac{4}{3}\pi R^3$, अतः सम्पूर्ण गोले का चुम्बकीय घूर्ण

$$M=\tfrac{4}{3}\pi R^3 xml.$$

चूँकि प्रत्येक उत्तर ध्रुव अपने संग के दक्षिण ध्रुव से, दायीं ओर l दूरी पर स्थित है अतः सभी उत्तर ध्रुव एक ऐसे गोले में समरूप ढंग से वितरित माने जा सकते हैं जिसका केन्द्र n पर है; उसी प्रकार सभी दक्षिण ध्रुव एक ऐसे गोले में समरूप ढंग से वितरित माने जा सकते हैं जिसका केन्द्र s पर है जहाँ $ns=l$। चूँकि उत्तरी गोले (north sphere) में प्रति इकाई आयतन में ऐसे x उत्तर ध्रुव हैं, अतः गोले में कुल उत्तर ध्रुवत्व (north polarity)$=\frac{4}{3}\pi R^3 xm$ और, उसी प्रकार दक्षिणी गोले (south sphere) में कुल दक्षिण-ध्रुवत्व (south polarity) $=\frac{4}{3}\pi R^3 xm$.

किसी बाह्य विन्दु के लिए, यह उत्तर (या दक्षिण) चुम्बकत्व वाला गोला ठीक उसी प्रकार व्यवहार करता है कि मानो उसका सारा चुम्बकत्व उसके केन्द्र पर ही एकत्रित है। अतः दिये गये गोले का प्रभाव वही होगा जो $\frac{4}{3}\pi R^3 xm$ सामर्थ्य के उत्तर ध्रुव को n पर एवं समान सामर्थ्य के दक्षिण ध्रुव को s पर स्थित मानने से होगा।

अब, मान लें, कि ns के मध्य-विन्दु O एवं P को मिलाने वाली रेखा ns के साथ θ कोण बनाती है तथा $OP=r$.

अतः n ध्रुवत्व के कारण P पर विभव$=\dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3 xm}{nP}$.

तथा s ध्रुवत्व के कारण P पर विभव$=-\dfrac{\frac{4}{3}\pi R^3 xm}{sP}$.

अतः सम्पूर्ण गोले के चुम्बकत्व के कारण P पर विभव

$$V=\frac{\frac{4}{3}\pi R^3 xm}{nP}-\frac{\frac{4}{3}\pi R^3 xm}{sP}=\frac{4}{3}\pi R^3 xm\left(\frac{1}{nP}-\frac{1}{sP}\right)$$

$$=\frac{4}{3}\pi R^3 xm\left(\frac{sP-nP}{sP\times nP}\right).$$

चूँकि ns बहुत ही छोटा है अतः हम मान सकते हैं कि

$$sP - nP = l\cos\theta$$

तथा
$$sP \times nP = OP^2 = r^2.$$

अतः
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 xm \times \frac{l\cos\theta}{r^2}.$$

लेकिन $\frac{4}{3}\pi R^3 xml$ = सम्पूर्ण गोले का चुम्बकीय घूर्ण $= M$;

अतः सम्पूर्ण गोले के चुम्बकत्व के कारण किसी विन्दु P पर चुम्बकीय विभव

$$V = \frac{M\cos\theta}{r^2} \quad \ldots \quad (24).$$

समीकरण (16 a) से इसकी तुलना करने पर हम पाते हैं कि यह परिणाम वही है जो किसी छोटे छड़-चुम्बक के कारण किसी बाह्य विन्दु $P(r, \theta)$ पर चुम्बकीय विभव का मान होता है।

अतः हम निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि **किसी समरूप ढंग से चुम्बकित गोले के कारण किसी बाह्य विन्दु पर विभव का मान वही होता है जो गोले के चुम्बकीय घूर्ण के बराबर घूर्ण वाले एक छोटे छड़-चुम्बक को गोले के चुम्बकन की दिशा** (direction of magnetisation) **में उसके केन्द्र पर रखने से होता है।**

किसी बाह्य विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता— चूँकि क्षेत्र की तीव्रता विभव की ऋणात्मक प्रवणता के बराबर होती है अतः OP की दिशा में चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

$$H_r = -\frac{dV}{dr} = -\frac{d}{dr}\left(\frac{M\cos\theta}{r^3}\right) = \frac{2M\cos\theta}{r^3}$$

तथा OP की लम्बवत् दिशा में चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

$$H_\theta = -\frac{dV}{rd\theta} = -\frac{1}{r}\frac{d}{d\theta}\left(\frac{M\cos\theta}{r^2}\right) = \frac{M\sin\theta}{r^3}.$$

अतः विन्दु P पर परिणामी तीव्रता,

$$H = \sqrt{H_r^2 + H_\theta^2} = \sqrt{\left(\frac{2M\cos\theta}{r^3}\right)^2 + \left(\frac{M\sin\theta}{r^3}\right)^2}$$

$$= \frac{M}{r^3}\sqrt{4\cos^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$=\frac{M}{r^3}(1+3\cos^2\theta)^{\frac{1}{2}} \qquad .. \quad (25).$$

यदि परिणामी तीव्रता OP की दिशा से α कोण बनाती हो तो

$$\tan\alpha=\frac{H_\theta}{H_r}=\frac{M\sin\theta}{r^3}\times\frac{r^3}{2M\cos\theta}=\frac{1}{2}\tan\theta \qquad .. \quad (26)$$

गोले के अन्दर किसी विन्दु पर तीव्रता— मान लें कि गोले के अन्दर P_1 कोई विन्दु है जिसपर तीव्रता का मान ज्ञात करना है। गणितीय ढंग से यह दिखाया जा सकता है कि विन्दु P_1 पर चुम्बकीय तीव्रता सिर्फ P_1 से होते हुए जाने वाले गोले के ही कारण होती है तथा इसके बाहर गोले का जो भाग है उसके कारण P_1 पर की तीव्रता पर कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।

अतः मान लें कि P_1 पर एक इकाई धन (उत्तर) ध्रुव स्थित है। अब n पर स्थित एक उत्तर ध्रुव, जिसकी सामर्थ्य $\frac{4}{3}\pi(nP_1)^3xm$ है, के कारण P_1 पर चुम्बकीय तीव्रता

$$=\frac{\frac{4}{3}\pi(nP_1)^3x.m\times 1}{(nP_1)^2}=\frac{4}{3}\pi(nP_1)xm,$$

$\overrightarrow{nP_1}$ की दिशा में।

उसी प्रकार s पर स्थित एक दक्षिण ध्रुव, जिसकी सामर्थ्य $\frac{4}{3}\pi(sP_1)^3xm$ है, के कारण P_1 पर तीव्रता

$$=\frac{\frac{4}{3}\pi(sP_1)^3xm\times 1}{(sP_1)^2}=\frac{4}{8}\pi(sP_1)xm,$$

$\overrightarrow{P_1s}$ की दिशा में

अतः बल-त्रिभुज के नियम के अनुसार यदि इन दोनों तीव्रताओं का परिणामी R हो तो यह $\overrightarrow{ns}$ की दिशा में क्रियाशील होगा एवं इसका परिमाण निम्नलिखित सम्बन्ध द्वारा प्राप्त किया जा सकता है—

$$\frac{R}{ns}=\frac{\frac{4}{3}\pi(nP_1)xm}{nP_1}=\frac{\frac{4}{3}\pi(sP_1)xm}{sP_1}.$$

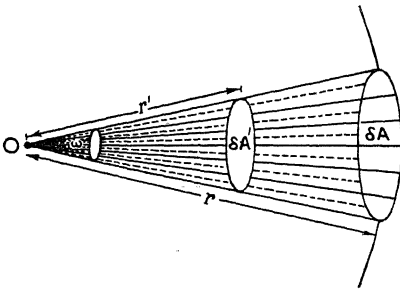
$$\therefore \quad R=\frac{4}{3}\pi(ns)xm \qquad (27)$$

परन्तु $ns = l$, अत: $R = \frac{4}{3}\pi xml.$

चूँकि ml प्रत्येक मौलिक चुम्बक के घूर्ण के बराबर है तथा गोले के प्रति इकाई आयतन में ऐसे x मौलिक चुम्बक हैं अत: राशि xml, गोले के प्रति इकाई आयतन के चुम्बकीय घूर्ण के बराबर है तथा इसे गोले की चुम्बकन-तीव्रता (intensity of magnetisation) I कहते हैं। अत: $R = \frac{4}{3}\pi I$ .. (28), जो गोले के अन्दर किसी विन्दु पर चुम्बकीय तीव्रता का मान है। स्पष्टत: गोले के भीतर सभी विन्दुओं पर इसका मान समान होता है।

1.15. ठोस कोण (Solid angle)

कोई सतह किसी विन्दु पर जो कोण बनाती है उसे उस सतह द्वारा उस विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण कहते हैं।

O को केन्द्र मानकर r त्रिज्या से खींचे गये एक गोले पर विचार करें। गोले की सतह का एक छोटा-सा क्षेत्र लें जिसका क्षेत्रफल मान लें δA है। इस छोटे-से क्षेत्र के किनारे के प्रत्येक विन्दु को, सरल रेखा द्वारा O विन्दु से मिला दें। ये रेखाएँ एक शंकु (cone) बनाती हैं जिसका शीर्ष O पर है तथा शीर्षकोण ω है जिसे क्षेत्रफल δA द्वारा O पर बनाया गया ठोस कोण (solid angle) कहते हैं।

(चित्र 16)

अब यदि O को केन्द्र मान कर r' त्रिज्या का दूसरा गोला खींचें तो पहले खींची गयी सरल रेखाएँ इस गोले की जो सतह छेंकती हैं उसका क्षेत्रफल $\delta A'$ है। चित्र से स्पष्ट है कि यद्यपि δA एवं $\delta A'$ का मान समान नहीं है फिर भी उनके द्वारा O पर बनाया गया ठोस कोण ω ही है। यह दिखलाया जा सकता है कि δA एवं $\delta A'$ क्रमश: r^2 एवं r'^2 के समानुपाती होते हैं, अर्थात्

$$\frac{\delta A}{r^2} = \frac{\delta A'}{r'^2} = \text{नियतांक}।$$

अत: $\frac{\delta A}{r^2}$ या $\frac{\delta A'}{r'^2}$ को ठोस कोण की माप (measure) मानी जा सकती है। अत: r त्रिज्या के गोले की सतह के क्षेत्रखंड द्वारा, जिसका क्षेत्रफल δA के बराबर है,

द्वारा इसके केन्द्र पर बनाया गया ठोस कोण $\omega = \frac{\delta A}{r^2}$ .. (29).

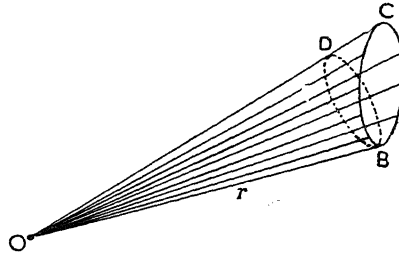
चूँकि r त्रिज्या के गोले की सम्पूर्ण सतह का क्षेत्रफल $=4\pi r^2$; अतः किसी गोले के द्वारा उसके केन्द्र पर बनाया गया ठोस कोण

$$\omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi \quad .. \quad (30).$$

किसी घिरे बन्द वक्र द्वारा, उसके भीतर किसी विन्दु पर, बनाये गये ठोस कोण का भी मान 4π के ही बराबर होता है और यह निम्नलिखित ढंग से दिखलाया जा सकता है।

मान लें कि कागज के तल के अभिलम्बवत् कोई क्षेत्र BC है जिसके द्वारा किसी विन्दु O पर बनाये गये ठोस कोण का मान ज्ञात करना है।

मान लें कि $OB=r$। अब BC क्षेत्र के किनारे के प्रत्येक विन्दु को सरल रेखा द्वारा O से मिला दें। स्पष्टतः ये रेखाएँ एक शंकु बनाती हैं जिसका शीर्षकोण अभीष्ट ठोस कोण का मान देता है।

अब मान लें कि O को केन्द्र एवं $OB=r$ को त्रिज्या मानकर एक गोला खींचा गया है जिसका, BC के किनारे के विन्दुओं से खींची गयी सरल रेखाओं द्वारा, घिरा हुआ क्षेत्र BD है। चित्र से स्पष्ट है कि BD या BC द्वारा O पर बनाये गये ठोस कोण का मान बराबर ही है। लेकिन BD द्वारा O विन्दु पर बनाये गये ठोस कोण का मान

(चित्र 17)

$$= \omega = \frac{BD \text{ का क्षेत्रफल}}{r^2}।$$

परन्तु BD का क्षेत्रफल $=BC$ का क्षेत्रफल $\times \cos\theta$, जहाँ θ, BD एवं BC सतहों के बीच का कोण है।

अतः O विन्दु पर BC द्वारा बनाया गया ठोस कोण

$$\omega = \frac{BC \text{ का क्षेत्रफल} \times \cos\theta}{r^2}.$$

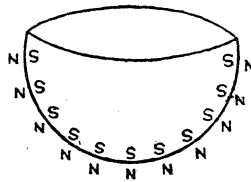
परन्तु $BC \times \cos\theta$, गोले की सतह पर BC के प्रक्षेप का क्षेत्रफल (area of projection) है। अतः किसी विन्दु O से r दूरी पर स्थित किसी क्षेत्र द्वारा O पर बनाया गया ठोस कोण, O केन्द्र एवं r त्रिज्या वाले गोले की सतह पर दी गयी सतह के प्रक्षेप द्वारा O विन्दु पर बनाये गये ठोस कोण के बराबर होता है।

चूँकि किसी आकार के बन्द वक्र (closed curve) को, उसके अन्दर के किसी विन्दु को केन्द्र मानकर खींचे गये गोले की सतह पर प्रक्षेपित किया जा सकता है, अत: उस बन्द वक्र द्वारा उसके अन्दर किसी विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण, उस गोले द्वारा उसके केन्द्र पर बनाये गये ठोस कोण (यानी 4π) के बराबर होगा ।

1.16. चुम्बकीय पट्टिका (Magnetic Shell)

यदि किसी चुम्बकीय पदार्थ के एकरूप मोटाई वाले एक पतले चदरे (sheet) को इस प्रकार चुम्बकित किया जाय कि इसके चुम्बकन की दिशा सर्वत्र चदरे के तल पर लम्बरूप हो तो यह **चुम्बकीय पट्टिका** कहलाता है ।

एक चुम्बकीय पट्टिका को कई छोटे-छोटे छड़-चुम्बकों या चुम्बकीय द्विध्रुवों (magnetic dipoles) का एक समूह भी मान सकते हैं जिसमें इन्हें किनारे से किनारा मिलाकर इस प्रकार रखा गया हो कि इनके एक ही प्रकार के सभी ध्रुव एक दिशा में तथा दूसरे प्रकार के सभी ध्रुव दूसरी दिशा में हों । इस तरह चुम्बकीय पट्टिका का एक आमुख (face) उत्तरी ध्रुव तथा दूसरा आमुख दक्षिणी ध्रुव होता है । चुम्बकीय पट्टिका बनाने वाले चदरे का समतल होना कोई आवश्यक नहीं है । इसका आकार एक वृत्ताकार चकती (circular disc) जैसा या एक अर्द्धगोल पात्र जैसा या किसी भी अनियमित आकार की चकती जैसा हो सकता है बशर्ते यह उपर्युक्त शर्तों का पालन करता हो (चित्र 18) ।

किसी चुम्बकीय पट्टिका के किसी विन्दु पर पट्टिका की सामर्थ्य (strength), चुम्बकन-तीव्रता तथा उस विन्दु पर पट्टिका की मोटाई के गुणनफल के बराबर होती है । अर्थात्, यदि चुम्बकन-तीव्रता I हो और किसी विन्दु पर पट्टिका की मोटाई t हो, तो पट्टिका की सामर्थ्य

$$\varphi = Ixt.$$

जब पट्टिका के प्रत्येक विन्दु पर सामर्थ्य बराबर होती है तो उस पट्टिका को एकरूप (uniform) चुम्बकीय पट्टिका कहा जाता है ।

(a) चपटी चकती

(b) अर्द्धगोलीय पात्र

(चित्र 18)

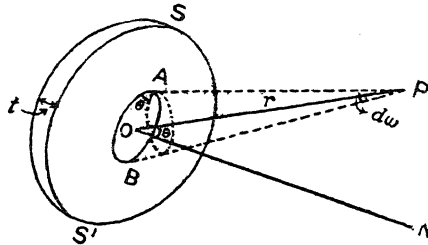
यदि किसी एकरूप चुम्बकीय पट्टिका का चुम्बकीय घूर्ण M हो, आमुख का क्षेत्रफल A हो और मोटाई t हो, तो

$$I = \frac{M}{V} = \frac{M}{A.t}.$$

इसलिए $$\varphi=\frac{M}{A.t}\times t=\frac{M}{A}.$$

अत: **किसी एकरूप चुम्बकीय पट्टिका की सामर्थ्य पट्टिका के प्रति इकाई क्षेत्रफल पर चुम्बकीय घूर्ण है।**

फिर, $M=\varphi.A$, अर्थात् किसी पट्टिका का चुम्बकीय घूर्ण उसकी सामर्थ्य और तलीय क्षेत्रफल के गुणनफल के बराबर होता है।

किसी चुम्बकीय पट्टिका के कारण किसी विन्दु पर विभव (Potential at any point due to a magnetic shell)— मान लें SS' एक चुम्बकीय पट्टिका है जिसकी मोटाई t है। इस पट्टिका का एक छोटा-सा अवयव AB लें, जिसका क्षेत्रफल, मान लें ds है (चित्र 19)। AB अवयव के मध्य-विन्दु O पर ON अभिलम्ब है। मान लें, P कोई विन्दु है जिसकी दूरी अवयव के मध्य-विन्दु से r है तथा OP अभिलम्ब ON के साथ θ कोण बनाती है। P विन्दु पर पूरे पट्टिका SS' के कारण विभव का मान ज्ञात करना है। मान लें, पट्टिका के छोटे अवयव AB द्वारा P पर बनाया गया ठोस कोण $d\omega$ है। अब यदि पट्टिका की सामर्थ्य φ हो तथा इसकी चुम्बकन-तीव्रता I हो, तो अवयव AB का चुम्बकीय घूर्ण, $M=$सामर्थ्य $\times$ क्षेत्रफल $=\varphi\times ds$, अभिलम्ब ON की दिशा में।

(चित्र 19)

$\therefore$ अवयव AB के कारण P पर विभव,

$$dV=\frac{M\cos\theta}{r^2}=\frac{\varphi ds.\cos\theta}{r^2}.$$

किन्तु $$\frac{ds\cos.\theta}{r^2}=d\omega,\text{ अत: } dV=\varphi.d\omega.$$

पूरी पट्टिका SS' के कारण P पर विभव,

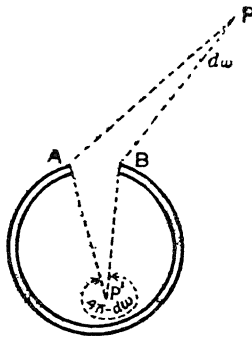
$V=\varphi\times$ पूरी पट्टिका SS' द्वारा P विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण;

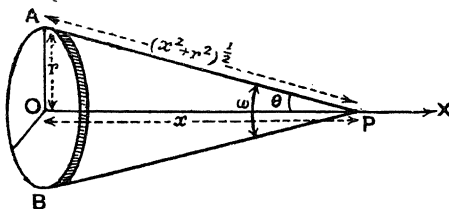
या $$V=\varphi\omega \quad .. \quad (31).$$

यदि विन्दु P और पट्टिका के बीच हवा की जगह कोई दूसरा माध्यम हो जिसकी चुम्बकशीलता μ हो, तो विभव

$$V=\frac{\varphi\omega}{\mu} \quad .. \quad (31a).$$

विन्दु P यदि पट्टिका के उत्तरी (धन) ध्रुवत्व वाले आमुख की ओर है तो विभव V धनात्मक और यदि पट्टिका के दक्षिणी (ऋण) ध्रुवत्व वाले आमुख की ओर है तो विभव V ऋणात्मक होगा। समीकरण (31a) से यह स्पष्ट है कि किसी विन्दु पर विभव पट्टिका के आकार (shape) पर निर्भर नहीं करता है बल्कि यह पट्टिका की सामर्थ्य φ, उसके द्वारा दिये हुए विन्दु पर बनाये गये ठोस कोण ω, तथा जिस माध्यम में यह रहता है उसकी प्रकृति पर निर्भर करता है। किसी विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण पट्टिका की सीमा (boundary) पर निर्भर करता है। अतः समान सामर्थ्य तथा समान सीमा वाली सभी पट्टिकाओं के कारण समान ठोस कोण बनाने वाले सभी विन्दुओं पर समान विभव होता है।

किसी चुम्बकीय पट्टिका के अति समीप किसी विन्दु पर विभव $2\pi\varphi$ होता है, जहाँ φ उस पट्टिका की सामर्थ्य है; क्योंकि, जैसे-जैसे विन्दु पट्टिका के समीप आता जाता है, ठोस कोण ω का मान बढ़ता जाता है और पट्टिका के तल के अति समीप किसी विन्दु पर ठोस कोण 2π के बराबर होता है। यदि पट्टिका लगभग बन्द हो (चित्र 20), तो किसी बाह्य विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण लगभग शून्य होगा और किसी अंतरंग (internal) विन्दु पर ठोस कोण लगभग 4π होगा। अतः पूर्ण बन्द पट्टिका के किसी बाह्य विन्दु पर विभव शून्य होता है तथा किसी अंतरंग विन्दु पर विभव $=4\pi\varphi$ होता है।

(चित्र 20)

किसी चपटी वृत्ताकार चुम्बकीय पट्टिका के अक्ष पर स्थित किसी विन्दु पर विभव और तीव्रता (Potential and intensity due to a flat circular magnetic shell at a point on its axis)— मान लें, एक वृत्ताकार पट्टिका AB है, जिसकी त्रिज्या r और सामर्थ्य φ है। इस पट्टिका के अक्ष OX पर कोई विन्दु P है जिसकी दूरी पट्टिका के केन्द्र O से, मान लें, x है (चित्र 21)। विन्दु P पर तीव्रता ज्ञात करनी है। यदि पट्टिका AB के द्वारा P पर बनाया गया ठोस कोण ω हो, तो $\omega=2\pi\ (1-\cos\theta)$, जहाँ θ वह अर्धोदग्र-कोण (semivertical angle) है जो AB, विन्दु P पर बनाता है।

(चित्र 21)

अतः P पर विभव

$$V=\varphi\omega=2\pi\varphi(1-\cos\theta)$$

$$\text{या } V=2\pi\varphi\left[1-\frac{x}{(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

अब, किसी विन्दु पर तीव्रता उस विन्दु पर विभव के परिवर्तन की दर होती है,

अर्थात् $$F=-\frac{dV}{dx}.$$

अतः P विन्दु पर तीव्रता,

$$F=-\frac{dV}{dx}=-2\pi\varphi.\ \frac{d}{dx}\left[1-\frac{x}{(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}\right]$$

$$=-2\pi\varphi\left[-\frac{1}{(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}+x.\tfrac{1}{2}.\frac{2x}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$$

$$=-2\pi\varphi\left(\frac{-(x^2+r^2)+x^2}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}\right)$$

$$=\frac{2\pi\varphi r^2}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \qquad \ldots (32)$$

तीव्रता की दिशा पट्टिका के अन्वक्ष (along the axis) होगी।

जैसा कि हमलोग विद्युत् (electricity) के अध्याय में देखेंगे कि यदि r त्रिज्या के एक वृत्ताकार तार से i वि० चु० इकाई (e.m.u.) की धारा प्रवाहित होती है तो उस कुण्डली के अक्ष पर केन्द्र से x दूरी पर उत्पन्न क्षेत्र की तीव्रता भी $\frac{2\pi ir^2}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$ ही होती है जो समीकरण (32) में दिये गये व्यंजक के बराबर है। इससे ऐसा लगता है कि धारायुक्त विद्युत्-परिपथ (electric circuit carrying current) एवं चुम्बकीय पट्टिका (magnetic shell) दोनों ही समरूप हैं।

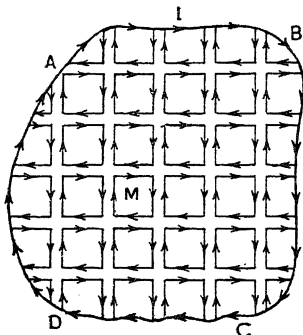
1.17. चुम्बकीय पट्टिका एवं विद्युत्-परिपथ में समरूपता (Equivalence between magnetic shell and electric circuit)

चुम्बकीय पट्टिका एवं विद्युत्-परिपथ के बीच में समरूपता निम्नलिखित बातों से स्पष्ट होती है।

जिस प्रकार धारायुक्त विद्युत् परिपथ अपने चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है, ठीक उसी प्रकार चुम्बकीय पट्टिका भी अपने चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है।

सन् 1837 में, एम्पियर ने, अनेक प्रयोगों के आधार पर यह दिखलाया कि धारायुक्त विद्युत्-परिपथ एवं चुम्बकीय पट्टिका, जिसकी सीमा-रेखा (boundary) परिपथ के संपाती (coincident) हो तथा जिसकी सामर्थ्य, परिपथ में बहने वाली धारा की सामर्थ्य (वि० चु० इकाई में) के बराबर हो, दोनों ही किसी दूरस्थ विन्दु

पर समान चुम्बकीय प्रभाव (विभव एवं क्षेत्र आदि) उत्पन्न करते हैं। इस प्रकार धारायुक्त विद्युत्-परिपथ एवं उपर्युक्त दोनों शर्तों का पालन करने वाली चुम्बकीय पट्टिका आपस में समरूप हैं। दोनों में यह समरूपता परिपथ के आकार (shape) पर निर्भर नहीं करती है, अपितु किसी भी आकार का परिपथ संगत की चुम्बकीय पट्टिका, जो दोनों शर्तों का पालन करती है, के समरूप होता है। यह एम्पियर का प्रमेय (Ampere's theorem) कहलाता है।

चित्र 22 में एक अनियमिताकार विद्युत्-परिपथ $ABCD$ दिखलाया गया है, जिसमें मान लें कि i वि० चु० इकाई की धारा दक्षिणावर्ती दिशा में प्रवाहित हो रही है। समूचे परिपथ को चालकों की छोटी-छोटी जाली (meshes) द्वारा बना हुआ माना जा सकता है, जिसमें से प्रत्येक जाली होकर दक्षिणावर्ती दिशा में धारा प्रवाहित होती है। यदि इन जालियों में से किसी एक जाली M पर विचार करें तो चित्र देखने से स्पष्ट हो जाता है कि इसकी किसी भुजा से होकर प्रवाहित होने वाली धारा द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय प्रभाव, बगल वाली जाली में, समान परन्तु विपरीत दिशा में प्रवाहित होने वाली धारा द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय प्रभाव द्वारा पूर्णत: निष्फल हो जाता है। इस प्रकार सभी जालियों पर विचार करने से स्पष्ट हो जाता है कि धारा का प्रभाव प्रत्येक जगह निष्फल हो जाता है, सिर्फ जाली की उन भुजाओं में बहने वाली धारा का प्रभाव रहता है जो परिपथ से संपाती होती है। अत: परिपथ को ऐसी जाली-निकाय (mesh system) द्वारा प्रतिस्थापित (replaced) किया जा सकता है जिसमें प्रत्येक जाली धारायुक्त लूप (loop) के रूप में है तथा इसे i सामर्थ्य की एक ऐसी छोटी पट्टिका के रूप में माना जा सकता है जिसकी सीमा-रेखा उस जाली की सीमा-रेखा के संपाती हो। इन छोटी-छोटी पट्टिकाओं का समूह, i सामर्थ्य की एक बड़ी पट्टिका के तुल्य है जिसकी सीमा-रेखा (boundary) परिपथ $ABCD$ के संपाती है। यह बड़ी पट्टिका (shell) सम्पूर्ण जाली-निकाय (mesh system) या परिपथ $ABCD$ के समरूप (equivalent) है।

(चित्र 22)

यदि परिपथ एक ऐसे माध्यम में रखा गया हो जिसकी चुम्बकशीलता (permeability) μ हो तो समरूप चुम्बकीय पट्टिका की शक्ति μi होगी।

विद्युत्-परिपथ एवं चुम्बकीय पट्टिका में इस प्रकार की समरूपता (equivalence) किसी विद्युत्-परिपथ, खासकर अनियमित आकार के विद्युत्-परिपथ, के कारण किसी विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की गणना करने में काफी उपयोगी सिद्ध हुई है।

साथ-ही-साथ दोनों में इस प्रकार की समरूपता के ही कारण विद्युत्-धारा की विद्युत्-चुम्बकीय इकाई (electromagnetic unit) की परिभाषा संभव हो सकी है।

जैसा कि ऊपर बताया जा चुका है, यदि r त्रिज्या के एक वृत्ताकार तार से i वि० चु० इ० की धारा प्रवाहित होती हो तो उस के अक्ष पर, केन्द्र से x दूरी पर उत्पन्न क्षेत्र की तीव्रता $=\frac{2\pi ir^2}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$ । साथ-ही-साथ r त्रिज्या एवं φ सामर्थ्य की वृत्ताकार पट्टिका के अक्ष पर, उसके केन्द्र से x दूरी पर उत्पन्न क्षेत्र की तीव्रता $=\frac{2\pi\varphi r^2}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}$ । दोनों आपस में समरूप या समतुल्य तभी हो सकते हैं जब कि

$$\frac{2\pi\varphi r^2}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{2\pi ir^2}{(x^2+r^2)^{\frac{3}{2}}} \text{ यानी } \varphi=i.$$

साधित उदाहरण

1. किसी छोटे चुम्बक के घूर्ण की गणना करें यदि चुम्बक के अक्ष से 60° पर झुकी हुई किसी रेखा पर, उसके केन्द्र से 5 सें०मी० की दूरी पर स्थित किसी विन्दु पर चुम्बकीय विभव का मान 2 सी०जी०एस० इकाई हो।

(P. U. 1964 A; Utkal '52)

(Calculate the moment of a short magnet if the potential at a point 5 cm. away from its centre on a line inclined at an angle of 60° with the axis of the magnet is 2 C. G. S. units.)

किसी छोटे चुम्बक के कारण किसी विन्दु पर विभव $V=\frac{M\cos\theta}{r^2}$.

जहाँ θ, विन्दु और चुम्बक के केन्द्र से मिलाने वाली रेखा एवं चुम्बकीय अक्ष के बीच का कोण है तथा r विन्दु की दूरी है।

यहाँ $r=5$ सें०मी०, $\theta=60°$, $V=2$ इकाई तो $M=?$

अत: $$2=\frac{M\cos 60°}{5^2}=\frac{M\times\frac{1}{2}}{25},$$

$$\therefore \quad M=100 \text{ इकाई।}$$

2. एक चुम्बक को किसी तार द्वारा (जिसमें कोई ऐंठन नहीं है) चुम्बकीय याम्योत्तर में निलम्बित कर दिया गया है। जब तार के ऊपरी सिरे को आधा ऐंठ दिया जाता है तो चुम्बक याम्योत्तर से 30° विक्षेपित हो जाता है, तो बताएँ कि चुम्बक को याम्योत्तर से 45° से विक्षेपित करने के लिए तार के ऊपरी सिरे को कितना ऐंठना पड़ेगा।

(A magnet suspended by a wire hangs in a magnetic meridian

when the wire is untwisted. If on turning the upper end of the wire half round, the magnet is deflected 30° from the meridian, show how much the upper end must be twisted to deflect the magnet 45° from the meridian.)

जब किसी चुम्बक को किसी कोण θ से विक्षेपित किया जाता है तो यह दो बलयुग्मों के सम्मिलित प्रभाव के अन्दर साम्य स्थिति में रहता है—यथा (*i*) नियंत्रक बलयुग्म, जिसका घूर्ण $MH\sin\theta$ होता है जो चुम्बक को पूर्व स्थिति में लाने की चेष्टा करता है तथा (ii) विक्षेपक बलयुग्म, जिसका घूर्ण, एक निश्चित सीमा तक, धागे में ऐंठन के समानुपाती होता है, जो चुम्बक को विक्षेपित करने की चेष्टा करता है।

जब धागे को आधा ऐंठ दिया जाता है यानी उसमें 180° का ऐंठन दिया जाता है तो चुम्बक 30° से विक्षेपित हो जाता है। स्पष्टत: धागे में ऐंठन $=(180°-30°)=150°$.

अत: $$150° \propto MH\sin 30°.$$

अब यदि चुम्बक को 45° से विक्षेपित करने के लिए धागे या तार के सिरे को θ° से ऐंठना पड़े तो $$\theta-45° \propto MH\sin 45°.$$

अत: $$\frac{\theta-45°}{150°}=\frac{\sin 45°}{\sin 30°}=\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}.$$

$$\therefore \quad \theta=(150\sqrt{2}+45)°.$$

3. 1000 इकाई घूर्ण वाले चुम्बक को चुम्बकीय याम्योत्तर से 60° विक्षेपित करने में किये गये कार्य की गणना करें। ($H=0{\cdot}36$ ओरस्टेड)

(Calculate the work done in rotating a magnet of moment 1000 units through an angle of 60° from its position along magnetic meridian. $H=0{\cdot}36$)

चुम्बक को θ कोण से विक्षेपित करने में किया गया कार्य
$$W=MH(1-\cos\theta).$$
यहाँ पर $M=1000$ इकाई, $H=0{\cdot}36$, $\theta=60°$.

अत: $$W=1000\times 0{\cdot}36(1-\cos 60°)$$
$$=1000\times 0{\cdot}36\times(1-\tfrac{1}{2})$$
$$=1000\times 0{\cdot}36\times\tfrac{1}{2}=180 \text{ अर्ग।}$$

4. किसी छड़-चुम्बक के अक्ष पर, केन्द्र से 10 सें०मी० एवं 20 सें०मी० की दूरी पर स्थित विन्दुओं पर तीव्रता 18 : 1 के अनुपात में है। चुम्बक की चुम्बकीय लम्बाई निकालें। (Poona 1965)

(The intensities at two points on the axis of a bar magnet at distances 10 cm. and 20 cm. respectively from its centre are in the ratio 18 : 1. Calculate the magnetic length of the magnet.)

$2l$ चुम्बकीय लम्बाई के छड़-चुम्बक के केन्द्र से, उसके अक्ष पर, d दूरी पर स्थित किसी विन्दु पर चुम्बकीय तीव्रता $H=\dfrac{2Md}{(d^2-l^2)^2}$.

अतः $$H_1=\frac{2M\times 10}{(10^2-l^2)^2}$$

एवं $$H_2=\frac{2M\times 20}{(20^2-l^2)^2}.$$

$$\therefore \quad \frac{H_1}{H_2}=\frac{18}{1}=\frac{10}{(10^2-l^2)^2}\times\frac{(20^2-l^2)^2}{20}$$

$$\therefore \quad \frac{(20-l^2)^2}{(10^2-l^2)^2}=36=6^2$$

$$\therefore \quad \frac{20^2-l^2}{10^2-l^2}=6$$

या $$400-l^2=600-6l^2$$

या $$5l^2=200$$

या $$l^2=40; \qquad \therefore \quad l=6\cdot32 \text{ सें॰मी॰ ।}$$

अतः चुम्बक की चुम्बकीय लम्बाई $=2l=12\cdot64$ सें॰मी॰

5. समान लम्बाई के दो छड़-चुम्बक A एवं B, जिनमें A की ध्रुव-सामर्थ्य B की दुगुनी है एक साथ उत्तर ध्रुव पर एक-दूसरे के लम्बवत् बाँध दिये गये हैं। इस प्रकार के निकाय को यदि लकड़ी के तख्ते पर रखकर पानी में तैरा दिया जाय तो बताएँ कि साम्य-स्थिति में A चुम्बकीय याम्योत्तर से कौन-सा कोण बनायगा।

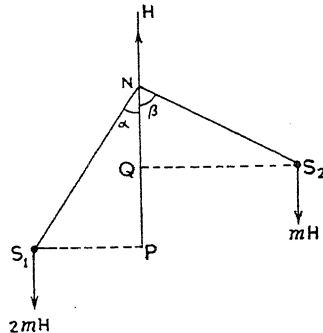
(B. U. 1953 S, '54 A)

(Two bar magnets A and B of equal length, A having twice the pole strength of B, are fixed at right angles to each other with their north poles in contact. If the system were placed on a floating piece of wood free to move in the earth's magnetic field, find the angle which A would make with the meridian.)

साम्य-स्थिति में निकाय इस प्रकार स्थिर होता है कि मान लें A, चुम्बकीय याम्योत्तर से α तथा B, β कोण बनाता है ताकि $\alpha+\beta=90°$.

A के दक्षिण ध्रुव पर लगता हुआ बल $=2mH$, जिसके द्वारा उत्पन्न बलयुग्म निकाय को दक्षिणावर्ती घुमाना चाहेगा। B के दक्षिण ध्रुव पर लगता हुआ बल $=mH$, जिसके द्वारा उत्पन्न बलयुग्म निकाय को वामावर्ती घुमाना चाहेगा एवं साम्य स्थिति में दोनों बलयुग्मों के घूर्ण बराबर होंगे; अर्थात्

$$2mH\times S_1P=mH\times S_2Q$$

(जहाँ S_1P एवं S_2Q, S_1 एवं S_2 से NP पर लम्ब हैं)

या $$\frac{S_1P}{S_2Q}=\frac{mH}{2mH}=\frac{1}{2}$$

(चित्र 23)

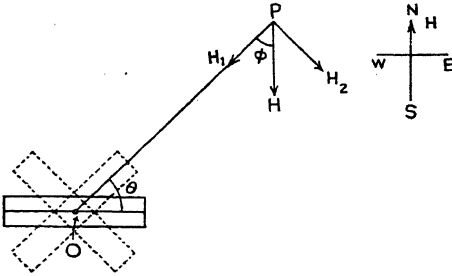
या $$\frac{l\sin\alpha}{l\sin\beta}=\frac{1}{2}$$

या $$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{1}{2}$$

या $$\frac{\sin\alpha}{\sin(90-\alpha)}=\frac{1}{2}$$

या $$\tan\alpha=\frac{1}{2};\quad \therefore\quad \alpha=26{\cdot}6^\circ$$ (करीब-करीब)।

6. एक छड़-चुम्बक O विन्दु पर इस प्रकार रखा हुआ है कि उसका अक्ष क्षैतिज एवं चुम्बकीय याम्योत्तर के लम्बवत् है। यदि P उदासीन विन्दु हो तो दिखलाएँ कि चुम्बक के अक्ष एवं OP के बीच का कोण$=\tan^{-1}\sqrt{2}$. (B. U. 1957 S, '63 A)

(A short magnet is placed at O with its axis horizontal and perpendicular to the magnetic meridian. If P is the neutral point, show that the angle between OP and the axis of the magnet is $\tan^{-1}\sqrt{2}$.)

(चित्र 24)

चुम्बक के कारण P दिशा में क्षेत्र की तीव्रता $H_1=\frac{2M\cos\theta}{OP^3}$, $\overrightarrow{PO}$ की दिशा में तथा OP के अभिलम्बवत् क्षेत्र की तीव्रता

$$H_2=\frac{M\sin\theta}{OP^3},\ \overrightarrow{PH_2}$$ कि दिशा में,

ताकि परिणामी तीव्रता दक्षिण की ओर $\overrightarrow{PH}$ की दिशा में अभिमुख हो, कारण P उदासीन विन्दु है।

यदि परिणामी तीव्रता OP के साथ φ कोण बनाती हो तो $\tan\varphi=\frac{H_2}{H_1}=\frac{1}{2}\tan\theta$.

चित्र से स्पष्ट है कि

$$\varphi=90-\theta.$$

$$\therefore\quad \tan\varphi=\tan(90-\theta)=\cot\theta=\frac{1}{\tan\theta}.$$

अतः $\tan\varphi = \frac{1}{\tan\theta} = \frac{1}{2}\tan\theta$

या $\tan^2\theta = 2;$

$\therefore \quad \tan\theta = \sqrt{2}; \qquad \therefore \quad \theta = \tan^{-1}\sqrt{2}.$

7. M घूर्ण वाले छड़-चुम्बक से d दूरी पर M_1 घूर्ण की एक चुम्बकीय सूई इस प्रकार रखी गयी है कि चुम्बक के केन्द्र से सूई की स्थिति को मिलाने वाली रेखा चुम्बक के अक्ष से θ कोण बनाती है, तो दिखलाएँ कि सूई पर जो बलयुग्म लगता है उसका महत्तम घूर्ण $\frac{MM_1\sqrt{1+3\cos^2\theta}}{d^3}$ होगा। चुम्बकीय सूई की, साम्य-स्थिति में, दिशा भी निकालें। (Nagpur, 1952)

(A small magnetic needle of moment M_1 is situated at a large distance d from a short bar magnet of moment M. If the radius vector d is inclined at an angle θ to the magnetic axis of the magnet, show that the maximum couple acting on the needle is $\frac{MM_1\sqrt{1+3\cos^2\theta}}{d^3}$. Find the direction of the equilibrium position of the needle.)

किसी छड़-चुम्बक के अक्ष से θ कोण पर झुकी किसी रेखा पर, चुम्बक के केन्द्र से d दूरी पर स्थित किसी विन्दु P पर चुम्बकीय तीव्रता

$$H = \frac{M\sqrt{1+3\cos^2\theta}}{d^3}.$$

यदि उस विन्दु पर M घूर्ण की चुम्बकीय सूई को रखा जाय तथा वह क्षेत्र की दिशा से α पर झुकी हो तो उस पर लगने वाले बलयुग्म का घूर्ण

$$= M_1H\sin\alpha$$

$$= \frac{MM_1\sqrt{1+3\cos^2\theta}}{d^3}\sin\alpha.$$

यह घूर्ण महत्तम होगा जब $\alpha = 90°$ तथा उस दशा में घूर्ण का महत्तम मान

$$= \frac{MM_1\sqrt{1+3\cos^2\theta}}{d^3}.$$

स्थायी स्थिति में, सूई क्षेत्र की दिशा में स्थिर रहेगी जो तिर्यक्-रेखा (radius vector), यानी चुम्बक के केन्द्र से सूई की स्थिति को मिलाने वाली रेखा, के साथ φ कोण बनाती है जहाँ

$$\tan\varphi = \tfrac{1}{2}\tan\theta.$$

8. एक चुम्बक चकती के आकार में है जिसकी त्रिज्या 8 सें०मी० एवं मुटाई 5 मि०मी० है तथा इसका पृष्ठ-घनत्व (surface density) 14 ध्रुव/सें०मी०^2 है। चकती के अक्ष पर, केन्द्र से 6 सें०मी० की दूरी पर चुम्बकीय विभव एवं तीव्रता का मान ज्ञात करें। (Allahabad 1966)

(A magnet is in the form of a disc of radius 8 cm. and thickness 5 mm. Its surface density is 14 poles/cm². Calculate the potential and intensity of magnetic field on the axis of the disc at a distance of 6 cm. from its centre.)

a त्रिज्या एवं φ सामर्थ्य वाली वृत्ताकार चुम्बकीय पट्टिका के कारण उसके अक्ष पर, केन्द्र से x दूरी पर स्थित किसी विन्दु पर चुम्बकीय विभव

$$V=2\pi\varphi\left(1-\frac{x}{(x^2+a^2)^{\frac{1}{2}}}\right)$$

यहाँ $a=8$ सें०मी०, $x=6$ सें०मी०, $\varphi=14\times0{\cdot}5=7$ इकाई।

अत:
$$V=2\times\frac{22}{7}\times7\left[1-\frac{6}{(36+64)^{\frac{1}{2}}}\right]$$
$$=44[1-\tfrac{6}{10}]$$
$$=17{\cdot}6 \text{ इकाई।}$$

अत: उस विन्दु पर चुम्बकीय तीव्रता

$$H=-\frac{dV}{dx}=\frac{2\pi a^2\varphi}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$
$$=\frac{2\times\frac{22}{7}\times64\times7}{(36+64)^{\frac{3}{2}}}$$
$$=\frac{2\times22\times64}{100\times10}=2{\cdot}816 \text{ ओरस्टेड।}$$

प्रश्नावली १

(अ)

1. (a) इकाई, चुम्बकीय ध्रुव एवं चुम्बकीय क्षेत्र की परिभाषा दें। क्या चुम्बकीय बल एवं चुम्बकीय तीव्रता में कोई अन्तर है ?

(b) किसी समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में किसी चुम्बक की क्रिया का वर्णन करें— एतदर्थ चुम्बक के चुम्बकीय घूर्ण की परिभाषा दें। क्या चुम्बकीय घूर्ण सदिश राशि है ?

[(a) Define unit magnetic pole and unit field. (Punjab 1946)

Is there any difference between magnetic force and magnetic intensity ? (Punjab 1951)

(b) Describe the action of a magnet in a uniform magnetic field and hence define the magnetic moment of a magnet. Is magnetic moment a vector quantity ?]

(B. U. 1957 A; Punjab 1952; Vikram 1962)

2. चुम्बकीय घूर्ण की परिभाषा दें। किसी चुम्बकीय क्षेत्र H की दिशा से θ कोण बनाते हुए कोई चुम्बक निलम्बित किया गया है तो उसमें संचित ऊर्जा की गणना करें।

[Define magnetic moment. Calculate the energy stored in a magnetic field system when a magnet is held in a uniform magnetic field H with its axis making an angle θ with the direction of H.]

(B. U. 1953 S)

3. चुम्बकीय विभव की परिभाषा दें। किसी छोटे छड़-चुम्बक के समीपस्थ किसी विन्दु पर चुम्बकीय विभव का मान निकालें।

[Define magnetic potential. (B. U. 1958 S)

Find an expression for the potential at a point in the neighbourhood of a small magnet.] (B. U. 1957 S, '58 S; Patna 1956 S)

4. चुम्बकीय तीव्रता की परिभाषा दें। किसी छोटे छड़-चुम्बक के समीपस्थ किसी विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान निकालें। एतदर्थ दिखलाएँ कि किसी छोटे चुम्बक के कारण अंताभिमुखी स्थिति में किसी विन्दु पर चुम्बकीय तीव्रता उतनी ही दूरी पर पार्श्वाभिमुखी स्थिति में स्थित विन्दु पर की तीव्रता की दुगुनी होती है।

[Define magnetic intensity.

Determine magnetic intensity at a point in the neighbourhood of a small bar magnet. (B. U. 1958 S, '65; Patna 1955 S, '57)

Hence show that the field due to a short magnet at any point in end-on position is double that at an equidistant point in the broad-side-on position.] (Calcutta 1962)

5. दिखलाएँ कि चुम्बकीय घूर्ण को किसी सदिश राशि—यथा बल या वेग—की तरह विघटित किया जा सकता है। एतदर्थ किसी छोटे चुम्बक के समीपस्थ किसी विन्दु पर चुम्बकीय तीव्रता का मान निकालें।

[Show that the magnetic moment of a very short magnet may be resolved as a vector, like force or velocity. Hence obtain the intensity of the field due to such a magnet at a point in its neighbourhood.] (B. U. 1960 S, '57)

6. दो छोटे छड़-चुम्बकों के बीच, जिनके अक्ष एक ही सीध में हैं, बल एवं बल-युग्म का मान निकालें।

[Calculate the force and couple between two short magnets placed with their axes in the same st. line.],

(Punjab 1965; Patna '63; Alld. '63, Madras '64.)

7. दो छोटे छड़-चुम्बक इस प्रकार रखे गये हैं कि उनके अक्ष एक दूसरे के लम्बवत् हैं। उनके बीच बल एवं बलयुग्म का मान निकालें। यदि कोई वैषम्य है तो उसकी व्याख्या करें।

[Two short bar magnets are lying so that the axis of one produced bisects the axis of the other at right angles. Find the expression for force and couple between them. Explain the paradox, if any.]

(Punjab 1962, '60, '59; Agra '58; Rajasthan '53; Madras '66)

8. चुम्बकीय विभव एवं तीव्रता की परिभाषा दें। उनमें क्या सम्बन्ध है?

किसी छोटे छड़-चुम्बक के समीपस्थ किसी विन्दु पर चुम्बकीय विभव का मान निकालें। एतदर्थ उस विन्दु पर चुम्बकीय तीव्रता का मान ज्ञात करें।

[Define magnetic potential and intensity at a point. How are they related to each other ? (B. U. 1956; Karnatak 1962)

Determine the potential at a point in the neighbourhood of a short magnet and hence deduce the intensity at that point.]

(Poona 1962; B. U. '58 S; Patna '53 S)

9. समरूप ढंग से चुम्बकित किसी गोले के कारण विन्दु पर चुम्बकीय विभव एवं तीव्रता ज्ञात करें।

[Find expressions for potential and intensity of magnetic field at a point due to uniformly magnetised sphere.]

(Lucknow 1964, '58; Agra '62]

10. चुम्बकीय पट्टिका से क्या समझा जाता है ? चुम्बकीय पट्टिका की सामर्थ्य की परिभाषा दें। पट्टिका के कारण किसी विन्दु पर विभव निकालें।

[Explain what is meant by a magnetic shell. Define the strength of a magnetic shell. Calculate the potential at any point due to a shell.]

(Agra 1966; Nagpur '65; Bombay '65; Ranchi '63; Punjab '58, 56; Bihar '54, '55, '52, '61; Patna '55, '57)

11. चुम्बकीय पट्टिका एवं विद्युत्-परिपथ में साम्य का वर्णन करें।

समतल वृत्ताकार पट्टिका के अक्ष पर किसी विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता के लिए व्यंजक प्राप्त करें। एतदर्थ वृत्ताकार कुण्डली, जिसमें धारा बह रही है, के अक्ष पर स्थित किसी विन्दु पर क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करें।

[Discuss the equivalence of a magnetic shell and a circuit carrying current. (B. U. 1958 S, '59, '61)

Obtain an expression for the intensity of the magnetic field at a point on the axis of a plane circular shell, and hence at a point on the axis of circular coil carrying a current.]

(Bihar 1964, '63 S; Punjab '58 S; Agra '57, '56; Nagpur '55; Delhi '56)

(ब)

1. 2 सें०मी० लम्बे चुम्बक की ध्रुव-सामर्थ्य 90 इकाई है। इसके केन्द्र से 9 सें०मी० की दूरी पर, अंताभिमुखी-स्थिति में स्थित किसी विन्दु पर विभव निकालें।

[A 2 cm. long magnet has a pole strength of 90 units. Find the potential at a point 9 c.m. in the end-on position.]

(Lucknow 1953) (उत्तर : 2·25 इकाई)

2. 20 सी० जी० एस० इकाई घूर्ण वाले चुम्बक के मध्य-विन्दु से खींची गयी रेखा, जो अक्ष के साथ 60° का कोण बनाती है, केन्द्र से 5 सें०मी० की दूरी पर विभव निकालें।

[Calculate the potential at a point on a line passing through the middle point of a magnet of moment 20 C. G. S. units, at an angle of 60° with its axis, the point being 5 cm. away from the centre of the magnet.] (Bhag. 1963 S) (उत्तर : 0·4 units)

3. 400 सी० जी० एस० इकाई घूर्ण वाला चुम्बक इस प्रकार रखा गया है कि उसका उत्तर ध्रुव चुम्बकीय पश्चिम दिशा में है। चुम्बक के केन्द्र से उदासीन विन्दु की दूरी ज्ञात करें। ($H = 0{\cdot}25$ ओरस्टेड)

[A short magnet of magnetic moment 400 C. G. S. units is placed with its north pole pointing to the magnetic west. Calculate the distance of neutral point from its centre. ($H = 0{\cdot}25$ oersted]

(Nagpur 1964) (उत्तर : 13·13 cm.)

4. 1000 सी० जी० एस० इकाई घूर्ण वाले चुम्बक को चुम्बकीय याम्योत्तर से $90°$ घुमाने में कितना कार्य करना पड़ेगा यदि उस स्थान पर $H = 0{\cdot}16$ ओरस्टेड हो ?

[The moment of a magnet is 1000 C. G. S. units. How much work is done in turnining it through $90°$ from the meridian at a place where $H = 0{\cdot}16$ oersted ?] (Bihar U. 1964) (उत्तर : 160 अर्ग)

5. इकाई ध्रुव-सामर्थ्य एवं 10 सें०मी० लम्बाई वाला चुम्बक, एक समरूप क्षैतिज क्षेत्र में, जिसकी तीव्रता 0·18 इकाई है, स्वतंत्र रूप से निलम्बित किया गया है। यदि चुम्बक को प्रारम्भिक विरामावस्था से $30°$ विक्षेपित कर दिया जाय तो उसे पूर्वस्थिति में लाने की चेष्टा करने वाले बलयुग्म के घूर्ण का मान निकालें।

[A magnet 10 cm. long with poles of unit strength is freely suspended in a horizontal uniform field of intensity 0·18 units. Calculate the moment of the couple tending to restore the magnet to its original position of rest when it is deflected through $30°$ from that position.] (Cal. 1950) (उत्तर : 0·9 dynes/cm.)

6. एक चुम्बक के मध्य विन्दु से, अक्ष के साथ $60°$ पर झुकी रेखा पर, 10 सें०मी० की दूरी पर विभव 3 इकाई है। चुम्बक के चुम्बकीय घूर्ण की गणना करें।

[The potential at a point distant 10 cm. from the middle point of a magnet, on a line inclined at an angle of $60°$ with the axis is 3 units. Calculate the magnetic moment of the magnet.]

(Punjab 1959 S) (उत्तर : 600 इकाई)

7. एक चुम्बक को पतले उदग्र तार द्वारा निलम्बित कर दिया गया है तथा जब तार में कोई ऐंठन नहीं है तो यह चुम्बकीय याम्योतर में झूलता है। जब तार के ऊपरी सिरे को $58°$ से ऐंठ दिया जाता है तो चुम्बक $13°$ से विक्षेपित हो जाता है। चुम्बक को $30°$ से विक्षेपित करने के लिए तार के सिरे को कितना ऐंठना पड़ेगा ? ($\sin 13° = 0{\cdot}225$)

[A magnet suspended by a fine vertical wire hangs in the magnetic meridian, when the wire is untwisted. When the upper end is twisted through $58°$, the magnet is deflected by $13°$. Calculate the angle through which the upper end should be turned so that the deflection of the magnet may be $30°$] ($\sin 13° = 0{\cdot}225$)

(Punjab 1955) (उत्तर : $130°$).

8. एक चुम्बकीय पट्टिका 5 सें०मी० त्रिज्या की वृत्ताकार चकती के रूप में है। इसका पृष्ठ-घनत्व 250 ध्रुव/सें०मी०^2 तथा मुटाई 0·1 मि०मी० है। चकती के अक्ष पर, उसके

केन्द्र से 10 सें०मी० की दूरी पर स्थित किसी विन्दु पर चुम्बकीय विभव एवं तीव्रता का मान निकालें ।

[A magnetic shell is in the form of a disc of radius 5 cm. Its surface density is 250 poles/cm.^{2} and its thickness is 0·1 mm. Calculate the potential and intensity on the axis of the disc at a distance of 10 cm. from its centre]

(Magadh 1964 S) (उत्तर : 1·73 इकाई, 0·28 इकाई)

9. एक चुम्बकीय पट्टिका 5 सें०मी० त्रिज्या वाली वृत्ताकार चकती के रूप में है । इसका पृष्ठ-घनत्व 5 ध्रुव/सें०मी०^2 तथा मुटाई 5 मि०मी० है । इसके अक्ष पर, केन्द्र से 10 से०मी० की दूरी पर चुम्बकीय विभव एवं तीव्रता ज्ञात करें ।

[A magnetic shell is in the form of a disc of radius 5 cm. Its surface density is 5 poles/cm^2. and its thickness is 5 mm. Calculate the potential and intensity on the axis of the disc at a distance of 10 cm. from the centre.]

(Ranchi 1963 S; Delhi '51) (उत्तर : 1·66 इकाई, 0·284 ओरस्टेड)

10. एक चुम्बकीय पट्टिका 10 सें०मी० त्रिज्या की वृत्ताकार चकती के रूप में है । इसकी ध्रुव-सामर्थ्य 5 इकाई/सें०मी०^2 है तथा मुटाई 5 मि०मी० है । इसके अक्ष पर, केन्द्र से 20 सें०मी० की दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करें ।

[A magnetic shell is in the form of a disc of raduis 10 cm. Its pole strength per unit area is 5 units/cm^2. and its thickness is 5 mm. Calculate the intensity of the magnetic field on the axis of the disc at a distance of 20 cm. from its centre.]

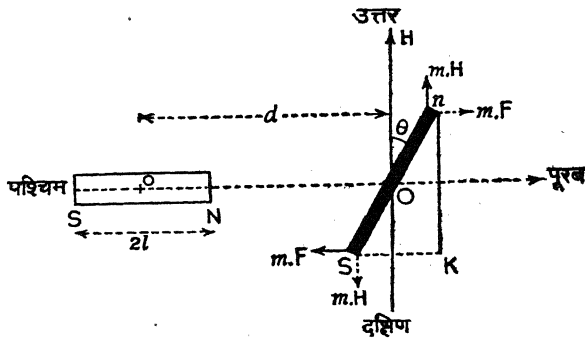
(B. U. 1963 S) (उत्तर : 0·14 ओरस्टेड)

२ चुम्बकत्व-मापन

[MAGNETIC MEASUREMENT]

2.1. यदि किसी चुम्बकीय सूई को दो पारस्परिक लम्बवत् एवं सम (uniform) चुम्बकीय क्षेत्रों में रख दिया जाय तो सूई में विक्षेप उत्पन्न होगा और संतुलन (equilibrium) की अवस्था में सूई स्पज्या-नियम (tangent law) का पालन करेगी। इन दो चुम्बकीय क्षेत्रों में एक नियंत्रक (restoring) क्षेत्र का काम करता है और दूसरा विक्षेपक (deflecting) क्षेत्र का। चुम्बकीय सई पर एक समक्षेत्र तो पृथ्वी के क्षेत्र का क्षैतिज संघटक H होता है जो नियंत्रक क्षेत्र का काम करता है। इसी क्षेत्र के प्रभाव के कारण सूई अपनी प्रारम्भिक स्थिति में आने की चेष्टा करती है। विक्षेपक क्षेत्र पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्र के लम्बवत् रहता है और इसे एक प्रायोगिक चुम्बक की सहायता से उत्पन्न किया जाता है। यदि चुम्बक की मानक स्थितियों में (अर्थात् उन विन्दुओं के लिए जो चुम्बकीय अक्षीय या निरक्षीय रेखा पर स्थित हैं) क्षेत्र की तीव्रता का मान मालूम हो तो चुम्बकीय सूई में विक्षेप उत्पन्न करने के लिए चुम्बकीय सूई को चुम्बक की अक्षीय रेखा (axial line) पर या उसकी निरक्षीय रेखा (equatorial line) पर रखना चाहिए। जब सूई चुम्बक की अक्षीय रेखा के अनु रहती है तो यह स्पज्या-A (tan$A$) स्थिति कहलाती है और जब सूई चुम्बक की निरक्षीय रेखा के अनु रहती है तो यह स्पज्या-B (tan B) स्थिति कहलाती है। इन विधियों का सर्वप्रथम उपयोग गॉस (Gauss) ने किया था।

2.2. गॉस की स्पज्या-A स्थिति (Tan A position of Gauss)

इस स्थिति में चुम्बक NS पूरब-पश्चिम दिशा में स्थित है और ns एक चुम्बकीय सूई है जो चुम्बक की अक्षीय रेखा के O विन्दु पर अपने केन्द्र पर स्वतन्त्र रूप से टगी (लटकी)

(चित्र 25)

हुई है। पृथ्वी के क्षेत्र के क्षैतिज संघटक की दिशा, चित्र में O विन्दु पर चुम्बकीय याम्योत्तर के अनु, H के द्वारा प्रदर्शित की गयी है। यदि चुम्बक नहीं होता तो सूई पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्र के प्रभाव के कारण चुम्बकीय याम्योत्तर में, यानी H के समानान्तर होती। परन्तु चुम्बक के इस स्थिति में होने के कारण चुम्बक का चुम्बकीय क्षेत्र (F) पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्र H के लम्बवत् है। अत: चुम्बक के कारण O विन्दु पर उत्पन्न क्षेत्र की दिशा पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्र की दिशा के समकोणिक होगी। यह मान लिया जाता है कि सूई का आकार इतना छोटा है कि वह जिस वृत्त में घूमेगी उसमें चुम्बक का क्षेत्र सम (uniform) है। यदि सूई की ध्रुवीय सामर्थ्य m हो तो सूई के दोनों सिरों पर mF बल लगते हैं जो मान में बराबर, दिशा में विपरीत तथा एक-दूसरे के समानान्तर हैं। अत: ये विक्षेपक बलयुग्म उत्पन्न कर सूई को F के समानान्तर रखना चाहते हैं। परन्तु सूई के दोनों ध्रुवों पर mH बल भी लगते हैं और वे भी नियंत्रक बलयुग्म उत्पन्न कर सूई को H की दिशा में रखना चाहते हैं। अत: सूई पर दो बलयुग्म काम करते हैं। सूई की जिस स्थिति के लिए इन दोनों बलयुग्मों के घूर्ण के मान आपस में बराबर होते हैं वह स्थिति सूई की साम्यावस्था कहलाती है।

अत: मान लें कि सूई विक्षेप के बाद H के साथ θ कोण बनाती है और सूई की चुम्बकीय लम्बाई $=2l'$.

$\therefore$ नियंत्रक बलयुग्म का घूर्ण $=mH\times sK=mH\times 2l'\sin\theta$ .. (1);

विक्षेपक बलयुग्म का घूर्ण $=mF\times nK$

$$=mF\times 2l'\cos\theta \quad .. \quad (2).$$

अत: साम्यावस्था में $mF\times 2l'\cos\theta=mH\times 2l'\sin\theta$

या
$$F=H\frac{\sin\theta}{\cos\theta}$$

$$F=H.\tan\theta \quad .. \quad (3).$$

यह स्पज्या का नियम कहलाता है।

परन्तु अक्षीय रेखा पर $F=\dfrac{2M.d}{(d^2-l^2)^2}$ .. (4).

जहाँ $d=$चुम्बक तथा चुम्बकीय सूई के केन्द्र के बीच की दूरी है,

$l=$चुम्बक की चुम्बकीय लम्बाई का आधा भाग है,

$M=$चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण है।

$$\therefore \quad \frac{2Md}{(d^2-l^2)^2}=H.\tan\theta$$

$$\therefore \quad \frac{M}{H}=\frac{(d^2-l^2)^2}{2d}.\tan\theta \quad .. \quad (5).$$

यदि d के सापेक्ष l का मान बहुत कम हो तो d^2 की तुलना में l^2 का मान नगण्य माना जा सकता है।

अत: $$\frac{M}{H}=\frac{d^3}{2}.\tan\theta \quad .. \quad (6).$$

इस प्रकार यदि किसी स्थान पर H का मान ज्ञात रहे तो M का मान निकाला जा सकता है या दो चुम्बक के चुम्बकीय घूर्णों की भी तुलना की जा सकती है।

2.3. गॉस की स्पज्या-B स्थिति (Tan B position of Gauss)

स्पज्या-B स्थिति में पृथ्वी का क्षैतिज क्षेत्र H तथा चुम्बक का चुम्बकीय क्षेत्र F एक-दूसरे से समकोण पर रहें इसके लिए चुम्बक NS को पश्चिम-पूरब दिशा में रखा जाता है जैसा कि चित्र से स्पष्ट है और चुम्बकीय सूई ns को चुम्बक की निरक्षीय रेखा पर उत्तर (या दक्षिण) की ओर रखा जाता है।

मान लें कि चुम्बकीय सूई H के साथ θ कोण बनाती है और चूँकि इस स्थिति में F तथा H लम्बवत् हैं, इसलिए

$$F=H.\tan\theta \quad .. \quad (1).$$

परन्तु निरक्षीय रेखा पर

$$F=\frac{M}{(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}} \quad .. \quad (2).$$

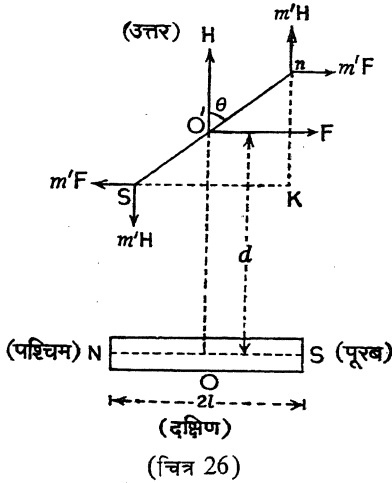
(चित्र 26)

यहाँ M, d तथा l पूर्व बताये गये संकेत हैं।

$$\therefore \quad \frac{M}{(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}=H.\tan\theta.$$

$$\therefore \quad \frac{M}{H}=(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}.\tan\theta \quad .. \quad (3).$$

यदि d के सापेक्ष l बहुत छोटा हो तो l^2 को नगण्य माना जा सकता है।

$$\therefore \quad \frac{M}{H}=d^3.\tan\theta \quad .. \quad (4).$$

सूत्र (3) तथा (4) का प्रयोग कर बहुधा चुम्बकत्वमापी से चुम्बकों के घूर्णों की तुलना की जाती है।

2.4. चुम्बकत्वमापी (Magnetometer)

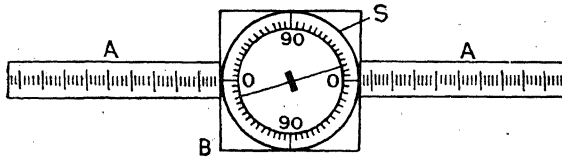
इस यंत्र की सहायता से चुम्बकीय घूर्ण, चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता, चुम्बक की ध्रुवीय सामर्थ्य आदि चुम्बकीय राशियों का मान निकाला जाता है ।

यह दो प्रकार का होता है—

(i) विक्षेप-चुम्बकत्वमापी (deflection magnetometer),

(ii) दोलन-चुम्बकत्वमापी (oscillation magnetometer) ।

2.5. विक्षेप-चुम्बकत्वमापी (Deflection Magnetometer)

यह यंत्र स्पज्या-नियम के सिद्धान्त पर काम करता है । इसमें एक छोटी-सी चुम्बकीय सूई अंशों (degrees) में अंशांकित वृत्त के केन्द्र पर लगी कील पर घूमती रहती है । वृत्ताकार अंकित पैमाना 0°—90° के चार भागों में विभाजित रहता है । सूई के लम्बवत् एक पतला परन्तु लम्बा तथा हलका अलुमीनियम का निर्देशक केन्द्र पर जड़ा रहता है । सूई के साथ-साथ निर्देशक भी घूमता है जिससे सूई छोटी होने पर भी उसके विक्षेप का पठन बड़े वृत्ताकार पैमाने पर निर्देशक की सहायता से लिया जाता है । पैमाने की सतह पर एक समतल दर्पण लगा रहता है ताकि विस्थापनाभास को दूर कर निर्देशक का पठन लिया जा सके । दर्पण में निर्देशक का प्रतिबिम्ब बनता है । अत: जब निर्देशक के ऊपर आँख इस प्रकार रखी जाती है कि निर्देशक का प्रतिबिम्ब निर्देशक के तले छिप जाय, तो विस्थापनाभास का दोष दूर हो जाता है । ये सभी एक बक्से में, जिसका ऊपरी ढक्कन काँच का होता है, बन्द रहते हैं । इस ढक्कन का प्रयोग सूई तथा निर्देशक को धूल तथा हवा के झोंके से बचाने के लिए होता है । इस बक्से को लकड़ी की दो भुजाएँ A, A के मध्यविन्दु पर रख दिया जाता है । इन भुजाओं में एक पैमाना सें०मी० में खुदा होता है जिसका शून्यांक वृत्ताकार पैमाने के केन्द्र पर होता है ताकि केन्द्र से इन भुजाओं पर स्थित किसी विन्दु तक की दूरी सरलता से पढ़ी जा सके ।

(चित्र 27)

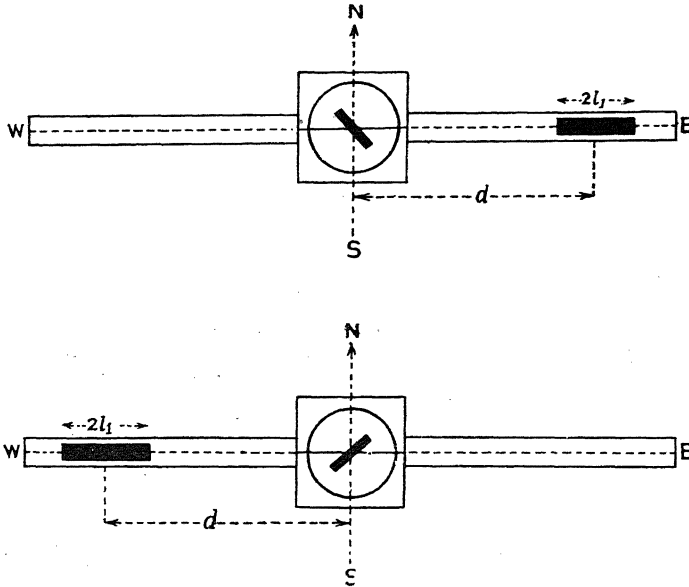
2.6. विक्षेप-चुम्बकत्वमापी द्वारा दो चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्णों की तुलना करना (Comparison of Magnetic Moments of two Bar Magnets by Deflection Magnetometer)

(अ) स्पज्या-A स्थिति (Tan A position)—

(i) **विक्षेप-विधि** (Deflection method)— इस स्थिति में चुम्बकत्वमापी को इस प्रकार रखा जाता है कि इसकी भुजाएँ चुम्बकीय याम्योत्तर के लम्बवत् रहें

यानी पूरब-पश्चिम में रहें। केवल बक्से को घुमाकर (किन्तु भुजा स्थिर रहे) निर्देशक के दोनों सिरों का पठन $0°-0°$ कर लिया जाता है। अब चुम्बकत्वमापी की पूरब वाली भुजा पर चुम्बक को इस प्रकार रखा जाता है कि उसका अक्ष भुजा की लम्बाई के समानान्तर रहे और सूई के केन्द्र से होकर जाय तथा उसका उत्तर ध्रुव सूई की ओर रहे और केन्द्र चुम्बकीय सूई से इतनी दूर हो कि चुम्बकत्वमापी में विक्षेप लगभग $45°$($30°$ से कम या $60°$ से अधिक नहीं) हो। मान लें कि चुम्बक के केन्द्र तथा सूई के केन्द्र के बीच की दूरी d_1 है। निर्देशक के दोनों सिरों का पठन विस्थापनाभास हटाकर लिया जाता है।

अब चुम्बक को उलटकर उसी स्थान पर इस तरह रखा जाता है कि ऊपर वाला पृष्ठ (face) नीचे हो जाय और तब निर्देशक के दोनों सिरों का पठन फिर लिया जाता है।

फिर चुम्बक को उसी स्थान पर इस तरह रखा जाता है कि उसका दक्षिण ध्रुव सूई की ओर रहे और तब निर्देशक के दोनों सिरों का पठन ले लिया जाता है।

(चित्र 28)

चुम्बक को पुनः उसी स्थान पर उलटकर इस तरह रखा जाता है कि ऊपर वाला पृष्ठ (face) नीचे हो जाय और तब निर्देशक के दोनों सिरों का पठन ले लिया जाता है। इस प्रकार एक ही भुजा पर प्रथम चुम्बक से निर्देशक के दोनों सिरों द्वारा विक्षेप के 8 पठन मिलते हैं।

इस चुम्बक को चुम्बकत्वमापी की पश्चिमी भुजा पर उसी दूरी पर रखकर ऊपर बताये गये ढंग से विक्षेप के 8 पठन ले लिये जाते हैं। इस प्रकार विक्षेप के 16 पठनों का औसत, विक्षेप के दोष से मुक्त पठन θ_1 देता है।

अब दूसरा चुम्बक लिया जाता है और मान लें, उसे सूई के केन्द्र से किसी दूरी d_2 पर रख दिया जाता है और ऊपर की सभी क्रियाएँ कर, विक्षेप के 16 पठन प्राप्त कर लिये जाते हैं।

मान लें, विक्षेप का औसत पठन दूसरे चुम्बक के लिए θ_2 है। स्पज्या-A स्थिति में चुम्बकीय सूई प्रायोगिक चुम्बक के सापेक्ष अन्ताभिमुखी स्थिति (end-on position) में होती है। अत: यदि M_1 तथा M_2 प्रथम और द्वितीय चुम्बक के चुम्बकीय घूर्ण, d_1 तथा d_2 उनकी सूई के केन्द्र से दूरियाँ और θ_1 तथा θ_2 उनकी स्थितियों के संगत के विक्षेप हों और $2l_1$ तथा $2l_2$ दोनों चुम्बकों की क्रमश: चुम्बकीय लम्बाई हों, तो प्रथम चुम्बक के लिए,

$$\frac{M_1}{H} = \frac{(d_1^2 - l_1^2)^2}{2d_1} . \tan\theta_1 \quad \ldots \quad (1)$$

और द्वितीय चुम्बक के लिए,

$$\frac{M_2}{H} = \frac{(d_2^2 - l_2^2)^2}{2d_2} . \tan\theta_2 \quad \ldots \quad (2);$$

$$\therefore \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{(d_1^2 - l_1^2)^2}{(d_2^2 - l_2^2)^2} . \frac{d_2}{d_1} . \frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} \quad \ldots \quad (3).$$

अत: इस समीकरण से दो चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्णों की तुलना की जा सकती है। परन्तु प्रयोगशाला में बहुधा चुम्बक समान लम्बाई के प्रयुक्त होते हैं और उन्हें समान दूरियों पर रखकर प्रयोग किया जाता है, इसलिए ऐसी अवस्था में

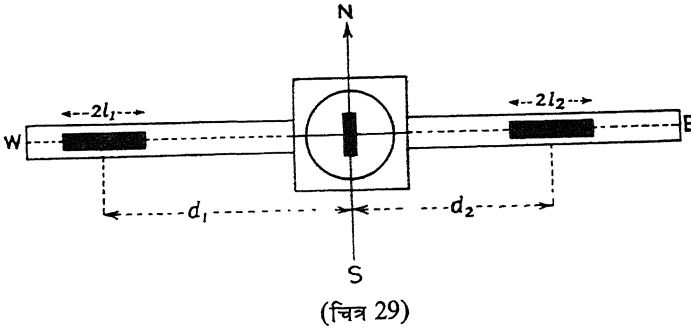
$$d_1 = d_2, \text{ और } 2l_1 = 2l_2.$$

$$\therefore \quad \frac{M_1}{M_2} = \frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} \quad \ldots \quad (4).$$

इस प्रकार $\tan\theta_1$ तथा $\tan\theta_2$ जानकर घूर्णों की तुलना की जा सकती है।

(ii) शून्य-विक्षेप-विधि (Null-deflection method)— इस विधि में ऊपर बताये गये ढंग से प्रथम चुम्बक को चुम्बकत्वमापी की भुजा पर चुम्बकीय सूई के केन्द्र से d_1 दूरी पर रखा जाता है। सूई में विक्षेप होता है। अब द्वितीय चुम्बक को चुम्बकत्वमापी की दूसरी भुजा पर इस तरह रखा जाता है कि सूई का विक्षेप शून्य हो जाय अर्थात् वह अपनी पूर्व शून्य-स्थिति में आ जाय।

ऐसी स्थिति में सूई के केन्द्र पर दोनों चुम्बकों द्वारा आरोपित तीव्रता मान में बराबर होंगी परन्तु दिशा में विपरीत होंगी।

(चित्र 29)

अर्थात्, $$\frac{2M_1d_1}{(d_1^2-l_1^2)^2}=\frac{2M_2d_2}{(d_2^2-l_2^2)^2} \quad .. \quad (1),$$

जहाँ M_1, l_1, d_1, और M_2, l_2, d_2 प्रथम और द्वितीय चुम्बक के लिए क्रमशः चुम्बकीय घूर्ण, उनकी आधी लम्बाई, और सूई के केन्द्र से उनके केन्द्र के बीच की दूरियाँ हैं।

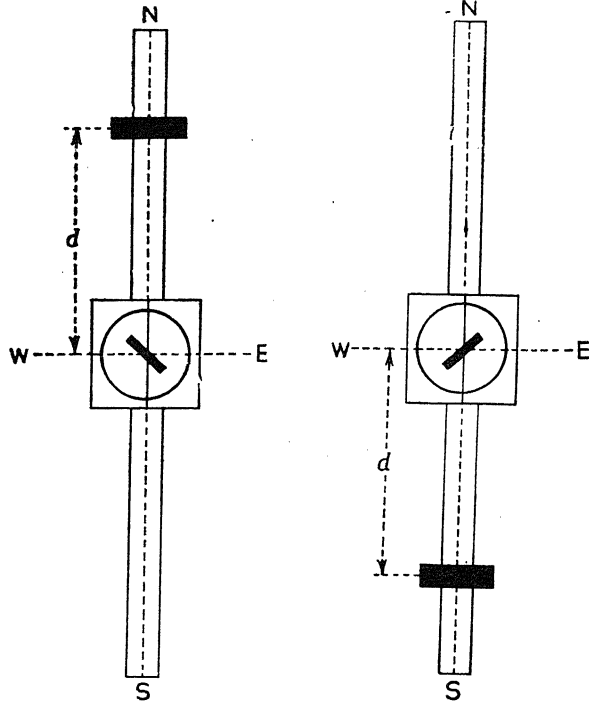
$$\therefore \quad \frac{M_1}{M_2}=\frac{(d_1^2-l_1^2)^2}{(d_2^2-l_2^2)^2}\cdot\frac{d_2}{d_1} \quad .. \quad (2).$$

अत: समीकरण (2) से दो चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्णों की तुलना की जा सकती है।

(ब) स्पज्या-*B* स्थिति (Tan *B* position)—

(i) विक्षेप-विधि (Deflection method)— चुम्बकत्वमापी को घुमाकर इस तरह रखा जाता कि उसकी भुजा चुम्बकीय याम्योत्तर में हो जाय। यहाँ भी केवल बक्से को घुमाकर (किन्तु भुजा स्थिर रहे) निर्देशक का पठन 0°–0° कर लिया जाता है। अब प्रथम चुम्बक को चुम्बकत्वमापी की उत्तरी भुजा पर इस प्रकार रखा जाता है कि उसका उत्तर ध्रुव पूरब की ओर हो यानी उसका अक्ष भुजा की लम्बाई के अभिलम्ब हो तथा उसका लम्बअर्द्धक सूई के केन्द्र से होकर जाय। चुम्बक की स्थिति इस प्रकार समंजित (adjust) की जाती है कि सूई का विक्षेप लगभग 45° (30° से कम या 60° से अधिक नहीं) हो। विस्थापनाभास हटाकर निर्देशक के दोनों सिरों का पठन ले लिया जाता है।

स्पज्या-*A* स्थिति की भाँति चुम्बक के पृष्ठ उलटकर, ध्रुव की दिशा बदलकर और फिर पृष्ठ (face) उलटकर निर्देशक के दोनों सिरों के पठन लिये जाते हैं। अत: एक ही भुजापर चुम्बक रखने से विक्षेप के 8 पठन मिलते हैं। मान लें, चुम्बक की

दूरी सूई के केन्द्र से d_1 है। अब चुम्बक को दक्षिण भुजा पर d_1 के उसी मान के

(चित्र 30)

लिए भिन्न-भिन्न स्थितियों में रखकर विक्षेप के 8 पठन लिये जाते हैं। विक्षेप के 16 पठनों का औसत θ_1 मालूम कर लिया जाता है जो दोषमुक्त रहता है।

दूसरे चुम्बक को लेकर ऊपर की विधि के अनुसार उसे भी सूई से d_2 दूरी पर रखकर विक्षेप के 16 पठन लिये जाते हैं और उनका औसत मान θ_2 मालूम हो जाता है। गणना द्वारा दोनों चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्णों की तुलना की जाती है।

चूंकि स्पज्या-*B* स्थिति में $F = \frac{M}{(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}} = H.\tan\theta$ .. (1),

$$\therefore \quad \frac{M}{H} = (d^2+l^2)^{\frac{3}{2}} \tan\theta \qquad .. \quad (2).$$

यदि M_1, l_1, θ_1, d_1 और M_2, l_2, θ_2 तथा d_2 प्रथम और द्वितीय चुम्बकों के लिए क्रमशः चुम्बकीय घूर्ण, उनकी अर्द्ध लम्बाई, विक्षेप तथा सूई के केन्द्र से उनकी

दूरियाँ हों तो प्रथम चुम्बक के लिए

$$\frac{M_1}{H}=(d_1^2+l_1^2)^{\frac{3}{2}}\cdot \tan\theta_1 \quad .. \quad (3),$$

द्वितीय चुम्बक के लिए $\frac{M_2}{H}=(d_2^2+l_2^2)^{\frac{3}{2}}\cdot \tan\,\theta_2 \quad .. \quad (4).$

$$\therefore \quad \frac{M_1}{M_2}=\frac{(d_1^2+l_1^2)^{\frac{3}{2}}}{(d_2^2+l_2^2)^{\frac{3}{2}}}\cdot\frac{\tan\,\theta_1}{\tan\,\theta_2} \quad .. \quad (5).$$

समीकरण (5) से M_1 तथा M_2 की तुलना की जा सकती है।

प्रयोगशाला में बहुधा एक ही लम्बाई के दोनों चुम्बक दिये जाते हैं अत: उन्हें जब सूई से समान दूरी पर रखकर प्रयोग किया जाता है, तो $d_1=d_2$ और $l_1=l_2$.

$$\frac{M_1}{M_2}=\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} \quad .. \quad (6).$$

अत: ऐसी अवस्था में केवल प्रथम और द्वितीय चुम्बकों के लिए विक्षेप को ही नापकर उनके घूर्णों की तुलना की जाती है।

(ii) **शून्य-विधि** (Null method)— विक्षेप की विधि में बताये गये ढंग से चुम्बकत्वमापी को स्पज्या-*B* स्थिति में व्यवस्थित किया जाता है। प्रथम चुम्बक को चुम्बकत्वमापी की एक भुजा पर सूई के केन्द्र से किसी सुनिश्चित दूरी d_1 पर रखा जाता है और सूई में विक्षेप होता है।

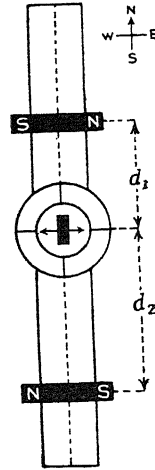
अब दूसरे चुम्बक को चुम्बकत्वमापी की दूसरी भुजा पर पहले की तरह रखकर इस प्रकार समंजित (adjust) किया जाता है कि सूई का विक्षेप शून्य हो जाय। ऐसी अवस्था में सूई के केन्द्र पर, दोनों चुम्बकों द्वारा आरोपित तीव्रता का मान समान परन्तु विपरीत होता है।

(चित्र 31)

यदि M_1, l_1, d_1 और M_2, l_2, d_2 प्रथम और द्वितीय चुम्बक के क्रमश: चुम्बकीय घूर्ण, अर्द्ध लम्बाई और सूई के केन्द्र से उनकी दूरियाँ हों तो

$$F=\frac{M_1}{(d_1^2+l_1^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{M_2}{(d_2^2+l_2^2)^{\frac{3}{2}}} \quad .. \quad (1)$$

या

$$\frac{M_1}{M_2}=\frac{(d_1^2+l_1^2)^{\frac{3}{2}}}{(d_2^2+l_2^2)^{\frac{3}{2}}} \quad .. \quad (2).$$

समीकरण (2) से चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्णों की तुलना की जा सकती है।

नोट—(i) विक्षेप का पठन हमेशा 30° और 60° के बीच में लेना चाहिए क्योंकि 60° के ऊपर θ का मान लेने पर θ में थोड़ी भी अशुद्धि होने पर $\tan\theta$ के मान में अधिक अशुद्धि हो जाती है। 30° के नीचे के मान पर θ का मान लेने पर यंत्र की सुग्राहिता (sensibility) घट जाती है।

(ii) दोनों स्थितियों में चुम्बक को हमेशा चुम्बकत्वमापी की भुजा पर पूरब-पश्चिम रखा जाता है।

(iii) इस यंत्र से स्पज्या-B स्थिति की अपेक्षा स्पज्या-A स्थिति में प्रयोग करना अधिक उत्तम है क्योंकि व्यवस्थापन बहुत अच्छा होता है और किसी दी दुई दूरी के लिए इस स्थिति में क्षेत्र की तीव्रता का मान स्पज्या-B स्थिति में तीव्रता के मान से अधिक होता है जिस कारण स्पज्या-A स्थिति में सूई का विक्षेप अधिक होता है।

2.7. उत्क्रम-वर्ग-नियम का गॉस का प्रमाण एवं विक्षेप-चुम्बकत्वमापी द्वारा इसकी जाँच (Gauss's proof of Inverse Square law and its verification with the help of deflection magnetometer)

अन्ताभिमुखी स्थिति एवं पार्श्वाभिमुखी स्थिति में किसी चुम्बक द्वारा उत्पन्न क्षेत्र की तीव्रता के लिए जो व्यंजक $\left[\text{यानी} \quad F=\frac{2Md}{(d^2-l^2)^2} \text{ एवं } F=\frac{M}{(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}\right]$ प्राप्त किये गये हैं वे उत्क्रम-वर्ग के नियम की सत्यता मानकर ही। अतः चुम्बकत्वमापी के विक्षेप के लिए प्राप्त समीकरण भी, अत्क्रम-वर्ग-नियम की सत्यता पर आधारित हैं।

अतः यदि किसी छोटे चुम्बक एवं विक्षेप-चुम्बकत्वमापी के साथ प्रयोग किया जाय तथा चुम्बकत्वमापी की दोनों स्थितियों में चुम्बक को समान ही दूरी d $(d>>l)$ पर रखने से यदि विक्षेप θ_1 एवं θ_2 हों तो

अन्ताभिमुखी स्थिति में

$$F_1=\frac{2M}{d^3}=H\tan\theta_1 \qquad .. \quad (1),$$

पार्श्वाभिमुखी स्थिति में

$$F_2=\frac{M}{d^3}=H\tan\theta_2 \qquad .. \quad (2);$$

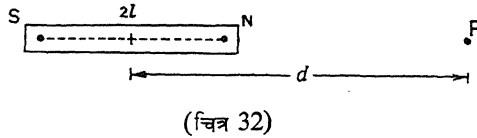
$$\therefore \quad \frac{F_1}{F_2}=\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}=2 \qquad .. \quad (3).$$

अतः यदि उत्क्रम-वर्ग का नियम सही हो तो $\frac{F_1}{F_2}=2$ होना चाहिए। प्रयोग द्वारा पाया जाता है कि प्रायोगिक दोषों के अन्तर्गत $\frac{F_1}{F_2}=\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}$, 2 के बराबर पाया जाता है।

गॉस ने इस नियम को परोक्ष ढंग से साबित किया। उन्होंने माना कि बल का नियम दूरी के किसी घात (power) n के उत्क्रमानुपाती होता है। अतः अन्ताभिमुखी स्थिति में,

P पर चुम्बक के N ध्रुव के कारण तीव्रता

$$=\frac{m}{(d-l)^n},$$

(चित्र 32)

$\overrightarrow{NP}$ की दिशा में

तथा S ध्रुव के कारण P पर तीव्रता $=\frac{m}{(d+l)^n}$, $\overrightarrow{PS}$ की दिशा में।

अतः दिये गये चुम्बक के कारण अन्ताभिमुख स्थिति में किसी विन्दु P पर परिणामी तीव्रता $F_1=\frac{m}{(d-l)^n}-\frac{m}{(d+l)^n}$, $\overrightarrow{NP}$ की दिशा में

$$=m.\frac{(d+l)^n-(d-l)^n}{(d^2-l^2)^n}$$

$$=m.\frac{d^n\left[\left(1+\frac{l}{d}\right)^n-\left(1-\frac{l}{d}\right)^n\right]}{(d^2-l^2)^n}$$

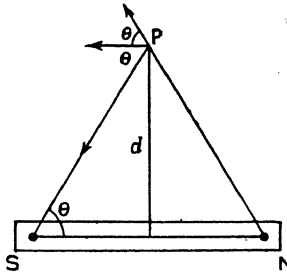
$$=md^n\frac{\left[1+n.\frac{l}{d}+\frac{n(n-1)}{2!}\ \frac{l^2}{d^2}+\frac{n(n-1)\ (n-2)}{3!}\ \frac{l^3}{d}+\ldots -(1-n\frac{l}{d}+\frac{n(n-1)}{2!}\ \frac{l^2}{d^2}-\frac{n(n-1)\ (n-2)}{3!}\ \frac{l^3}{d^3}+\ldots\right]}{(d^2-l^2)^n}$$

$$= \frac{2md^n\left[n\frac{l}{d}+\frac{n(n-1)\,(n-2)}{3!}\,\frac{l^3}{d^3}+\,..\right]}{d^{2n}\left(1-\frac{l^2}{d^2}\right)^n} \quad ..\ ($$

चूँकि l, d की अपेक्षा छोटा होता है अत: $\frac{l^3}{d^3}$ या उससे ऊपरी घात ᵹ

व्यंजक को नगण्य मानने पर

$$= \frac{2md^n n\frac{l}{d}}{d^{2n}\left(1-\frac{l^2}{d^2}\right)^n} = \frac{nMd^{n-1}}{d^{2n}\left(1-\frac{l^2}{d^2}\right)^n} = H\tan\theta_1 \quad ..\ ($$

पुन: उसी चुम्बक से पार्श्वाभिमुख स्थिति में d दूरी पर किसी विन्दु चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

(चित्र 33)

$$F_2 = 2\frac{m}{(d^2+l^2)^{n/2}}.\cos\theta$$

$$= 2.\frac{ml}{(d^2+l^2)^{n/2}.(d^2+l^2)^{\frac{1}{2}}}$$

$$= \frac{M}{(d^2+l^2)^{\frac{n+1}{1}}} = H\tan\theta_2 \quad ..($$

अत: $$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2} = \frac{nMd^{n-1}}{d^{2n}\left(1-\frac{l^2}{d^2}\right)^n} \times \frac{(d^2+l^2)^{\frac{n+1}{2}}}{M}$$

$$= \frac{n.\,d^{n-1}.\,d^{n+1}\left(1+\frac{l^2}{d^2}\right)^{\frac{n+1}{2}}}{d^{2n}.\left(1-\frac{l^2}{d^2}\right)^n}$$

$$= n. \frac{\left(1+\frac{l^2}{d^2}\right)^{\frac{n+1}{2}}}{\left(1-\frac{l^2}{d^2}\right)^n}$$

$$=n. \left(1+\frac{l^2}{d^2}\right)^{\frac{n+1}{2}} \cdot \left(1-\frac{l^2}{d^2}\right)^{-n}$$

$$=n.\left(1+ \frac{n+1}{2} \frac{l^2}{d^2}\right) \left(1+n \frac{l^2}{d^2}\right),$$ $\frac{l}{d}$ के 2 से अधिक घात वाले व्यंजक को नगण्य मान लेने पर।

$$=n. \left(1+ \frac{n+1}{2} \frac{l^2}{d^2}+n\frac{l^2}{d^2}\right)$$

$$=n. \left(1+\frac{3n+1}{2} \frac{l^2}{d^2}\right)$$

$$=n+n. \frac{3n+1}{2} \frac{l^2}{d^2} \quad \ldots (7).$$

यदि $n=2$, तो

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}=2+7\frac{l^2}{d^2} \quad \ldots (8).$$

गॉस ने प्रयोग द्वारा समीकरण (8) को सही पाया तथा वे इस निष्कर्ष पर पहुँचे कि $n=2$। इस प्रकार, परोक्ष रूप से उन्होंने उत्क्रम-वर्ग के नियम की जाँच की।

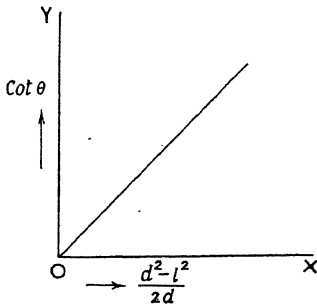
इस नियम की जाँच एक दूसरी विधि से भी निम्नलिखित ढंग से की जा सकती है—

स्पज्या-A स्थिति में यदि M घूर्ण वाले चुम्बक को विक्षेप-चुम्बकत्वमापी की भुजा पर, d दूरी पर रखने से उसका विक्षेप θ हो तो

$$F= \frac{2Md}{(d^2-l^2)^2}=H \tan\theta.$$

$$\therefore \quad \cot\theta=\frac{H}{M}\cdot \frac{(d^2-l^2)^2}{2d} \quad \ldots (9).$$

यहाँ $\frac{H}{M}$ स्थिरांक है; अतः $\cot\theta \propto \frac{(d^2-l^2)^2}{2d}$ अर्थात् $\cot\theta$ एवं $\frac{d^2-l^2}{2d}$ के बीच खींचा गया लेखाचित्र एक सरल रेखा होना चाहिए यदि उत्क्रम-वर्ग का नियम सही हो ।

अत: प्रयोग में, स्पज्या-A स्थिति में चुम्बक को भिन्न-भिन्न दूरियों पर रखकर उसके संगत के विक्षेप का पठन लिया जाता है और तब $\cot\theta$ को Y-अक्ष पर तथा $\frac{d^2-l^2}{2d}$ को X-अक्ष पर लेकर लेखाचित्र खींचा जाता है—जो वस्तुत: सरल रेखा होता है— जिससे उत्क्रम-वर्ग के नियम की जाँच हो जाती है ।

(चित्र 34)

वैकल्पिक विधि— इस नियम की जाँच उदासीन विन्दुओं का पता लगाकर भी की जा सकती है ।

चुम्बक को इस प्रकार रखें कि इसका S ध्रुव उत्तर की ओर हो तथा बलरेखाएँ खींचकर उदासीन विन्दुओं का पता लगाएँ । इस स्थिति में उदासीन विन्दु चुम्बक की अक्षीय रेखा पर पड़ेंगे तथा इसकी दूरी d_1 चुम्बक के केन्द्र से नाप लें ।

पुन: चुम्बक के N ध्रुव को उत्तर की ओर रखकर ऊपर की क्रिया को दुहराएँ । इस स्थिति में उदासीन विन्दु चुम्बक के अक्ष को समकोण पर समद्विभाजित करने वाली रेखा पर पड़ेंगे । चुम्बक के केन्द्र से इनकी दूरी d_2 नाप लें ।

यदि उत्क्रम-वर्ग का नियम सही हो तो $\frac{2M}{d_1^3}=H$ तथा $\frac{M}{d_2^3}=H.$

अर्थात्, $$d_1^3=2d_2^3 \quad \text{.. (10).}$$

प्रयोग द्वारा यह सम्बन्ध सही पाया जाता है जिससे उत्क्रम-वर्ग के नियम की जाँच हो जाती है ।

2.8. विक्षेप-चुम्बकत्वमापी द्वारा चुम्बक की प्रभावकारी लम्बाई ज्ञात करना (Determination of effective length of magnet using deflection magnetometer)

चुम्बक की प्रभावकारी लम्बाई, उसके दोनों ध्रुवों के बीच की दूरी के बराबर होती है तथा साधारणतया दोनों ध्रुवों की स्थिति (position) निर्धारित कर ज्ञात की जाती है । परन्तु, विक्षेप-चुम्बकत्वमापी की सहायता से, ध्रुवों की स्थिति

नेर्धारित किये बिना भी, निम्नलिखित विधि से, चुम्बक की प्रभावकारी लम्बाई ज्ञात की जा सकती है।

चुम्बकत्वमापी एवं दिये गये चुम्बक को गॉस-A की स्थिति में रखा जाता है। चुम्बक को दो विभिन्न दूरियों d_1 एवं d_2 पर रखकर, उनके संगत विक्षेप θ_1 एवं θ_2 ज्ञात कर लिये जाते हैं। यदि l चुम्बक की प्रभावकारी लम्बाई का आधा हो तो

$$\frac{2Md_1}{(d_1^2-l^2)^2}=H\tan\theta_1 \qquad .. \quad (1)$$

या

$$\frac{M}{H}=\frac{(d_1^2-l^2)^2\tan\theta_1}{2d_1} \qquad .. \quad (2)$$

तथा

$$\frac{M}{H}=\frac{(d_2^2-l^2)^2\tan\theta_2}{2d_2} \qquad .. \quad (3).$$

अत:

$$\frac{(d_1^2-l^2)^2\tan\theta_1}{2d_1}=\frac{(d_2^2-l^2)^2\tan\theta_2}{2d_2}$$

या

$$(d_1^3-2l^2d_1)\tan\theta_1=(d_2^3-2l^2d_2)\tan\theta,$$

l के 2 से अधिक घात वाले व्यंजक को नगण्य मानने पर।

$$\therefore\ l^2=\frac{d_1^3\tan\theta_1-d_2^3\tan\theta_2}{(2d_1\tan\theta_1-2d_2\tan\theta_2)} \qquad .. \quad (4).$$

अत: चुम्बक की प्रभावकारी लम्बाई

$$L=2l=2\sqrt{\frac{(d_1^3\tan\theta_1-d_2^3\tan\theta_2)}{(2d_1\tan\theta_1-2d_2\tan\theta_2)}} \qquad .. \quad (5).$$

इस प्रकार d_1, d_2 एवं θ, θ_2 ज्ञात रहने पर L ज्ञात किया जा सकता है।

वैकल्पिक विधि— लेखाचित्र द्वारा चुम्बकीय लम्बाई निकालने की विधि एडसर (Edser) ने निकाली।

गॉस-B की स्थिति में

$$\frac{M}{(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}=H\tan\theta$$

या

$$\frac{M}{H}=(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}\tan\theta.$$

चूँकि $\frac{M}{H}$, दिये गये स्थान एवं चुम्बक के लिए स्थिर होता है, अत:

$$(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}=\frac{K}{\tan\theta}=K\cot\theta \qquad .. \quad (6),$$

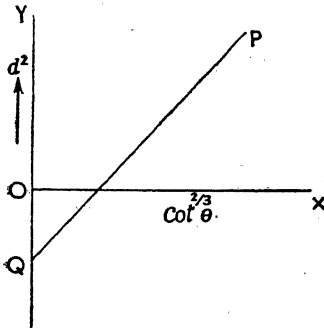
जहाँ $K=\frac{M}{H}$.

$$\therefore (d^2+l^2)= K^{\frac{2}{3}}\cot^{\frac{2}{3}}\theta$$

$$=K'\cot^{\frac{2}{3}}\theta \qquad .. \quad (7),$$

जहाँ $K'=K^{\frac{2}{3}}$.

जहाँ $\cot^{\frac{2}{3}}\theta=0, \qquad l^2=-d^2 \qquad .. \quad (8).$

समीकरण (7) से स्पष्ट है कि $\cot^{\frac{2}{3}}\theta$ को x-अक्ष एवं d^2 का y-अक्ष पर लेकर यदि लेखाचित्र खींचा जाय तो यह सरल रेखा होगा तथा मूल-विन्दु से नीचे, y-अक्ष पर इसका अन्तःखंड (intercept) l^2 के बराबर होगा ।

(चित्र 35)

प्रयोग में चुम्बकत्वमापी एवं दिये गये चुम्बक को गॉस-B की स्थिति में रखा जाता है । चुम्बक को विभिन्न दूरियों पर रखकर, संगत के विक्षेप का मान ज्ञात कर लिया जाता है । तत्पश्चात् $\cot^{\frac{2}{3}}\theta$ को x-अक्ष पर एवं d^2 को y-अक्ष पर लेकर लेखाचित्र खींचा जाता है । इसकी प्रकृति चित्र में दिखलाई गयी है ।

मूल-विन्दु से नीचे y-अक्ष पर का अन्तःखंड OQ, l^2 का मान देता है ।

अतः चुम्बक की प्रभावकारी लम्बाई$=2\sqrt{OQ}$.

2. 9. विक्षेप-चुम्बकत्वमापी द्वारा दो स्थानों पर पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्रों की तुलना करना (Comparison of Earth's horizontal field at two places)

मान लें कि दो स्थानों पर विक्षेप-चुम्बकत्वमापी को स्पज्या-B (Tan B) स्थिति

में रखकर प्रयोग किया जाता है। मान लें कि उन दोनों स्थानों पर पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्र H के मान H_1 तथा H_2 हैं। अत: पहले स्थान पर

$$\frac{M}{H_1}=(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}.\tan\theta_1 \quad .. \quad (1),$$

पृथ्वी के दूसरे स्थान पर

$$\frac{M}{H_2}=(d^2+l^2)^{\frac{3}{2}}.\tan\theta_2 \quad .. \quad (2),$$

जहाँ M, प्रायोगिक चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण है,

d, चुम्बक के केन्द्र की सूई के केन्द्र से दूरी है,

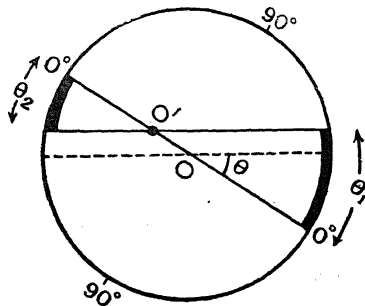
l, चुम्बक की अर्द्ध चुम्बकीय लम्बाई है, तथा θ_1 और θ_2 सूई के दोनों स्थानों पर क्रमशः विक्षेप हैं।

$\therefore$ समीकरण (2) को (1) से भाग देने पर

$$\frac{H_1}{H_2}=\frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} \quad .. \quad (3).$$

इस प्रकार H_1 तथा H_2 की तुलना की जाती है।

2.10. विक्षेप-चुम्बकत्वमापी की प्रयोग-सम्बन्धी कुछ अशुद्धियाँ और उनके सुधार

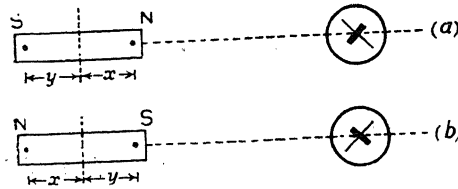
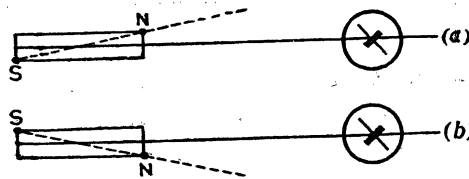
1. सूई के कीलक का वृत्ताकार पैमाने पर न होना (The needle may not be pivoted at the centre of circular scale)— यदि सूई का कीलक वृत्ताकार पैमाने के केन्द्र पर न होगा तो विक्षेप का मान ठीक-ठीक नहीं प्राप्त हो सकता है। चित्र 36 में O वृत्ताकार पैमाने का केन्द्र है। यदि सूई का कीलक O पर होता तो निर्देशक के दोनों सिरों का पठन दोनों पादों (quadrants) में बराबर होता। परन्तु यदि मान लिया जाय कि सूई का कीलक O' पर हो तो निर्देशक के दोनों सिरों का पढ़ा गया पठन अशुद्ध होगा। चित्र में दिखाये गये ढंग के अनुसार एक पाद में विक्षेप का मान θ_1 अधिक होगा तथा दूसरे पाद में विक्षेप का मान θ_2 उचित मान से कम होगा।

$$\therefore \text{ शुद्ध विक्षेप}=\frac{\theta_1+\theta_2}{2}.$$

(चित्र 36)

अत: इस त्रुटि को दूर करने के

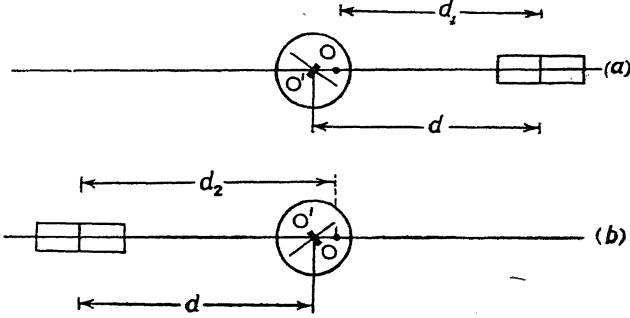
लिए निर्देशक के दोनों सिरों का पठन लिया जाता है।

2. चुम्बक के ध्रुवों का चुम्बक के केन्द्र से समान दूरी पर न होना (Location of poles of magnets at different distances from the centre of magnet)— इस त्रुटि को दूर करने के लिए चुम्बक के ध्रुवों को उसी स्थान पर आपस में बदल दिया जाता है और विक्षेप के पुन: दो और पठन ले लिये जाते हैं। अत: इन दोनों अशुद्धियों को दूर करने के लिए चार पठन हुए (देखें चित्र 37)।

(चित्र 37)

3. चुम्बक के चुम्बकीय अक्ष और उसके ज्यामितीय अक्ष का संपाती (coincident) न होना (Noncoincidence of geometrical axis and magnetic axis of magnet)— प्रयोग की स्पज्या-A स्थिति में चुम्बक को विक्षेप-चुम्बकत्वमापी की भुजा पर इस प्रकार रखते हैं कि सूई उसके ज्यामितीय अक्ष पर रहे।

परन्तु कभी-कभी ऐसा होता है कि चुम्बक का चुम्बकीय अक्ष उसके ज्यामितीय अक्ष का संपाती नहीं होता है। चित्र 38 में N और S को जोड़ने वाली रेखा चुम्बकीय अक्ष है। परन्तु यह स्पष्ट है कि सूई इसके चुम्बकीय अक्ष पर नहीं है। इसलिए विक्षेप का पठन अशुद्ध होगा। अत: इस अशुद्धि को दूर करने के लिए चुम्बक को उसी स्थान पर इस प्रकार पलट दिया जाता है कि ऊपर की सतह (face) नीचे चली आती है। अब ऊपर के प्रेक्षणों (observations) को दुहराया जाता है। अत: इन तीनों अशुद्धियों को दूर करने में कुल आठ पठन प्राप्त होते हैं।

(चित्र 38)

4. भुजाओं के अंकित पैमाने के शून्य का वृत्ताकार पैमाने के केन्द्र पर न होना— यदि भुजाओं पर अंकित पैमाने का शून्य वृत्ताकार पैमाने के शून्य पर न हो तो चुम्बक की मापी गयी दूरी (d) का मान अशुद्ध होगा। मान लें, चित्र 39 में O' वृत्ताकार पैमाने का शून्य है, तथा O भुजाओं पर अंकित पैमाने का शून्य है। अत: जब चुम्बक को दाहिनी भुजा पर रखा जायगा तो दूरी का प्राप्त मान d_1 वास्तविक मान d से कम होगा। उसी प्रकार जब चुम्बक को बायीं भुजा पर उतनी ही दूरी पर रखा

जाता है तो दूरी का पढ़ा हुआ मान d_2 वास्तविक दूरी से अधिक होगा। अतः

(चित्र 39)

चुम्बक को उपकरण की दोनों भुजाओं पर रखकर ऊपर के आठ प्रेक्षणों को दोहरा कर लिया जाता है और इस प्रकार सोलह पठनों का औसत मान विक्षेप का वास्तविक मान देता है जो ऊपर वर्णित त्रुटियों से मुक्त होता है।

विक्षेप के पठन में विस्थापनाभास (parallax) के कारण भी अशुद्धि होती है। अतः प्रयोग में इसे दूर कर पठन लिया जाता है।

2.11. एकरूप चम्बकीय त्रेत्र में चुम्बक का दोलन (Oscillation of a magnet in a uniform magnetic field)

यदि किसी चुम्बक (घूर्ण M) को पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्र (H) में स्वतन्त्रतापूर्वक लटकाया जाता है तो साम्यावस्था में उसका अक्ष क्षेत्र की दिशा के समानान्तर हो जाता है। इस स्थिति से यदि इसे θ कोण से विस्थापित कर दिया जाय तो उसपर एक बलयुग्म कार्य करने लगता है, जिसका घूर्ण$=MH\sin\theta$ एवं जिसकी प्रवृत्ति चुम्बक को पुनः क्षेत्र की दिशा में लाने की होती है— अर्थात् इस बलयुग्म की दिशा चुम्बक के विस्थापन की दिशा के विपरीत होती है। चूंकि यह बलयुग्म चुम्बक को क्षेत्र की दिशा में लाने का प्रयास करता है, अतः उसमें एक कोणीय त्वरण $\frac{d^2\theta}{dt^2}$ उत्पन्न हो जाता है। यदि दोलन-अक्ष (axis of vibration) के परितः चुम्बक का जड़त्वघर्ण I हो तो इस नियंत्रक (restoring) बलयुग्म के घूर्ण का मान$=I\frac{d^2\theta}{dt^2}$.

अतः यदि चुम्बक को बाहर से कोई अन्य प्रकार की ऊर्जा न दी जा रही हो अर्थात् घर्षण के प्रकार का कोई बल न लग रहा हो, तो साम्यावस्था में

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2}=-MH\sin\theta$$

या $$I\frac{d^2\theta}{dt^2}+MH\sin\theta=0 \qquad \ldots (1).$$

चूंकि θ छोटा है, अतः

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2}+MH\theta=0$$

या $$\frac{d^2\theta}{dt^2}+\frac{MH}{I}\theta=0$$

या $$\frac{d^2\theta}{dt^2}+K^2\theta=0, \text{ जहाँ } K^2=\frac{MH}{I} \qquad \ldots (2).$$

मान लें कि इस समीकरण का हल $\theta=e^{\alpha t}$ है .. (3).

अतः $$\frac{d\theta}{dt}=\alpha e^{\alpha t}.$$

एवं $$\frac{d^2\theta}{dt^2}=\alpha^2 e^{\alpha t}.$$

इन मानों को समीकरण (2) में रखने पर

$$\alpha^2 e^{\alpha t}+K^2 e^{\alpha t}=0$$

अर्थात्, $$\alpha^2+K^2=0.$$

$$\therefore \quad \alpha=\pm K\sqrt{-1}=\pm iK, \text{ जबकि } j=\sqrt{-1}.$$

अतः समीकरण (2) का व्यापक हल (General solution)

$$\theta=Ae^{jkt}+Be^{-jkt} \qquad \ldots (4).$$

जिस समय चुम्बक क्षेत्र की दिशा में हो (यानी $\theta=0$) उसी क्षण से समय नोट करना शुरू करें तो $t=0$ पर $\theta=0$ होगा।

अतः समीकरण (4) से

$$0=A+B, \quad \text{या} \quad B=-A.$$

अतः समीकरण (4) का नया रूप

$$\theta=A(e^{jkt}-e^{-jkt}) \text{ हो जाता है} \qquad \ldots (5).$$

समीकरण (5) को अवकलित (differentiate) करने पर

$$\frac{d\theta}{dt}=A(jke^{jkt}+jke^{-jkt})=Ajk\,(e^{jkt}+e^{-jkt}) \qquad \ldots (6).$$

परन्तु $\frac{d\theta}{dt}$, किसी क्षण चुम्बक के कोणीय वेग (angular velocity) का मान

देता है। यदि क्षण $t=0$ तथा $\theta=0$ पर कोणीय वेग का मान ω_0 हो तो समीकरण (6) से

$$\omega_0 = 2AjK.$$

$$\therefore \ A = \frac{\omega_0}{2jK} \quad .. \ (7).$$

यह मान समीकरण (5) में रखने पर,

$$\theta = \frac{\omega_0}{K}\left(\frac{e^{jKt} - e^{-jKt}}{2j}\right)$$

$$= \frac{\omega_0}{K} \sin Kt = \theta_0 \sin Kt \quad .. \ (8),$$

जहाँ $\theta_0 = \frac{\omega_0}{K}$.

समीकरण (8) एक सरल आवर्त्त गति का समीकरण है जिसका आयाम θ_0 एवं आवर्त-काल $\frac{2\pi}{K}$ है।

अत: एकरूप क्षेत्र में दोलन करते हुए चुम्बक का आवर्त-काल

$$T = \frac{2\pi}{K} = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{MH}{I}}} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MH}} \quad .. \ (9).$$

इस समीकरण को प्राप्त करने में मान लिया गया है कि निलम्बन-तंतु (suspension-thread) में किसी प्रकार की ऐंठन नहीं है। यदि ऐसी बात न हो तथा प्रति इकाई ऐंठन के लिए तंतु में उत्पन्न घूर्ण C हो तो समीकरण (1) को

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} + (MH\sin\theta + C\theta) = 0 \quad .. \ (10)$$

के रूप में संशोधित करना पड़ेगा तथा उस दशा में

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MH+C}} \quad .. \ (11).$$

यदि चुम्बक आयताकार हो तो

$$I = m\left(\frac{a^2+b^2}{12}\right),$$

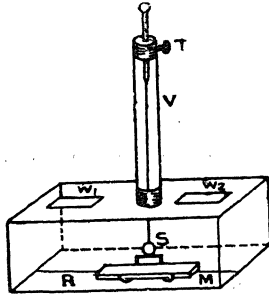
जहाँ m=चुम्बक की मात्रा,

a=चुम्बक की लम्बाई,

एवं b=चुम्बक की चौड़ाई।

चुम्बक के दोलन के ऊपर स्थापित किये सिद्धान्त पर दोलन-चुम्बकत्वमापी (oscillation magnetometer) का निर्माण किया जाता है, जिसका विवरण नीचे की धारा में दिया गया है।

2.12. दोलन-चुम्बकत्वमापी (Oscillation Magnetometer)

यह उपकरण (चित्र 40) एक लकड़ी के आयताकार बक्स का बना होता है जिसके आमने-सामने की दो दीवालें काँच की होती हैं। एक काँच (दरवाजा) को खिसका कर बक्से को बन्द किया या खोला जा सकता है। बक्से की ऊपरी सतह के केन्द्र में काँच की एक उदग्र नली होती है जिसमें पीतल का ऐंठन-शीर्ष (torsion head) T लगा होता है। ऐंठन-शीर्ष में लगे हुए रेशम के धागे (बिना बटा हुआ) से पीतल की एक रकाब S बँधी रहती है जिस पर चुम्बक M रखा जाता है। चुम्बक के दोलनों को देखने के लिए बक्से की ऊपरी सतह पर काँच की दो खिड़कियाँ W_1 और W_2 बनी होती हैं। बक्से के पेंदे में एक समतल दर्पण लगा होता है जिसमें चुम्बक का प्रतिबिम्ब देखकर और उसपर खींची हुई एक सरल रेखा R (संकेत-रेखा) की सहायता से दोलन गिनने में शुद्धता आती है। दोलन पर हवा के झोंके का प्रभाव न पड़े इसलिए चुम्बक को बक्से के भीतर रखा जाता है।

(चित्र 40)

इस उपकरण को प्रयोग में लाने के लिए एक दिक्सूचक सूई की सहायता से बक्से के पेंदे में बनी संकेत-रेखा को चुम्बकीय याम्योत्तर के समानान्तर कर दिया जाता है। धागे से ऐंठन निकालने के लिए रकाब में एक पीतल-दंड रख दिया जाता है तथा ऐंठन निकल जाने के बाद ऐंठन-शीर्ष को घुमाकर दंड को संकेत-रेखा के समानान्तर कर दिया जाता है। अब रकाब को हाथ से पकड़कर उसपर से पीतल-दंड हटा लिया जाता है और उसकी जगह पर चुम्बक-दंड इस प्रकार रख दिया जाता है कि वह रकाब में क्षैतिज रहे तथा उसका उत्तरी ध्रुव उत्तर की ओर रहे। एक दूसरे चुम्बक-दंड की सहायता से लटकते हुए चुम्बक-दंड में थोड़ा विक्षेप (लगभग 4°) करा दिया जाता है जिससे चुम्बक-दंड दोलन करने लगता है। विराम घड़ी की सहायता से आवर्त-काल मालूम कर लिया जाता है। यदि आवर्त-काल T हो

तो $$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{MH}}.$$

2.13. दो चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्णों की तुलना (Comparison of Magnetic Moments of Two Magnets)

पहली विधि— मान लें, दो चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्ण क्रमशः M_1 और M_2 तथा जड़त्वघूर्ण क्रमशः I_1 और I_2 हैं। दोलन-चुम्बकत्वमापी की सहायता से दोनों चुम्बकों को बारी-बारी से दोलन कराकर उनके आवर्त-काल ज्ञात किये जाते हैं। यदि उनके आवर्त-काल क्रमशः T_1 और T_2 हैं तो

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{I_1}{M_1H}} \text{ और } T_2=2\pi\sqrt{\frac{I_2}{M_2H}}$$

या
$$T_1^2=\frac{4\pi^2 I_1}{M_1H} \text{ और } T_2^2=\frac{4\pi^2 I_2}{M_2H}.$$

$$\therefore \quad M_1H=\frac{4\pi^2 I_1}{T_1^2} \text{ और } M_2H=\frac{4\pi^2 I_2}{T_2^2}.$$

अतः
$$\frac{M_1}{M_2}=\frac{I_1}{I_2}\times\frac{T_2^2}{T_1^2} \quad \ldots (12).$$

समीकरण (12) में T_1 और T_2 ज्ञात हैं तथा I_1 और I_2 के मान दोनों चुम्बकों को तौलकर तथा उनकी लम्बाई-चौड़ाई नापकर सूत्र $I=m\left(\frac{a^2+b^2}{12}\right)$ की सहायता से मालूम कर लिये जाते हैं।

दूसरी विधि— बिना जड़त्वघूर्ण निकाले हुए ही दो चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्णों की तुलना करने के लिए दोनों चुम्बकों को एक ही साथ दोलन-चुम्बकत्वमापी की रकाब पर रखकर दोलन कराया जाता है। पहले दोनों चुम्बकों के समान ध्रुवों को एक ही ओर रखकर आवर्त-काल T_1 ज्ञात कर लिया जाता है। फिर दूसरी बार उनके असमान ध्रुवों को एक ओर रखकर आवर्त-काल T_2 ज्ञात कर लिया जाता है। अब यदि दोनों चुम्बकों के चुम्बकीय और जड़त्व-घूर्ण क्रमशः M_1, M_2 और I_1, I_2 हों, तथा $M_1>M_2$ हो, तो

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{(I_1+I_2)}{(M_1+M_2)H}} \text{ और } T_2=2\pi\sqrt{\frac{(I_1+I_2)}{(M_1-M_2)H}}$$

या
$$T_1^2=\frac{4\pi^2(I_1+I_2)}{(M_1+M_2)H} \text{ और } T_2^2=\frac{4\pi^2(I_1+I_2)}{(M_1-M_2)H}.$$

$$\therefore \quad \frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{M_1-M_2}{M_1+M_2}$$

या $$M_1T_1^2+M_2T_1^2=M_1T_2^2-M_2T_2^2$$

या $$-M_1(T_2^2-T_1^2)=-M_2(T_2^2+T_1^2).$$

अत: $$\frac{M_1}{M_2}=\frac{T_2^2+T_1^2}{T_2^2-T_1^2} \quad \text{.. (13).}$$

समीकरण (13) से यह स्पष्ट है कि इस विधि में चुम्बकों के जड़त्वघूर्णों को ज्ञात करने की कोई आवश्यकता नहीं है ।

2.14. दो चुम्बकीय क्षेत्रों की तुलना (Comparison of Two Magnetic Fields)

इसके लिए सर्ल का चुम्बकत्वमापी व्यवहार में लाया जाता है। पहले केवल पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्र H में चुम्बकत्वमापी की सूई का आवर्त-काल T ज्ञात कर लिया जाता है । अब यदि दो चुम्बकों के चुम्बकीय क्षेत्रों की तुलना करनी है तो दोनों को बारी-बारी से पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्र H के समानान्तर इस प्रकार रखा जाता है कि इनके क्षेत्र तथा H की दिशा एक ही रहें । इस प्रकार एक चुम्बक के कारण सर्ल की सूई के केन्द्र पर क्षेत्र यदि F_1 हो तो सर्ल की सूई (F_1+H) क्षेत्र में दोलन करेगी। यह आवर्त-काल T_1 ज्ञात कर लिया जाता है । फिर दूसरे चुम्बक के कारण यदि क्षेत्र F_2 हो तो सर्ल की सूई (F_2+H) क्षेत्र में दोलन करेगी । यह आवर्त-काल T_2 ज्ञात कर लिया जाता है । अब यदि सर्ल की सूई के चुम्बकीय तथा जड़त्व-घूर्ण क्रमशः M तथा I हों, तो

$$T^2=\frac{4\pi^2 I}{MH};\ T_1^2=\frac{4\pi^2 I}{M(F_1+H)} \text{ और } T_2^2=\frac{4\pi^2 I}{M(F_2+H)}.$$

अब यदि n, n_1 और n_2 क्रमशः T, T_1 और T_2 की संगत आवृत्तियाँ (ferquencies) हों, तो

$$n^2=\frac{1}{T^2}=\frac{MH}{4\pi^2 I} \quad \text{.. (i),}$$

$$n_1^2=\frac{1}{T_1^2}=\frac{M(F_1+H)}{4\pi^2 I} \quad \text{.. (ii),}$$

और $$n_2^2=\frac{1}{T_2^2}=\frac{M(F_2+H)}{4\pi^2 I} \quad \text{.. (iii).}$$

समीकरण (ii) और (iii) में (i) से भाग देने पर,

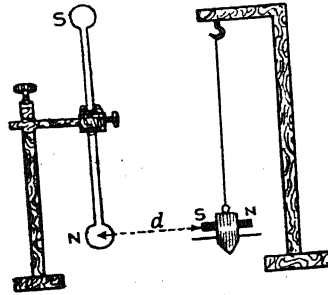
$$\frac{n_1^2}{n^2} \cdot \frac{F_1+H}{H}=\frac{F_1}{H}+1$$

और $$\frac{n_2^2}{n^2}=\frac{F_2+H}{H}=\frac{F_2}{H}+1$$

या $$\frac{F_1}{H}=\frac{n_1^2-n^2}{n^2} \text{ और } \frac{F_2}{H}=\frac{n_2^2-n^2}{n^2}.$$

$$\therefore \quad \frac{F_1}{F_2}=\frac{n_1^2-n^2}{n_2^2-n^2} \quad \ldots \quad (14).$$

2.15. उत्क्रम-वर्ग-नियम का सत्यापन (Verification of Inverse Square Law)

इसके लिए सर्ल-चुम्बकत्वमापी तथा गोल ध्रुवों वाले एक काफी लम्बे रोबिन्सन चुम्बक का प्रयोग किया जाता है। पहले केवल पृथ्वी के क्षेत्र H के प्रभाव में सर्ल की सूई का दोलन कराकर उसका आवर्त-काल T ज्ञात कर लिया जाता है। अब सर्ल की सूई sn के दक्षिण, चुम्बकीय याम्योत्तर के तल में रोबिन्सन चुम्बक खड़ा कर दिया जाता है जिससे उसका उत्तरी ध्रुव उसी क्षैतिज तल में हो जिसमें सूई sn है (चित्र 41)। अब चुम्बक के उत्तरी ध्रुव तथा सर्ल की सूई के केन्द्र के बीच की दूरी d_1 और d_2 रखकर सूई के आवर्त-काल T_1 और T_2 ज्ञात कर लिये जाते हैं। यदि चुम्बक की इन दोनों स्थितियों में सूई पर F_1, F_2 क्षेत्र हों तथा T, T_1 और T_2 की संगत आवृत्तियाँ क्रमशः n, n_1 और n_2 हों, तो

(चित्र 41)

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{n_1^2-n^2}{n_2^2-n^2}.$$

किन्तु उत्क्रम-वर्ग-नियम के अनुसार,

$$F_1\propto\frac{1}{d_1^2} \text{ और } F_2\propto\frac{1}{d_2^2};$$

$$\therefore \quad \frac{F_1}{F_2}=\frac{d_2^2}{d_1^2}.$$

प्रयोग द्वारा $\frac{F}{F_2}=\frac{n_1^2-n^2}{n_2^2-n^2}=\frac{d_2^2}{d_1^2}$ आता है।

अत: उत्क्रम-वर्ग-नियम सत्य है ।

2.16. दो स्थानों पर पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्रों की तुलना (Comparison of the Earth's Horizontal Fields at two places)

एक ही चुम्बक को दो स्थानों पर दोलित कराकर आवर्त-काल मालूम कर लिया जाता है । मान लें, एक स्थान पर जहाँ क्षेत्र H_1 है, आवर्त-काल T_1 आता है तथा दूसरे स्थान पर जहाँ क्षेत्र H_2 है, आवर्त-काल T_2 आता है । अब यदि चुम्बक के चुम्बकीय और जड़त्व-घूर्ण क्रमश: M और I हों, तो

$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{I}{MH_1}} \quad \text{और} \quad T_2=2\pi\sqrt{\frac{I}{MH_2}}.$$

अत:
$$\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{H_2}{H_1}}.$$

इसलिए
$$\frac{H_1}{H_2}=\frac{T_2^2}{T_1^2}.$$

2.17. M और H का निरपेक्ष मान ज्ञात करना (Absolute values of M and H)

किसी चुम्बक के चुम्बकीय घूर्ण M तथा किसी स्थान पर H का मान ज्ञात करने के लिए दिये हुए चुम्बक के द्वारा एक ही स्थान पर दो प्रयोग करने पड़ते हैं । पहले छड़-चुम्बक की एक विक्षेप-चुम्बकत्वमापी (deflection magnetometer) की भुजाओं पर रखकर Tan$A$ या Tan$B$ स्थिति में प्रयोग किया जाता है । मान लें, Tan$A$ स्थिति में d सें०मी० दूरी पर छड़-चुम्बक को रखकर प्रयोग करने से मध्यमान विक्षेप प्राप्त होता है, तो $\frac{2Md}{(d^2-l^2)^2}=H\tan\theta$

या
$$\frac{M}{H}=\frac{(d^2-l^2)^2\tan\theta}{2d} \quad \text{.. (i),}$$

जहाँ $M=$ चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण, $H=$ पृथ्वी का क्षैतिज क्षेत्र, $l=$चुम्बक की अर्द्ध लम्बाई है । अब उसी छड़-चुम्बक को एक दोलन-चुम्बकत्वमापी की रकाब पर रखकर, उसी स्थान पर, आवर्त-काल T ज्ञात किया जाता है । यह आवर्त-काल

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{MH}}$$

या
$$MH = \frac{4\pi^2 I}{T^2} \quad \text{.. (ii);}$$

जहाँ I=चुम्बक का जड़त्वघूर्ण है।

समीकरण (i) और (ii) को गुणा करने पर,

$$M^2 = \frac{4\pi^2 I(d^2 - l^2)^2 \tan\theta}{T^2 . 2d}$$

या
$$M = \frac{2\pi(d^2 - l^2)}{T} \sqrt{\frac{I \tan\theta}{2d}} \quad \text{.. (15);}$$

और समीकरण (ii) में (i) से भाग देने पर,

$$H^2 = \frac{4\pi^2 I 2d}{T^2(d^2 - l^2)^2 \tan\theta}$$

या
$$H = \frac{2\pi}{T(d^2 - l^2)^2} \sqrt{\frac{2Id}{\tan\theta}} \quad \text{.. (16).}$$

समीकरण (15) और (16) में दायीं तरफ की सभी राशियाँ ज्ञात हैं अतः M और H के निरपेक्ष मान ज्ञात किये जा सकते हैं।

समीकरण (15) एवं (16) में जो व्यंजक प्राप्त किये गये हैं उनमें कतिपय दोष (error) पाये जाते हैं] M एवं H के शुद्ध मान प्राप्त करने के लिए उन दोषों का निराकरण जरूरी है। इसका वर्णन अगली धारा में किया जा रहा है।

2.18. M एवं H के मान के निर्धारण में सम्भव दोष एवं उनके निराकरण (Possible errors in the determination of M and H and their corrections)

(a) विक्षेप-चुम्बकत्वमापी के प्रयोग में—

1. (i) हो सकता है कि विक्षेपक चुम्बक संमितीय ढंग से (symmetrically) चुम्बकित न हुआ हो, (ii) चुम्बकत्वमापी की सूई का केन्द्र, हो सकता है कि वृत्ताकार पैमाने के केन्द्र पर न हो, (iii) सूई का कीलक (pivot), हो सकता है कि चुम्बकत्वमापी की भुजा पर लगे पैमाने के शून्य-चिह्न (zero-mark) पर न हो तथा (iv) चुम्बक के ज्यामितीय (geometrical) एवं चुम्बकीय (magnetic) अक्ष, हो सकता है संपाती न हों।

इन विभिन्न कारणों से चुम्बकत्वमापी के निर्देशक के पठन में दोष (error) आ जाते हैं जिनका निराकरण, जैसा कि धारा (2.10) में बताया गया है, चुम्बक की

विभिन्न स्थितियों में निर्देशक के सिरों के कुल सोलह पठनों का औसत लेकर किया जाता है।

2. ऊपर के समीकरण (15) या (16) में l है जो चुम्बकीय लम्बाई अर्थात् चुम्बक के दोनों ध्रुवों के बीच की दूरी का आधा है जिसे सीधे तौर पर आसानी से ज्ञात नहीं किया जा सकता है। अत: यदि $2l$ की जगह पर चुम्बक की ज्यामितीय लम्बाई का मान लिख दिया जाय तो परिणाम अशुद्ध हो जायगा।

इस दोष का निराकरण नीचे बतायी गयी किसी एक विधि से किया जा सकता है—

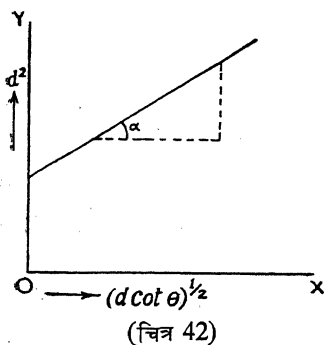
(i) धारा (2.8) में बतायी गयी किसी विधि से चुम्बकीय लम्बाई $2l$ पहले ज्ञात कर ली जाती है तथा यह मान अभीष्ट समीकरण में बैठाकर $\frac{M}{H}$ का शुद्ध मान प्राप्त किया जाता है।

(ii) इस दोष का निराकरण करते हुए, $\frac{M}{H}$ का शुद्ध मान प्राप्त करने की दूसरी विधि है बिना $2l$ ज्ञात किये हुए ही $\frac{M}{H}$ का मान ज्ञात करना।

गॉस-A की स्थिति में

$$\frac{M}{H}=\frac{(d^2-l^2)^2}{2d}\tan\theta.$$

अत: $$(d^2-l^2)=\left(\frac{2M}{H}\right)^{\frac{1}{2}}(d\cot\theta)^{\frac{1}{2}} \quad .. \quad (17).$$

अत: d^2 को y-अक्ष पर एवं $(d\cot\theta)^{\frac{1}{2}}$ को x-अक्ष पर लेकर यदि एक लेखाचित्र खींचा जाय तो यह एक सरल रेखा होगा जिसकी ढाल (slope) $\left(\frac{2M}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$ होगी।

(चित्र 42)

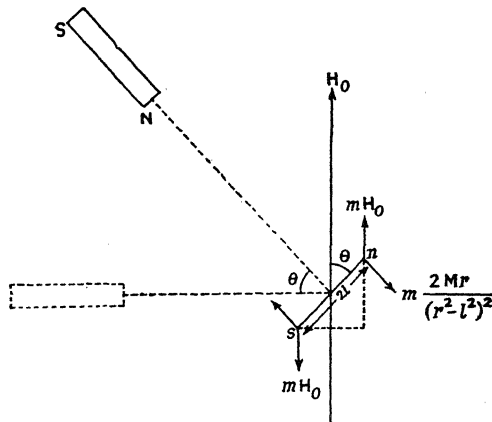
अत: प्रयोग में चुम्बकत्वमापी एवं दिये गये चुम्बक को गॉस-A की स्थिति में रखा जाता है। चुम्बक को भिन्न-भिन्न दूरी पर रखकर संगत के विक्षेप θ का मान नोट कर लिया जाता है। इसके बाद $(d\cot\theta)^{\frac{1}{2}}$

को x-अक्ष पर एवं d^2 को y-अक्ष पर लेकर लेखाचित्र खींचा जाता है जो सरल रेखा होता है। इसका ढाल (slope) $=\tan\alpha$ माप ली जाती है। यह $\left(\frac{2M}{H}\right)^{\frac{1}{2}}$ के बराबर होती है जिससे $\frac{M}{H}$ का मान निकाल लिया जाता है। इसमें $2l$ की माप-सम्बन्धी किसी प्रकार अशुद्धि नहीं रह जाती है।

3. चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण तापमान की वृद्धि के साथ घटता है, अतः इसके लिए भी आवश्यक संशोधन अपेक्षित है। यदि दिये गये चुम्बक का घूर्ण 0°C एवं t°C पर क्रमशः M_0 एवं M_t हों, तो

$$M_0 = M_t\ (1+\alpha t) \quad \ldots (18),$$

जहाँ α, दिये गये गये चुम्बक के लिए एक स्थिरांक है। अतः तापमान-परिवर्तन से चुम्बकीय घूर्ण में परिवर्तन के कारण $\frac{M}{H}$ के मान में उत्पन्न अशुद्धि को दूर करने के लिए, एक अलग प्रयोग द्वारा α का मान ज्ञात कर घूर्ण का मान, 0°C के संगत निकालकर, $\frac{M}{H}$ के समीकरण में बैठाया जाता है। इस प्रकार इस दोष का भी निराकरण हो जाता है।

4. किसी-किसी विक्षेप-चुम्बकत्वमापी में चुम्बकीय सूई को कीलक पर लटकाने के बजाय पतले धागे द्वारा निलम्बित किया हुआ रहता है। ऐसी हालत में, निलम्बन-धागे में ऐंठन के कारण, विक्षेप का मान, सही मान से कम हो जाता है। इस दोष को दूर करने के लिए चुम्बकत्वमापी का स्पज्या स्थिति (tangent position) के बदले ज्या स्थिति (sine position) में व्यवहार किया जाता है। इसके लिए चुम्बकत्वमापी को तब तक घुमाया जाता है जब तक कि विक्षेपक चुम्बक, चुम्बकीय सूई की लम्बवत् स्थिति में न आ जाय। इस प्रकार चुम्बक एवं चुम्बकीय सूई की आपेक्षिक स्थिति सदा समान बनी रहती है, अतः निलम्बन में किसी

(चित्र 43)

प्रकार की ऐंठन नहीं आने पाती है।

मान लें, चुम्बकत्वमापी को θ कोण से घुमाया गया है। चूँकि साम्यावस्था में, विक्षेपक चुम्बक के कारण विक्षेपक बलयुग्म एवं पृथ्वी की क्षैतिज तीव्रता के कारण नियंत्रक बलयुग्म दोनों ही बराबर होंगे; अर्थात्,

$$m.\frac{2Md.}{(d^2-l^2)^2}\times 2l = mH\times 2l\ \sin\theta.$$

$$\therefore\ \frac{M}{H}=\frac{(d^2-l^2)^2}{2d}\sin\theta \qquad .. \quad (19).$$

इस प्रकार, समीकरण में $\tan\theta$ की जगह पर $\sin\theta$ लिखना चाहिए। साथ-ही-साथ, यदि चुम्बकत्वमापी का व्यवहार इस ढंग से किया जाय तो l के निर्धारण के लिए जो लिखाचित्र खींचा गया है उसमें $(d\cot\theta)^{\frac{1}{2}}$ के बदले $(d\operatorname{cosec}\theta)^{\frac{1}{2}}$ का मान रखना चाहिए।

यदि इन सभी सावधानियों को बरता जाय तो विक्षेप-चुम्बकत्वमापी के पठन सही मिलेंगे तथा $\frac{M}{H}$ का शुद्ध मान प्राप्त होगा।

(b) दोलन-चुम्बकत्वमापी के प्रयोग में—

1. निलम्बन-तन्तु में यदि किसी प्रकार की ऐंठन होती है तो चुम्बक का आवर्त-काल घट जाता है। यदि चुम्बक को α कोण से विक्षेपित करने के लिए निलम्बन-शीर्ष को β कोण से घुमाना पड़े तो निलम्बन में ऐंठन $=\beta-\alpha$। अत: चुम्बक पर लगने वाला ऐंठन बलयुग्म $=C(\beta-\alpha)$ जहाँ C, प्रति इकाई ऐंठन के लिए बलयुग्म का मान है। चूँकि इस स्थिति में चुम्बक साम्यावस्था में है अत: $C(\beta-\alpha)$, नियंत्रक बलयुग्म $MH\sin\alpha$ के बराबर होगा। अर्थात्,

$C(\beta-\alpha)=MH\sin\alpha=MH\alpha$ (चूँकि α छोटा है)।

$$\therefore\quad C=\frac{MH\alpha}{\beta-\alpha}.$$

जिस समय चुम्बक दोलन कर रहा है, उस पर लगने वाला नियंत्रक बलयुग्म $=(MH+C)\theta$;

अत: $$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{MH+C}}$$

या $$\frac{4\pi^2 I}{T^2} = MH + C = MH + \frac{MH\alpha}{\beta - \alpha}$$

$$= MH\left(1 + \frac{\alpha}{\beta - \alpha}\right).$$

$$\therefore \quad MH = \frac{4\pi^2 I}{T^2\left(1 + \frac{\alpha}{\beta - \alpha}\right)} \qquad \ldots (20).$$

यह सूत्र, ऐंठन के कारण दोष का आवश्यक संशोधन करता है।

2. विक्षेप-चुम्बकत्वमापी के साथ प्रयोग करने में चुम्बक को हमेशा चुम्बकीय याम्योत्तर के लम्बवत् रखा जाता है जबकि दोलन-चुम्बकत्वमापी के साथ प्रयोग करने में चुम्बक करीब-करीब हमेशा चुम्बकीय याम्योत्तर में ही रहता है। अत: दूसरी स्थिति में, पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की प्रेरण-क्रिया (inductive action) के फलस्वरूप, चुम्बक के घूर्ण में थोड़ी-सी वृद्धि हो जाती है जिसका निराकरण आवश्यक है अन्यथा परिणाम शुद्ध रूप में न मिल पायगा।

यदि चुम्बक का सही चुम्बकीय घूर्ण (जो विक्षेप-चुम्बकत्वमापी के साथ प्रयोग करते समय रहता है) M हो तो दोलन-चुम्बकत्वमापी से प्रयोग करते समय उसका घूर्ण$=ZM$ जहाँ Z, एक से अधिक मान वाला कोई गुणक है। अत: समीकरण (20) को इस दोष के लिए भी संशोधित करने पर

$$ZMH = \frac{4\pi^2 I}{T^2\left(\frac{1+\alpha}{\beta - \alpha}\right)}$$

या $$MH = \frac{4\pi^2 I}{T^2\left(1 + \frac{\alpha}{\beta - \alpha}\right).Z} \qquad \ldots (21).$$

Z का मान एक अलग प्रयोग द्वारा निम्नलिखित ढंग से निकाला जाता है। चुम्बक को चुम्बकीय सूई से d दूरी पर, अन्ताभिमुखी स्थिति में रखा जाता है तथा विक्षेप θ_1 नोट कर लिया जाता है। अत:

$$\frac{M}{H} = \frac{(d^2 - l^2)^2}{2d} \tan\theta_1.$$

अब एक लम्बी परिनलिका (solenoid) को चुम्बकीय सूई से उतनी ही दूरी d पर अन्ताभिमुखी स्थिति में रखा जाता है, इसके साथ-साथ एक प्रतिकारी

कुंडली (compensating coil) भी लगा दी जाती है। दोनों को श्रेणीक्रम में जोड़कर इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि विद्युत्धारा प्रवाहित करने पर भी चुम्बकत्वमापी की सूई का विक्षेप शून्य हो। अब परिनलिका से होकर प्रवाहित होने वाली धारा को इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि इसके भीतर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता H के बराबर हो। अब दिये गये चुम्बक को इसके भीतर रख कर चुम्बकत्वमापी की सूई का विक्षेप θ_2 नोट कर लिया जाता है। इस स्थिति में चूंकि चुम्बक क्षेत्र H की दिशा में है, अतः उसका चुम्बकीय घूर्ण ZM होगा। अतः

$$\frac{ZM}{H}=\frac{(d^2-l^2)^2}{2d}\tan\theta_2.$$

$$\therefore \quad Z=\frac{\tan\theta_1}{\tan\theta_2}.$$

इस प्रकार Z का मान प्राप्त कर उसे समीकरण (21) में दे देने से जो परिणाम प्राप्त होता है वह ऊपर वर्णित दोनों प्रकार के दोषों से मुक्त होता है।

3. दोलन करते हुए चुम्बक का आयाम कम होना चाहिए (4° से कम) अन्यथा आवर्त-काल का मान सही नहीं होगा। अधिक आयाम होने पर आवश्यक संशोधन जरूरी है। यदि φ आयाम हो तथा T_1 अवलोकित आवर्त-काल हो तो शुद्ध

आवर्त-काल $T=T_1\left(1-\frac{\varphi^2}{16}\right)$.

4. यदि विक्षेप-चुम्बकत्वमापी के साथ प्रयोग में चुम्बकीय घूर्ण का, तापमान के लिए संशोधन क्रिया गया हो, तो वह यहाँ भी कर लेना चाहिए।

ऊपर वर्णित सभी प्रकार के दोषों का निराकरण कर M एवं H का निरपेक्ष मान, शुद्ध रूप से, ज्ञात किया जाता है।

साधित उदाहरण

1. 1·4 ओरस्टेड तीव्रता वाले चुम्बकीय क्षेत्र में 500 सी०जी०एस० इकाई घूर्ण वाले चुम्बक को 60° के कोण से विक्षेपित कर दोलन करने के लिए छोड़ दिया जाता है। साम्य स्थिति से गुजरते समय इसका कोणीय वेग 0·5 रेडियन/से० पाया जाता है। चुम्बक के जड़त्वघूर्ण की गणना करें। (Bhag. U. 1962 S; Utkal '63.)

(A suspended magnet of moment 500 C.G.S. units is deflected through an angle of 60° in a magnetic field of strength 0·4 oersted and then released. Its angular velocity at the instant of its passing through its equilibrium position is 0·5 radian/sec. Find the moment of inertia of the magnet.)

विक्षेपित अवस्था में चुम्बक की स्थितिज ऊर्जा

$$= MH(1-\cos\theta)$$
$$= 500 \times 0{\cdot}4\ (1-\cos 60^\circ)$$
$$= 500 \times 0{\cdot}4 \times \tfrac{1}{2} = 100 \text{ अर्ग ।}$$

चुम्बक को विक्षेपित कर छोड़ देने पर वह अपनी साम्य स्थिति की ओर आने लगता है और उसकी स्थितिज ऊर्जा गतिज ऊर्जा में बदलने लगती है । साम्य स्थिति में पूरी ऊर्जा गतिज हो जाती है जिसका मान $\frac{1}{2}I\omega^2$ हो जाता है जहाँ I चुम्बक का जड़त्वघूर्ण एवं ω कोणीय वेग है । अतः

$$\tfrac{1}{2}I\omega^2 = 100.$$

$$\therefore\ I = \frac{100 \times 2}{\omega^2} = \frac{100 \times 2}{(0{\cdot}5)^2} = 800 \text{ ग्राम सें०मी०}^2 \text{ ।}$$

2. समरूप ढंग से चुम्बकित एक चुम्बकीय सूई का आवर्त-काल 3 से० है । सूई को दो बराबर भागों में तोड़ दिया गया है । प्रत्येक भाग का आवर्त-काल ज्ञात करें ।

(B. U. 1964 S; Bhag. U. '64 S)

(The period of vibration of a uniformly magnetised magnetic neeedle is 3 sec. The needle is then broken into two exact halves. What is the period of vibration of each half ?)

सूत्र $T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{MH}}$ से,

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{I_1}{M_1 H}} \text{ एवं } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{I_2}{M_2 H}}.$$

$$\therefore\ \frac{T_1}{T^2} = \sqrt{\frac{I_1}{M_1} \times \frac{M_2}{I_2}},$$

जहाँ M_1, I_1 पूरे चुम्बक के चुम्बकीय घूर्ण एवं जड़त्व-घूर्ण हैं तथा M_2, I_2 एक टुकड़े के चुम्बकीय घूर्ण एवं जड़त्वघूर्ण हैं ।

मान लें कि पूरे चुम्बक की संहति $2w$, लम्बाई $2l$ एवं घर्ण $2M$ है । अतः एक टुकड़े की संहति w, लम्बाई l एवं घूर्ण M होगा ।

अतः समूचे चुम्बक का जड़त्वघूर्ण

$$I_1 = 2w\left(\frac{a^2+b^2}{12}\right) = 2w.\frac{a^2}{12} \text{ (करीब-करीब)}$$

$$= 2w.\ \frac{(2l)^2}{12} = \frac{2wl^2}{3}.$$

तथा एक टुकड़े का जड़त्वघूर्ण

$$I_2 = w.\ \frac{l^2}{12}.$$

अतः $$\frac{T_1}{T_2}=\sqrt{\frac{I_1}{M_1}\times\frac{M_2}{I_2}}=\sqrt{\frac{2wl^2}{3\times 2M}\times\frac{M}{wl^2}\times 12}$$
$$=\sqrt{4}=2;$$

या $$\frac{3}{T_2}=2, \qquad \therefore\ T_2=1{\cdot}5 \text{ से॰ ।}$$

3. एक चुम्बक, सिर्फ पृथ्वी के क्षेत्र में प्रति मिनट 12 दोलन करता है। जब एक दूसरे छोटे चुम्बक को इसके ऊपर 20 सें॰मी॰ की दूरी पर इस प्रकार रखा जाता है कि इसका दक्षिण ध्रुव उत्तर की ओर रहे तथा अक्ष क्षैतिज रहे तो दोलन करने वाला चुम्बक प्रति मिनट 15 दोलन करता है । यदि पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की क्षैतिज तीव्रता 0·36 ओरस्टेड हो तो छोटे चुम्बक के घूर्ण की गणना करें । (Ran. U. 1962)

(A magnet makes 12 oscillations a minute in earth's field alone and 15 oscillations a minute when a short magnet, with its axis horizontal and its south pole pointing north, is placed with its centre 20 cm. directly above the oscillatory magnet. If the horizontal comp. of the earth field is 0·36 oersted, find the moment of the short magnet.)

$$\because\ H\propto n^2,$$
अतः $$0{\cdot}36\propto 12^2.$$

जब दोलन करने वाले चुम्बक के ऊपर छोटा चुम्बक लाया जाता है तो उसकी दोलन-संख्या प्रति मिनट बढ़ जाती है— इसका अर्थ हुआ कि वहाँ क्षेत्र की तीव्रता बढ़ गयी है । चूँकि दोलन करने वाला चुम्बक, छोटे छड़-चुम्बक के लिए पार्श्वाभिमुखी स्थिति में है, अतः वहाँ पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता $F=\frac{M}{d^3}=\frac{M}{20^3}$, जहाँ M, छोटे चुम्बक का घूर्ण है ।

प्रश्नानुसार,
$$H+F\propto 15^2.$$

अतः $$\frac{H+F}{H}=\frac{15^2}{12^2}$$

या $$+\frac{F}{H}=\frac{15^2}{12^2}$$

या $$\frac{F}{H}=\frac{225}{144}-1=\frac{225-144}{144}=\frac{81}{144}$$

या $$\frac{\frac{M}{20^3}}{0{\cdot}36}=\frac{M}{8000\times 0{\cdot}36}=\frac{81}{144}.$$

$$\therefore\ M=\frac{2880\times 81}{144}=1620 \text{ सी॰जी॰एस॰ इकाई ।}$$

4. एक दोलन-चुम्बकत्वमापी का पदाधान (stirrup) **एक धातु के तार ($r=0{\cdot}02$ सें०मी०, $l=12$ सें०मी०, $\eta=6\times10^{11}$ डाइन/सें०मी०^2) द्वारा निलम्बित किया गया है तथा ऐंठनरहित अवस्था में चुम्बकीय पूरब-पश्चिम की दिशा में स्थिर रहता है। 2×10^4 इकाई घूर्ण वाले चुम्बक को जब पदाधान पर रखा जाता है तो पृथ्वी के क्षेत्र की दिशा से, यह विरामावस्था में 60° का कोण बनाता है, तो पृथ्वी के क्षेत्र की क्षैतिज तीव्रता का मान निकालें।** (P. U. 1962)

(A stirrup of an oscillation magnetometer suspended by a metallic wire (radius 0·02 cm., length 12 cm. and rigidity 6×10^{11} dynes/cm^2.) rests in the magnetic east-west line, when free from any twist. A magnet of magnetic moment 2×10^4 units is placed on the stirrup and it is found that in the position of rest, the magnet makes an angle of 60° with the earth's field. Calculate the horizontal intensity of the earth field.)

जब निलम्बन में कोई ऐंठन नहीं है तो पदाधान पूरब-पश्चिम की दिशा में है। स्थिरावस्था में जब चुम्बक, पृथ्वी के क्षेत्र (उत्तर-दक्षिण) की दिशा से 60° का कोण बना रहा है तो स्पष्टतः निलम्बन में ऐंठन 30° की होगी।

अतः चुम्बक पर, क्षैतिज तीव्रता के कारण बलयुग्म का घूर्ण $=MH\sin60^\circ$ तथा ऐंठन के कारण बलयुग्म के घूर्ण का मान $=C\alpha$,

जहाँ $C=$ प्रति इकाई ऐंठन के लिए बलयुग्म

$$=\frac{\pi\eta r}{2l}=\frac{\pi\times6\times10^{11}\times(0{\cdot}02)^4}{2\times12}$$

तथा
$$\alpha=30^\circ=\frac{\pi}{6}\text{ रेडियन।}$$

साम्यावस्था में

$$MH\sin60^\circ=C\alpha$$

या
$$2\times10^4\times H\times\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\pi\times6\times10^{11}\times(0{\cdot}02)^4}{2\times12}\times\frac{\pi}{6}$$

$$\therefore\quad H=\frac{\pi\times6\times10^{11}\times(0{\cdot}02)^4}{2\times12}\times\frac{\pi}{6}\times\frac{1}{2\times10^4}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=0{\cdot}38\text{ ओरस्टेड।}$$

5. दो चुम्बकों को एक-दूसरे के ऊपर रखा गया है। जब दोनों के सदृश ध्रुव एक साथ रखे जाते हैं तो निकाय प्रति मिनट 20 दोलन करता है तथा जब असदृश ध्रुव एक साथ रखे जाते हैं तो निकाय प्रति मिनट 10 दोलन करता है। दोनों चुम्बकों के घूर्णों की तुलना करें।

(Two magnets are arranged parallel one above the other. When like poles are together, the combination makes 20 oscillations per minute and when unlike poles are together 10 oscillations per minute. Compare their magnetic moments.)

मान लें कि एक चुम्बक का घूर्ण M_1 एवं दूसरे का M_2 है। अतः जब दोनों चुम्बकों के सदृश ध्रुव एक साथ रहते हैं तो निकाय का चुम्बकीय घूर्ण $=(M_1+M_2)$; परन्तु जब चुम्बकों के असदृश ध्रुव एक साथ रहते हैं तो निकाय का चुम्बकीय घूर्ण $=(M_1-M_2)$। लेकिन दोनों ही स्थितियों में निकाय के जड़त्वघूर्ण समान ही रहते हैं।

अतः
$$T_1=2\pi\sqrt{\frac{I}{(M_1+M_2)H}}$$

एवं
$$T_2=2\pi\sqrt{\frac{I}{(M_1-M_2)H}}.$$

$$\therefore \quad \frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{M_1-M_2}{M_1+M_2}$$

या
$$\frac{n_2^2}{n_1^2}=\frac{M_1-M_2}{M_1+M_2}$$

या
$$\frac{n_1^2+n_2^2}{n_1^2-n_2^2}=\frac{M_1+M_2+M_1-M_2}{M_1+M_2-M_1+M_2}=\frac{M_1}{M_2}$$

या
$$\frac{M_1}{M_2}=\frac{n_1^2+n_2^2}{n_1^2-n_2^2}=\frac{20^2+10^2}{20^2-10^2}=\frac{5}{3}.$$

$$\therefore \quad M_1 : M_2=5 : 3.$$

प्रश्नावली २

(अ)

1. चुम्बकत्व में स्पज्या-नियम क्या है ? विक्षेप-चुम्बकत्वमापी का वर्णन करें तथा बताएँ कि गॉस की A एवं B स्थिति क्या हैं।

[What is tangent law in Magnetism ?

Describe the Deflection Magnetometer and indicate what are Gauss A and Gauss B positions.]

2. (a) विक्षेप-चुम्बकत्वमापी का व्यवहार कर, समान विस्तार के दो छड़-चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्ण की तुलना आप किस प्रकार करेंगे ? आवश्यक प्रायोगिक विवरण दें।

(b) चुम्बक की चुम्बकीय लम्बाई से आप क्या समझते हैं ? विक्षेप-चुम्बकत्वमापी से चुम्बकीय लम्बाई आप कैसे ज्ञात कीजिएगा ?

[(a) How would you compare the magnetic moments of two bar magnets of the same dimensions using a deflection magnetometer? Give the necessary experimental details. (Baroda 1965)

(b) What do you understand by magnetic length of a magnet ?

How will you find the magnetic length by a deflection magnetometer ?]
(Gorakhpur 1959)

3. चुम्बकत्व में उत्क्रम-वर्ग-नियम के लिए गॉस का सबूत दें। इस नियम की जाँच के लिए एक प्रयोग का वर्णन करें।

[Give Gauss's proof of Inverse Square law in Magnetism.
(Gorakhpur 1959, Madras '66)

Describe an experiment to verify the law.]
(B. H. U 1966; Osmania '62; Punjab '53)

4. (a) H सामर्थ्य वाले चुम्बकीय क्षेत्र में स्वतंत्र रूप से दोलन करते हुए चुम्बक के आवर्त-काल का व्यंजक प्राप्त करें। अधिक शुद्धता के लिए इसमें क्या संशोधन करने पड़ते हैं ?

(b) इस सिद्धान्त पर कार्य करने वाले चुम्बकत्वमापी का वर्णन करें तथा बतलाएँ कि किन्हीं दो स्थानों पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तुलना करने के लिए इसका व्यवहार किस प्रकार किया जाता है।

[(a) Deduce the expression for the period of oscillation of a freely suspended magnet in a field of strength H. What corrections are to be applied for greater accuracy ?

(Jabbalpur 1964; Delhi '63, '59; Alld. '58; Nagpur '57; Magadh 1963, '65 S; Bihar '64, '55, '57, '60, '62 S; P. U '53, '56, '57 S, '58 S, '62, '64; Bhag. '62, '63 S, '64 S)

(b) Describe the Magnetometer working on the above principle and show how this can be used to compare the earth's magnetic field at two different places.] (Cal. 1965; Agra '61; B. U. '55)

5. दोलन-चुम्बकत्वमापी द्वारा दो चुम्बकों के चुम्बकीय घूर्ण की तुलना आप कैसे कीजिएगा ?

[How would you compare the magnetic moments of two magnets with the help of a vibration magnetometer ?]
(B. H. U. 1965; Baroda '65)

6. पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज संघटक के निरपेक्ष मान ज्ञात करने के लिए, सिद्धान्त के साथ, एक विधि का वर्णन करें। सभी संभव दोषों का वर्णन करें तथा बताएँ कि उनका निराकरण कैसे किया जाता है।

[Describe, with theory, a method of finding the absolute value of the horizontal component of the earth's magnetic field at a place. Discuss all possible sources of errors and state how they are eliminated.] (B. U. 1953; P. U. '58; R. U. '62 S)

7. दोलन-चुम्बकत्वमापी द्वारा उत्क्रम-वर्ग-नियम की जाँच आप कैसे कीजिएगा ?

[How would you verify the law of Inverse Square for magnetic forces, with the help of an oscillation Magnetometer ?]
(P. U. 1959 S, '61 S)

(ब)

1. एक पतले चुम्बक का आवर्त-काल 4 से० है। इसे दो बराबर भागों में तोड़ दिया जाता है। प्रत्येक आधे भाग का आवर्त-काल ज्ञात करें।

[A thin magnet has a period of 4 sec. It is broken into two halves. Find the period of each half.] (Osmania 1964) (उत्तर : 2 से०)

2. एक चुम्बक, जो पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्र में दोलन करने को स्वतन्त्र है, का आवर्त-काल T है। 16 सें०मी० लम्बाई का एक दूसरा चुम्बक, पहले चुम्बक से पूरब इस प्रकार रखा जाता है कि इसका मध्य-विन्दु 20 सें०मी० की दूरी पर है तथा अक्ष चुम्बकीय याम्योत्तर में है। ऐसा करने पर पहले चुम्बक का आवर्त-काल आधा हो जाता है। दूसरे चुम्बक की ध्रुव-सामर्थ्य ज्ञात करें। इसका कौन-सा ध्रुव उत्तर की ओर है? ($H=0·2$ ओरस्टेड)

[A magnet free to oscillate under the earth's horizontal field, has a period of T seconds. Another magnet of 16 cm. is kept east of it with its middle point at a distance of 20 cm. and its axis in the magnetic meridian. The period of the first magnet reduces to half. Find the pole strength of the other magnet. Which of its pole points north? ($H=0·2$ oersted) (Rajasthan 1960). (उत्तर : 375 सी०जी०एस० इकाई, दक्षिणी-ध्रुव)

3. एक निलम्बित चुम्बकीय सूई पृथ्वी के क्षैतिज क्षेत्र में प्रति मिनट 20 दोलन करती है। जब एक लम्बे चुम्बक का उत्तरी ध्रुव, इससे दक्षिण 5 इंच की दूरी पर रखा जाता है तो यह प्रति मिनट 30 दोलन करने लगती है। यदि चुम्बकीय सूई से दक्षिण 3 इंच की दूरी पर इस लम्बे चुम्बक का उत्तरी ध्रुव रखा जाय तो चुम्बकीय सूई प्रति मिनट कितना दोलन करेगी?

[A suspended magnetic needle makes 20 oscillations per minute in the earth's horizontal field. When the north pole of a long bar magnet is 5 inches due magnetic south of it, the suspended needle makes 30 oscillations per minute, How many oscillations per minute will it make if the north pole of the long bar magnet be 3 inches due magnetic south of it?] (उत्तर : 42·3 दोलन करीब)

4. एक छड़-चुम्बक, जिसका जड़त्वघूर्ण 2000 ग्राम-सें०मी०² तथा चुम्बकीय घूर्ण 400 सी०जी०एस० इकाई है, एक ऐसे स्थान पर, जहाँ $H=0·45$ ओरस्टेड है, एक ऐंठनरहित धागे द्वारा क्षैतिज रूप से लटकाया हुआ है। चुम्बक को चुम्बकीय याम्योत्तर से $60°$ विक्षेपित कर दोलन करने के लिए छोड़ दिया जाता है तो बताएँ कि वह किस कोणीय वेग से चुम्बकीय याम्योत्तर को पार करेगा।

[A bar magnet, whose moment of inertia is 2000 gm./cm.^{2} and magnetic moment is 400 C. G. S. units, is supported horizontally by a torsionless thread in a region where $H=0·45$ oersted. The magnet is turned $60°$ from the meridian and set free. With what angular velocity does it cross the meridian?] (P. U. 1959 S) (0 3 रेडियन/से०)

5. दो चुम्बक A एवं B का एक ही चुम्बकीय क्षेत्र में दोलन कराया जाता है। A प्रति मिनट 15 एवं B प्रति मिनट 10 दोलन करता है तब A का एक क्षेत्र में एवं B का दूसरे क्षेत्र में दोलन कराया जाता है—अब A प्रति मिनट 5 एवं B प्रति मिनट 20 दोलन करता है।

अब A एवं B जिन क्षेत्रों में दोलन करते हैं उनकी तीव्रताओं की तुलना करें तथा A एवं B के घूर्णों की भी तुलना करें।

[Two magnets A and B are caused to oscillate in the same magnetic field; A performs 15 oscillations per minute and B 10 oscillations per minute. The magnet A is then caused to oscillate in one magnetic field and B in another; A now performs 5 oscillations per minute and B, 20 oscillations per minute. Compare the intensities of fields in which A and B now oscillate, and compare also the magnetic moments of these two magnets.] (उत्तर : 1 : 36, 9 : 4)

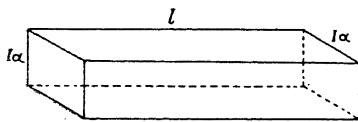
३ पदार्थों के चुम्बकीय गुण एवं चुम्बकीय परिपथ
[MAGNETIC PROPERTIES OF MATERIALS & MAGNETIC CIRCUIT]

3.1. पदार्थयुक्त स्थान में चुम्बकीय क्षेत्र (Magnetic field in space containing matter)

अध्याय एक (धारा 5) में इस बात की चर्चा की जा चुकी है कि किसी चुम्बकीय क्षेत्र में जब कोई चुम्बकीय पदार्थीय माध्यम रखा जाता है तो वह भी चुम्बकित हो जाता है तथा उसके सिरों पर विपरीत ध्रुवत्व उत्पन्न हो जाते हैं। इस दशा में पदार्थ को **प्रेरण द्वारा चुम्बकित** (magnetised by induction) हुआ कहा जाता है। पदार्थ के चुम्बकित हो जाने के फलस्वरूप उसके अन्दर, मौलिक चुम्बकीकरण क्षेत्र (original magnetising field) के अतिरिक्त एक दूसरा भी चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जिसे **चुम्बकीकरण का क्षेत्र** (field due to magnetisation) कहते हैं तथा माध्यम के अन्दर किसी विन्दु पर कुल चुम्बकीय क्षेत्र दोनों क्षेत्र के परिणामी के बराबर होता है। इसी परिणामी क्षेत्र को पदार्थीय माध्यम के अन्दर **चुम्बकीय प्रेरण** (magnetic induction) कहते हैं।

जैसा ऊपर बताया जा चुका है, किसी चुम्बकीय क्षेत्र में किसी चुम्बकीय पदार्थीय माध्यम को रखने से वह चुम्बकित हो जाता है अर्थात् उसमें कुछ चुम्बकीय घूर्ण उत्पन्न हो जाता है। पदार्थीय माध्यम के प्रति इकाई आयतन में उत्पन्न इस प्रकार के चुम्बकीय घूर्ण को चुम्बकन-तीव्रता (intensity of magnetisation) कहते हैं।

यदि पदार्थीय माध्यम का आयतन V हो तथा प्रेरण द्वारा चुम्बकित होने के कारण उसमें उत्पन्न चुम्बकीय घूर्ण M हो तो उस पदार्थीय माध्यम की चुम्बकन-तीव्रता

$$I=\frac{M}{V}.$$

(चित्र 44)

यदि वह चुम्बकीय पदार्थीय माध्यम, l लम्बाई का आयताकार या बेलनाकार दण्ड हो तथा उसके अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल α हो तो उसका आयतन $V=l\alpha$। पुनः उसके सिरे पर उत्पन्न ध्रुव की सामर्थ्य m हो तो उसका चुम्बकीय घूर्ण $M=ml$.

अत: उस चम्बकीय पदार्थ की चुम्बकन-तीव्रता

$$I=\frac{M}{V}=\frac{ml}{l\alpha}=\frac{m}{\alpha} \qquad .. \qquad (1).$$

अर्थात्, **पदार्थ के सिरे के प्रति इकाई क्षेत्रफल (चुम्बकन की दिशा के लम्बवत्) पर उत्पन्न ध्रुव-सामर्थ्य को भी पदार्थ की चुम्बकन-तीव्रता कहते हैं।**

प्रयोग द्वारा पाया गया है कि किसी पदार्थ में उत्पन्न चुम्बकन-तीव्रता, चुम्बकीकरण-क्षेत्र—जिस क्षेत्र के कारण पदार्थ चुम्बकित होता है—की तीव्रता पर निर्भर करती है। चुम्बकीकरण-क्षेत्र की तीव्रता जितनी ही अधिक होगी, किसी दिये हुए चुम्बकीय पदार्थ में उत्पन्न चुम्बकत्व की चुम्बकन-तीव्रता भी उतनी ही अधिक होगी अर्थात् पदार्थ में उत्पन्न चुम्बकन-तीव्रता (I), उसे उत्पन्न करने वाले चुम्बकीकरण क्षेत्र की तीव्रता (H) के समानुपाती होती है, अर्थात्

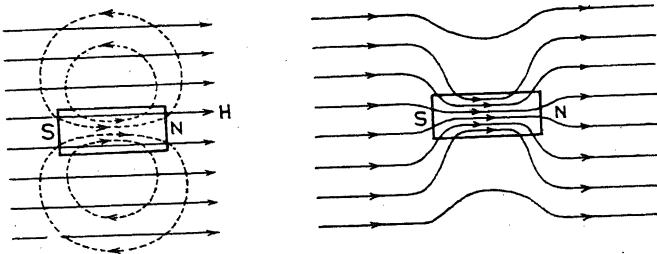
$$I \propto H, \quad \text{या} \quad I=KH \qquad .. \qquad (2),$$

जहाँ K समानुपाती स्थिरांक है जो चुम्बकीय पदार्थ की प्रकृति पर निर्भर करता है। इसे पदार्थ की **चुम्बकीय ग्रहणशीलता** (magnetic susceptibility) कहते हैं।

समीकरण (2) से,

$$K=\frac{I}{H} \qquad .. \qquad (2a).$$

अत: **पदार्थ की चुम्बकीय ग्रहणशीलता, इकाई चुम्बकीकरण-क्षेत्र द्वारा उत्पन्न चुम्बकन-तीव्रता है।** नरम लोहे की चुम्बकीय ग्रहणशीलता इस्पात की तुलना में अधिक होती है; अत: उसमें काफी सुगमता से अधिक चुम्बकत्व उत्पन्न किया जा सकता है।

मान लें कि लोहे की एक छड़ हवा में, जहाँ समरूप चुम्बकीय क्षेत्र विद्यमान है, इस प्रकार रखी गयी है कि उसकी लम्बाई क्षेत्र की बल-रेखा (जो इस स्थिति में सरल रेखा है—कारण क्षेत्र समरूप है) की सीध में है। छड़ प्रेरण द्वारा चुम्बकित हो जाती

(चित्र 45)

है तथा इसके बायें सिरे पर, जहाँ बल-रेखाएँ छड़ में घुसती हैं, दक्षिण ध्रुव और इसके दायें सिरे पर, जहाँ बल-रेखाएँ छड़ से निकलती हैं, उत्तर ध्रुव उत्पन्न हो जाता है। छड़ के चुम्बकन के कारण जो बल-रेखाएँ उत्पन्न होती हैं उन्हें चुम्बकन-रेखाएं

(lines of magnetisation) कहते हैं तथा उन्हें बिन्दीदार रेखाओं द्वारा प्रदर्शित किया गया है। चित्र से स्पष्ट है कि छड़ के अन्दर चुम्बकन-रेखाएँ तथा क्षेत्र H के कारण बल-रेखाएँ दोनों एक ही दिशा में हैं परन्तु छड़ के बाहर, हवा में, ये रेखाएँ विपरीत दिशा में हैं। इसका मतलब यह हुआ कि माध्यम के अन्दर अधिक बल-रेखाएँ एकत्रित हो गयी हैं अर्थात् दी गयी छड़ (या कोई पदार्थीय माध्यम) जितनी जगह छेकती है उतनी जगह में, छड़ की अनुपस्थिति में जितनी बल-रेखाएँ होतीं उससे अधिक बल-रेखाएँ, छड़ की उपस्थिति में, उतनी ही जगह में पायी जाती हैं। **किसी भी पदार्थीय माध्यम का यह गुण, जिसके फलस्वरूप वह अपने से होकर अधिक-से-अधिक बल-रेखाओं को गुजरने देता है, पदार्थ की चुम्बकशीलता** (permeability) **कहलाता है।**

पदार्थीय माध्यम के अन्दर इन बल-रेखाओं को **प्रेरण-रेखाएँ** (lines of induction) कहते हैं परन्तु ज्योंही माध्यम से ये रेखाएँ बाहर निकलती हैं— **बल-रेखाएँ** (lines of force) कहलाने लगती हैं। माध्यम के अन्दर, इन रेखाओं की दिशा के लम्बवत् स्थित सतह के प्रति इकाई क्षेत्रफल से जितनी प्रेरण-रेखाएँ गुजरती हैं उन्हें **चुम्बकीय प्रेरण** (magnetic induction) या **चुम्बकीय रेखा-प्रवाही घनत्व** (magnetic flux density) B कहते हैं। सी०जी०एस० पद्धति में इसकी इकाई गॉस (gauss) कहलाती है।

पदार्थीय माध्यम की अनुपस्थिति में, उसके द्वारा छेकी गयी जगह में भी बल-रेखाएँ (क्षेत्र H के कारण) ही मौजूद हैं तथा वहाँ लम्बरूपेण स्थित सतह के इकाई क्षेत्रफल से गुजरने वाली बल-रेखाओं की संख्या H का मान देती है। अतः स्पष्ट है कि B एवं H का अनुपात पदार्थीय माध्यम की चुम्बकशीलता के बराबर होगी अर्थात्

$$\text{चुम्बकशीलता } \mu = \frac{B}{H} \qquad \ldots \quad (3).$$

हवा (या निर्वात) में $\mu = 1$, अतः B एवं H के मान बराबर होते हैं।

पदार्थीय माध्यम की चुम्बकशीलता उस हद की माप देती है जिस हद तक बल-रेखाएँ उसमें घुस सकती हैं।

चित्र 45 को देखने से स्पष्ट हो जाता है कि जब लोहे की एक छड़ को किसी समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो बल-रेखाएँ, हवा की अपेक्षा लोहे की छड़ में अधिक घनीभूत (concentrated) हो जाती हैं। इससे ऐसा लगता है कि बल-रेखाएँ, हवा की अपेक्षा लोहे की छड़ से होकर अधिक सुगमता से गुजर सकती हैं तथा पदार्थ की चुम्बकशीलता इसी सुगमता की माप होती है। चूँकि चुम्बकीय बल-रेखाएँ, हवा की अपेक्षा लोहे की छड़ से होकर अधिक सुगमता से गुजर सकती हैं, अतः कहा जाता है कि लोहे की छड़, हवा की अपेक्षा अधिक चुम्बकशील (permeable) है अर्थात् लोहे की चुम्बकशीलता हवा की अपेक्षा अधिक है।

ऊपर हम इस बात की चर्चा कर आये हैं कि जब किसी चुम्बकीय क्षेत्र में किसी चुम्बकीय पदार्थीय माध्यम को (क्षेत्र की दिशा में) रखा जाता है तो वह प्रेरण द्वारा चुम्बकित हो जाता है तथा उसके अन्दर अधिक बल-रेखाएँ घनीभूत हो जाती हैं। इसके अतिरिक्त पदार्थ के दोनों सिरों पर विपरीत ध्रुवत्व उत्पन्न हो जाते हैं जिसके फलस्वरूप पदार्थ में, निश्चित परिमाण का चुम्बकीय घूर्ण विद्यमान हो जाता है। मान लें कि पदार्थ के सिरे पर उत्पन्न ध्रुव की सामर्थ्य m है। अत: पदार्थ के चुम्बकीकरण (magnetisation) के फलस्वरूप $4\pi m$ बल-रेखाएँ, हवा में, उत्तर ध्रुव से निकल कर दक्षिण ध्रुव पर आयेंगी तथा वहाँ से पदार्थ के अन्दर से ही होते हुए, उत्तर ध्रुव तक आयेंगी (देखें धारा 1.5)। यदि पदार्थ के सिरे के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल α हो तो प्रति इकाई क्षेत्रफल से लम्बरूपेण गुजरती हुई (पदार्थ के चुम्बकीकरण के कारण) बल-रेखाओं की संख्या

$$=\frac{4\pi m}{\alpha}=4\pi.\frac{m}{\alpha}=4\pi I,$$

जहाँ $I=\frac{m}{\alpha}=$ पदार्थ की चुम्बकन-तीव्रता (intensity of magnetisation)। इसके अतिरिक्त चुम्बकीकरण-क्षेत्र H के कारण, वहाँ पर इकाई क्षेत्रफल से लम्बरूपेण गुजरने वाली बल-रेखाओं की संख्या H होती है। पदार्थीय माध्यम के अन्दर इन दोनों ही प्रकार की बल-रेखाओं की दिशा एक ही है अत: पदार्थ के अन्दर, इकाई क्षेत्रफल से लम्बरूपेण गुजरने वाली बल-रेखाओं की कुल संख्या $=H+4\pi I$.

परन्तु, परिभाषा के अनुसार यह संख्या चुम्बकीय प्रेरण B का मान देती है।

अतः $$B=H+4\pi I \quad \ldots \quad (4).$$

अत: $$\frac{B}{H}=1+4\pi\frac{I}{H}$$

या $$\mu=1+4\pi K \quad \ldots \quad (5),$$

जहाँ μ पदार्थ की चुम्बकशीलता (permeability) एवं K चुम्बकीय ग्रहणशीलता (susceptibility) है।

3.2. प्रतिचुम्बकीय, अनुचुम्बकीय एवं लौह-चुम्बकीय पदार्थ (Diamagnetic, Paramagnetic and Ferro-magnetic substances)

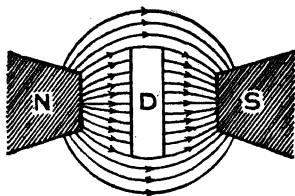
लोहे, इस्पात, निकेल या कोबाल्ट में जो चुम्बकीय गुण पाये जाते हैं वे सिर्फ इन्हीं पदार्थों तक सीमित नहीं होते, वरन् अन्य पदार्थों में भी कुछ-न-कुछ चुम्बकीय गुण पाये जाते हैं। वस्तुतः जब किसी भी पदार्थ को चुम्बकीय क्षेत्र में लाया जाता है तो प्रत्येक एक खास किस्म का आचरण चुम्बकीय क्षेत्र में दिखलाता है, जो सभी

पदार्थों के लिए समान नहीं होता है। अतः चुम्बकीय गुणों के दृष्टिकोण से पदार्थों को तीन श्रेणियों में बाँट दिया जाता है। ये हैं—

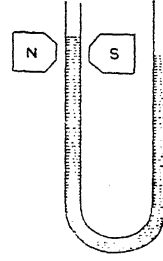
(a) **प्रतिचुम्बकीय पदार्थ** (Diamagnetic substances)— प्रतिचुम्बकीय पदार्थ ऐसे पदार्थों को कहा जाता है जो चुम्बकीय क्षेत्र में लाने पर, क्षीण परिमाण में चुम्बकित होते हैं—परन्तु इनके चुम्बकन की दिशा, चुम्बकीकरण-क्षेत्र की दिशा के विपरीत होती है। बिस्मथ, एण्टीमनी, सोना, पानी, अलकोहल, क्वार्टज एवं हाइड्रोजन आदि इस श्रेणी के पदार्थों में आते हैं। ऐसे पदार्थों को यदि समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में स्वतंत्रतापूर्वक निलम्बित किया जाय तो ये क्षेत्र की दिशा की लम्बवत् दिशा में आकर स्थिर हो जाते हैं। ऐसे पदार्थ यदि किसी असमरूप (non-uniform) चुम्बकीय क्षेत्र में घूमने को स्वतंत्र हों तो वे क्षेत्र के अधिक शक्तिशाली भाग से हटकर कम शक्तिशाली भाग की ओर आ जाते हैं।

ऐसे पदार्थ को यदि किसी चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो पदार्थ के अन्दर अपेक्षाकृत कम बल-रेखाएँ पायी जाती हैं अर्थात् चुम्बकीय प्रेरण का मान (B), चुम्बकीकरण क्षेत्र (H) के मान से कम होता है। अतः ऐसे पदार्थों के लिए चुम्बकशीलता $\mu\left(=\frac{B}{H}\right)$ का मान एक से कम तथा चुम्बकीय ग्रहणशीलता $K\left(=\frac{\mu-1}{4\pi}\right)$ का मान ऋणात्मक होता है। $B<H$, इसका मतलब यह होता है कि ऐसे पदार्थों को समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में रखने पर हवा की अपेक्षा कम बल-रेखाएँ पदार्थ से होकर गुजरती हैं।

(चित्र 46)

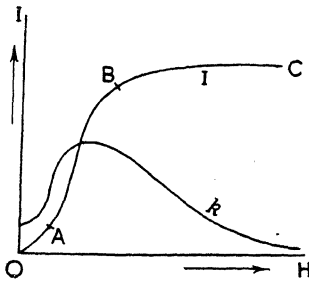
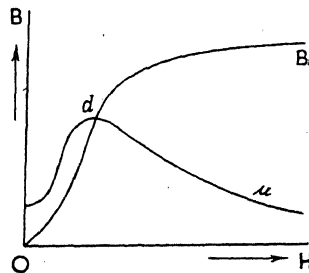
ऐसे पदार्थों की चुम्बकीय ग्रहणशीलता पर चुम्बकीकरण क्षेत्र की तीव्रता या तापमान का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।

(b) **अनुचुम्बकीय पदार्थ** (Paramagnetic substances)— अनुचुम्बकीय पदार्थ ऐसे पदार्थों को कहा जाता है जो काफी शक्तिशाली चुम्बकीय क्षेत्र में लाने पर, क्षेत्र की ही दिशा में चुम्बकित होते हैं—परन्तु चुम्बकन अल्प मात्रा में ही होता है। Pt, Al, Cr, Mn, $CuSO_4$, द्रव आक्सीजन एवं लोहे तथा निकेल के लवणों के घोल आदि इस श्रेणी के पदार्थों में आते हैं। ऐसे पदार्थों को जब समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में निलम्बित किया जाता है तो वे क्षेत्र की दिशा में आकर स्थिर हो जाते हैं। ऐसे पदार्थ यदि असमरूप चुम्बकीय क्षेत्र में घूमने को स्वतंत्र हों तो वे कम शक्तिशाली भाग के क्षेत्र से हटकर अधिक शक्तिशाली भाग वाले क्षेत्र की ओर आने को प्रवृत्त होते हैं।

जब ऐसे पदार्थ को चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो पदार्थ के अन्दर अपेक्षाकृत कुछ अधिक बल-रेखाएँ घनीभूत होती हैं अर्थात् चुम्बकीय प्रेरण B का मान

चुम्बकीकरण-क्षेत्र (H) के मान से थोड़ा अधिक होता है; अतः चुम्बकशीलता μ $\left(=\frac{B}{H}\right)$ का मान 1 से थोड़ा अधिक होता है तथा चुम्बकीय ग्रहणशीलता K का मान कम परन्तु धनात्मक होता है। उदाहरण के लिए, अलुमीनियम के लिए $\mu=1\cdot000022$ एवं $K=0\cdot0000018$। यदि अनुचुम्बकीय द्रव (paramagnetic liquid) से भरी U-नली की एक भुजा को काफी शक्तिशाली विद्युत्-चुम्बक के ध्रुवों के बीच में इस प्रकार रखा जाय कि द्रव की सतह, क्षेत्र की रेखा में हो तो क्षेत्र स्थापित करने पर, द्रव की सतह ऊपर उठ जाती है। प्रतिचुम्बकीय द्रव (diamagnetic liquid) के साथ, इसके विपरीत प्रभाव देखने को मिलते हैं अर्थात्, द्रव की सतह, क्षेत्र स्थापित करने पर नीचे दब जाती है।

(चित्र 47)

यदि अनुचुम्बकीय गैस को चुम्बक के ध्रुवों के बीच ऊपर उठने दिया जाय तो यह क्षेत्र की दिशा में फैल जाती है जबकि प्रतिचुम्बकीय गैस क्षेत्र की दिशा की लम्बवत् दिशा में फैल जाती है।

अनुचुम्बकीय पदार्थ की चुम्बकन-तीव्रता (I) चुम्बकीकरण-क्षेत्र (H) के समानुपाती होती है अतः किसी दिये हुए तापमान पर, ऐसे पदार्थों की चुम्बकशीलता एवं चुम्बकीय ग्रहणशीलता आरोपित क्षेत्र H पर निर्भर नहीं करती है। ऐसे पदार्थों की चुम्बकीय ग्रहणशीलता, तापमान के बढ़ने से घटती है।

(c) **लौह-चुम्बकीय पदार्थ** (Ferro-magnetic substances)— लौह-चुम्बकीय पदार्थ ऐसे पदार्थों को कहा जाता है जो अपेक्षाकृत कम शक्तिशाली क्षेत्र में भी, क्षेत्र की ही दिशा में, काफी हद तक चुम्बकित होते हैं। लोहा, इस्पात, निकेल, कोबाल्ट एवं उनके लवण इस श्रेणी के पदार्थों में आते हैं।

(चित्र 48)

अनुचुम्बकीय पदार्थों के सभी गुणों को लौह-चुम्बकीय पदार्थ भी प्रदर्शित करते हैं परन्तु इनके प्रभाव काफी अधिक होते हैं। उदाहरणार्थ, अनुचुम्बकीय पदार्थ की भाँति लौह-चुम्बकीय पदार्थ की चुम्बकीय ग्रहणशीलता भी धनात्मक होती है परन्तु

लौह-चुम्बकीय पदार्थों के लिए उनका मान काफी अधिक होता है। अनुचुम्बकीय पदार्थों के लिए चुम्बकशीलता का मान इकाई से थोड़ा अधिक होता है जबकि लौह-चुम्बकीय पदार्थ की चम्बकशीलता 100 से 1000 के क्रम में होती है।

ऐसे पदार्थों के लिए, H के कम मान पर, चुम्बकन-तीव्रता (I) चुम्बकीकरण-क्षेत्र (H) के समानुपाती होती है (वक्र a का भाग OA)। H के मध्यम(moderate) मान के लिए, H के बढ़ने के साथ I काफी तेजी से बढ़ती है (वक्र का भाग AB) तथा H के काफी अधिक मान के लिए, I करीब-करीब नियत मान प्राप्त कर लेती है (वक्र का भाग BC)।

अतः H के कम मान के लिए चुम्बकीय ग्रहणशीलता करीब-करीब स्थिर रहती है। H के मध्यम मान के लिए, यह बढ़ती है तथा H के काफी अधिक मान के लिए, H के बढ़ने के साथ चुम्बकीय ग्रहणशीलता धीरे-धीरे घटने लगती है।

H के साथ चुम्बकीय प्रेरण B का परिवर्तन, चुम्बकन-तीव्रता I के परिवर्तन की ही भाँति होता है परन्तु I की भाँति, B कभी नियत मान प्राप्त नहीं करता है।

H के साथ चुम्बकशीलता μ का परिवर्तन, चुम्बकीय ग्रहणशीलता के परिवर्तन की ही तरह होता है परन्तु H के काफी अधिक मान के लिए μ के घटने की दर K के घटने की दर से कम होती है।

जब किसी लौह-चुम्बकीय पदार्थ को गर्म किया जाता है तो उसकी चुम्बकीय ग्रहणशीलता घटने लगती है तथा किसी तापमान पर उसकी चुम्बकीय ग्रहणशीलता निरपेक्ष तापमान के उत्क्रमानुपाती होती है अर्थात्

$$K \propto \frac{1}{T}.$$

इसे क्यूरी का नियम (Curie's law) कहते हैं। ऐसे पदार्थों की चुम्बकीय ग्रहण-शीलता, तापमान के बढ़ने के साथ-साथ घटती जाती है तथा एक निश्चित तापमान पहुँच जाने के बाद उसकी चुम्बकीय ग्रहणशीलता एकाएक बहुत घट जाती है तथा लौह-चुम्बकीय पदार्थ, अनुचुम्बकीय पदार्थ के रूप में परिणत हो जाता है। जिस तापमान विशेष पर यह घटना होती है उसे क्यूरी-विन्दु (Curie-point) कहते हैं।

लौह के लिए क्यूरी-विन्दु का तापमान करीब 750°C होता है।

लौह-चुम्बकत्व उन्हीं पदार्थों में पाया जाता है जिनकी बनावट विशेष रूप से रवादार (crystalline) होती है। द्रव या गैस में कोई विशेष बनावट नहीं होती है अतः वे कभी लौह-चुम्बकीय नहीं होते हैं।

व्याख्या (Explanation)— पदार्थों के प्रतिचुम्बकीय, अनुचुम्बकीय या लौह-चुम्बकीय आचरण की व्याख्या साधारण रूप से इलेक्ट्रन-वाद के आधार पर निम्नलिखित ढंग से की जा सकती है—

प्रत्येक पदार्थ के परमाणु के मध्य में एक नाभिक (nucleus) होता है जिसके चारों ओर विभिन्न कक्षाओं (orbits) में निश्चित संख्या में इलेक्ट्रन घूमते रहते हैं। प्रत्येक गतिमान इलेक्ट्रन, कक्षा के इर्द-गिर्द सूक्ष्म धारा (tiny currents) के तुल्य होता है जिसके परिणामस्वरूप पदार्थ के परमाणुओं में चुम्बकत्व उत्पन्न हो जाता है तथा उनमें कुछ चुम्बकीय घूर्ण आ जाता है। इलेक्ट्रन में, कक्षा पर घूमने के अतिरिक्त भी एक गति होती है—अपने अक्ष (axis) के परित: भ्रमि (spinning) गति—जिसके कारण भी परमाणुओं में चुम्बकीय घूर्ण उत्पन्न होता है। साधारणतया, दोनों प्रकार की गतियों के कारण उत्पन्न चुम्बकीय घूर्ण एक ही दिशा में होते हैं अत: परमाणु का परिणामी घूर्ण दोनों प्रकार की गतियों के कारण उत्पन्न चुम्बकीय घूर्ण के योग के बराबर होता है। ऐसे पदार्थ को जब बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो पदार्थ के सभी परमाणु इस प्रकार सज जाते हैं कि चुम्बकीय घूर्ण की दिशा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में आ जाय। इस प्रकार, पदार्थ में कुछ निश्चित परिमाण में चुम्बकीय घूर्ण आ जाता है जिसकी दिशा चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में होती है तथा कहा जाता है कि पदार्थ क्षेत्र की दिशा में चुम्बकित हो गया है। यही अनुचुम्बकीय (paramagnetic) पदार्थों की साधारण व्याख्या है।

ऐसे पदार्थ को जब गर्म किया जाता है तो परमाणुओं में तापीय आन्दोलन (thermal agitation) बढ़ जाने से, उनके सुव्यवस्थित ढंग से सजने की क्रिया दुरूह हो जाती है तथा यही कारण है कि तापमान के बढ़ने से अनुचुम्बकीय पदार्थों का चुम्बकत्व धीरे-धीरे घटता है।

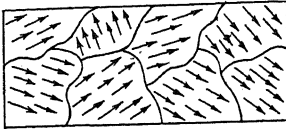
प्रतिचुम्बकत्व (diamagnetism) ऐसे पदार्थों में पाया जाता है जिनके परमाणुओं में इलेक्ट्रन सम-संख्या (even number) में होते हैं। ऐसे परमाणुओं में इलेक्ट्रन जोड़े (pairs) में होते हैं। प्रत्येक जोड़े के इलेक्ट्रनों में दोनों ही प्रकार की गतियाँ—कक्षीय (orbital) एवं भ्रमि (spinning)—होती हैं परन्तु जोड़े के दोनों इलेक्ट्रनों की गतियाँ विपरीत दिशा में होने के कारण कोई चुम्बकत्व नहीं उत्पन्न हो पाता है तथा इस प्रकार परमाणु का परिणामी चुम्बकीय घूर्ण शून्य के बराबर होता है।

ऐसे पदार्थ को जब किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र में रखा जाता है तो चूँकि परमाणु में कोई चुम्बकत्व नहीं रहता है अत: उन्हें क्षेत्र की दिशा में सजने की कोई प्रवृत्ति नहीं होती है; परिणामस्वरूप किसी प्रकार के चुम्बकत्व के बढ़ने का कोई प्रश्न ही नहीं उठता है।

फिर भी चुम्बकीय क्षेत्र इलेक्ट्रन की गति में कुछ संशोधन लाता है। लेंज के नियम के अनुसार, वैसा इलेक्ट्रन, जिसकी गति के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र, बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा में होता है, उसकी गति मन्द हो जाती है तथा वैसा इलेक्ट्रन, जिसकी गति के कारण उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र, बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के विपरीत में होता है, उसकी गति त्वरित हो जाती है। इस प्रकार, इलेक्ट्रन-जोड़ा,

अतः पदार्थ का परमाणु, कुछ चुम्बकीय घूर्ण प्राप्त करता है जिसकी दिशा आरोपित चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा के विपरीत होती है। प्रतिचुम्बकत्व की यही साधारण व्याख्या है। चूँकि ऐसे पदार्थ के परमाणु तापीय आन्दोलन से प्रभावित नहीं होते हैं अतः प्रति चुम्बकत्व पर तापमान का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है।

प्रतिचुम्बकत्व प्रायः सभी पदार्थों में पाया जाता है परन्तु अनुचुम्बकीय पदार्थों में अनुचुम्बकत्व का प्रभाव प्रतिचुम्बकत्व के प्रभाव से कहीं अधिक होता है।

लौह-चुम्बकीय पदार्थों में परमाणु, जो मौलिक चुम्बक की भाँति कार्य करते हैं, इस प्रकार व्यवस्थित होते हैं कि वे एक प्रकार के मंडलक (domain) का निर्माण करते हैं। प्रत्येक मंडलक में मौलिक चुम्बक एक ही दिशा में सजे होते हैं तथा साथ-साथ घूमते हैं। अतः प्रत्येक मंडलक का प्रभावकारी (effective) चुम्बकीय घूर्ण किसी भी मौलिक चुम्बक के चुम्बकीय घूर्ण की अपेक्षा काफी अधिक होता है। अतः ऐसे पदार्थ, सामान्य तापमान पर, अपेक्षाकृत कम शक्तिशाली क्षेत्र के कारण भी काफी हद तक चुम्बकित हो जाते हैं।

(चित्र 49)

बहुत अधिक तापमान पर ये मंडलक टूट जाते हैं तथा पदार्थ लौह-चुम्बकत्व खोकर, स्वतंत्र मौलिक चुम्बक के कारण अनुचुम्बकत्व की स्थिति में आ जाता है।

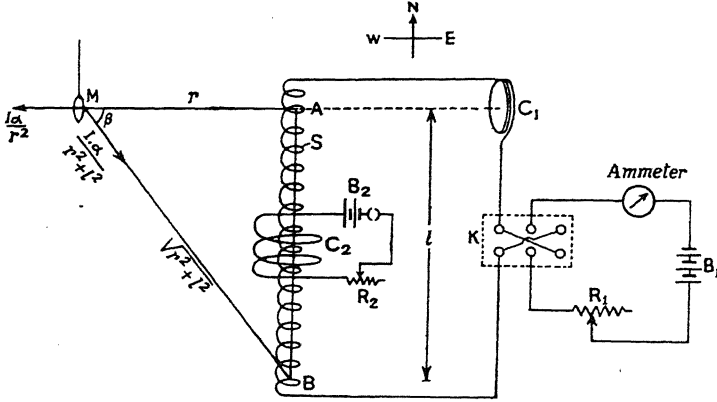
3.3. चुम्बकशीलता एवं चुम्बकीय ग्रहणशीलता का निर्धारण (Determination of Permeability μ and Magnetic susceptibility K)

चूँकि चुम्बकशीलता $\mu=\frac{B}{H}$ एवं चुम्बकीय ग्रहणशीलता $K=\frac{I}{H}$ होती है अतः μ एवं K के निर्धारण का मतलब यह हुआ चुम्बकीकरण-क्षेत्र की तीव्रता के किसी खास मान H के लिए I एवं B के मान का निर्धारण। अतः प्रयोग में वस्तुतः क्या किया जाता है—वह यह है कि H के विभिन्न मानों के संगत I एवं B के मान गणना द्वारा ज्ञात कर लिये जाते हैं तथा I—H एवं B—H का लेखाचित्र खींचा जाता है तथा लेखाचित्र के किसी विन्दु के संगत I एवं H के मान से K की तथा B एवं H के मान से μ के मानों की गणना कर ली जाती है।

B—H लेखाचित्र को मंदायन या शैथिल्य वक्र (hysteresis curve) भी कहा जाता है।

इस कार्य के लिए प्रयुक्त प्रमुख विधियाँ निम्नलिखित हैं—

(A) **चुम्बकत्वमापी विधि** (Magnetometer method)— यदि प्रतिरूप या नमूना (specimen) पतली लम्बी छड़ या तार के रूप में रहता है तो यह विधि अपनायी जाती है। इस विधि की प्रायोगिक व्यवस्था चित्र 50 में दिखलायी गयी है।

जिस प्रतिरूप के साथ प्रयोग करना रहता है उसकी छड़ AB को एक परिनालिका (solenoid) S के अन्दर उदग्र रूप से रखा जाता है। यह परिनालिका S बैटरी B_1,

(चित्र 50)

परिवर्तनशील प्रतिरोधक (rheostat)R_1 एवं खिसकायी जा सकने वाली उदग्र कुंडली (coil) C_1 तथा आम्मीटर के श्रेणीक्रम में होती है। कुंडली C_1 का अक्ष प्रतिरूप के ऊपरी सिरे A से होकर गुजरता है।

परावर्तक रूप (reflection type) के विक्षेप-चुम्बकत्वमापी को अन्ताभिमुखी स्थिति में इस प्रकार से रखा जाता है कि चुम्बकत्वमापी का अक्ष एवं कुंडली C_1 का अक्ष (जिस पर प्रतिरूप का सिरा A पड़ता है) एक ही रेखा में पड़े। परिनालिका S के ऊपर एक दूसरी कुंडली C_2 लगी होती है। कुंडली C_2 बैटरी B_2, परिवर्तनशील प्रतिरोधक R_2 एवं कुंजी के साथ जुड़ी रहती है।

जब परिनालिका S होकर विद्युत् की धारा प्रवाहित की जाती है तो प्रतिरूप AB चुम्बकित हो जाता है। चुम्बकित हो जाने के फलस्वरूप यह चुम्बकत्वमापी के केन्द्र पर (जहाँ चुम्बकीय सूई लगी होती है) चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है। इस चुम्बकीय क्षेत्र एवं पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की क्षैतिज तीव्रता के सम्मिलित प्रभाव में, चुम्बकत्वमापी की सूई स्पज्या-नियम का पालन करती हुई विक्षेपित हो जाती है।

धारा प्रवाहित करने के बाद चुम्बकत्वमापी के केन्द्र पर जो चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है वह सिर्फ प्रतिरूप के चुम्बकन के ही कारण होना चाहिए; परन्तु ऐसा नहीं होता है। इसका कारण निम्नलिखित है—

जब परिनालिका S से होकर धारा प्रवाहित की जाती है तो वही धारा कुंडली C_1 से भी प्रवाहित होती है तथा इसी कारण कुंडली C_1 भी चुम्बकत्वमापी के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है। शुद्ध फल प्राप्त करने के लिए C_1 द्वारा उत्पन्न चुम्बकीय क्षेत्र को निष्फल (neutralised) कर दिया जाता है। ऐसा करने के लिए,

प्रतिरूप को निकाल लिया जाता है तथा C_1 की दूरी (M से) इस प्रकार व्यवस्थित (adjusted) की जाती है कि S एवं C_1 से धारा प्रवाहित करने पर चुम्बकत्वमापी में कोई विक्षेप उत्पन्न न हो।

विद्युत्-धारा के अतिरिक्त पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के उदग्र अवयव के कारण भी प्रतिरूप चुम्बकित हो सकता है। इस प्रभाव को दूर करने के लिए, प्रतिरूप को अपनी जगह पर रख दिया जाता है तथा S एवं C_1 में बिना कोई धारा प्रवाहित किये हुए, कुंडली C_2 में धारा को (परिमाण एवं दिशा दोनों में) तबतक व्यवस्थित किया जाता है जबतक कि चुम्बकत्वमापी कोई विक्षेप न प्रदर्शित करे।

हो सकता है कि प्रयोग शुरू करने के पहले भी प्रतिरूप में कुछ चुम्बकत्व हो, अतः प्रयोग शुरू करने के पहले इसे विचुम्बकित (demagnetised) कर लिया जाता है। अब बैटरी B_1 वाला परिपथ पूरा कर S एवं C_1 होकर धारा प्रवाहित की जाती है। इससे प्रतिरूप चुम्बकित हो जाता है जिससे चुम्बकत्वमापी की सूई विक्षेप प्रदर्शित करती है। धारा की शक्ति एवं चुम्बकत्वमापी के विक्षेप का पठन ले लिया जाता है जिसके संगत के चुम्बकीकरण-क्षेत्र की तीव्रता H एवं प्रतिरूप की चुम्बकन-तीव्रता I के मान गणना द्वारा निम्नलिखित ढंग से निकाल लिये जाते हैं।

चूँकि प्रतिरूप की लम्बाई, मुटाई की तुलना में बहुत अधिक है, अतः इसके ध्रुवों के विचुम्बकन-प्रभाव को नगण्य मान लिया जाय तो परिनालिका में i ऐम्पियर की धारा प्रवाहित होने से उत्पन्न चुम्बकीकरण-क्षेत्र की तीव्रता

$$H=\frac{4\pi ni}{10} \qquad \ldots \qquad (6),$$

जहाँ परिनालिका की प्रतिसेंटीमीटर पर लपेटों की संख्या n है।

यदि इस क्षेत्र के कारण प्रतिरूप में उत्पन्न चुम्बकन-तीव्रता I हो एवं प्रतिरूप के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल α हो तो प्रतिरूप के सिरों पर उत्पन्न ध्रुव की सामर्थ्य

$$m=I\times\alpha.$$

मान लें कि प्रतिरूप के A सिरे पर उत्तर ध्रुव एवं B सिरे पर दक्षिण ध्रुव उत्पन्न हुए हैं।

यदि $AM=r$, $AB=l$ तो

A पर स्थित ध्रुव के कारण M पर क्षेत्र की तीव्रता $=\frac{I.\alpha}{r^2}$ ($\vec{AM}$ की दिशा में)

तथा B पर स्थित ध्रुव के कारण M पर क्षेत्र की तीव्रता $=\frac{I.\alpha}{r^2+l^2}$ ($\vec{MB}$ की दिशा में।)

इस क्षेत्र का क्षैतिज अवयव $=\frac{I.\alpha}{r^2+l^2}\cos\beta=\frac{I\alpha r}{(r^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}$, $\overrightarrow{MA}$ की दिशा में।

अतः प्रतिरूप के कारण M पर परिणामी क्षैतिज क्षेत्र

$$=\frac{I\alpha}{r^2}-\frac{I\alpha r}{(r^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$=I\alpha\left[\frac{1}{r^2}-\frac{r}{(r^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}\right],\ \overrightarrow{AM} \text{ की दिशा में ।}$$

अतः यदि पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की क्षैतिज तीव्रता H_0 हो एवं चुम्बकत्व-मापी की सूई का विक्षेप θ हो तो स्पज्या-नियम के अनुसार

$$I\alpha\left[\frac{1}{r^2}-\frac{r}{(r^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}\right]=H_0\tan\theta.$$

$$\therefore\ I=\frac{H_0\tan\theta}{\alpha\left[\frac{1}{r^2}-\frac{r}{(r^2+l^2)^{\frac{3}{2}}}\right]} \quad \cdots \quad (7).$$

अन्य सभी राशियों के ज्ञात रहने पर I का मान समीकरण (7) से एवं H का मान समीकरण (6) से ज्ञात कर K का मान समीकरण $K=\frac{I}{H}$ से तथा μ का मान समीकरण $\mu=1+4\pi K$ से निकाला जा सकता है ।

यदि H_0 अज्ञात हो तो इसे प्रयोग द्वारा निम्नलिखित ढंग से निकाला जा सकता है ।

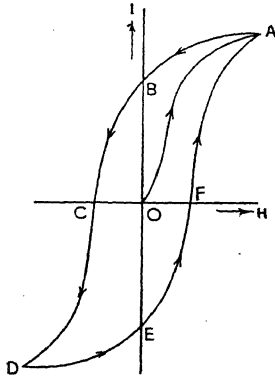
इस कार्य के लिए परिनालिका को परिपथ से अलग कर दिया जाता है तथा कुंडली C_1 से ज्ञात धारा i_1 ऐम्पियर प्रवाहित कराकर चुम्बकत्वमापी की सूई का विक्षेप θ_1 नोट कर लिया जाता है। यदि कुंडली C_1 की त्रिज्या a हो तथा इसमें लपेटों की संख्या n_1 हो तो

$$\frac{2\pi n_1 a^2 i_1}{10(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}=H_0\ \tan\theta_1$$

$$\therefore\ H_0=\frac{2\pi n_1 a^2 i_1}{10\ \tan\theta_1\,(a^2+x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad \cdots \quad (8),$$

जहाँ x, M से C_1 की दूरी है ।

इस प्रकार H_0 ज्ञात कर, I का मान एवं संगत के H का मान ऊपर के समीकरण (7) एवं (6) से मालूम किया जा सकता है। I एवं H ज्ञात हो जाने पर K एवं μ के मान ऊपर दिये गये सम्बन्ध से निकाले जा सकते हैं ।

मंदायन या शैथिल्य वक्र खींचने के लिए शुरू में अल्प स्थायी धारा परिनालिका से प्रवाहित कर चुम्बकत्वमापी की सूई का विक्षेप नोट कर लिया जाता है। धारा-शक्ति का मान आम्मीटर से पढ़ लिया जाता है। धारा-शक्ति को धीरे-धीरे बराबर परिमाण में बढ़ाते हुए प्रयोग को दुहराया जाता है तथा हर बार चुम्बकत्वमापी की सूई का विक्षेप नोट कर लिया जाता है। इस क्रिया को तब तक दुहराया जाता है जब तक कि विक्षेप का मान करीब-करीब बराबर न आने लगे—यह स्थिति तब आती है जब कि प्रतिरूप संतृप्ति (saturation) की स्थिति में आ जाता है। धारा को धीरे-धीरे घटाते हुए शून्य मान तक प्रयोग किया जाता है। पुनः धारा की दिशा बदलकर प्रयोग को तबतक दुहराया जाता है जबतक कि विपरीत दिशा में संतृप्ति की स्थिति न आ जाय। ऐसी स्थिति आ जाने पर धारा का मान फिर घटाते हुए तबतक प्रयोग को दुहराया जाता है जब तक कि धारा का मान पुन: शून्य पर न आ जाय। इस प्रकार एक चक्र (cycle) पूरा हो जाता है। धारा के विभिन्न मानों के लिए H एवं संगत के I के मान ऊपर के समीकरण (6) एवं (7) से ज्ञात कर I एवं H के बीच लेखाचित्र खींचा जाता है जिसकी प्रकृति (nature) चित्र 51 में दिखलायी गयी है।

(चित्र 51)

H के विभिन्न मानों के लिए समीकरण

$$B=H+4\pi I$$

से B का मान ज्ञात कर, B एवं H के बीच का भी लेखाचित्र खींचा जा सकता है। इसकी प्रकृति I—H वक्र की ही भाँति होती है।

इस विधि से शैथिल्य वक्र खींचते समय निम्नलिखित बातों को ध्यान में रखना चाहिए—,

(a) प्रत्येक स्तर पर धारा को धीरे-धीरे बढ़ाना चाहिए।

(b) परिनालिका या प्रतिरूप को थपथपा कर हिलाना नहीं चाहिए क्योंकि इससे प्रतिरूप के चुम्बकन में वृद्धि हो जाती है।

(c) प्रतिरूप के सिरों के ध्रुवों के विचुम्बकीकरण-प्रभाव को ध्यान में रखना चाहिए।

यह विधि सुगम होती है परन्तु निम्नलिखित कुछ दोषों के कारण साधारणतया इस विधि से प्रयोग नहीं किया जाता है—

(a) इसमें प्रतिरूप के ध्रुवों की निश्चित स्थिति अज्ञात रहती है।

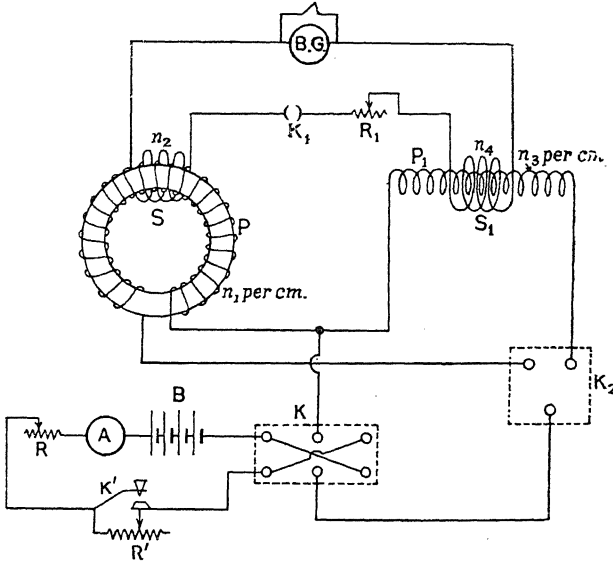
(b) पार्श्वों से चुम्बकीय रेखा-प्रवाह के क्षरण (leakage of magnetic flux) के कारण प्रतिरूप में चुम्बकन की तीव्रता सर्वाधिक मध्य में होती है—सिरों पर नहीं।

इन दोषों को दूर करने के लिए प्रतिरूप का आकार लंगर वलय के रूप में बनाया

जाता है तथा रेखा-प्रवाह की माप करने के लिए निर्देशकस्वरूप प्राक्षेपिक धारामापी (ballistic galvanometer) का उपयोग किया जाता है। अतः प्राक्षेपिक विधि जिसका वर्णन नीचे किया जाता है, अपेक्षाकृत उत्तम विधि है।

(B) **प्राक्षेपिक विधि** (Ballistic method)— इस विधि का दूसरा नाम रौलैंड वलय विधि (Rolland ring method) भी है। जब प्रतिरूप वलय (ring) के आकार का होता है तो उसके μ एवं K के निर्धारण के लिए या शैथिल्य-वक्र को अंकित करने के लिए इस विधि का उपयोग किया जाता है।

इस विधि की प्रायोगिक व्यवस्था चित्र 52 में दिखलायी गयी है।

P एक प्राथमिक चुम्बकीकरण कुंडली होती है जो प्रतिरूप के ऊपर ठीक से लपेट दी जाती है। मान लें कि प्रति इकाई सें०मी० की लम्बाई में इसकी लपेटों की

(चित्र 52)

संख्या n_1 है। यह कुंडली दिक्परिवर्तक कुंजी K एवं द्विपथ कुंजी K_2 से होती हुई एक विद्युत्-परिपथ से जोड़ दी जाती है जिसमें बैटरी B, आम्मीटर A, परिवर्तनशील प्रतिरोधक R एवं प्रतिरोध R' जुड़े रहते हैं। कुंजी K' को दबाकर, आवश्यकता पड़ने पर R' को परिपथ से अलग किया जा सकता है। n_2 लपेटों की एक द्वितीयक (secondary) कुंडली S, जो प्राथमिक कुंडली P के ऊपर लपेटी रहती है, प्राक्षेपिक धारामापी $B.G.$, परिवर्तनशील प्रतिरोधक R_1 तथा दूसरी द्वितीयक कुंडली S_1 (जिसमें लपेटों की संख्या n_4 है) के साथ श्रेणीक्रम में जोड़ दी जाती है। द्वितीयक कुंडली S_1, एक मानक (standard) परिनालिका P_1— जिसमें लपेटों की संख्या n_3 प्रति सें०मी० है— के ऊपर लपेटी हुई रहती है। द्विपथ कुंजी K_2,

आवश्यकतानुसार P या P_1 को बैटरी वाले परिपथ में लाती है। धारामापी के विक्षेप को रोकने (arrest) के लिए इसके समानान्तर क्रम में एक दाबक-कुंजी (tapping key) लगा दी जाती है।

जब K_2 को बायीं ओर बन्द कर चुम्बकीकरण कुंडली P से होकर एक ज्ञात धारा (मान लें i ऐम्पियर) प्रवाहित की जाती है तो प्रतिरूप चुम्बकित हो जाता है तथा चुम्बकीकरण क्षेत्र की तीव्रता का मान

$$H=\frac{4\pi n_1 i}{10} \text{ ओरस्टेड होता है।} \quad .. \quad (9).$$

यदि प्रतिरूप का क्षेत्रफल A सें०मी०^2 हो तो, उसके चुम्बकन के कारण उत्पन्न चुम्बकीय रेखा-प्रवाह (magnetic flux)$=B\times A$ मैक्सवेल, जहाँ B (गॉस) प्रतिरूप में उत्पन्न चुम्बकीय प्रेरण है। चूँकि यह चुम्बकीय रेखा-प्रवाह द्वितीयक कुंडली की प्रत्येक लपेट से होकर प्रवाहित होता है अतः द्वितीयक कुंडली S से सम्बद्ध (linked) कुल प्रवाह$=B.A.n_2$। इस प्रकार धारा प्रवाहित करने से द्वितीयक कुंडली में चुम्बकीय रेखा-प्रवाह का मान शून्य से बदलकर BAn_1 हो जाता है। चुम्बकीय रेखा-प्रवाह के इस परिवर्तन के फलस्वरूप द्वितीयक कुंडली के परिपथ में एक प्रेरित

वि०वा० बल $$e=-\frac{dN}{dt}$$

उत्पन्न हो जाता है जिसके कारण प्राक्षेपिक धारामापी से होकर आवेश (charge) प्रवाहित होता है जिसका परिमाण

$$q=\int idt=\int \frac{e}{R}.dt=\int \frac{1}{R}\left(-\frac{dN}{dt}\right).dt$$

$$=\int \frac{1}{R}\left(-dN\right)=\frac{BAn_2}{R}$$

होता है जहाँ R धारामापी के परिपथ का कुल प्रतिरोध है।

इस आवेश के प्रवाहित होने से यदि धारामापी का प्रक्षेप (throw) θ हो तो

$$\frac{BAn_2}{R}=K\theta(1+\lambda/2) \quad .. \quad (10),$$

जहाँ K धारामापी का स्थिरांक एवं λ लघुगणकीय अपचय (logarithmic decrement) है।

K एवं λ को समीकरण (10) से दूर करने के लिए, K_2 को दायीं ओर बन्द

कर मानक परिनालिका P_1 को बैटरी के परिपथ में लाया जाता है। अब एक ज्ञात धारा i_1 ऐम्पियर प्रवाहित कर धारामापी का प्रक्षेप θ_1 नोट कर लिया जाता है। अत: इस स्थिति में, ऊपर की ही भाँति,

$$\frac{4\pi n_3 n_4 i_1 A'}{10R} = K\theta'\left(1+\lambda/2\right) \quad .. \quad (11),$$

जहाँ A' द्वितीयक कुंडली S_1 के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल है।

अतः समीकरण (10) एवं (11) से

$$\frac{10BAn_2}{4\pi n_3 n_4 i_1 A'} = \frac{\theta}{\theta'}.$$

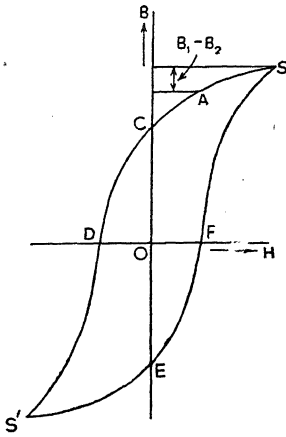
$$\therefore \quad B = \frac{4\pi n_3 n_4 i_1 A'}{10An_2} \cdot \frac{\theta}{\theta'} \quad .. \quad (12).$$

समीकरण (12) प्रतिरूप में उत्पन्न B का मान देता है तथा संगत के H का मान समीकरण (I) से मिलता है। इस प्रकार B एवं H ज्ञात हो जाने पर

$$\mu\left(=\frac{B}{H}\right) \text{ एवं } K\left(=\frac{\mu-1}{4\pi}\right)$$

के मान गणना द्वारा निकाल लिये जाते हैं।

इस विधि का उपयोग कर शैथिल्य वक्र प्राप्त करने के लिए, सर्वप्रथम कुंजी (key) K_2 को बायीं ओर बन्द कर दिया जाता है तथा प्रतिरोध R एवं R' के मान तबतक घटाये जाते हैं जबतक कि कुंजी K के बन्द करने पर सम्पूर्ण पैमाना-विक्षेप (full scale deflection) न प्राप्त हो जाय। इस स्थिति में प्रयुक्त धारा का मान नोट कर लिया जाता है तथा इसे मुख्य प्रयोग में महत्तम धारा के रूप में उपयोग किया जाता है।

प्रतिरूप में किसी प्रकार के अवशिष्ट चुम्बकत्व (residual magnetism) को दूर करने के लिए, कुंजी K_1 को खोलकर धारामापी के परिपथ को विच्छेदित (broken) कर दिया जाता है तथा प्रतिरोध R एवं R' के मान न्यूनतम कर दिये जाते हैं। अब P से होकर प्रवाहित होने वाली धारा को अनेक बार विपर्ययित (reversed) कर दिया जाता है तथा R एवं R' के मान धीरे-धीरे तबतक बढ़ाये जाते हैं जबतक कि धारा, जो विपर्ययित स्थिति में रहती है, का मान सूक्ष्म न हो जाय।

(चित्र 53)

K_1 को बन्द कर धारामापी को पुन: परिपथ में ले आया जाता है; कुंजी K' को बन्द कर दिया जाता है तथा R में इतना मान दिया जाता है कि परिपथ में बहने वाली धारा, पूर्व निर्धारित महत्तम धारा के बराबर हो। दिक्परिवर्तक को अब दायीं तरफ बन्द कर दिया जाता है तथा धारामापी का प्रक्षेप θ_1 नोट कर लिया जाता है। आम्मीटर A की सहायता से धारा i_1 का भी मान नोट कर लिया जाता है। धारा के मान i_1 एवं प्रक्षेप θ_1 के संगत के चुम्बकीकरण-क्षेत्र H_1 एवं चुम्बकीय प्रेरण B_1 के मान ऊपर के समीकरण से ज्ञात कर लिये जाते हैं। B एवं H के इस मान को $B—H$ वक्र के विन्दु S द्वारा निरूपित किया गया है।

धारामापी परिपथ को पुन: विच्छेदित कर दिया जाता है तथा दिक्परिवर्तक की दिशा को अनेक बार विपर्ययित कर अन्त में दायीं ओर रख इसे छोड़ दिया जाता है।

धारामापी को पुन: परिपथ में ले आया जाता है। जब सब कुछ स्थिर हो तो R' में कुछ प्रतिरोध दिया जाता है तथा K' को बन्द कर दिया जाता है। R' में कुछ मान के प्रतिरोध देने से, चुम्बकीकरण-क्षेत्र का मान (महत्तम से घटकर) H_2 हो जाता है जिसके फलस्वरूप धारामापी θ_2 प्रक्षेप देता है जो चुम्बकीय प्रेरण में ह्रास $B_1—B_2$ के संगत होता है। प्रक्षेप θ_2 एवं संगत की धारा i_2 के पठन ले लिये जाते हैं। इन पठनों के संगत के विन्दु A निर्धारित कर लिये जाते हैं। R' के मान को धीरे-धीरे बढ़ाते हुए (दिक्परिवर्तक को सदा दायीं ओर ही रखते हुए) ऊपर की क्रिया को तबतक दुहराया जाता है जबतक कि R' का मान अनन्त (अर्थात् H का मान शून्य) न हो जाय। इस प्रकार i एवं θ के विभिन्न पठनों के संगत H एवं B के मानों द्वारा निर्धारित विन्दुओं को अंकित करने पर वक्र का भाग SC प्राप्त होता है जो H एवं B के सम्बन्ध को प्रदर्शित करता है। प्रत्येक पठन लेने के बाद प्रतिरूप को सदा विन्दु S द्वारा निरूपित स्थिति में—महत्तम धारा के विपर्यय द्वारा (by the reversal of the maximum current)—ले आया जाता है। इस प्रकार S, निर्देश-विन्दु (reference point) की भाँति कार्य करता है।

K' को अब बन्द कर दिया जाता है तथा दिक्परिवर्तक की दिशा अनेक बार बदलकर इसे अन्त में दायीं ओर रखकर छोड़ दिया जाता है। R' में काफी अधिक प्रतिरोध दिया जाता है तथा धारामापी को पुन: परिपथ में ले आया जाता है। अब, **एक ही साथ** K को बायीं ओर कर दिया जाता है तथा K' को खोल दिया जाता है—ऐसा करने से एक ही साथ धारा का परिमाण कम एवं दिशा विपरीत

हो जाती है। धारा का मान i एवं प्रक्षेप θ नोट कर लिये जाते हैं। इस क्रिया को धीरे-धीरे विभिन्न क्रमों (steps) में तबतक दुहराया जाता है जबतक कि धारा का मान (विपरीत दिशा में) पूर्व निर्धारित महत्तम मान के बराबर न हो जाय—इन सारी क्रियाओं में प्रारम्भिक विन्दु (initial or starting point) S ही रखा जाता है।

इन पठनों के संगत H एवं B के मानों द्वारा निर्धारित विन्दुओं को अंकित करने से वक्र का भाग CS' प्राप्त होता है। इस प्रकार शैथिल्य वक्र के आधा भाग $SCDS'$ प्राप्त हो जाता है। इसका शेष आधा भाग $S'EFS$ या तो संमिति (symmetry) से खींचा जा सकता है या S' को निर्देशक विन्दु मान कर तथा दिक्परिवर्तक को अब बायीं ओर छोड़कर, ऊपर की सम्पूर्ण क्रिया को दुहराकर प्राप्त किया जा सकता है। इस प्रकार प्राप्त वक्र $SCDS'EFS$ शैथिल्य या मन्दायन वक्र (hysteresis curve) कहलाता है। B—H वक्र से I—H वक्र भी आसानी से प्राप्त किया जा सकता है। अत: वक्र से भी μ एवं K ज्ञात किये जा सकते हैं।

मूल विन्दु पर, वक्र पर खींची गयी स्पर्श-रेखा की ढाल (slope) प्रारम्भिक चुम्बकशीलता (initial permeability) का मान और महत्तम ढाल महत्तम चुम्बकशीलता (maximum permeability) का मान देती है।

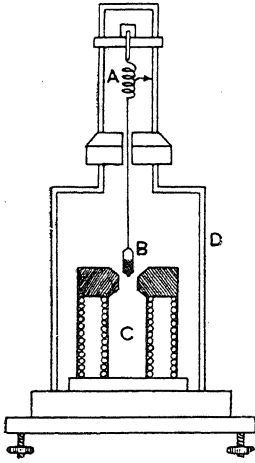
चुम्बकत्वमापी विधि की तुलना में प्राक्षेपिक विधि में निम्नलिखित लाभ हैं—

(a) प्रतिरूप के वलयाकार होने से मुक्त ध्रुव उत्पन्न नहीं होते हैं जिससे किसी प्रकार के विचुम्बकीकरण का प्रभाव उत्पन्न नहीं होता है।

(b) चुम्बकत्वमापी की सूई पर बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र का काफी प्रभाव पड़ता है जबकि चल-कुंडली वाले प्राक्षेपिक धारामापी पर बाह्य व्यवधानों (disturbances) का प्रभाव करीब-करीब नगण्य होता है।

इस विधि की खामियाँ इस बात को लेकर हैं कि जबकि चुम्बकत्वमापी विधि में विभिन्न प्रतिरूपों के लिए एक ही चुम्बकीकरण कुंडली या परिनालिका पर्याप्त होती है—इस विधि में विभिन्न प्रतिरूपों के लिए अलग-अलग लपेट (winding) आवश्यक होती है। साथ ही, हर प्रतिरूप के सिरों को जोड़ना (welding) भी आवश्यक होता है। इतना ही नहीं, वरन् सामान्य नियमानुसार, इस विधि से चुम्बकन का पूर्ण चक्र भी प्राप्त नहीं होता है।

यद्यपि प्राक्षेपिक विधि, चुम्बकशीलता एवं चुम्बकीय ग्रहणशीलता ज्ञात करने के लिए चुम्बकत्वमापी विधि की अपेक्षा अच्छी विधि समझी जाती है तथापि कभी-कभी ऐसा पाया जाता है कि जब चुम्बकीकरण-क्षेत्र की तीव्रता कम रहती है तथा प्रतिरूप की संहति अधिक रहती है तो चुम्बकीकरण-क्षेत्र परिवर्तित करने पर प्रेरण महत्तम मान प्राप्त नहीं कर पाता है। यह प्रभाव **चुम्बकीय श्यानता** (magnetic viscosity or magnetic creeping) कहलाता है। कभी-कभी यह **समय-पश्चता** (time-lag) तो इतनी अधिक होती है कि प्राक्षेपिक विधि से भी चुम्बकशीलता या चुम्बकीय ग्रहणशीलता का शुद्ध मान प्राप्त नहीं हो पाता है।

(C) **गाऊ की तुला-विधि** (Gouy's balance method)— अल्प परिमाण में उपलब्ध प्रतिचुम्बकीय या अनुचुम्बकीय पदार्थ (खास कर जब पदार्थ द्रव के रूप में हो) की चुम्बकीय ग्रहणशीलता (अतः चुम्बकशीलता) ज्ञात करने की यह बहुत ही सरल परन्तु शुद्ध (accurate) विधि है। इस विधि को डा० शांति स्वरूप भटनागर एवं डा० के० एन० माथुर ने काफी संशोधित एवं परिवर्द्धित किया है। इस विधि में प्रयुक्त उपकरण चित्र 54 में दिखलाया गया है।

(चित्र 54)

इसमें चाँदी की बनी एक पतली सर्पिल नली (spiral) A होती है जो पीतल के हुक में लटकायी हुई रहती है। नली A के निचले सिरे से एक छोटी-सी काँच की नली B लटकायी जाती है जिसके अन्दर प्रतिरूप को इस ढंग से रखा जाता है कि यह एक शक्तिशाली विद्युत्-चुम्बक C के ध्रुवों से थोड़ा ऊपर रहे।

नली A की कमानी (spring) में एक छोटा-सा निर्देशक लगा होता है जिसका विस्थापन सूक्ष्मदर्शी (microscope) द्वारा मापा जाता है।

जब विद्युत्-चुम्बक की चुम्बकीकरण-कुंडली से होकर ज्ञात शक्ति की धारा प्रवाहित की जाती है तो इसके ध्रुवों के बीच काफी शक्तिशाली चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जो नली B को नीचे की ओर खींचता है जिससे निर्देशक विस्थापित हो जाता है। पहले नली B में प्रतिरूप को बिना रखे निर्देशक का पठन ले लिया जाता है तदुपरान्त B में प्रतिरूप को रखकर निर्देशक का पठन लिया जाता है। यदि

A=प्रतिरूप के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल,

H=चुम्बकीकरण-क्षेत्र की तीव्रता,

x=निर्देशक का विस्थापन,

a=प्रति ग्राम भार के कारण निर्देशक का विस्थापन,

g=गुरुत्वजनित त्वरण,

K=प्रतिरूप की चुम्बकीग्रहणशीलता,

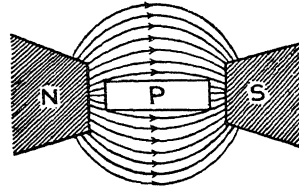
K'=काँच की नली की चुम्बकीय ग्रहणशीलता हो, तो यह दिखलाया जा सकता है कि

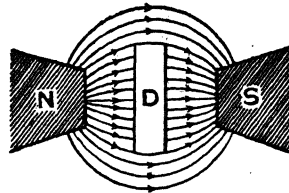
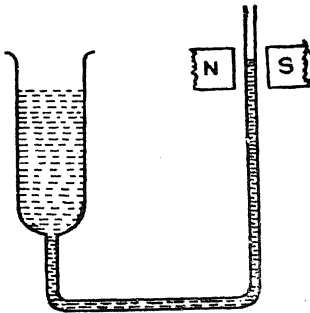
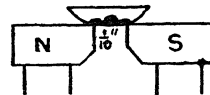
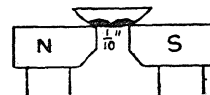
$$K-K'=\frac{2xg}{aAH^2} \qquad .. \qquad (13).$$

अन्य राशियों के ज्ञात रहने पर K का मान समीकरण (13) से आसानी से निकाला जा सकता है। K का मान ज्ञात हो जाने पर μ का मान समीकरण $\mu=1+4\pi K$ की सहायता से आसानी से निकाला जा सकता है।

3.4. चुम्बकीय गुणों के आधार पर पदार्थों की पहचान (Indentification of the substances based upon their magnetic properties)

कोई पदार्थ प्रतिचुम्बकीय या अनुचुम्बकीय है—इसकी पहचान आसानी से निम्नलिखित साधारण प्रयोगों द्वारा की जा सकती है—

(a) यदि पदार्थ ठोस हो— यदि पदार्थ ठोस के रूप में हो तो इसकी एक छोटी छड़ लेकर एक शक्तिशाली विद्युत्-चुम्बक के दोनों ध्रुवों के बीच में लटकाएँ। चुम्बकीय क्षेत्र स्थापित करने पर यदि छड़ क्षेत्र की दिशा के समानान्तर हो जाय (देखें चित्र 55 a) तो पदार्थ अनुचुम्बकीय है परन्तु यदि छड़ क्षेत्र की दिशा के अभिलम्ब हो जाय (देखें चित्र 55 b) तो पदार्थ प्रतिचुम्बकीय है।

(चित्र 55 a)

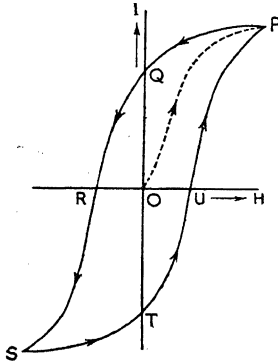
(b) यदि पदार्थ द्रव हो— यदि पदार्थ द्रव के रूप में हो तथा काफी मात्रा में उपलब्ध हो तो इसे एक U-नली में रखें तथा नली की एक भुजा को विद्युत्-चुम्बक के दोनों ध्रुवों के बीच इस प्रकार रखें कि नली में द्रव का तल चुम्बकीय क्षेत्र की सीध में हो (चित्र 56 a)। अब चुम्बकीय क्षेत्र स्थापित

(चित्र 55 b)

(चित्र 56)

(चित्र 57 a, b)

करने पर यदि द्रव का तल नली में ऊपर चढ़ता हो तो द्रव अनुचुम्बकीय ($\mu>1$) है परन्तु यदि द्रव का तल नीचे गिरता हो तो वह प्रतिचुम्बकीय ($\mu<1$) है।

यदि द्रव कम परिमाण में उपलब्ध हो तो इसे एक घड़ी-काँच पर रखकर एक विद्युत्-चुम्बक के ध्रुवों (जिनके बीच की दूरी कम हो) के ऊपर रखें। क्षेत्र स्थापित करने पर यदि द्रव बीच में एकत्र हो जाता हो (चित्र 57 a) तो वह अनुचुम्बकीय है; परन्तु यदि द्रव के बीच में गढ़ा हो जाता हो (चित्र 57 b) तो वह प्रतिचुम्बकीय है।

यदि विद्युत्-चुम्बक के ध्रुवों के बीच की दूरी अधिक ($\frac{1}{10}''$ से अधिक) हो तो प्रभाव विपरीत देखने को मिलते हैं।

(c) **यदि पदार्थ गैस हो**— यदि पदार्थ गैस के रूप में हो तो एक विद्युत्-चुम्बक के ध्रुवों के बीच रखे गये किसी द्रव से होकर गैस को प्रवाहित करें। यदि गैस चुम्बकीय क्षेत्र में क्षेत्र की दिशा में फैल जाती हो तो वह अनुचुम्बकीय होगी, परन्तु यदि गैस दोनों ध्रुवों के बीच से होती हुई सीधे निकल जाती हो तो वह प्रति-चुम्बकीय होगी।

3 5. चुम्बकन-चक्र (Cycle of Magnetisation) एवं मन्दायन या शैथिल्य (Hysteresis)

(चित्र 58)

यदि किसी अचुम्बकित (unmagnetised) चुम्बकीय पदार्थ को किसी चुम्बकीकरण-क्षेत्र में रखा जाता है तो वह प्रेरण द्वारा चुम्बकित हो जाता है तथा उसमें कुछ चुम्बकन-तीव्रता (intensity of magnetisation) I आ जाती है। जब चुम्बकीकरण-क्षेत्र की तीव्रता H बदली जाती है तो चुम्बकन-तीव्रता का भी मान बदलता जाता है। H के परिवर्तन से I के मान में परिवर्तन का सामान्य सम्बन्ध चित्र 58 में प्रदर्शित किया गया है।

विन्दु O, प्रारम्भिक स्थिति को निरूपित करता है जबकि पदार्थ अचुम्बकित है तथा चुम्बकीकरण-क्षेत्र का मान शून्य है। H को धीरे-धीरे बढ़ाने से पदार्थ की चुम्बकन-तीव्रता I भी बढ़ती जाती है परन्तु I की वृद्धि समरूप ढंग से नहीं होती है। H जब एक खास मान प्राप्त कर लेता है तो उसके बाद H के मान में वृद्धि I के मान में कोई वृद्धि उत्पन्न नहीं करती है। यह स्थिति पदार्थ की **संतृप्ति-स्थिति** (saturation state) कहलाती है तथा यह स्थिति चित्र में विन्दु P द्वारा निरूपित की गयी है।

अब H को जब धीरे-धीरे घटाया जाता है तो I का मान भी धीरे-धीरे घटता जाता है परन्तु H के किसी मान के लिए, I का मान, H की वृद्धि के समय H के उसी मान के संगत I के मान से अधिक पाया जाता है। इस प्रकार H का मान घटते-घटते जब शून्य हो जाता है (विन्दु Q द्वारा निरूपित) उस समय पदार्थ की चुम्बकन-तीव्रता को

भी शून्य हो जाना चाहिए; परन्तु ऐसा होता नहीं है एवं H के शून्य हो जाने पर भी पदार्थ में OQ के बराबर चुम्बकन-तीव्रता रह ही जाती है। **चुम्बकन-तीव्रता का यह मान (जब कि H=शून्य हो जाता है) अवशिष्ट चुम्बकत्व** (residual magnetism) **या पदार्थ की धारणशीलता** (retentivity) **कहलाता है। अत: पदार्थ की धारणशीलता, चुम्बकीकरण-क्षेत्र के हटा देने के बाद भी, उसमें बची हुई चुम्बकन-तीव्रता की माप होती है।**

पदार्थ में जो चुम्बकत्व बच गया है उसे दूर करने के लिए OR परिमाण का चुम्बकीय क्षेत्र विपरीत दिशा में पदार्थ पर लगाना पड़ता है अर्थात् जब पदार्थ पर OR परिमाण का विचुम्बकीकरण-क्षेत्र (demagnetising field) लगाया जाता है तब पदार्थ का अवशिष्ट चुम्बकत्व समाप्त होता है एवं I का मान शून्य हो पाता है। **चुम्बकीय क्षेत्र का यह परिमाण, जिससे I शून्य हो पाता है, निग्रह बल** (Coercive force) **या निग्रहण** (coercivity) **कहलाता है। अत: निग्रहण** (coercivity) **उस चुम्बकीय क्षेत्र की माप होता है जो पदार्थ में अवशिष्ट चुम्बकत्व को खत्म करने के लिए आवश्यक होता है।**

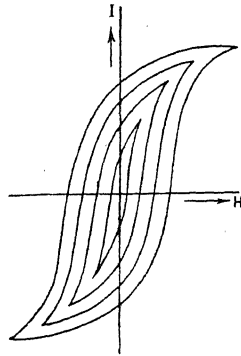
इस प्रकार हम देखते हैं कि H का मान पहले शून्य हो जाता है तथा क्षेत्र को विपरीत दिशा में पदार्थ पर लगाने से, उसकी, चुम्बकन-तीव्रता I, बाद में शून्य मान प्राप्त करती है। इस प्रकार सभी स्थितियों में I (चुम्बकन-तीव्रता) H (चुम्बकीकरण-क्षेत्र) से पीछे पड़ता हुआ या पिछड़ता हुआ-सा (lagging behind) प्रतीत होता है। **चुम्बकन-तीव्रता (I) का चुम्बकीकरण-क्षेत्र (H) से यह पिछड़ना** (lagging behind) **मन्दायन या शैथिल्य** (Hysteresis) **कहलाता है।**

जब चुम्बकीय क्षेत्र H को OR से भी अधिक बढ़ाया जाता है तो पदार्थ विपरीत दिशा में बढ़ते हुए परिमाण में चुम्बकित होता जाता है। यह क्रिया तबतक जारी रहती है जबतक कि विपरीत दिशा में **संतृप्ति की स्थिति** (saturation state) न आ जाती है। यह स्थिति विन्दु S द्वारा निरूपित की गयी है।

यदि H का मान, विपरीत दिशा में संतृप्ति की स्थिति के संगत मान से परिवर्तित कर, शून्य मान होते हुए पुन: विन्दु P द्वारा निरूपित H के मान तक क्रमश: बदला जाय तो वक्र $PQRS$ के सदृश ही दूसरा वक्र $STUP$ मिलता है जो दोनों मिलकर चुम्बकन-क्रिया के एक चक्र को निरूपित करते हैं जिसे **चुम्बकन-चक्र** (cycle of magnetisation) कहते हैं। चुम्बकन-चक्र के फलस्वरूप जो बन्द वक्र $PQRSTUP$ प्राप्त होता है उसे **मन्दायन या शैथिल्य वक्र या पाश** (hysteresis curve or loop) **कहते हैं।**

सम्बन्ध $B=H+4\pi I$ से I के किसी मान के संगत B का मान आसानी से प्राप्त किया जा सकता है तथा I—H वक्र की ही तरह B—H वक्र भी खींचा जा सकता है। इस वक्र की आकृति I—H वक्र की ही भाँति होती है परन्तु इसका आकार थोड़ा बड़ा होता है। दोनों वक्रों में एक अन्तर यह भी होता है कि संतृप्ति की अवस्था में H के

बढ़ने से I का मान नहीं बढ़ता है जबकि B का मान, H के बढ़ने से सदैव बढ़ता जाता है; अत: B—H वक्र में कोना P एवं S, I—H वक्र की तरह सीधे नहीं होते हैं अपितु झुके हुए (sloping) होते हैं। B—H वक्र द्वारा घिरा हुआ पाश भी शैथिल्य-पाश (hysteresis curve or loop) कहलाता है।

3.6. **विचुम्बकन (Demagnetisation)**

(चित्र 59)

चित्र 58 को देखने से पता चलता है कि पदार्थ R एवं U विन्दुओं पर— जहाँ I का मान शून्य हो जाता है—विचुम्बकित हो जाता है—परन्तु स्पष्टत: इन दोनों विन्दुओं द्वारा निरूपित स्थितियों में पदार्थ निश्चित तीव्रता के चुम्बकीय क्षेत्र में है। अत: लौह-चुम्बकीय पदार्थ के आचरण से यह स्पष्ट होता है कि बाह्य क्षेत्र को हटाकर पदार्थ को विचुम्बकित करना संभव नहीं है। इसे संभव करने के लिए धीरे-धीरे क्रमशः घटते हुए परिमाण के चुम्बकीकरण बल (Gradually decreasing magnetising field) के साथ पदार्थ को चुम्बकन-चक्र से ले जाना आवश्यक है। यह क्रिया तबतक जारी रखी जाती है जबतक कि पाश पूर्णत: उसी प्रकार से पतला न हो जाय जैसा कि चित्र 59 के केन्द्र पर दिखलाया गया है। इस स्थिति में चुम्बकीकरण-क्षेत्र व्यवहारत: (practically) शून्य मान का हो जाता है।

विचुम्बकन का एक तरीका पदार्थ को ऐसी परनालिका से, जिससे होकर प्रत्यावर्ती धारा (alternating current) प्रवाहित हो रही है, बाहर निकाल लेने का भी है।

पदार्थ को उसके क्रांतिक-तापमान के ऊपर तक गर्म करके भी विचुम्बकित किया जा सकता है, परन्तु इस विधि से पदार्थ को विचुम्बकित करने से पदार्थ के चुम्बकीय गुण स्थायी रूप से परिवर्तित हो जाते हैं।

3.7. **मन्दायन या शैथिल्य के कारण ऊर्जा का ह्रास (Energy loss due to Hysteresis—Hysteresis loss)**

ऊपर बताया गया है कि अचुम्बकित चुम्बकीय पदार्थ छोटे-छोटे मौलिक या परमाण्विक चुम्बकों से बने होते हैं जो बन्द श्रृंखलाबद्ध स्थिति में रहते हैं। जब ऐसे पदार्थ को चुम्बकित करने के लिए, चुम्बकीकरण-क्षेत्र आरोपित किया जाता है तो यह क्षेत्र उन मौलिक चुम्बकों को अपनी दिशा में लाने की कोशिश करता है और इस क्रिया में क्षेत्र द्वारा कार्य किया जाता है। दूसरे शब्दों में, चुम्बकीय पदार्थ को चुम्बकित करने

में, मौलिक चुम्बकों के पारस्परिक आकर्षण-बल के विरुद्ध, चुम्बकीकरण-क्षेत्र को कुछ कार्य करना पड़ता है यानी ऊर्जा का व्यय करना पड़ता है। इसके विपरीत, जब चुम्बकीकरण-क्षेत्र को हटाकर पदार्थ को अचुम्बकित किया जाता है तो ऊर्जा की प्राप्ति होती है। शैथिल्य वक्र की चर्चा करते समय हम देख चुके हैं कि चुम्बकी-करण-क्षेत्र का मान शून्य करने पर भी पदार्थ में कुछ चुम्बकत्व बच जाता है—इसका मतलब यह हुआ कि क्षेत्र आरोपित कर पदार्थ को चुम्बकित करने के समय जितनी ऊर्जा का व्यय करना पड़ा—क्षेत्र को हटाकर पदार्थ को अचुम्बकित करने के समय उतनी ऊर्जा की प्राप्ति नहीं हो सकी है—अर्थात् ऊर्जा का क्षय (loss) हुआ है। ऊर्जा का यह क्षय पदार्थ के शैथिल्य के कारण हुआ है, कारण H का मान शून्य करने पर यदि I का भी मान शून्य हो जाता तो इस प्रकार ऊर्जा का क्षय नहीं होता। अतः इस प्रकार ऊर्जा के क्षय या ह्रास को **शैथिल्य के कारण ऊर्जा का ह्रास** (loss of energy due to hysteresis) या **शैथिल्य ह्रास** (hysteresis loss) कहते हैं।

पदार्थ के प्रति इकाई आयतन के लिए शैथिल्य के कारण ऊर्जा के ह्रास की गणना करने के लिए मान लें कि पदार्थ के प्रति इकाई आयतन में विद्यमान मौलिक चुम्बकों की संख्या n है तथा प्रत्येक मौलिक चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण M है जो क्षेत्र की दिशा के साथ θ कोण बनाता है।

अतः क्षेत्र की दिशा के समानान्तर एवं लम्बवत् दिशा में चुम्बकीय घूर्ण के अवयव क्रमशः $M\cos\theta$ एवं $M\sin\theta$ हैं। अतः इकाई आयतन में विद्यमान सभी मौलिक चुम्बकों का विचार करते हुए, चुम्बकन-तीव्रता (I) की परिभाषा के अनुसार

$$\Sigma M\cos\theta = I \qquad \ldots \quad (14)$$

एवं

$$\Sigma M\sin\theta = 0,$$

क्योंकि यदि $\Sigma M\sin\theta$ यदि शून्य नहीं होगा तो इसका मतलब यह होगा कि चुम्बकीय घूर्ण का एक अवयव चुम्बकन-तीव्रता के लम्बवत् होगा जो अर्थहीन है।

समीकरण (14) को अवकलित करने पर

$$d\Sigma M\cos\theta = -\Sigma M\sin\theta d\theta = dI \qquad \ldots \quad (14\text{ a})$$

ऋण-चिह्न यह प्रकट करता है कि जब θ में वृद्धि होती है तो I में ह्रास होता है।

क्षेत्र H की दिशा से θ कोण बनाते हुए स्थित प्रत्येक मौलिक चुम्बक (घूर्ण M) पर क्रियाशील नियंत्रक बलयुग्म का घूर्ण $= MH\sin\theta$.

अतः ऐसे चुम्बक को $d\theta$ कोण से झुकाकर क्षेत्र की दिशा में लाने में किया गया कार्य

$$= -MH\sin\theta . d\theta$$

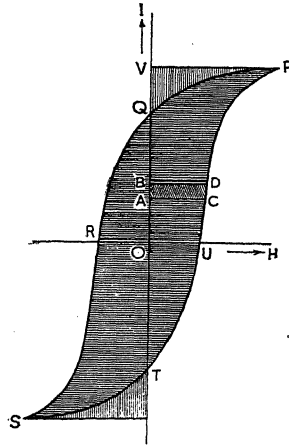
(चूँकि क्षेत्र की दिशा की ओर चुम्बक को झुकाने से θ का मान घटता जाता है अतः $d\theta$ ऋणात्मक लिया गया है)।

अतः इकाई आयतन में विद्यमान सभी मौलिक चुम्बकों को $d\theta$ कोण से (क्षेत्र की दिशा की ओर) झुकाने में किया गया कार्य

$$dW = -\Sigma MH\sin\theta.d\theta$$
$$= -H\Sigma M\sin\theta.d\theta = H.dI.$$

अत: पूर्ण चुम्बकन-चक्र में किया गया कार्य

$$W = \int dW = \oint H.dI \quad .. \quad (15).$$

यह वरवर्ग का नियम (Warburg's law) कहलाता है ।

(चित्र 60)

अब चित्र 60 में दिखलाये गये $I—H$ वक्र पर विचार करें। इस वक्र के विन्दु C पर H का मान AC द्वारा एवं I का मान OA द्वारा निरूपित किया गया है । AB, I के मान में अल्प वृद्धि dI को निरूपित करता है। अत: क्षेत्रफल $ABDC$, राशि $H.dI$ को निरूपित करता है । अत: इकाई आयतन के पदार्थ को स्थिति U से P तक चुम्बकित करने में किये कार्य का परिमाण इस प्रकार के क्षेत्रफलों के योग अर्थात् क्षेत्र $OUPVO$ के क्षेत्रफल के बराबर होगा ।

जब पदार्थ को स्थिति P से स्थिति Q तक लाया जाता है तो H एवं I दोनों के मान घट जाते हैं अत: इस क्रिया के फलस्वरूप क्षेत्र $PVQP$ के क्षेत्रफल के बराबर परिमाण के कार्य (या ऊर्जा) की प्राप्ति पदार्थ के इकाई आयतन से हो जाती है। अत: इकाई आयतन के पदार्थ को U स्थिति से (P होते हुए) Q स्थिति तक लाने में किया गया कुल कार्य=क्षेत्र $OUPQO$ का क्षेत्रफल ।

अत: यदि सम्पूर्ण चुम्बकन-वक्र का विचार किया जाय तो स्पष्ट है कि इकाई आयतन के पदार्थ को एक सम्पूर्ण चुम्बकन-वक्र से होते हुए चुम्बकित करने में किया गया कुल परिणामी कार्य या ऊर्जा में ह्रास

=क्षेत्र $PQRSTUP$ का क्षेत्रफल=$I—H$ पाश का क्षेत्रफल .. (16).

पुन: चूँकि $B = H + 4\pi I$,

$$\therefore \quad dB = dH + 4\pi dI;$$
$$\therefore \quad HdB = HdH + 4\pi HdI$$

या

$$HdI = \frac{1}{4\pi} H.dB - \frac{1}{4\pi} HdH.$$

अत: शैथिल्य के कारण प्रति इकाई आयतन के पदार्थ की ऊर्जा में ह्रास

$$= \oint H.dI = \frac{1}{4\pi} \oint H.dB - \frac{1}{4\pi} \oint H.dH$$

$$=\frac{1}{4\pi}\oint H.dB=\frac{1}{4\pi}.B\text{—}H \text{ पाश का क्षेत्रफल} \quad .. \quad (17)$$

चूँकि $\oint HdH=0$, क्योंकि यदि H एवं dH का लेखाचित्र खींचा जाय तो सरल रेखा प्राप्त होगी जिसके लिए बन्द वक्र का क्षेत्रफल शून्य होता है।

अतः प्रति चुम्बकन-चक्र के कारण प्रति इकाई आयतन के पदार्थ की ऊर्जा में ह्रास

$$=I\text{—}H \text{ पाश का क्षेत्रफल}=\frac{1}{4\pi}\times B\text{—}H \text{ पाश का क्षेत्रफल} \quad .. \quad (18).$$

पुनः समीकरण (12) से

$$B=\frac{4\pi n_3 n_4 i_1 A'}{10An_2}.\frac{\theta}{\theta'}$$

एवं समीकरण (9) से

$$H=\frac{4\pi n_1 i}{10}.$$

अतः इकाई आयतन के पदार्थ को चुम्बकन-चक्र द्वारा चुम्बकित करने में प्रति चुम्बकन-चक्र से पदार्थ की ऊर्जा का ह्रास

$$=\oint H.dI=\frac{1}{4\pi}\oint H.dB$$

$$=\frac{1}{4\pi}\oint.\frac{4\pi n_1 i}{10}d\left(\frac{4\pi n_3 n_4 i_1 A'}{10An_2}.\frac{\theta}{\theta'}\right).$$

$$=\frac{\pi n_1 n_3 n_4 A' i_1}{25An_2\theta'}\oint id\theta$$

$$=\frac{\pi n_1 n_3 n_3 A' i_1}{25An_2\theta'}\times i\text{—}\theta \text{ पाश का क्षेत्रफल} \quad .. \quad (19)$$

अतः अन्य माप्य राशियों (meausurable quantities) को ज्ञात कर, ऊर्जा-ह्रास की गणना समीकरण (19) से की जा सकती है।

इस प्रकार हम पाते हैं कि यदि किसी चुम्बकीय पदार्थ को एक चुम्बकन-चक्र से होते हुए चुम्बकित किया जाय तो इस क्रिया में ऊर्जा का जो अपव्यय होता है उसका परिमाण शैथिल्य-पाश के क्षेत्रफल के समानुपाती होता है तथा इस ऊर्जा-क्षय के समतुल्य, ऊर्जा ऊष्मा के रूप में पदार्थ में उत्पन्न हो जाती है। इसकी स्थूल माप

(rough measure) पदार्थ की धारणशीलता (retentivity) एवं निग्रहण (coercivity) के गुणनफल से की जाती है ।

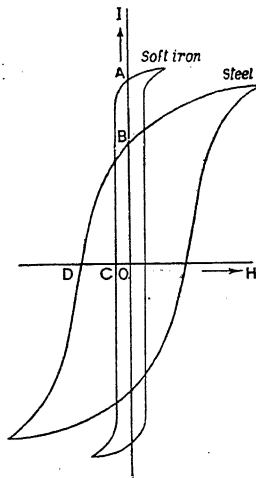
सी०जी०एस० पद्धति में, यदि B गॉस में एवं H ओरस्टेड में व्यक्त किया गया हो तो प्रति घन सें०मी० के पदार्थ पर चुम्बकन के कारण किया गया कार्य **अर्ग प्रति घन सें०मी० प्रति चक्र** द्वारा व्यक्त किया जाता है ।

यदि लोहे का आयतन V प्रति सेकेण्ड n चुम्बकन-चक्र से होकर गुजरता हो तो शैथिल्य के कारण ऊर्जा में ह्रास

$$W = \frac{Vn\,(\text{शैथिल्य-पाश का क्षेत्रफल})}{4\pi \times 10^7} \text{ वाट} \quad .. \quad (20).$$

3.8. शैथिल्य-वक्र के उपयोग (Uses of Hysteresis curve)

शैथिल्य-वक्र की आकृति (shape) एवं क्षेत्रफल से पदार्थ के चुम्बकीय गुणों की सूचना मिलती है । अत: शैथिल्य-वक्र का निरीक्षण कर यह पता लगाना आसान हो जाता है कि अमुक यंत्र में किस पदार्थ का उपयोग अधिक ठीक होगा ।

नीचे के चित्र 61 में लोहे एवं इस्पात के I—H वक्र प्रदर्शित किये गये हैं जिससे निम्नलिखित सूचनाएँ मिलती हैं—

(चित्र 61)

(a) चुम्बकीय ग्रहणशीलता (Susceptibility)—चुम्बकीकरण-क्षेत्र H के किसी खास मान के लिए नरम लोहे के लिए चुम्बकन-तीव्रता I का मान इस्पात की अपेक्षा अधिक है, अत: नरम लोहे की चुम्बकीय ग्रहणशीलता $\left(K = \dfrac{I}{H}\right)$ इस्पात की अपेक्षा अधिक होती है ।

(b) चुम्बकशीलता (Permeability)—I के संगत B के मान ज्ञात कर यदि इन वक्रों के संगत B—H वक्र खींचा जाय तो पाया जाता है कि H के किसी मान के लिए B का मान, इस्पात की अपेक्षा नरम लोहे के लिए अधिक होता है अर्थात् नरम लोहे की चुम्बकशीलता $\left(\mu = \dfrac{B}{H}\right)$, इस्पात की अपेक्षा अधिक होती है ।

(c) धारणशीलता (Retentivity)— जब चुम्बकीकरण-क्षेत्र H का मान शून्य कर दिया जाता है तो नरम लोहे में OA चुम्बकत्व बच जाता है जबकि इस्पात में

बचे चुम्बकत्व का परिमाण OB के बराबर है। स्पष्टत: OA, OB से अधिक है अर्थात् नरम लोहे की धारणशीलता भी इस्पात की अपेक्षा अधिक होती है।

(d) निग्रहण (Coercivity)— नरम लोहे में अवशिष्ट चुम्बकत्व को समाप्त करने के लिए आवश्यक निग्रह-बल OC के बराबर है जबकि इस्पात में अवशिष्ट चुम्बकत्व को समाप्त करने के लिए आवश्यक निग्रह-बल OD के बराबर है। अतः स्पष्ट है कि नरम लोहे के लिए निग्रहणइस्पात की अपेक्षा कम होता है।

(e) शैथिल्य-ह्रास (Hysteresis loss)— नरम लोहे के $I—H$ पाश का क्षेत्रफल इस्पात की तुलना में कम है। इसका अर्थ यह हुआ कि नरम लोहे के लिए शैथिल्य-ह्रास, इस्पात की अपेक्षा कम होता है।

ऊपर के विवेचन के प्रकाश में अब यह विचार किया जाय कि विभिन्न प्रकार के उपकरणों, यथा स्थायी चुम्बक, विद्युत्-चुम्बक, ट्रांसफार्मर के आन्तरक (transformer core), टेलीफोन के तनुपट (telephone diaphragms) एवं डाइनेमो तथा मोटर के प्रतिवंधक (armature) आदि के निर्माण के लिए कौन-सा पदार्थ—नरम लोहा या इस्पात—अधिक उपयुक्त (suitable) होगा।

(a) स्थायी चुम्बक (Permanent magnet)— स्थायी चुम्बक के लिए निम्नलिखित बातें आवश्यक हैं—यह ऐसे पदार्थ का बना होना चाहिए (i) जिसकी धारणशीलता अधिक हो ताकि चुम्बक मजबूत हो, (ii) जिसकी निग्रहण-शक्ति काफी अधिक हो ताकि प्रत्याय बाह्य क्षेत्र (stray external field), यांत्रिक दुर्व्यवहार एवं तापमान परिवर्तन आदि से इसका चुम्बकत्व विनष्ट न होने पाए।

चूँकि स्थायी चुम्बकों में कभी चक्रीय परिवर्तन नहीं होते हैं, अत: शैथिल्य से होने वाली ऊर्जा-हानि उपेक्षणीय है।

इन बातों को ध्यान में रखते हुए यदि देखा जाय तो यह स्पष्ट हो जाता है कि स्थायी चुम्बक के लिए नरम लोहे की अपेक्षा इस्पात अधिक उपयुक्त होता है। यद्यपि इस्पात की धारणशीलता कम होती है तथापि नरम लोहे की तुलना में इसके निग्रहण एवं $B \times H$ के मान का काफी अधिक होना, इस्पात को स्थायी चुम्बक के लिए अधिक उपयोगी पदार्थ बना देता है।

कठोर किये गये इस्पात का निग्रह-बल (coercive force) 40 ओरस्टेड, इस्पात का 70, टंग्स्टन इस्पात का 80 तथा कोबाल्ट इस्पात (कोबाल्ट, टंग्स्टन एवं कार्बन की मिश्रधातु) का 240 ओरस्टेड होता है। अतः कोबाल्ट इस्पात स्थायी चुम्बक के लिए बहुत ही उपयुक्त पदार्थ होता है। फिर भी आधुनिक स्थायी चुम्बक निम्नलिखित मिश्रधातुओं के बनाये जाते हैं—

(i) टिकोनल (टिटैनियम, निकेल, कोबाल्ट एवं अलुमीनियम की मिश्रधातु)—जिसके लिए चुम्बकीय धारणशीलता 12200 गॉस एवं निग्रह-बल का मान 550 ओरस्टेड होता है।

(ii) **एलनी** (निकेल एवं अलुमीनियम की मिश्रधातु)— जिसके लिए धारण-शीलता का मान 6300 गॉस एवं निग्रह-बल का मान 500 ओरस्टेड होता है।

(b) **विद्युत्-चुम्बक** (Electromagnet)— विद्युत्-चुम्बक के आन्तरक (core) के लिए ऐसा पदार्थ उपयुक्त होता है जिसके लिए

(i) अपेक्षाकृत अल्प चुम्बकीकरण-क्षेत्र के लिए भी महत्तम प्रेरणा हो तथा शैथिल्य-ह्रास न्यूनतम हो एवं (ii) प्रारम्भिक चुम्बकशीलता अधिक हो।

इन दृष्टिकोणों से स्पष्ट होता है कि विद्युत्-चुम्बक के लिए इस्पात की अपेक्षा नरम लोहा अधिक उपयुक्त है।

(c) **ट्रांसफार्मर के आन्तरक** (Transformer core), **टेलीफोन के तनुपट** (Telephone Diaphragms) **तथा डाइनेमो एवं मोटर के प्रतिबंधक** (Armature)— इनके लिए ऐसे पदार्थों का होना आवश्यक है जिनके लिए

(i) प्रारम्भिक चुम्बकशीलता अधिक हो ताकि क्षीण क्षेत्र में भी अधिक चुम्बकीय प्रेरण प्राप्त हो सके।

(ii) शैथिल्य-ह्रास कम हो— क्योंकि ऐसे पदार्थों में सदा चुम्बकीय चक्रीय परिवर्तन होते रहते हैं।

इन दृष्टिकोणों से स्पष्ट होता है कि इन कार्यों के लिए इस्पात की अपेक्षा नरम लोहा अधिक उपयुक्त पदार्थ है।

नरम लोहे की प्रारम्भिक चुम्बकशीलता 250 होती है। इसमें यदि 4% सिलीकन मिला दिया जाय तो ट्रांसफार्मर-इस्पात (transformer steel) बन जाता है जिसकी प्रारम्भिक चुम्बकशीलता काफी अधिक होती है तथा जो ट्रांसफार्मर के आन्तरक के लिए काफी उपयुक्त पदार्थ होता है। *Ni* एवं *Fe* की मिश्रधातु जिसे perm alloys कहते हैं—की प्रारम्भिक चुम्बकशीलता काफी अधिक होती है तथा जो डाइनेमो-कुंडलियों के लिए अधिक उपयुक्त होता है। इनके अतिरिक्त **म्यूमेटल** (mumetal—*Cu, Fe, Ni, Cr* की मिश्रधातु) जिसके लिए-चुम्बकशीलता 10000 एवं 100000 के बीच में होती है एवं शैथिल्य-ह्रास 60 अर्ग प्रति घन सें०मी० प्रति चक्र होता है तथा **रेडियो-मेटल** (radiometal—*Fe, Cu, Mn, Ni* की मिश्रधातु) जिसके लिए चुम्बकशीलता 2000 एवं 15000 के बीच में होती है तथा शैथिल्य-ह्रास 350 अर्ग प्रति घन सें०मी० प्रति चक्र होता है—बहुत ही आदर्श पदार्थ होते हैं तथा ट्रांसफार्मरों एवं विद्युत्-चुम्बकों में बहुधा प्रयुक्त होते हैं।

3.9. चुम्बकीय परिपथ (Magnetic circuit)

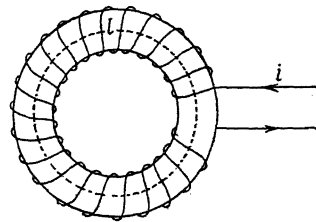
किसी छड़-चुम्बक में, इसके उत्तर ध्रुव से बल-रेखाएं निकलती हैं तथा माध्यम की हवा से होते हुए दक्षिण ध्रुव पर आती हैं जहाँ से वे प्रेरण-रेखाओं (lines of induction) के रूप में चुम्बक के अन्दर से ही होती हुई, दक्षिण ध्रुव से पुन: उत्तर ध्रुव पर आ जाती हैं—इस प्रकार बल-रेखाओं का पथ एक बन्द वक्र (closed curve) होता है।

उसी प्रकार यदि विद्युत्-धारा वलयाकार परिनालिका (ring solenoid) की लपेटों से होकर प्रवाहित की जाय तो चुम्बकीय क्षेत्र या बल-रेखाएँ परिनालिका के अन्दर ही उत्पन्न होती हैं तथा उसके बाहर के स्थान में कोई बल-रेखा नहीं होती है। दूसरे शब्दों में, कहा जा सकता है कि चुम्बकीय रेखा-प्रवाह (magnetic flux) सदा बन्द पथ का निर्माण करता है। इस प्रकार बन्द पथ वाला चुम्बकीय रेखा-प्रवाह (या बन्द चुम्बकीय क्षेत्र), जो किसी विद्युत्-धारा से सम्बद्ध (linked) हो, चुम्बकीय परिपथ (magnetic circuit) कहलाता है।

ऐसे परिपथ में उत्पन्न चुम्बकीय रेखा-प्रवाह का मान ज्ञात करने के लिए लोहे के एक वलय पर विचार करें जिसकी औसत लम्बाई (mean length) l सें०मी०, अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल a वर्ग सें०मी० तथा चुम्बकशीलता μ है। मान लें कि इस पर तार की एक कुंडली लपेट दी गयी है जिसमें लपेटों की संख्या n है। जब इस कुंडली से होकर i ऐम्पियर की धारा प्रवाहित की जाती है तो एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है जिसकी तीव्रता

$H = \frac{4\pi ni}{10l}$ ओरस्टेड होती है .. (21),

जिसके फलस्वरूप वलय चुम्बकित हो जाता है। वलय में उत्पन्न रेखा-प्रवाही घनत्व (flux density)

$$B = \mu H = \mu . \frac{4\pi ni}{10l} \text{ गॉस।}$$

(चित्र 62)

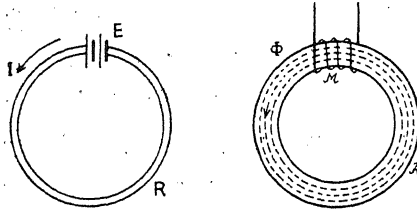
अतः वलय के अनुप्रस्थ परिच्छेद होकर प्रवाहित होने वाले चुम्बकीय रेखा-प्रवाह

(magentic flux) का मान $N = B \times a = \mu . \frac{4\pi ni}{10l} . a$ मैक्सवेल

$$= \frac{4\pi ni/10}{l/\mu a} \quad .. \quad (22).$$

अब समीकरण (22) की तुलना विद्युत्-परिपथ के लिए ओम के नियम

$$C \text{ (धारा)} = \frac{E \text{ (वि० वा० बल)}}{R \text{ (प्रतिरोध)}} \quad .. \quad (23)$$

के साथ करने पर पता चलता है कि

(चित्र 63)

(a) रेखा-प्रवाह N, विद्युत्-धारा के सदृश (analogous) है तथा सम्पूर्ण चुम्बकीय परिपथ में प्रवाहित होता है।

(b) राशि $\frac{4\pi ni}{10}$, विद्युत्वाहक बल (e. m. f.) के सदृश है तथा जिसके कारण चुम्बकीय परिपथ में रेखा-प्रवाह उत्पन्न होता है। यही कारण है कि इस राशि को चुम्बकीय परिपथ के लिए **चुम्बकीय वाहक बल** (magneto motive force, m.m.f) कहते हैं। इसकी इकाई गिलवर्ट है।

गुणनफल ni बहुधा एक साथ आता है अत: इसे परिपथ से संयुक्त ऐम्पियर-लपेट या केवल **ऐम्पियर-लपेट** (ampere-turn) कहते हैं।

अतः चु० वा० बल (m. m. f.) $= \frac{4\pi}{10} \times$ ऐम्पियर-लपेट)

(c) राशि $\frac{l}{\mu a}$ प्रतिरोध (R) के सदृश है तथा इसे चुम्बकीय परिपथ के लिए **चुम्बकीय प्रतिबंध** (magnetic reluctance) कहते हैं।

विद्युत्-परिपथ में

$$R = \rho . \frac{l}{A} = \frac{1}{S} . \frac{l}{A},$$

जहाँ ρ विशिष्ट प्रतिरोध एवं $S = \frac{1}{\rho}$ विशिष्ट चालकता है।

उसी प्रकार चुम्बकीय परिपथ में,

$$R = \frac{l}{\mu a} = \frac{1}{\mu} . \frac{l}{a}.$$

अतः चुम्बकीय एवं विद्युत्-परिपथों में निम्नलिखित बातों से सादृश्य (analogy) स्थापित किया जा सकता है—

(i) चुम्बकीय रेखा-प्रवाह विद्युत्-धारा के सदृश होता है, चुम्बकीय वाहक बल विद्युत्-वाहक बल के सदृश होता है तथा चुम्बकीय प्रतिबंध प्रतिरोध के सदृश होता है।

(ii) चुम्बकीय परिपथ का प्रतिबंध $R=\frac{l}{\mu a}=\frac{1}{\mu}.\frac{l}{a}$ होता है जब कि विद्युत्-परिपथ का प्रतिरोध $R=\rho.\frac{l}{A}=\frac{1}{S}.\frac{l}{A}$ होता है; अर्थात् μ (चुम्बकशीलता) S (विशिष्ट चालकता—specific conductance) के सदृश होता है। जिस प्रकार विद्युत्-परिपथ में S के अधिक होने से विद्युत्-धारा का मान बढ़ जाता है ठीक उसी प्रकार चुम्बकीय परिपथ में μ के अधिक होने से रेखा-प्रवाह (flux) का मान बढ़ जाता है।

(iii) जिस प्रकार विद्युत्-परिपथ में यदि अनेक प्रतिरोध श्रेणीक्रम में जोड़े जायँ तो उनका परिणामी प्रतिरोध विभिन्न प्रतिरोधों के योग के बराबर होता है ठीक उसी प्रकार चुम्बकीय परिपथ में यदि अनेक प्रतिबंध

$$\frac{l_1}{\mu_1 a_1}, \frac{l_2}{\mu_2 a_2}, \frac{l_3}{\mu_3 a_3}$$

आदि श्रेणीक्रम में हों तो उनका परिणामी प्रतिबंध विभिन्न प्रतिबंधों के योग के बराबर होता है, अर्थात्

$$R=R_1+R_2+R_3+\ldots.$$

या

$$\frac{l}{\mu a}=\frac{l_1}{\mu_1 a_1}+\frac{l_2}{\mu_2 a_2}+\frac{l_3}{M_3 a_3} \text{ आदि ।}$$

फिर भी, निम्नलिखित कारणों से, ऊपर का यह सादृश्य सही नहीं मालूम पड़ता है—

(i) विद्युत्-परिपथ की धारा, इलेक्ट्रन के वास्तविक प्रवाह के कारण होती है जबकि चुम्बकीय परिपथ में इस प्रकार का कोई प्रवाह नहीं होता है।

(ii) किसी दिये हुए तापमान पर, विशिष्ट चालकता S का मान धारा-शक्ति पर निर्भर नहीं करता है जबकि μ, रेखा-प्रवाह (flux) के साथ बदलता है। चुम्बकीय घटनाओं में μ, विद्युतीय घटनाओं में K (पारविद्युत् स्थिरांक) के सदृश होता है न कि विशिष्ट चालकता के सदृश होता है जैसा कि यहाँ दिखलाया गया है।

(iii) विद्युत्-परिपथ में धारा को स्थापित करने एवं उसे बनाये रखने— दोनों ही क्रियाओं में ऊर्जा का व्यय करना पड़ता है जबकि चुम्बकीय परिपथ में सिर्फ रेखा-प्रवाह को स्थापित करने में ऊर्जा का व्यय करना पड़ता है क्योंकि इसे बनाये रखने (maintain) में ऊर्जा का कोई व्यय नहीं होता है।

चुम्बकीय परिपथ के सूत्रों का उपयोग विद्युत्-अभियन्ता मोटर, डाइनेमो आदि में उत्पन्न रेखा-प्रवाह की गणना के लिए करते हैं।

लघुवात-स्थानयुक्त वलय (Ring containing a small air gap)— यदि लघुवात स्थान की मुटाई d सें०मी० हो तो उसका प्रतिबंध

$$=\frac{d}{a} \quad (\text{चूँकि } \mu=1)$$

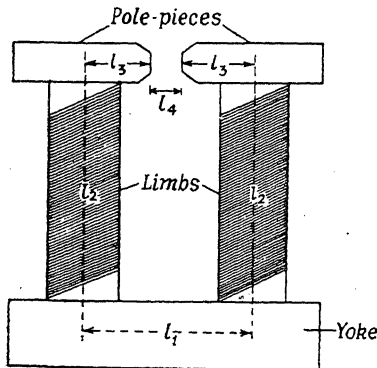
एवं वलय के बाकी भाग $(l-d)$ सें०मी० का प्रतिबंध $=\frac{(l-d)}{\mu a}$.

अतः
$$\text{कुल प्रतिबंध}=\frac{l-d}{\mu a}+\frac{d}{a}.$$

$$\therefore \quad \text{चुम्बकीय रेखा-प्रवाह } N'=\frac{\frac{4\pi}{10}\times \text{ऐम्पियर-लपेट}}{\frac{l-d}{\mu a}+\frac{d}{a}}$$

$$=\frac{\frac{4\pi}{10}\times \text{ऐम्पियर-लपेट}}{\frac{l-d+\mu d}{\mu a}}$$

$$=\frac{\frac{4\pi}{10}\times \text{ऐम्पियर-लपेट}}{\frac{l+(\mu-1)d}{\mu a}} \quad \cdots \quad (24).$$

समीकरण (22) एवं (24) की तुलना करने से पता चलता है कि d मुटाई के वात-स्थान (air gap) होने का प्रभाव वही होता है जो वलय की लम्बाई $(\mu-1)d$ से बढ़ा देने से होता है।

(चित्र 64)

विद्युत्-चुम्बक का चुम्बकीय परिपथ (Magnetic circuit of an electromagnet)—विद्युत्-चुम्बक में युग (yoke), आन्तरक (core) या भुजा (limb), ध्रुव-खंड (polepieces) एवं लघुवात-स्थान होते हैं जैसा कि चित्र 64 में दिखलाया गया है।

यदि युग की लम्बाई l_1, अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल a_1 एवं इसके पदार्थ की चुम्बकशीलता μ_1 हो तो

$$\text{प्रतिबंध} = \frac{l_1}{\mu_1 a_1}.$$

उसी प्रकार, प्रत्येक भुजा का प्रतिबंध $= \dfrac{l_2}{\mu_2 a_2}$,

प्रत्येक ध्रुव-खंड का प्रतिबंध $= \dfrac{l_3}{\mu_3 a_3}$

एवं वात-स्थान (air gap) का प्रतिबंध $= \dfrac{l_4}{a_4}$.

अत: परिपथ का कुल प्रतिबंध

$$= \frac{l_1}{\mu_1 a_1} + \frac{2l_2}{\mu_2 a_2} + \frac{2}{\mu_3 a_3} + \frac{l_4}{a_4}.$$

अत: चुम्बकीय रेखा-प्रवाह

$$N = \frac{4\pi ni/10}{\left(\dfrac{l_1}{\mu_1 a_1} + \dfrac{2l_2}{\mu_2 a_2} + \dfrac{2l_3}{\mu_3 a_3} + \dfrac{l_4}{a_4}\right)}.$$

अत: ऐम्पियर-लपेट

$$ni = \frac{10}{4\pi} N.\left(\frac{l_1}{\mu_1 a_1} + \frac{2l_2}{\mu_2 a_2} + \frac{2l_3}{\mu_3 a_3} + \frac{4}{a_4}\right) \quad .. \quad (25),$$

चूँकि घेरने वाले माध्यम में कुछ चुम्बकीय रेखा-प्रवाह का क्षरण (leakage) हो जाता है। अत: प्रतिबंध के लिए ऊपर की गयी गणना वस्तुत: सही, नहीं है। यदि वायुस्थान को कम कर दिया जाय तो गणना बहुत हद तक विश्वसनीय हो जाती है।

साधित उदाहरण

1. 20 e.m.u. **का चुम्बकीय क्षेत्र** 0·2 **वर्ग सें०मी० के अनुप्रस्थ परिच्छेद के लोहे की एक छड़ में** 2400 e. m. u. **का रेखा-प्रवाह उत्पन्न करता है। छड़ की चुम्बकशीलता एवं चुम्बकन-तीव्रता की गणना करें।** (Punjab 1949)

(A magnetic field of 20 e. m. units produces a flux of 2400 e. m. units in a bar of iron of cross section 0·2 sq. cm. Calculate the permeability and intensity of magnetisation.)

चुम्बकीकरण-क्षेत्र $H = 20$ e.m.u.,

चुम्बकीय रेखा-प्रवाह $= 2400$ e.m.u.,

अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल $=0{\cdot}2$ वर्ग सें०मी०;
अतः रेखा-प्रवाही घनत्व

$$=B=\frac{\text{रेखा-प्रवाह}}{\text{अनुप्रस्था परिच्छेद का क्षेत्रफल}}$$

$$=\frac{2400}{0{\cdot}2}=12000 \text{ e. m. u.}$$

परन्तु $B=\mu H$,

$$\therefore \quad \mu=\frac{B}{H}=\frac{12000}{20}=600.$$

पुनः समीकरण $B=H+4\pi I$ से

$$I=\frac{B-H}{4\pi}=\frac{12000-20}{4\pi}=952{\cdot}98 \text{ e. m. units.}$$

2. किसी जनित्र धात्र का आन्तरक लोहे का बना हुआ है जिसके शैथिल्य-पाश का क्षेत्रफल, कार्यरत स्थिति में $5\times10^4 B-H$ इकाई है। आन्तरक बेलनाकार है जिसकी लम्बाई 40 सें०मी० एवं व्यास 20 सें०मी० है। यदि इसके चक्कर करने की गति 100 चक्र प्रति से० है, तो आन्तरक में उत्पन्न तापमान की दर को ज्ञात करें। गणना करते यह मान लें कि ऊष्मा की कोई क्षति नहीं होती है। लोहे का घनत्व 7·7 तथा वि० ऊष्मा 0·11 है। (Lucknow 1955 S)

(The core of a generator armature is made of iron whose hysteresis loop under operating condition has an area of $5\times10^4 B-H$ units. The core is cylindrical having a length of 40 cm. and diameter 20 cm. If it rotates at 100 revolutions per second, find the rate at which the temperature is developed in the cores assuming that there is no loss of heat. The density of iron is 7·7 and its sp. heat 0·11.)

प्रति चक्र प्रति घन सें०मी० में किया गया कार्य

$$=\frac{1}{4\pi}\times B-H \text{ पाश का क्षेत्रफल}$$

$$=\frac{1}{4\pi}\times5\times10^4 \text{ अर्ग।}$$

चूँकि यह प्रति से० 100 चक्र पूरा करता है,
अतः प्रति सेकेण्ड प्रति घन सें०मी० में किया गया कार्य

$$=\frac{1}{4\pi}\times5\times10^4\times100=\frac{1}{4\pi}\times5\times10^6 \text{ अर्ग।}$$

आन्तरक का आयतन $V=\pi\times(10)^2\times40$
$=4000\pi.$

अतः प्रति से० किया गया कुल कार्य

$$W = \frac{1}{4\pi} \times 5 \times 10^6 \times 4000\pi = 5 \times 10^9 \text{ अर्ग ।}$$

यह ऊर्जा का कुल व्यय है जो ऊष्मा के रूप में परिवर्तित हो जाता है।
अतः प्रति से० उत्पन्न ऊष्म का परिमाण

$$H = \frac{W}{J} = \frac{5 \times 10^9}{4{\cdot}2 \times 10^7} = \frac{500}{4{\cdot}2} \text{ कैलोरी ।}$$

आन्तरक की तापीय ग्राहिता = संहति × वि० ऊष्मा

$$= \pi \times (10)^2 \times 40 \times 7{\cdot}7 \times 0{\cdot}11.$$

अतः तापमान में प्रति से० वृद्धि

$$= \frac{500/4{\cdot}2}{\pi \times 4000 \times 7{\cdot}7 \times 0{\cdot}11} = 0{\cdot}0112°C.$$

3. एक इस्पात के छड़-चुम्बक, जिसकी संहति 66 ग्राम है, का चुम्बकीय घूर्ण 2500 है। इस्पात का घनत्व 7·9 ग्राम प्रति घन सें०मी० है, तो इसकी चुम्बकन-तीव्रता ज्ञात करें। (B. U. 1956 S)

(The magnetic moment of a steel bar magnet weighing 66 gm. is 2500. If the density of steel is 7·9 gm./cm.³, find the intensity of magnetisation.)

चुम्बक की संहति = 66 ग्राम,

अतः उसका घनत्व $= \frac{66}{7{\cdot}9}$ घ० सें०मी० ।

चूँकि चुम्बकन-तीव्रता $I = \frac{M}{V}$

$$\therefore \quad I = \frac{2500}{\frac{66}{7{\cdot}9}} = \frac{2500 \times 7{\cdot}9}{66} = 299{\cdot}24 \text{ इकाई ।}$$

4. 50 सें०मी० लम्बाई एवं 2 वर्ग मि०मी० अनुप्रस्थ परिच्छेद के लोहे की एक छड़ एक परिनालिका के अन्दर रखी हुई है, जिसमें लपेटों की संख्या 25 प्रति सें०मी० है तथा इससे होकर 2 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित होती है। लोहे की चुम्बकशीलता 400 e. m. u. मानकर छड़ के चुम्बकीय घूर्ण की गणना करें। (Bombay 1940)

(An iron rod 50 cm. long and 2 sq. mm. cross-section is placed in a long solenoid of 25 turns per centimetre carrying a current of 2 amp. Assuming the permeability of iron to be 400 e. m. u., find the magnetic moment of the bar.)

समीकरण $B = H + 4\pi I$ से

$$I = \frac{B - H}{4\pi} = \frac{\mu H - H}{4\pi} = \frac{(\mu - 1)H}{4\pi}.$$

यहाँ $\mu = 400$ e.m.u.,

$$H = \frac{4\pi ni}{10}$$

$$= \frac{4\pi \times 25 \times 2}{10};$$

अतः $$I = \frac{(400-1) \times 4\pi \times 25 \times 2}{10} \times \frac{1}{4\pi}$$

$$= 399 \times 5 = 1995 \text{ e.m.u.}$$

अतः चुम्बकीय घूर्ण $M = I \times V$

$$= 1995 \times \frac{50 \times 2}{100}$$

$= 1995$ इकाई ।

5. 12 सें०मी० लम्बाई की लोहे की छड़ को 0·12 ओरस्टेड तीव्रता वाले क्षेत्र की दिशा में रखकर चुम्बकित किया जाता है। अब छड़ के अक्ष पर, उसके केन्द्र से 25 सें०मी० की दूरी पर, छड़ के कारण उत्पन्न क्षेत्र की तीव्रता 0·25 ओरस्टेड पायी जाती है। यदि छड़ के अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल 0·3 वर्ग सें०मी० हो, तो उसकी चुम्बकीय ग्रहण-क्षमता ज्ञात करें। (P. U. 1960)

(An iron bar 12 cm. long, on being placed with its length parallel to a uniform mag. field of 0·12 oersted is magnetised and the strength of the field due to the bar at a point on its axis, at a distance of 25 cm. from its middle point is found to be 0·25 oersted. If the cross-section of the bar is 0·3 sq. cm., calculate the susceptibility of iron.)

अन्ताभिमुखी स्थिति में $F = 0{\cdot}25 = \frac{2Md}{(d^2 - l^2)^2}$;

$$\therefore \quad M = \frac{0{\cdot}25 \times (25^2 - 6^2)^2}{2 \times 25} = \frac{589 \times 589}{2 \times 100}$$

$= 1734{\cdot}605$ सी० जी० एस० इकाई ।

$\therefore$ चुम्बकन-तीव्रता $I = \frac{M}{V}$

$$= \frac{1734{\cdot}605}{{\cdot}3 \times 12}.$$

$\therefore$ चुम्बकीय ग्रहणशीलता $K = \frac{I}{H}$

$$=\frac{1734{\cdot}605}{0{\cdot}3\times 12\times 0{\cdot}12}=4015 \text{ इकाई ।}$$

6. नरम लोहे का एक वलय है जिसका औसत व्यास 20 सं०मी० तथा अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल 4 वर्ग सें०मी० है। इसमें काटकर 2 सें०मी० का वायु-स्थान बना दिया गया है। यदि नरम लोहे की चुम्बकशीलता 800 हो तो 2000 मैक्सवेल का चुम्बकीय रेखा-प्रवाह उत्पन्न करने के लिए आवश्यक ऐम्पियर-लपेट की गणना करें। (Nagpur 1964; Punjab 1951)

(A ring of soft iron of mean diameter 20 cm. and area of cross-section 4 sq. cm. has a gap of length 2 cm. cut in it. Calculate the ampere-turns required to produce a magnetic flux of 2000 maxwells if the permeability of soft iron is 800.)

वलय का कुल प्रतिबंध

$$=\frac{20\pi-2}{\mu a}+\frac{2}{a}=\frac{20\pi-2}{800\times 4}+\frac{2}{4}=\frac{10\pi-1}{1600}+\frac{1}{2}$$

$$=\frac{10\pi+799}{1600}.$$

अतः चुम्बकीय रेखा-प्रवाह

$$N=\frac{\frac{4\pi}{10}\times \text{ऐम्पियर-लपेट}}{\text{कुल प्रतिबंध}} \text{ ।}$$

$\therefore$ आवश्यक ऐम्पियर-लपेट

$$=N\times \text{कुल प्रतिबंध}\times\frac{10}{4\pi}$$

$$=2000\times\frac{10\pi+799}{1600}\times\frac{10}{4\pi}$$

$$=825{\cdot}7.$$

प्रश्नावली ३

(अ)

1. निम्नलिखित पदों की परिभाषा दें एवं व्याख्या करें— चुम्बकीकरण-क्षेत्र, चुम्बकन-तीव्रता, चुम्बकीय ग्रहणशीलता, चुम्बकीय प्रेरण एवं चुम्बकशीलता।

[Define and explain the following terms—

Magnetising field; Intensity of magnetisation; Magnetic susceptibility, Magnetic Induction and Permeability.]

(Bihar 1963 S; Cal. '65, '62; Agra '64, '62, '57; Punjab '57 S, '52)

2. निम्नलिखित सम्बन्धों को स्थापित करें—

(i) $B=H+4\pi I$,

(ii) $\mu=1+4\pi K$;

जहाँ संकेत के स्वाभाविक अर्थ हैं।

[Establish the relation

(i) $B=H+4\pi I$, (Punjab 1952; Agra '60, '57; Magadh 1963)

(ii) $\mu=1+4\pi K$; (Utkal 1955; Rajsthan 1956)

where the symbols have usual meaning.]

3. प्रतिचुम्बकीय, अनुचुम्बकीय एवं लौह-चुम्बकीय पदार्थों में विभेद करें तथा उनके आचरण साधारण प्रयोगों द्वारा दरसाएँ ?

इन पदार्थों के आचरण की व्याख्या किस प्रकार से की जा सकती है ?

[Distinguish between Diamagnetic, Paramagnetic and Ferromagnetic substances and illustrate their behaviour by simple experiments.]

(Lucknow 1962, '59; Punjab '64, '61 S; Poona '65, '64; Magadh '63)

How can you explain the behaviour of these substances ?

(Punjab 1964, '61 S)

4. बतलाएँ कि किस प्रकार लम्बी पतली छड़ के रूप में प्रतिरूप को चुम्बकन-चक्र में लाया जाता है।

या, छड़ के रूप में प्राप्त लोहे के प्रतिरूप के लिए चुम्बकीकरण-क्षेत्र एवं चुम्बकीय ग्रहणशीलता के सम्बन्ध का अन्वेषण आप किस प्रकार कीजिएगा ? क्या परिणाम प्राप्त करने की आप आशा करते हैं ?

[Describe how a specimen in the form of long thin rod may be taken through a cycle of magnetisation.

(Punjab '63 S, '60, '56 S,'1954 S, '53 S)

or, How would you investigate the relation between the magnetising field and susceptibility for a specimen of iron in the form of rod ? What result would you expect to find ?] (Bihar 1953 S)

5. निम्नलिखित पदों की परिभाषा दें एवं व्याख्या करें—धारणशीलता, निग्रहण, शैथिल्य एवं शैथिल्य-पाश।

[Define and explain the terms—

Retentivity, Coercivity, Hysteresis and Hysteresis loop.]

(Agra 1966, '64; Gorakhpur '64, '63, '59; Magadh '63; Bihar '63)

6. वलय के आकार में लोहे के प्रतिरूप के लिए शैथिल्य-वक्र खींचने की विधि का वर्णन करें।

[Describe a method for determining the hysteresis curve for iron in the form of ring.] (Alld. 1958, '45, '62; Delhi 1953, '51)

7. (a) दिखलाएँ कि प्रतिरूप के प्रति इकाई आयतन को चुम्बकित करने में, प्रति चुम्बकन-चक्र, खर्च ऊर्जा का परिमाण $I-H$ पाश के क्षेत्रफल के बराबर होता है।

[Show that the area of an $I-H$ loop represents the amount of energy dissipated per unit volume of the material per cycle of magnetisation.] (Agra 1958; Poona 1964)

(b) दिखलाएँ कि इस ऊर्जा का मान $B-H$ पाश के क्षेत्रफल का $\frac{1}{4\pi}$ गुना होता है।

[Show that the amount of this energy is equal to $\frac{1}{4\pi}$ times the area of $B—H$ loop.]

8. नरम लोहे एवं इस्पात के शैथिल्य-पाश की प्रकृति की व्याख्या करें। इनसे यह दिखलाइये कि इनके चुम्बकीय गुणों में क्या अन्तर है।

(a) स्थायी चुम्बक, (b) विद्युत्-चुम्बक एवं (c) ट्रांसफार्मर के आंतरक के लिए पदार्थों का चयन शैथिल्य-पाश की सहायता से आप कैसे करेंगे ?

[Illustrate and explain the nature of hysteresis loop of a sample of steel and that of soft iron. Indicate from these, how the two materials differ in their magnetic behaviour.

(Cal. 1965; Ranchi 1963 S; Punjab 1963 S, '54 S; Bihar 1963)

How would you use the hysteresis curves to select materials for the construction of (a) Permanent magnet, (b) Electromagnet and (c) Transformer cores ?]

9. चुम्बकीय परिपथ, चुम्बकीय वाहक बल एवं प्रतिबंध से क्या समझते हैं ? चुम्बकीय परिपथ एवं विद्युत्-परिपथ की तुलना करें। विद्युत्-चुम्बक के चुम्बकीय परिपथ का वर्णन करें।

[What do you understand by magnetic circuit, magnetomotive force and reluctance ? Compare the magnetic circuit with electric circuit. Discuss the magnetic circuit of an electromagnet.]

(Punjab 1964, '51; Patna 1962)

(ब)

1. 4 सें०मी० लम्बाई एवं 2 मि०मी० व्यास की बेलनाकार छड़ को चुम्बकीय याम्योत्तर में क्षैतिज रूप से रखा जाता है। तब पाया जाता है कि उदासीन विन्दु छड़ के दोनों सिरे से 8·5 सें०मी० की दूरी पर स्थित होता है। यदि पृथ्वी के क्षेत्र द्वारा छड़ समरूप ढंग से चुम्बकित हुई हो तो छड़ की चुम्बकीय ग्रहणक्षमता ज्ञात करें।

[A cylindrical iron bar of length 4 cm. and diameter 2 mm. is placed horizontally in the magnetic meridian. It is then found that a neutral point is situated 8·5 cm. from each end of the bar. Find the magnetic susceptibility of the material of the bar assuming that it is uniformly magnetised by earth's field.] (Alld. 1957) (उत्तर : 4890 C. G. S. Units)

2. 50 e.m.u. के चुम्बकीय क्षेत्र से इस्पात में दीर्घ दंड में 2500 e.m.u. का रेखा-प्रवाह उत्पन्न होता है। यदि दंड की अनुप्रस्थ काट 0·25 वर्ग सें०मी० हो तो उसकी चुम्बकन-तीव्रता तथा चुम्बकशीलता μ कितनी होगी ?

[A field of strength 50 e.m.u. produces a magnetic flux of 2500 e.m.u. in a long steel rod. If the cross-section of the rod be 0·25 sq.cm. find the intensity of magnetisation and permeability.] (Punjab 1947)

(उत्तर : 791·8, 200)

3. एक लोहे की छड़, जिसकी लम्बाई 20 सें० मी०, व्यास 1 सें०मी० एवं चुम्बकशीलता 1000 है, को एक परिनालिका के अन्दर रखा जाता है जिस पर लपेटों की संख्या प्रति सें०मी०

5 है। यदि परिनालिका से होकर 0·5 ऐम्पियर की धारा प्रवाहित की गयी हो तो छड़ के चुम्बकीय घूर्ण का मान ज्ञात करें।

[An iron rod 20 cm. long, 1 cm. in diameter and of permeability 1000, is placed inside a long solenoid wound with 5 turns per cm. If a current of 0·5 amp. is passed through the solenoid, find the magnetic moment of the rod.] (Baroda 1965) (उत्तर : 3921 C.G.S. Units)

4. एक लोहे की छड़, जिसका घनत्व 7·7 ग्राम/घन सें०मी० तथा वि० ऊष्मा 0·1 है, 50 चक्र प्रति सेकेण्ड की दर से चुम्बकन-चक्र द्वारा चुम्बकित की जाती है। यदि प्रतिरूप के *I—H* वक्र द्वारा घिरा हुआ क्षेत्रफल 50000 अर्ग हो तो प्रतिरूप में प्रति मिनट तापमान की वृद्धि निकालें— यदि यह मान लिया जाय कि उत्पन्न ऊष्मा विकीर्ण नहीं होती है।)

($J=4{\cdot}2\times10^7$ अर्ग/कैलोरी।)

[An iron rod of density 7·7 gm./c.c. and sp. heat 0·1 is subjected to cycles of magnetisation at the rate of 50 cycles/sec. If the area enclosed by the *I—H* curve for the specimen is 50000 ergs, find the rise in temperature per minute assuming that the heat generated is not radiated. ($J=4{\cdot}2\times10^7$ ergs/calorie.)] (Bombay 1965) (उत्तर : 4·6°C)

5. एक लोहे का वलय है जिसकी औसत त्रिज्या 10 सें०मी० है, अनुप्रस्थ परिच्छेद का क्षेत्रफल 5 वर्ग सें०मी० है तथा उसमें 1 सें०मी० का वायु-स्थान है। वलय को 900 लपेटों की कुंडली से समरूप ढंग से लपेट दिया गया है तथा इसमें 10000 मैक्सवेल का रेखा-प्रवाह उत्पन्न करना है। यदि लोहे का $\mu=2000$ हो तो आवश्यक धारा की शक्ति ज्ञात करें।

[An iron ring 10 cm. mean radius and 5 sq. cm. cross-section has an air gap 1 cm. wide. The ring is wound uniformly with a coil of 900 turns. A flux of 10000 maxwells is required in the gap. If μ for iron is 2000, find the strength of the current required.]

(Punjab 1957) (1·823 ऐम्पियर)

४ पार्थिव चुम्बकत्व
[TERRESTRIAL MAGNETISM]

4.1. पृथ्वी का चुम्बकत्व

पृथ्वी के तल पर यदि किसी चुम्बक को उसके गुरुत्व-केन्द्र से स्वतंत्रतापूर्वक लटकाया जाता है तो वह हमेशा लगभग उत्तर-दक्षिण दिशा में आकर स्थिर हो जाता है। साथ ही चुम्बक का अक्ष क्षैतिज दिशा से कुछ कोण बनाता है। स्वतन्त्र रूप से लटकते हुए चुम्बक को पृथ्वी के तल पर एक ध्रुव से दूसरे ध्रुव की ओर ले जाने पर क्षैतिज दिशा के साथ बनाये गये कोण का मान वदलता है। उत्तरी गोलार्द्ध में चुम्बक का उत्तरी ध्रुव तथा दक्षिणी गोलार्द्ध में उसका दक्षिणी ध्रुव नीचे की ओर झुका रहता है। इससे पता चलता है कि पृथ्वी एक बहुत बड़े चुम्बक की तरह व्यवहार करती है तथा इसका परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र क्षैतिज के साथ कुछ कोण बनाता है।

स्वतन्त्र रूप से लटकता हुआ चुम्बक ठीक उत्तर-दक्षिण दिशा में नहीं स्थिर होता है जिससे यह निष्कर्ष निकलता है कि पृथ्वी के चुम्बकीय ध्रुव (magnetic poles) उसके भौगोलिक ध्रुव पर नहीं हैं। चुम्बकीय ध्रुवों को मिलाने वाली रेखा चुम्बकीय अक्ष कहलाती है जो भौगोलिक अक्ष के साथ लगभग 17° का कोण बनाती है। किसी स्थान-विशेष पर चुम्बकीय अक्ष से गुजरने वाला उदग्र तल चुम्बकीय याम्योत्तर (magnetic meridian) तथा भौगोलिक अक्ष से गुजरने वाला उदग्र तल भौगोलिक याम्योत्तर (geographical meridian) कहलाता है।

4.2. पृथ्वी के चुम्बकीय तत्त्व (Magnetic Elements of the Earth)

किसी स्थान पर पथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के मान और दिशा का पूर्ण ज्ञान प्राप्त करने के लिए निम्नलिखित राशियों की आवश्यकता पड़ती है—

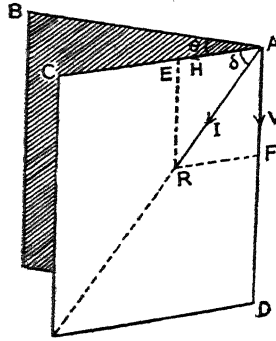
1. दिक्पात (declination),
2. नमन (dip or inclination),
3. क्षैतिज तीव्रता (horizontal intensity)।

ये राशियाँ स्थान-विशेष पर पृथ्वी के चुम्बकीय तत्त्व (magnetic elements) कहलाती हैं।

1. दिक्पात (Declination)— किसी स्थान पर चुम्बकीय याम्योत्तर भौगोलिक याम्योत्तर के साथ जो कोण बनाता है वह उस स्थान का दिक्पात कहलाता है। किसी स्थान पर दिक्पात θ° पूर्व या θ° पश्चिम लिखकर व्यक्त किया जाता है। यदि

चुम्बकीय याम्योत्तर भौगोलिक याम्योत्तर के पूर्व में हो तो दिक्पात θ° पूर्व और चुम्बकीय याम्योत्तर भौगोलिक याम्योत्तर के पश्चिम में हो तो दिक्पात θ° पश्चिम होगा।

2. नमन (Dip or Inclination)— किसी स्थान पर पृथ्वी की परिणामी (कुल) चुम्बकीय तीव्रता क्षैतिज दिशा के साथ जो कोण बनाती है वह उस स्थान का नमन कहलाता है। उत्तरी गोलार्द्ध में स्थित जगहों के लिए इस कोण को δ° उत्तर तथा दक्षिणी गोलार्द्ध में स्थित जगहों के लिए इस कोण को δ° दक्षिण लिखा जाता है। चूँकि एक स्वतन्त्र रूप से लटकता हुआ चुम्बक सदैव पृथ्वी की परिणामी तीव्रता की दिशा में स्थिर रहता है अत: नमन उस कोण से मापा जाता है जो उस चुम्बक का अक्ष क्षैतिज दिशा के साथ बनाता है।

3. क्षैतिज तीव्रता (Horizontal intensity)— किसी स्थान पर चुम्बकीय याम्योत्तर में पृथ्वी की परिणामी तीव्रता का क्षैतिज दिशा में संघटक (component) उस स्थान पर क्षैतिज तीव्रता (H) कहलाता है। परिणामी तीव्रता का उदग्र दिशा में जो संघटक होता है उसे उदग्र तीव्रता (vertical intensity) V (भी) कहते हैं।

(चित्र 65)

किसी स्थान पर सभी चुम्बकीय संघटक चित्र 65 की भाँति एक ही साथ व्यक्त किये जा सकते हैं। चित्र में BAD तथा CAD तल क्रमश: भौगोलिक तथा चुम्बकीय याम्योत्तर को व्यक्त करते हैं। इनके बीच का कोण θ, स्थान A पर दिक्पात है। चुम्बकीय याम्योत्तर के तल में ही AR यदि मान और दिशा में पृथ्वी की परिणामी तीव्रता I हो, तो इसका क्षैतिज संघटक EA क्षैतिज तीव्रता H का मान देता है तथा उदग्र संघटक AF उदग्रतीव्रता V का मान देता है। परिणामी तीव्रता I और क्षैतिज दिशा AC के बीच का कोण δ, स्थान A पर नमन का मान देता है। अब समकोण त्रिभुज AER से,

$$H = I\cos\delta \text{ और } V = I\sin\delta.$$

अतः
$$\frac{V}{H} = \tan\delta \qquad \ldots (1)$$

और
$$H^2 + V^2 = I^2(\cos^2\delta + \sin^2\delta) = I^2 \qquad \ldots (1a)$$

4.3. किसी स्थान पर दिक्पात का मान ज्ञात करना

किसी स्थान पर दिक्पात का मान ज्ञात करने के लिए उस स्थान पर भौगोलिक

तथा चुम्बकीय याम्योत्तरों को मालूम करना पड़ता है।

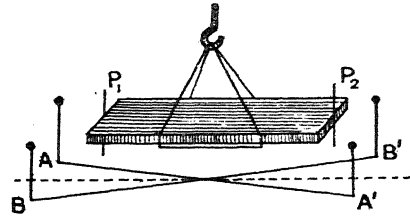
भौगोलिक याम्योत्तर मालूम करने के लिए किसी खुले स्थान पर, जहाँ बराबर सूर्य की धूप हो, एक ड्राइङ्ग-बोर्ड पर फैलाये कागज पर एक लम्बी पिन उदग्र गाड़ दी जाती है। नौ-दस बजे (प्रात:) के लगभग पिन की जड़ को केन्द्र मानकर और पिन की परछाईं की लम्बाई के बराबर त्रिज्या लेकर एक वृत्त खींच लिया जाता है। इस समय परछाईं का सिरा वृत्त की परिधि को जिस विन्दु पर स्पर्श करता है वहाँ निशान लगा दिया जाता है। दोपहर के बाद एक वार फिर परछाईं का सिरा वृत की परिधि को दूसरे विन्दु पर ठीक-ठीक स्पर्श करता है। इस दूसरी स्थिति में निशान लगा दिया जाता है। इन दोनों विन्दुओं को केन्द्र से मिलाने पर दोनों रेखाओं के बीच जो कोण बनता है उसे समद्विभाजित करने वाली रेखा उस स्थान पर भौगोलिक याम्योत्तर की दिशा बतलाती है।

चुम्बकीय याम्योत्तर निकालने के लिए एक छड़-चुम्बक को रेशम के फंदे से स्वतन्त्र रूप से लटकाया जाता है (चित्र 66)। छड़-चुम्बक के दोनों सिरों पर उदग्र रूप से एक-एक पिन मोम से चिपका दी जाती है।

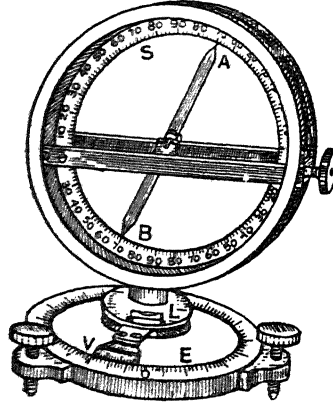
जब चुम्बक स्थिर हो जाता है तो उसके दोनों ओर, उसमें लगी पिनों की सीध में, एक-एक पिन A और A' कागज पर उदग्र गाड़ दी जाती है।

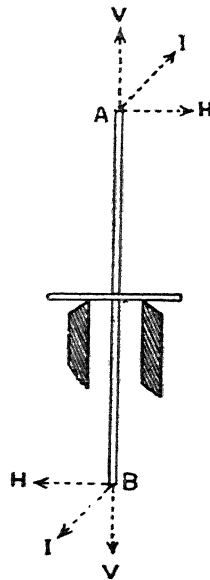
अब चुम्बक को उसी फंदे में पलट दिया जाता है तथा ऊपर की तरह दो और पिन B और B' गाड़ दी जाती हैं। AA' और BB' के बीच के कोण को समद्विभाजित करने वाली रेखा चुम्बकीय याम्योत्तर की दिशा बतायेगी।

(चित्र 66)

इस प्रकार भौगोलिक तथा चुम्बकीय याम्योत्तरों को मालूम करके दिकपात् का मान ज्ञात किया जा सकता है। यहाँ यह स्मरण रखना चाहिए कि किसी भी स्थान पर भौगोलिक तथा चुम्बकीय याम्योत्तरों के बीच का कोण बहुत ही छोटा होता है। अत: इन याम्योत्तरों को ज्ञात करने के लिए, लिये गये अवलोकनों में काफी सावधानी की आवश्यकता होती है।

4.4 नमन (Dip) का कोण ज्ञात करना

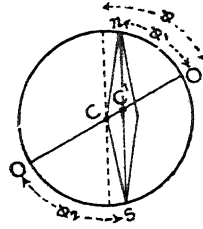
किसी स्थान पर नमन ज्ञात करने के लिए जिस यंत्र का व्यवहार किया जाता है वह यंत्र नमन-वृत्त (dip circle) कहलाता है। नमन-वृत्त (चित्र 67) में एक उदग्र वृत्ताकार पैमाना S होता है जिसके केन्द्र पर एक कील पर चढ़ी हुई एक चुम्बकीय

सूई AB होती है, जो गोमेद (agate) पत्थर की दो क्षैतिज क्षुरधारों (knife-edges) पर टिकी रहती है। यह सूई उदग्र वृत्त S के तल में घूम सकती है। वृत्त S अंशों में इस प्रकार अंकित रहता है कि वृत्त के केन्द्र से होकर जाने वाली क्षैतिज रेखा का पठन 0°—0° तथा उदग्र रेखा का पठन 90°—90° होता है। सूई को हवा के झोकों से बचाने के लिए इस सम्पूर्ण व्यवस्था को काँच के एक आवरण में बन्द रखा जाता है जिसे उदग्र अक्ष के गिर्द घुमाया जा सकता है। घूमने का कोण नीचे एक क्षैतिज वृत्ताकार पैमाने E तथा वर्नियर V की सहायता से मालूम किया जाता है। आवरण के आधार पर एक स्पिरिट-तल (spirit level) L तथा आधार के नीचे तीन समतलकारी पेंच लगे रहते हैं।

(चित्र 67)

नमन निकालने के लिए स्पिरिट-तल L तथा समतलकारी पेंचों की सहायता से पहले यंत्र के आधार को क्षैतिज कर लिया जाता है जिससे सूई AB के घूमने का तल (S) उदग्र हो जाता है। अब आवरण को उदग्र, अक्ष के गिर्द इतना घमाया जाता है कि सूई उदग्र हो जाय अर्थात् इसके दोनों सिरे 90°—90° पढ़ने लगें। इस समय सूई के घूमने का तल चुम्ब-कीय याम्योत्तर के अभिलम्ब रहता है तथा सूई AB की धुरी पृथ्वी की क्षैतिज तीव्रता H के समानान्तर रहती है (चित्र 68)। अत: इस स्थिति में सूई पर क्षैतिज तीव्रता H का प्रभाव शून्य हो जाता है और इस पर केवल उदग्र तीव्रता V ही कार्यशील रहती है जिससे सूई उदग्र हो जाती है। इस स्थिति में क्षैतिज पैमाने पर पठन लेकर आवरण को दक्षिणावर्ती या वामावर्ती दिशा में 90° के कोण से घुमा दिया जाता है जिससे सूई के घूमने का तल चुम्बकीय याम्योत्तर में आ जाता है और सूई पर पृथ्वी की परिणामी तीव्रता कार्य करने लगती है। इस स्थिति में S पैमाने पर सूई के सिरों का पठन ले लिया जाता है जो प्रयोग के स्थान पर नमन (δ) का मान देता है।

(चित्र 68)

इस प्रकार से प्राप्त नमन का मान यांत्रिक त्रुटियों के कारण अशुद्ध हो सकता है।

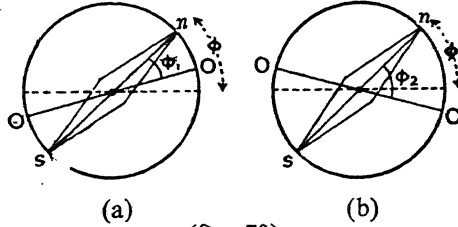
अत: नमन का सही मान प्राप्त करने के लिए निम्नलिखित चार त्रुटियों का निराकरण आवश्यक है।

1. **विकेन्द्रीयता-त्रुटि** (Eccentricity error)— यह सम्भव है कि चुम्बकीय सूई की धुरी उदग्र पैमाने के केन्द्र C से नहीं गुजरकर किसी दूसरे विन्दु C' से गुजरे (चित्र 69)। यदि धुरी C से गुजरती तो सूई के सिरे का पठन φ, नमन का शुद्ध मान देता, किन्तु C' से गुजरने के कारण इसके एक सिरे का पठन φ_1 तथा दूसरे सिरे का पठन φ_2 होगा। φ से φ_1 जितना, कम होगा, φ_2 उतना ही अधिक होगा।

(चित्र 69)

इसलिए नमन कोण के मान को इस त्रुटि से मुक्त करने के लिए सूई के दोनों सिरों के पठनों का मध्यमान लिया जाता है।

2. **शून्य-शून्य रेखा-त्रुटि** (0-0 Line crror)— यदि उदग्र पैमाने की 0°—0° रेखा ठीक क्षैतिज न होकर कुछ झुकी हुई हो [चित्र 70 (a)] तो व्यक्त नमन कोण φ_1 यथार्थ नमन कोण φ से कुछ कम होगा। अब यदि यंत्र के आवरण को 180° के कोण से घुमा दिया जाय तो 0°—0° रेखा चित्र 70 (b) की भाँति झुक जायगी और व्यक्त नमन कोण φ_2 यथार्थ नमन कोण φ से कुछ अधिक होगा,

$$\text{अत:} \quad \varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\ ।$$

(a) (b)
(चित्र 70)

इसलिए इस त्रुटि को हटाने के लिए आवरण को 180° घुमाकर (1) के पठन को दुहराया जाता है तथा इस प्रकार से प्राप्त चार पठनों का मध्यमान, दोनों त्रुटियों (1) और (2) से मुक्त, नमन का मान देता है।

3. **चुम्बकीय अक्ष-त्रुटि** (Magnetic axis error)— नमन कोण सूई के चुम्बकीय अक्ष और क्षैतिज दिशा के बीच का कोण होता है लेकिन सूई के ज्यामितीय अक्ष (geometrical axis) और क्षैतिज दिशा के बीच का कोण ही यन्त्र द्वारा नापा जाता है। अत: सूई का चुम्बकीय अक्ष यदि उसके ज्यामितीय अक्ष से नहीं मिलता हो तो सूई के सिरों का पठन यथार्थ नमन का

(a) (चित्र 71) (b)

मान नहीं देगा। इसलिए इस त्रुटि से मुक्त नमन का मान ज्ञात करने के लिए (1) और (2) में बताये अनुसार पठन लेने के बाद सूई को अपनी ही धुरी पर पलट दिया जाता है और (1) और (2) के पठनों को दुहराया जाता है। पलटने के पहले [चित्र 71 (a)] φ_1 यथार्थ नमन φ से उतना ही कम होगा जितना पलटने के बाद [चित्र 71 (b)] पठन φ_2 यथार्थ नमन φ से अधिक होगा। अत: $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$। इसलिए लिये गये कुल आठ पठनों का मध्यमान, तीनों त्रुटियों [(1), (2) और (3)] से मुक्त, नमन का मान देगा।

4. गुरुत्व-केन्द्र-त्रुटि (Centre of gravity error)— यह सम्भव है कि सूई के गुरुत्व-केन्द्र G से होकर उसकी धुरी नहीं गुजरे। • ऐसी दशा में, यदि G सूई के n ध्रुव की ओर स्थित होगा तो सूई का भार G से नीचे की ओर कार्य करेगा और n ध्रुव वाला सिरा नीचे झुक जायगा (चित्र 72)। अत: अवलोकित पठन φ_1 यथार्थ नमन के मान φ से थोड़ा कम होगा। इस त्रुटि के निराकरण के लिए सूई को निकालकर उसे विपरीत दिशा में चुम्बकित किया जाता है जिससे गुरुत्व-केन्द्र G अब S ध्रुव की ओर स्थिर रहता है तथा इस दशा में अवलोकित पठन φ_2 यथार्थ नमन के मान φ से थोड़ा अधिक होगा। अत: $\varphi = \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}$।

(चित्र 72)

इसलिए सूई को विपरीत दिशा में चुम्बकित करने के बाद (1), (2) और (3) के पठनों को दुहराया जाता है। इस प्रकार से प्राप्त कुल सोलह पठनों का मध्यमान चारों त्रुटियों से मुक्त होगा और वही यथार्थ नमन का मान देगा।

(चित्र 73)

बिना चुम्बकीय याम्योत्तर में लाये नमन-वृत्त द्वारा नमन मालूम करना— नमन-वृत्त के उदग्र वृत्त को बिना चुम्बकीय याम्योत्तर में लाये बिना भी किसी स्थान पर नमन मालूम किया जा सकता है। इसके लिए किसी उदग्र तल में व्यक्त नमन δ_1 मालूम कर लिया जाता है तथा क्षैतिज वृत्ताकार पैमाने का पठन ले लिया जाता है। उदग्र तल को इस स्थिति से 90° घुमा दिया जाता है और पुन: व्यक्त नमन δ_2 मालूम कर लिया जाता है। इस प्रकार एक-दूसरे के लम्बवत् किन्हीं दो उदग्र तलों में व्यक्त नमन का मान प्राप्त हो जाता है। मान लें, ये दोनों तल $ACDB$ तथा $AEFB$, चुम्बकीय

याम्योत्तर तल *AGLB* से क्रमशः θ तथा (90−θ) कोण बनाते हैं (चित्र 73)। अब यदि पृथ्वी की परिणामी तीव्रता का क्षैतिज संघटक और उदग्र संघटक क्रमशः *H* और *V* हों तथा यथार्थ नमन δ हो, तो

$$\tan^2\delta=\frac{V^2}{H^2}, \text{ या } \cot^2\delta=\frac{H^2}{V^2} \quad .. \quad (2).$$

तल *ACDB* तथा *AEFB* में *H* के संघटक क्रमशः $H\cos\theta$ तथा $H\cos(90-\theta)$ होंगे और उदग्र संघटक *V* का मान दोनों तलों में एक ही है,

$$\text{अतः} \quad \cot^2\delta_1=\frac{H^2\cos^2\theta}{V^2} \text{ और } \cot^2\delta_2=\frac{H^2\cos^2(90-\theta)}{V^2}$$

$$=\frac{H^2\sin^2\theta}{V^2}.$$

$$\therefore \quad \cot^2\delta_1+\cot^2\delta_2=\frac{H^2}{V^2}(\cos^2\theta+\sin^2\theta)=\frac{H^2}{V^2} \quad .. \quad (3).$$

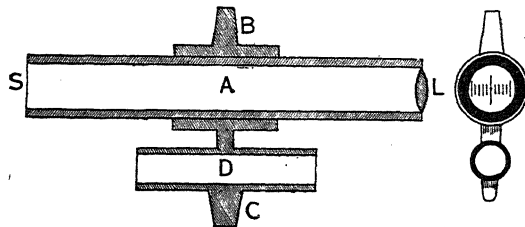
अतः समीकरण (1) और (2) से,

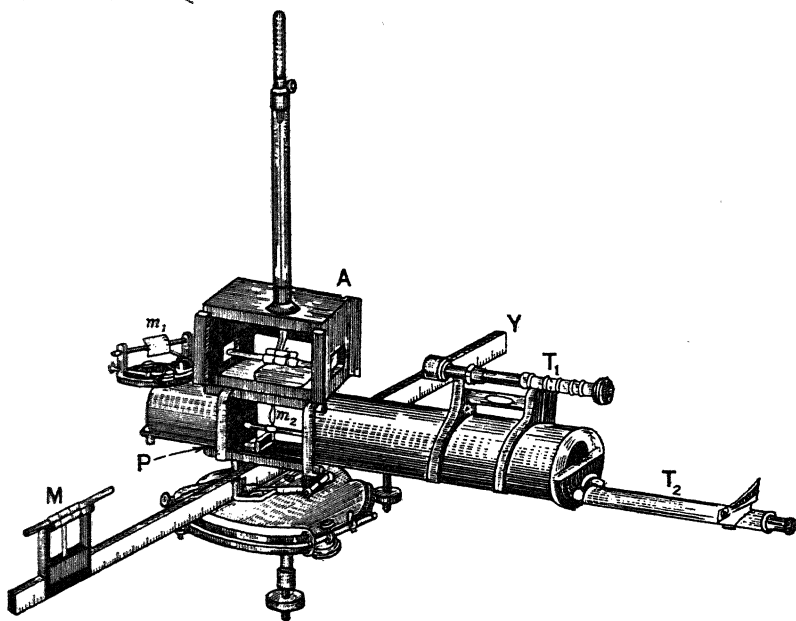
$$\cot^2\delta_1+\cot^2\delta_2=\cot^2\delta \quad .. \quad (4).$$

इस प्रकार एक-दूसरे के लम्बवत् किन्हीं दो उदग्र तलों में व्यक्त नमन δ_1 और δ_2 का मान मालूम होने से यथार्थ नमन δ का मान समीकरण (15) से मालूम किया जा सकता है।

4.5. क्यू-चुम्बकत्वमापी (Kew Magnetometer)

यह चुम्बकत्वमापी एक ऐसा चुम्बकत्वमापी है जिसे विक्षेप एवं दोलन दोनों ही प्रकार के चम्बकत्वमापी की भाँति व्यवहार किया जाता है। इसका उपयोग, प्रायः किसी स्थान पर दिक्पात एवं क्षैतिज तीव्रता ज्ञात करने के लिए किया जाता है।

क्यू-चुम्बकत्वमापी में व्यवहृत सूई (needle) का आकार नीचे के चित्र में दिखलाया गया है। इसमें इस्पात की बनी एक नली *A* होती है जिसके एक सिरे पर एक ताल (lens) *L* होता है तथा दूसरे सिरे पर जो कि ताल *L* की प्रधान नाभि पर पड़ता है, एक पारदर्शक पैमाना (transparent scale) *S* लगा रहता है। नली को चुम्बकित

(चित्र 74)

कर दिया जाता है—इस प्रकार यह नली A एक समान्तरित चुम्बक (collimator magnet) की भाँति कार्य करती है। चुम्बकत्वमापी का वास्तविक रूप नीचे के चित्र में दिखलाया गया है।

(चित्र 75)

किसी स्थान पर दिक्पात ज्ञात करने के लिए वहाँ पर चुम्बकीय एवं भौगोलिक याम्योत्तर का ज्ञान होना आवश्यक होता है।

चुम्बकीय याम्योत्तर ज्ञात करने के लिए, यंत्र में लगे दूरदर्शक (telescope) को अनन्त के लिए साधित (focused for infinity) कर समान्तरित चुम्बक के सामने लाया जाता है। चुम्बक, जो एक काफी महीन धागे (fine fibre) द्वारा निलम्बित किया हुआ रहता है, को इस प्रकार समंजित (adjusted) किया जाता है कि पैमाने S का तेज प्रतिबिम्ब (sharp image) दूरदर्शक में बने तथा इसका मध्य विभाग (middle division) दूरदर्शक के स्वस्तिका-सूत्र (cross-wires) के संपाती (coincident) हो। ऐसी स्थिति में, दूरदर्शक के प्रकाशकीय अक्ष (optic axis) की दिशा, जिसे यंत्र में लगे क्षैतिज वृत्ताकार पैमाने (horizontal circular scale) पर पढ़ी जाती है, चुम्बक के ज्यामितीय अक्ष (geometrical axis) की दिशा बतलाती है।

अब चुम्बक को उलट दिया दिया जाता है तथा दूरदर्शक को क्षैतिज पैमाने पर खिसकाकर, चुम्बक के ज्यामितीय अक्ष की दिशा पुन: निर्धारित कर ली जाती है। क्षैतिज पैमाने पर, दूरदर्शक की दोनों स्थितियों का मध्यमान (mean) चुम्बकीय याम्योत्तर की दिशा बतलाता है।

भौगोलिक याम्योत्तर ज्ञात करने के लिए दूरदर्शक के अक्ष को क्षैतिज कर दिया जाता है तथा उसे उस तल में लाया जाता है जिसमें, यंत्र में लगे दर्पण को घुमाने से, उसपर का अभिलम्ब घूमेगा। जिस समय सूर्य का प्रतिबिम्ब दूरदर्शक में प्राप्त होता है वह समय नोट कर लिया जाता है जिससे, समय-समीकरण (equation of time) एवं उस स्थान के देशान्तर (longitude) ज्ञात रहने पर, भौगोलिक याम्योत्तर की दिशा ज्ञात कर ली जाती है। इस प्रकार चुम्बकीय एवं भौगोलिक योम्योत्तर की दिशा मालूम हो जाने पर दोनों के बीच का कोण आसानी से ज्ञात किया जा सकता है, जो उस स्थान के दिक्पात (declination) का मान देता है।

अब समान्तरित चुम्बक को चुम्बकीय याम्योत्तर में लाकर दोलित कर दिया जाता है ताकि यह स्वतंत्रतापूर्वक दोलन कर सके। इसके 100 दोलन का समय ज्ञात कर, आवर्त-काल T निकाल लिया जाता है। आवर्त-काल T ज्ञात हो जाने पर, समीकरण

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{MH}}$$

से MH के मान की गणना की जाती है।

चूँकि इस यंत्र का उपयोग परिणाम में काफी शुद्धता की प्राप्ति के निमित्त किया जाता है, अत: समीकरण $T=2\pi\sqrt{\frac{I}{MH}}$ के संभव दोषों का निराकरण नितान्त आवश्यक है।

ये संभव दोष निम्नलिखित कारण से हो सकते हैं—

(a) निलम्बन-तंतु में ऐंठन,

(b) तापमान,

एवं (c) बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति।

(a) निलम्बन-तंतु में ऐंठन— यद्यपि निलम्बन-तंतु (suspension thread) काफी महीन धागा (very fine fibre) होता है तथापि यह चुम्बक पर एक निश्चित परिमाण का नियंत्रक बलयुग्म (controlling couple) आरोपित करता है जिसके फलस्वरूप इसका आवर्तकाल कम हो जाता है।

इसे दूर करने के लिए निलम्बन-शीर्ष (suspension head) को 90° से घुमा दिया जाता है तथा इसके कारण सूई में उत्पन्न विक्षेप α (रेडियन) नोट कर लिया जाता है। यदि प्रति इकाई ऐंठन (twist) के लिए नियंत्रक बलयुग्म के घूर्ण का मान C हो तो साम्यावस्था के लिए

$$C\times\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right)=MH\sin\alpha=MH\alpha \text{ (चूँकि } \alpha \text{ छोटा है);}$$

$$\therefore \quad C=\frac{MH\alpha}{\frac{\pi}{2}-\alpha} \qquad .. \quad (5).$$

अब यदि चुम्बक θ कोण से विक्षेपित होता है तो उस पर बलयुग्म $=(MH+C)\theta$

तथा उसका आवर्त-काल $$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{MH+C}}$$

या $$MH+C=\frac{4\pi^2 I}{T^2}$$

या $$MH\left(1+\frac{\alpha}{\frac{\pi}{2}-\alpha}\right)=\frac{4\pi^2 I}{T^2}.$$

$$\therefore \quad MH=\frac{4\pi^2 I}{T^2\left(1+\frac{\alpha}{\frac{\pi}{2}-\alpha}\right)} \qquad .. \quad (6).$$

इस प्रकार हम पाते हैं कि MH का शुद्ध मान प्राप्त करने के लिए अवलोकित आवर्तकाल के वर्ग को $\left(1+\frac{\alpha}{\frac{\pi}{2}-\alpha}\right)$ से गुणा करना पड़ेगा।

(b) तापमान— तापमान की वृद्धि से चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण घटता है। अतः इसके लिए आवश्यक संशोधन कर लेना चाहिए। यदि $0°C$ पर चुम्बक का घूर्ण M_0 हो तो किसी तापमान $t°C$ पर उसका मान M निम्नलिखित समीकरण से मिलता है।

$$M_0=M\{1+q(t-t_0)\} \qquad .. \quad (7),$$

जहाँ q एक स्थिरांक है जिसका मान प्रत्येक चुम्बक के लिए पहले ज्ञात कर लेना चाहिए।

अतः $$M_0H=MH\{1+q(t-t_0)\} \qquad .. \quad (8).$$

(c) बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति— किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की उपस्थिति में, क्षेत्र की अनुपस्थिति की अपेक्षा, किसी चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण अधिक होता है। साथ-ही-साथ चुम्बकीय घूर्ण का मान चुम्बक के पदार्थ (material), आयतन (volume) एवं क्षेत्र के प्रति इसकी स्थिति पर निर्भर करता है। मान लें कि चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण, किसी बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र की अनुपस्थिति में (या यदि क्षेत्र उपस्थित

भी है तो क्षेत्र की दिशा की लम्बवत् स्थिति में) M_0 है तो क्षेत्र की उपस्थिति में उसका घूर्ण

$$M = M_0 + \alpha VH,$$

जहाँ H क्षेत्र की तीव्रता (चुम्बक की दिशा में), V चुम्बक का आयतन तथा α एक स्थिरांक है जिसका मान चुम्बक के पदार्थ पर निर्भर करता है।

$$\therefore \; MH = M_0H + bH^2, \text{ जहाँ } b = \alpha V$$

$$= M_0H\left(1 + \frac{b}{M_0}H\right).$$

$$\therefore \; M_0H = MH\left(1 - \frac{b}{M}H\right) \quad .. \quad (9).$$

अत: संशोधन (b) एवं (c) को एक साथ मिलाने पर

$$M_0H = MH\left\{1 + q(t - t_0)\right\}\left(1 - \frac{bH}{M_0}\right).$$

अत: MH का संशोधित मान

$$= \frac{4\pi^2 I}{T_0^2} = \frac{4\pi^2 I}{T^2\left(1 + \dfrac{\alpha}{\dfrac{\pi}{2} - \alpha}\right)} \times \left\{1 + q(t - t_0)\right\}\left(1 - \frac{bH}{M_0}\right) \quad .. \quad (10),$$

जहाँ T_0 संशोधित एवं T अवलोकित (observed) आवर्तकाल हैं

$$= \frac{4\pi^2 I}{T^2\left(1 + \dfrac{\alpha}{\pi/2 - \alpha}\right)} \times \left\{1 + q(t - t_0) - \frac{bH}{M_0}\right\}$$

$$= \frac{4\pi^2 I}{T^2\left\{1 + \dfrac{\alpha}{\pi/2 - \alpha} - q\,(t - t_0) + \dfrac{bH}{M_0}\right\}} \quad .. \quad (11),$$

अन्य नगण्य मान वाले व्यंजकों को छोड़ देने पर।

चुम्बक के जड़त्वघूर्ण I का मान निकालना— इस कार्य के लिए, ज्ञात जड़त्व-घूर्ण I_1 वाली एक वस्तु को समान्तरित चुम्बक (collimator magnet) में रखकर उसका आवर्तकाल T_1 ज्ञात कर लिया जाता है। यदि वस्तु को रखने के पहले उसका आवर्तकाल T हो, तो

$$\frac{T_1^2}{T^2} = \frac{4\pi^2(I + I_1)}{MH} \times \frac{MH}{4\pi^2 I} = \frac{I + I_1}{I} = 1 + \frac{I_1}{I}.$$

$$\therefore \quad I = I_1 \frac{T^2}{T_1^2 - T^2} \qquad .. \quad (12).$$

इस प्रकार समीकरण (12) से चुम्बक के जड़त्वघूर्ण I का मान ज्ञात कर, समीकरण (11) से MH का शुद्धतम मान निकाल लिया जाता है।

विक्षेप-प्रयोग (Deflection experiment)— अब $\frac{M}{H}$ का मान ज्ञात करने के लिए, उसी क्यू-चुम्बकत्वमापी से विक्षेप-प्रयोग किया जाता है। इस काम के लिए उस बक्से को, जिसमें समान्तरित चुम्बक झूलता रहता है, हटा दिया जाता है तथा एक छोटे चुम्बक को, जिसमें एक छोटा-सा दर्पण लगा रहता है, काफी पतले लम्बे धागे से निलम्बित कर दिया जाता है। इस चुम्बकीय सूई के दोनों ओर तक फैली हुई एक अंशांकित (graduated) पीतल की छड़ XY (जैसा कि चित्र में दिखलाया गया है) होती है जिसपर V-आकार का (V-shaped) वाहक (carrier) लगा होता है। इसी पर समान्तरित चुम्बक को रखा जाता है तथा वाहक को खिसकाकर इसकी दूरी, निलम्बित चुम्बकीय सूई से, बदली जा सकती है।

प्रयोग करने के लिए, दर्पण में बने पैमाने के प्रतिबिम्ब के मध्य विभाग पर दूरदर्शक को साधित (focused) किया जाता है। अब समान्तरित चुम्बक को अपने वाहक (carrier) पर रखा जाता है जिससे चुम्बकीय सूई विक्षेपित हो जाती है जिसके फलस्वरूप दूरदर्शक यंत्र में पैमाने का प्रतिबिम्ब दीखना बन्द हो जाता है। अब यंत्र के अंग (Body) को तबतक घुमाया जाता है जबतक कि पैमाने का वही मध्य विभाग (middle division) पुनः दूरदर्शक में न दिखाई पड़ने लगे। यह घुमाव-कोण (angle of rotation) θ क्षैतिज पैमाने पर पढ़ लिया जाता है। प्रयोग को अनेक बार दुहराकर θ का औसत मान प्राप्त कर लिया जाता है।

अब समान्तरित चुम्बक के कारण निलम्बित चुम्बकीय सूई पर क्षेत्र की तीव्रता $= \frac{2M}{d^3}$; अतः उस पर लगने वाले विक्षेपक बलयुग्म का घूर्ण $= \frac{2M}{d^3}.m$, जहाँ m चुम्बकीय सूई की ध्रुव-सामर्थ्य है। साथ ही, उस पर लगते हुए नियंत्रक बलयुग्म (controlling or restoring couple) का घूर्ण $= MH\sin\theta$.

अतः साम्यावस्था में, $mH\sin\theta = \frac{2M}{d^3}.m$

$$\therefore \quad \frac{M}{H} = \frac{d^3 \sin\theta}{2} \qquad .. \quad (13).$$

इस प्रकार समीकरण (13) से $\frac{M}{H}$ का मान प्राप्त कर लिया जाता है। परन्तु $\frac{M}{H}$ का शुद्धतम मान प्राप्त करने के लिए, विक्षेप-चुम्बकत्वमापी के व्यवहार में आवश्यक संशोधन (corrections), जिनकी चर्चा धारा (2.10) में की जा चुकी है, द्वारा समीकरण को संशोधित किया जाता है।

इस प्रकार MH एवं $\frac{M}{H}$ दोनों का शुद्ध मान प्राप्त कर H—क्षैतिज तीव्रता—का शुद्धतम मान ज्ञात कर लिया जाता है।

4.6. क्षैतिज तीव्रता (H), उदग्र तीव्रता (V) तथा परिणामी (I) का मान ज्ञात करना

(अ) क्षैतिज तीव्रता (H) का मान— किसी स्थान पर H का मान ज्ञात करने की विधि के लिए धारा (2.17) देखें।

(ब) उदग्र तीव्रता (V) का मान—

$$\tan\delta=\frac{V}{H} \text{ समीकरण से, } V=H\tan\delta.$$

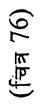
अतः किसी स्थान पर H का मान धारा (2.17) के अनुसार तथा δ का मान धारा 4.4 के अनुसार निकालकर, उस स्थान पर V का मान ज्ञात किया जा सकता है।

(स) परिणामी तीव्रता (I) का मान— धारा 2.2 में प्राप्त समीकरण (14) से $I=\sqrt{V^2+H^2}$, अतः H और V के मान उपर्युक्त विधियों से निकालकर किसी स्थान पर I का मान ज्ञात किया जा सकता है।

4.7. चुम्बकीय मानचित्र (Magnetic Maps)

पृथ्वी के भिन्न-भिन्न स्थानों पर चुम्बकीय तत्त्वों का विस्तृत अध्ययन किया गया हैं और प्राप्त परिणामों के आधार पर पृथ्वी का चुम्बकीय मानचित्र तैयार किया गया है जिसकी सहायता से पृथ्वी-तल पर किसी स्थान का चुम्बकीय ज्ञान प्राप्त किया जा सकता है। पृथ्वी के उन स्थानों को जहाँ किसी चुम्बकीय तत्त्व का मान समान हो, एक रेखा द्वारा मिलाया जा सकता है। इस प्रकार चुम्बकीय मानचित्र में निम्न-लिखित रेखाएँ होती हैं—

(अ) समदिक्पाती रेखाएँ (Isogonic lines)— ये चुम्बकीय मानचित्र पर वे रेखाएं हैं जो समान दिक्पात वाले स्थानों से गुजरती हैं। शून्य दिक्पात वाले स्थानों को मिलाने वाली रेखा को शून्य दिक्पाती रेखा (agonic line) कहते हैं।

(चित्र 76)

(ब) समनतिक रेखाएँ (Isoclinic lines)— ये उन स्थानों को मिलाने वाली रेखाएँ हैं जहाँ नमन का मान समान होता है। शून्य नमन वाले स्थानों को मिलाने वाली रेखा को अनतिक रेखा (aclinic line) कहते हैं।

इसे चुम्बकीय विषुवत् रेखा (magnetic equator) भी कहते हैं। इस रेखा का भी लगभग वही मार्ग है जो भौगोलिक विषुवत् रेखा का होता है लेकिन अमेरिका में यह भौगोलिक विषुवत् रेखा के दक्षिण तथा अफ्रिका में उसके उत्तर से होकर गुजरती है (चित्र 76)।

(स) समबलीय रेखाएँ (Isodynamic lines)— ये उन स्थानों को मिलाने वाली रेखाएँ हैं जहाँ क्षैतिज तीव्रता H का मान समान होता है।

4.8. चुम्बकीय तत्त्वों के मान में परिवर्तन (Variations in the Magnetic elements)

किसी स्थान पर चुम्बकीय तत्त्वों के मान में समय के साथ परिवर्तन होता रहता है। इन परिवर्तनों की निम्नलिखित श्रेणियाँ होती हैं—

(अ) दीर्घकालिक परिवर्तन (Secular variations)— शताब्दियों से लिये जा रहे अवलोकनों से यह पता चलता है कि पृथ्वी के चुम्बकीय ध्रुव भौगोलिक ध्रुवों के गिर्द परिक्रमा करते हैं। चुम्बकीय ध्रुवों के इस स्थान-परिवर्तन के कारण सभी जगह चुम्बकीय तत्त्वों के मान में परिवर्तन होता रहता है। इस प्रकार के परिवर्तन का एक चक्र लगभग 1000 वर्ष में पूरा होता है। अतः इसे दीर्घकालिक परिवर्तन कहते हैं।

(ब) वार्षिक परिवर्तन (Annual variations)— चुम्बकीय तत्त्वों के मान में कम परिमाण के वार्षिक परिवर्तन भी होते हैं। इस प्रकार के परिवर्तन में किसी स्थान पर वर्ष के किसी समय चुम्बकीय तत्त्वों का मान अधिकतम तथा दूसरे समय न्यूनतम होता है। उदाहरणार्थ, लंदन में दिक्पात का मान फरवरी मास में अधिकतम और अगस्त मास में न्यूनतम होता है।

(स) दैनिक परिवर्तन (Daily variations)— सभी चुम्बकीय तत्त्वों में दैनिक परिवर्तन भी होते रहते हैं जो व्यवहार में चक्रीय होते हैं। फलतः चौबीस घंटे में किसी समय एक तत्त्व का मान अधिकतम और दूसरे समय न्यूनतम हो सकता है। इन परिवर्तनों का मान अपेक्षाकृत कम होता है, अतः इसका पता लगाने के लिए विशेष प्रकार के यंत्रों की आवश्यकता होती है।

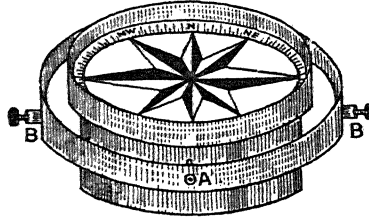
4.9. चुम्बकीय तूफान (Magnetic Storms)

उपर्युक्त परिवर्तनों के अलावा कभी-कभी चुम्बकीय तत्त्वों के मान में अनियमित परिवर्तन भी हो जाते हैं। ये परिवर्तन अचानक तथा अधिक परिमाण में होते हैं। इन्हें चुम्बकीय तूफान कहते हैं। प्रायः ऐसा देखा गया है कि सूर्य के धब्बों (sun-

spots) के प्रकट होने पर, ज्वालामुखी के फटने पर और अरोरा बोरियालिस (Aurora Borealis) के चमकने पर चुम्बकीय तूफान उत्पन्न होते हैं।

4.10. नाविक-दिक्सूचक (Mariners Compass)

समुद्र में दिशा का पता लगाने के लिए नाविकों के लिए यह एक अमूल्य यंत्र है। इस यंत्र में अलुमीनियम का एक वृत्ताकार डायल होता है जिसके नीचे परस्पर बँधी हुई आठ पतली और शक्तिशाली चुम्बकीय सूइयाँ लगी रहती हैं। एक अर्द्धगोलाकार कटोरे के आधार पर लगी उदग्र चूल पर सूई तथा डायल साथ-साथ क्षैतिज तल में परिभ्रमण कर सकते हैं (चित्र 77)। डायल की परिधि 32 भागों में विभाजित रहती है। सूई के अक्ष की दिशा में डायल पर N—S (उत्तर-दक्षिण) दिशा अंकित रहती है और इसी प्रकार सभी 32 कम्पास-विन्दुओं (points of compass) पर दिशा दिखलाने के लिए निशान बने रहते हैं।

समुद्र में जहाज के हिलने-डुलने पर भी सूई क्षैतिज रहे इसके लिए अर्द्ध-गोलाकार कटोरे को एक बाहरी छल्ले A में आमने-सामने लगी दो चूलों पर आधारित रखा जाता है जिन पर वह स्वतन्त्रता से परिभ्रमण कर सकता है। स्वयं छल्ला A भी आमने-सामने लगी दो चूलों B, B पर आधारित रखा जाता है जिन पर वह स्वतंत्रता से परिभ्रमण कर सकता है। कटोरे का परिभ्रमण-अक्ष छल्ले के परिभ्रमण-अक्ष के समकोणिक होता है। यह प्रबन्ध गिम्बल का प्रबन्ध (Gimbal's arrangement) कहलाता है।

(चित्र 77)

ऐसा करने से जहाज के हिलने-डुलने पर भी दिक्सूचक तथा डायल हमेशा क्षैतिज रहते हैं।

इस यंत्र से दिशा का पता लगाने के लिए पहले उस स्थान पर चुम्बकीय मानचित्रों की सहायता से दिक्पात पढ़ लिया जाता है। यदि दिक्पात θ° पश्चिम हो, तो इसका अर्थ यह है कि दिक्सूचक का N चिह्न यथार्थ भौगोलिक उत्तर दिशा से θ° पश्चिम दिखा रहा है।

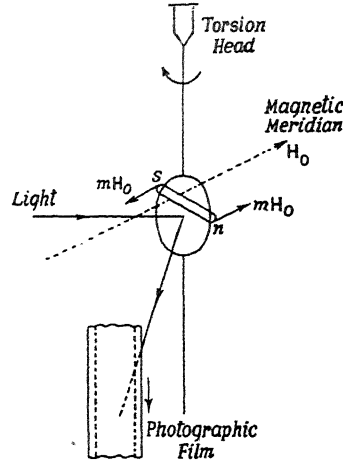
4.11. क्षैतिज तीव्रता के मान में परिवर्तन का अभिलेखन (Recording of variation in the value of horizontal intensity H)

पृथ्वी के सभी चुम्बकीय तत्व, विभिन्न कारणों से, समय के साथ बदलते रहते हैं। पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज संघटक के मान में परिवर्तन का निरन्तर अभिलेखन (continuous recording) जिस यंत्र के द्वारा किया जाता है उसे क्षैतिज

परिवर्तनमापी (horizontal variometer) कहते हैं जिसकी रूप-रेखा नीचे के चित्र में दिखलायी गयी है।

इसमें एक पतला-सा बेलनाकार चुम्बक *ns* होता है जो एक ऐंठन-शीर्ष(torsion-head) से पतले क्वार्ट्ज के धागे द्वारा निलम्बित रहता है। चुम्बक एक छोटे नतोदर दर्पण की पीठ पर लगा रहता है।

(चित्र 78)

प्रयोग में, ऐंठन-शीर्ष को तबतक घुमाया जाता है जबतक कि चुम्बक चुम्बकीय याम्योत्तर की समकोणिक दिशा में (at right angles) न आ जाय। प्रकाश की किरण को दर्पण पर आपतित होने दिया जाता है तथा परावर्तित किरण को एक फोटोग्राफिक फिल्म—जो ढोलक के आकार के (drum shaped) एक पदार्थ पर लपेटा रहता है तथा जो स्वयं एक निश्चित वेग से घूमता रहता है—पर प्राप्त किया जाता है।

मान लें कि चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण M एवं क्षैतिज तीव्रता H है। चूंकि चुम्बक, चुम्बकीय याम्योत्तर के लम्बरूपेण है, अत: उस पर लगते हुए नियंत्रक (restoring) बलयुग्म का घूर्ण $=MH$। यह बलयुग्म ऐंठन द्वारा उत्पन्न बलयुग्म $C\varphi$ के द्वारा संतुलित होता है जहाँ C, प्रति इकाई ऐंठन के लिए बलयुग्म का मान है तथा φ, निलम्बन-तंतु में ऐंठन है।

अत: $$MH = C\varphi.$$

अब मान लें कि H का मान बदलकर $H+\delta H$ हो गया। तदनुकूल, चुम्बक पर लगते हुए बलयुग्म का घूर्ण $=M(H+\delta H)$। इसके कारण चुम्बक $\delta\varphi$ कोण से और विक्षेपित हो जायगा ताकि ऐंठन-बलयुग्म (torsional couple) में वृद्धि $C\delta\varphi$, नियंत्रक बलयुग्म में वृद्धि $M\delta H$ को संतुलित कर सके। अत: $M\delta H = C\delta\varphi$.

$$\therefore \quad \delta H = \frac{C}{M}\,\delta\varphi \qquad \ldots \quad (14).$$

यदि C का मान कम हो तथा M का मान अधिक हो तो H के मान में अल्प परिवर्तन के कारण भी निलम्बन-तंतु में ऐंठन में काफी परिवर्तन ($\delta\varphi$) होगा अर्थात् चुम्बक का विक्षेप काफी होगा जिसके फलस्वरूप परावर्तित किरण विक्षेपित हो जायगी। इस प्रकार H के मान में परिवर्तन का अभिलेखन (recording) आसानी से घूमते हुए फिल्म पर किया जा सकता है।

4.12. दो स्थानों पर चम्बकीय क्षेत्र के उदग्र संघटकों की तुलना करना (Comparison of vertical components V of earth's magnetic field at two places)

किसी स्थान पर चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज एवं उदग्र संघटक क्रमशः

$$H = I\cos\delta$$

एवं

$$V = I\sin\delta,$$

जहाँ I क्षेत्र की परिणामी तीव्रता एवं δ नमन कोण (dip) है।

अतः

$$\frac{V}{H} = \tan\delta.$$

अर्थात्,

$$V = H\tan\delta \qquad ..(15).$$

अतः किन्हीं दो स्थानों पर यदि क्षैतिज तीव्रता क्रमशः H_1 एवं H_2 तथा नमन कोण क्रमश; δ_1 एवं δ_2 हों तो उन स्थानों पर उदग्र संघटक

$$V_1 = H_1\tan\delta_1$$

एवं

$$V_2 = H_2\tan\delta_2.$$

$$\therefore \quad \frac{V_1}{V_2} = \frac{H_1}{H_2} \cdot \frac{\tan\delta_1}{\tan\delta_2} \qquad (16).$$

$\frac{H_1}{H_2}$ दोलन-चुम्बकत्वमापी द्वारा (धारा 2.16) ज्ञात कर लिया जाता है तथा $\frac{\tan\delta_1}{\tan\delta_2}$ का मान नमन-वृत्त द्वारा निकाल लिया जाता है। इस प्रकार $\frac{H_1}{H_2}$ एवं $\frac{\tan\delta_1}{\tan\delta_2}$ के मान ज्ञात हो जानेपर $\frac{V_1}{V_2}$ की गणना की जा सकती है जिससे किन्हीं दो स्थानों पर चुम्बकीय क्षेत्र के उदग्र संघटकों की तुलना हो जाती है।

4.13. पार्थिव चुम्बकत्व के सिद्धान्त (Theories of earth magnetism)

पार्थिव चुम्बकत्व के कारणों की व्याख्या करने के लिए अनेकों सिद्धान्त प्रतिपादित किये गये हैं, परन्तु दुःख की बात तो यह है कि उनमें से कोई भी सिद्धान्त अभी तक सही एवं पूर्णरूपेण पार्थिव चुम्बकत्व की घटनाओं की व्याख्या करने में समर्थ सिद्ध न हो सका है।

इस सम्बन्ध में सबसे पुराना सिद्धान्त गिलबर्ट (Gilbert) का है जिन्होंने माना था कि पृथ्वी मैगनेटाइट नामक पदार्थ से बनी हुई है। परन्तु लोगों ने इस सिद्धान्त को

न माना; कारण मैंगनेटाइट पृथ्वी की पर्पटी (earth-crust) में बहुत ही अल्पमात्रा में पाया जाता है तथा वह भी कहीं-कहीं ।

इसके बाद यह माना गया कि पृथ्वी का चुम्बकत्व उसमें प्रचुर मात्रा में लौह-चुम्बकीय पदार्थ (ferromagnetic material) की उपस्थिति के कारण होता है। परन्तु यह भी सही नहीं जंचता है; कारण पृथ्वी के अन्दर का तापमान इतना अधिक रहता है कि वहाँ किसी लौह-चुम्बकीय पदार्थ का रहना संभव नहीं है ।

बाद के प्रयोगों से यही निष्कर्ष निकाला गया कि पृथ्वी का आन्तरक (core of the earth) लोहे की मिश्रधातु (alloy) से नहीं वरन् शुद्ध लोहे से बना हुआ है । परन्तु पृथ्वी की करीब 1800 मील की गहराई का तापमान करीब 12000°C होता है— ऐसा अन्दाज किया जाता है— अत: वहाँ पर किसी प्रकार का चुम्बकत्व का होना संभव नहीं है । अत: ऐसी स्थिति में हमें यह मानना होगा कि पृथ्वी काफी धारण-शीलता (retentivity) वाले एक चुम्बकीय पट्टिका के रूप में है । परन्तु, पार्थिव चुम्बकत्व के तत्त्वों में जो दीर्घकालिक परिवर्तन (secular variation) होते रहते हैं उनकी व्याख्या तभी की जा सकती है यदि यह माना जाय कि ऐसी चुम्बकीय पट्टिका की धारणशीलता कम हो ।

सन् 1921 में यह सुझाव दिया गया कि पृथ्वी का चुम्बकत्व उसकी पर्पटी के लोहे, निकेल एवं कोबाल्ट जैसे पदार्थ—जो पृथ्वी के आन्तरक के काफी अधिक तापमान होने के बावजूद, चुम्बकत्व के प्रति काफी सुप्रभाव्य (susceptible) होते हैं— से बने होने के कारण होता है ।

चुम्बकीय तूफान एवं सूर्य के धब्बे (sun-spots) का साथ-साथ उत्पन्न होना इस बात का सुझाव देता है कि हो सकता है कि पृथ्वी का चुम्बकत्व सूर्य के कारण ही हो परन्तु इसे सर्वमान्य सिद्धान्त के रूप में नहीं माना जा सकता है, कारण कभी-कभी सर्य के धब्बे के उत्पन्न हुए बिना भी चुम्बकीय तफान उत्पन्न होते हुए देखे गये हैं तथा सूर्य के धब्बे के उत्पन्न होने के बावजूद चुम्बकीय तफान उत्पन्न होते हुए नहीं पाये गये हैं ।

पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की प्रकृति (nature) के निरीक्षण से यह पता चलता है कि यह ठीक उसी प्रकार का है जैसा कि एक छोटे स्थायी चुम्बक को पृथ्वी के केन्द्र पर स्थित मानने से होता । परन्तु यह धारणा भी सिद्धान्त के रूप में नहीं मानी जा सकती है, कारण इसमें भी अनेकों प्रकार की दिक्कतें हैं ।

पार्थिव चुम्बकत्व की दूसरी व्याख्या इस प्रकार से दी जाती है कि पृथ्वी का चुम्बकत्व वायुमण्डल की आयनित तहों (ionised layers) में बहने वाली विद्युत्-धारा के कारण होता है; परन्तु यह व्याख्या इसलिए मान्य नहीं होती है कि इस प्रकार की विद्युत्-धारा इतनी क्षीण होती है कि यह पार्थिव चुम्बकत्व के अवलोकित प्रभाव की व्याख्या करने में असमर्थ होती है ।

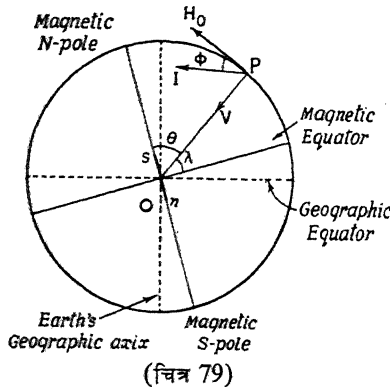
मैक्सवेल के सिद्धान्त के अनुसार प्रत्येक वृहत् वस्तु जो निश्चित वेग से किसी अक्ष के परित: घूम रही है—एक चुम्बक की भाँति कार्य करती है । अत: इसके चारों ओर

एक चुम्बकीय क्षेत्र होता है जिसका परिमाण वस्तु की कोणीय गतिमात्रा (angular momentum) के समानुपाती होता है। अतः बार्नेट (Barnet) एवं ब्लैकेट (Blackett) ने यह सुझाव दिया कि हो सकता है कि पृथ्वी का चुम्बकत्व, इसके घूमने की क्रिया से सम्बन्धित हो। परन्तु अन्य पदार्थों की अपेक्षा, पृथ्वी के चुम्बकीय घूर्ण एवं कोणीय गतिमात्रा का अनुपात भिन्न (different) पाया जाता है जो इस सिद्धान्त को संदिग्ध बना देता है। साथ-ही-साथ अभी तक ऐसी कोई प्रायोगिक प्रविधि (experimental technique) नहीं निकल पायी है जो इस सुझाव के सत्यापन की जाँच कर सके।

हाल के (latest) एक सिद्धान्त के मुताबिक पृथ्वी का चुम्बकत्व, विशेष रूप से, पृथ्वी के पिघले हुए आन्तरिक भाग (molten interior) में प्रवाहित होने वाली परिवहन धारा (convectional current) की डाइनेमो रूपी क्रिया (dynamo type action) के कारण होता है। इस सिद्धान्त के मुताबिक इलासर एवं बलार्ड (Elsasser and Bullard) ने बताया कि पृथ्वी का आन्तरक (core), इसकी पर्पटी (crust) की अपेक्षा अधिक चालक होता है। पृथ्वी, रेडियोधर्मी पदार्थ (radio-active substance) से आवश्यक ऊर्जा लेकर स्वचालित डाइनेमो (self-exciting dynamo) की भाँति कार्य करती है तथा अपने आन्तरक में विद्युत्-धारा प्रेरित करती है जिसके फलस्वरूप पृथ्वी का चुम्बकत्व उत्पन्न होता है। यद्यपि यह सिद्धान्त पार्थिव चुम्बकत्व के बहुत-से प्रभाव की व्याख्या करता है तथापि इस सिद्धान्त की कुछ परिकल्पनाओं (hypothesis) के सही नहीं होने की वजह से इसे पूर्ण एवं सही सिद्धान्त नहीं माना जाता है।

अतः ऊपर जो कुछ बताया गया है, उससे हम इसी निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि पृथ्वी के चुम्बकत्व का सिद्धान्त अभी तक अधूरा है तथा इसके कारण का सही पता अभी तक नहीं मिल सका है। देखें कि स्पुतनिक इस दिशा में क्या-क्या रहस्य विज्ञान-जगत् को दे पाता है।

4.14. नमन कोण एवं चुम्बकीय अक्षांश में सम्बन्ध (Relation between Dip and Magnetic Latitude)

(चित्र 79)

मान लें कि पृथ्वी का चुम्बकत्व एक ऐसे छोटे छड़-चुम्बक के कारण है जिसका मध्य-विन्दु पृथ्वी के केन्द्र पर एवं चुम्बकीय अक्ष पृथ्वी के भौगोलिक अक्ष से कुछ (करीब 17°) झुका हुआ है। पृथ्वी की सतह पर स्थित किसी विन्दु पर नमन कोण एवं चुम्बकीय अक्षांश में सम्बन्ध ज्ञात करना है।

चुम्बक *ns* का अक्ष पृथ्वी की

सतह को दोनों ओर जिन दो विन्दुओं पर काटता है उन्हें चुम्बकीय ध्रुव (magnetic poles) कहते हैं तथा उन्हें मिलाने वाली रेखा को चुम्बकीय अक्ष (magnetic axis) कहते हैं। चुम्बकीय अक्ष के लम्बवत् तथा पृथ्वी के केन्द्र से गुजरती हुई रेखा चुम्बकीय विषुवत् रेखा (magnetic equator) कहलाती है।

चित्र में, पृथ्वी की सतह पर कोई विन्दु P लिया गया है। पृथ्वी के केन्द्र से इस विन्दु को मिलाने वाली रेखा, चुम्बकीय विषुवत् रेखा के साथ λ कोण बनाती है; अतः λ, P विन्दु का चुम्बकीय अक्षांश (magnetic latitude) कहलाता है।

मान लें कि रेखा OP, चुम्बकीय अक्ष से θ कोण बनाती है।

स्पष्टतः $\theta+\lambda=90^\circ$.

यदि चुम्बक ns का चुम्बकीय घूर्ण M हो तो मान लें कि इसे दो संघटकों M_1 एवं M_2 में विघटित किया गया है, जहाँ

$M_1=M\cos\theta$, PO या P पर अभिलम्ब (यानी उदग्र रेखा) की दिशा में, तथा $M_2=M\sin\theta$, PO की लम्ब दिशा में (यानी P पर खींची गयी क्षैतिज रेखा की दिशा में)।

अब चूँकि विन्दु P उदग्र संघटक $M_1=M\cos\theta$ के लिए अंताभिमुखी (end-on) स्थिति में है, अतः इस संघटक के कारण P पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता $=\dfrac{2M\cos\theta}{R^3}$, $\overrightarrow{PO}$ की दिशा में, जहाँ R पृथ्वी की त्रिज्या है। यह विन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र के उदग्र संघटक (vertical component) V के बराबर है।

अतः
$$V=\frac{2M\cos\theta}{R^3}.$$

उसी तरह विन्दु P, क्षैतिज संघटक $M_2=M\sin\theta$ के लिए पार्श्वाभिमुखी (broadside-on) स्थिति में है, अतः इस संघटक के कारण P पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता $=\dfrac{M\sin\theta}{R^3}$ जो विन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज संघटक (horizontal component) H के बराबर है।

अतः
$$H=\frac{M\sin\theta}{R^3}.$$

अतः यदि विन्दु P पर नमन का कोण φ हो तो

$$\tan\varphi=\frac{V}{H}=\frac{2M\cos\theta/R^3}{M\sin\theta/R^3}=2\cot\theta \qquad (17).$$

परन्तु $\theta = 90 - \lambda.$

अत: $\cot\theta = \cot(90-\lambda) = \tan\lambda.$

अत: $\tan\varphi = 2\tan\lambda$ .. (18).

यही, नमन कोण एवं चुम्बकीय अक्षांश में अभीष्ट सम्बन्ध है।

साधित उदाहरण

1. किसी स्थान पर नमन कोण का सही मान 45° है। यदि नमन-वृत्त का तल 60° से, चुम्बकीय याम्योत्तर से, घुमा दिया जाय तो व्यक्त नमन कोण का मान निकालें। (Punjab 1954)

(The true value of dip at a place is 45°. If the plane of the dip circle is turned through 60° from the meridian, what will be the apparent dip ?)

चूँकि नमन कोण का सही मान 45° है, अत:

$$\tan 45° = 1 = \frac{V}{H},$$

जहाँ V एवं H पृथ्वी के क्षेत्र के क्रमश: उदग्र एवं क्षैतिज संघटक हैं। यदि नमन-वृत्त को चुम्बकीय याम्योत्तर से 60° से घुमा दिया जाता है तो इस नये तल में उदग्र संघटक $= V$

एवं क्षैतिज संघटक $= H \cos 60°$.

अत: इस तल में यदि व्यक्त नमन-कोण φ हो तो

$$\tan\varphi = \frac{V}{H\cos 60°} = \frac{V}{\frac{1}{2}H} = 2.\frac{V}{H} = 2.$$

$$\therefore \quad \varphi = \tan^{-1}2 = 63°26'.$$

2. नमन-वृत्त की सूई, जो उदग्र तल में दोलन करती है, चुम्बकीय याम्योत्तर में प्रति मिनट 40 दोलन करती है तथा चुम्बकीय याम्योत्तर के लम्बवत् उदग्र तल में प्रति मिनट 30 दोलन करती है। नमन कोण का मान ज्ञात करें। (B. U. 1965)

(Dip needle oscillating in a vertical plane makes 40 oscillations per minute in the magnetic meridian and 30 oscillations per minute in a vertical plane at right angles to the magnetic meridian. Find the angle of dip.)

जब सूई चुम्बकीय याम्योत्तर में है तो यह पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की परिणामी तीव्रता I में दोलन करती है परन्तु याम्योत्तर के लम्बवत् तल में सूई सिर्फ उदग्र तीव्रता V में ही दोलन करती है, कारण वहाँ क्षैतिज तीव्रता का मान शून्य होगा।

अत: दोनों स्थितियों में दोलन-काल

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{K}{MI}} \text{ एवं } T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{K}{MV}},$$

जहाँ K सूई का जड़त्वघूर्ण है। अतः

$$\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{V}{I}=\sin\varphi, \text{ यदि नमन कोण } \varphi \text{ हो।}$$

$$\therefore \quad \sin\varphi=\frac{T_1^2}{T_2^2}=\frac{(60/40)^2}{(60/30)^2}=\frac{(1\cdot5)^2}{2)^2}=\frac{9}{16}.$$

$$\therefore \ \varphi=\sin^{-1}\left(\frac{9}{16}\right).$$

3. एक नमन-वृत्त की सूई, किसी उदग्र तल में 40° नमन कोण बतलाती है तथा जब उसे 90° से घुमाकर दूसरे उदग्र तल में लाया जाता है तो यह 30° नमन कोण बतलाती है। नमन कोण का सही मान निकालें। (Utkal 1954 S)

(A dip needle records 40° dip when the needle is in a certain vertical plane and 30° dip when it is turned through 90° from the previous plane. Find the value of true dip at that place.)

$$\cot^2\varphi=\cot^2\varphi_1+\cot^2\varphi_2.$$

यहाँ $\varphi_1=40°$, $\varphi_2=30°$ तो $\varphi=?$

$$\therefore \ \cot^2\varphi=\cot^2 40°+\cot^2 30°$$
$$=(1\cdot1918)^2+(1\cdot7321)^2$$
$$=1\cdot420+2\cdot999=4\cdot419.$$

$$\therefore \quad \cot\varphi=2\cdot102; \quad \therefore \ \varphi=\cot^{-1}2\cdot102=25°26'.$$

4. एक चुम्बकीय सूई को इस प्रकार निलम्बित किया जाता है कि वह क्षैतिज तल में दोलन कर सके—इसका आवर्त काल 20 से० तथा दोलन-अक्ष के परित: जड़त्वघूर्ण 13500 ग्राम सें०मी०² पाया जाता है। जब इसे नमन-वृत्त में लगा दिया जाता है तब चुम्बकीय याम्योत्तर में, सूई के केन्द्र से 18 सें०मी० की दूरी पर 0·2 ग्राम का भार लगा देने से यह क्षैतिज हो जाती है। अवलोकन के स्थान पर नमन कोण का मान क्या है? (B. U. 1962 S)

(A magnetic needle suspended so as to oscillate in a horizontal plane had a time period of 20 seconds and a moment of inertia of 13500 gm. cm.² about the axis of oscillation. Mounted as a dip needle swinging in the meridian, it rested horizontally when a weight of 0·2 gm. was fixed on it at a distance of 18 cm. from its centre. What was the angle of dip at the place of observation ?)

जिस समय चुम्बकीय सूई क्षैतिज तल में दोलन कर रही है,

$$T=2\pi\sqrt{\frac{I}{MH}}.$$

$$\therefore \quad MH=\frac{4\pi^2 I}{T^2}=\frac{4\times22\times22\times13500}{7\times7\times20\times20}.$$

पुनः नमन-वृत्त में लगा देने पर, चुम्बकीय सूई को क्षैतिज करने के लिए उसके केन्द्र से 18 सें॰मी॰ की दूरी पर 0·2 ग्राम का भार रखना पड़ता है, अतः इस अवस्था में, पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के उदग्र संघटक के कारण बलयुग्म का घूर्ण $= m \times V \times 2l = MV$

$$= \text{भार के कारण उत्पन्न बलयुग्म का घूर्ण}$$
$$= 0{\cdot}2 \times 980 \times 18,$$

जहाँ m, चुम्बकीय सूई की ध्रुव-शक्ति एवं $2l$ इसकी चुम्बकीय लम्बाई है। अतः

$$\frac{MV}{MH} = \frac{V}{H} = \tan\varphi = \frac{0{\cdot}2 \times 980 \times 18 \times 7 \times 7 \times 20 \times 20}{4 \times 22 \times 22 \times 13500} = 1{\cdot}32.$$

$\therefore$ नमन कोण $\varphi = \tan^{-1} 1{\cdot}32.$

5. क्षैतिज रूप से निलम्बित एक चुम्बक, एक स्थान पर, जहाँ नमन कोण 60° एवं पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता 0·6 है, 2 मिनट 30 से॰ में 30 दोलन करता है। एक दूसरे स्थान पर, जहाँ नमन कोण 45° एवं कुल तीव्रता 0·57 है, यह 3 मिनट में कितना दोलन करेगा ? (Calcutta 1962)]

(A horizontally suspended magnet makes 30 oscillations in 2 min. 30 sec. at a place where the dip is 60° and the total intensity is 0·6. Calculate the number of oscillations it will make in 3 min. at another place where the dip is 45° and the total intensity 0·57.)

जहाँ पर नमन कोण 60° एवं कुल तीव्रता 0·6 है,
वहाँ पर क्षैतिज तीव्रता $H_1 = I \cos\varphi$

$$= 0{\cdot}6 \times \cos 60° = 0{\cdot}3.$$

इस स्थान पर प्रति मिनट चुम्बक की दोलन-संख्या

$$n_1 = \frac{30}{2{\cdot}5} = 12.$$

फिर दूसरे स्थान पर, जहाँ नमन कोण 45° एवं कुल तीव्रता 0·57 है, क्षैतिज तीव्रता

$$H_2 = 0{\cdot}57 \times \cos 45°$$

$$= 0{\cdot}57 \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 0{\cdot}403.$$

मान लें कि इस स्थान पर प्रति मिनट चुम्बक की दोलन-संख्या n_2 है।

$$\because \quad H \propto n^2,$$

अतः
$$\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{H_1}{H_2}}.$$

अर्थात्
$$\frac{n_2}{12} = \sqrt{\frac{H_2}{H_1}} = \sqrt{\frac{0{\cdot}403}{0{\cdot}3}}.$$

$$\therefore \quad n_2 = 12 \times \sqrt{\frac{0{\cdot}403}{0{\cdot}3}} = 13{\cdot}908 = 14 \text{ करीब ।}$$

अत: 3 मिनट में किये गये दोलन की संख्या $= 14 \times 3 = 42$ करीब ।

6. यह मानते हुए कि पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र, पृथ्वी के केन्द्र पर स्थित एक छोटे चुम्बक के कारण होता है, उस स्थान पर नमन कोण का मान ज्ञात करें जहाँ पर चुम्बकीय अक्षांश का मान 60° है। (P. U 1963 A)

(Assuming that the earth's magnetic field is due to a short magnet placed at the centre of the earth along the earth's magnetic axis, calculate the value of the dip at a place where the latitude is 60°.)

चुम्बकीय अक्षांश λ एवं नमन कोण φ का सम्बन्ध सूत्र $\tan\varphi = 2\tan\lambda$ द्वारा दिया जाता है। यहाँ पर $\lambda = 60°$ तो $\varphi = ?$.

$$\because \quad \tan\varphi = 2\tan\lambda = 2\tan 60° = 2 \times \sqrt{3}$$

$$= 2 \times 1{\cdot}7321 = 3{\cdot}4642,$$

$$\therefore \quad \varphi = \tan^{-1} 3{\cdot}4642 = 73{\cdot}9°.$$

प्रश्नावली ४

(अ)

1. (a) किसी स्थान पर पृथ्वी के चुम्बकीय तत्त्व की परिभाषा दें। आप इन्हें कैसे ज्ञात कीजिएगा ?

(b) किसी स्थान पर, समकोण पर स्थित दो उदग्र तलों में अवलोकित नमन कोण का मान φ_1 एवं φ_2 है। यदि उस स्थान पर सही नमन कोण का मान φ हो तो दिखलाएँ कि

$$\cot^2\varphi = \cot^2\varphi_1 + \cot^2\varphi_2.$$

[(a) Define the magnetic elements of the earth's field at a place. How will you determine them ?

(Ranchi 1965; Madras 1966; Agra 1960; Punjab 1965; Delhi 1954; Gorakhpur 1961; Saugar 1962; Nagpur 1960; Andhra 1962; Patna 1963 S, '59; Magadh 1965)

(b) If φ_1 and φ_2 be the angles of dip observed in two vertical planes at right angles to each other and φ the true angle of dip, show that $\cot^2\varphi = \cot^2\varphi_1 + \cot^2\varphi_2$.]

(Ranchi 1965; Gorakhpur 1962; Mysore 1962; Saugar 1962; Agra 1961; Magadh 1963; Patna 1959, '54 S; Bihar 1957 S, '55 S)

2. नमन-वृत्त का वर्णन करें। किसी स्थान पर इसकी सहायता से आप नमन कोण किस प्रकार ज्ञात कीजिएगा ? इसके उपयोग में कौन-कौन से दोष होते हैं ? कारणसहित बतलाएँ

कि उन दोषों के संशोधन क्या हैं।

[Describe a dip circle. How will you use it to determine the magnetic inclination (dip) at a place ? What are the errors in its use and explain with reasons how you can make corrections for these errors.]

(Karnatak 1965; Gorakhpur 1962; Mysore 1962; Delhi 1960; Punjab 1958 S, '57, '54, '50; Madras 1964; Andhra 1962; Magadh 1965; Ranchi 1963 S; Patna 1963 S, '63 A, '54; Bihar 1955 S, '54 S)

3. क्यू-चुम्बकत्वमापी का वर्णन करें। दिक्पात एवं क्षैतिज तीव्रता ज्ञात करने के लिए इसका व्यवहार किस प्रकार किया जाता है ?

[Describe the Kew magnetometer. How is it used to determine (i) declination, (ii) horizontal intensity ?]

(Alld. 1951; Andhra 1957; Saugar 1951)

4. बतलाएँ कि पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज संघटक के मान में परिवर्तन का निरन्तर अभिलेखन किस प्रकार किया जाता है।

[Show how the variation of the horizontal component of earth's magnetic field may be continuously recorded.] (Saugar 1962)

5. किन्हीं दो स्थानों पर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के उदग्र संघटकों की आप तुलना किस प्रकार कीजिएगा ? व्यवहार में लाये गये सूत्र को प्राप्त करें।

[How would you compare the vertical components of earth's magnetic field at two different places ? Deduce the formula you would apply.] (Bihar 1965)

6. संक्षेप में बतलाएँ कि पृथ्वी के चुम्बकत्व की व्याख्या किस प्रकार से दी जाती है।

यह मानते हुए कि पृथ्वी का चुम्बकत्व पृथ्वी के अन्दर, इसके केन्द्र पर एक छोटे चुम्बक के स्थित होने के कारण होता है, प्रमाणित करें कि किसी स्थान पर नमन कोण φ एवं चुम्बकीय अक्षांश λ, सूत्र $\tan\varphi = 2\tan\lambda$ द्वारा सम्बन्धित होते हैं।

[Write briefly how earth's magnetism can be explained.

Assuming the earth's magnetism to be due to a short bar magnet inside the earth, prove that at any place, the angle of dip φ is related to the magnetic latitude λ, by the relation $\tan\varphi = 2\tan\lambda$.]

(Vikram 1964; '61, Agra 1966 S; Lucknow 1958; Punjab 1955; Delhi 1954; Patna 1965 S, '62 S)

7. चुम्बकीय याम्योत्तर, दिक्पात एवं नमन कोण की परिभाषा दें तथा बतलाएँ कि इन राशियों को किस प्रकार सही ढंग से निर्धारित किया जा सकता है। H के सही निर्धारण के लिए भी एक विधि का वर्णन करें।

[Define magnetic meridian, angle of declination and angle of dip and explain how these quantities can be accurately determined.

Describe also any accurate method for determination of H.]

(Bhag. 1963 S; Patna 1958)

(ब)

1. एक स्थान पर नमन कोण ज्ञात करने के लिए किये गये एक प्रयोग में पाया गया कि किसी तल में नमन कोण का मान 30° एवं इस तल के अभिलम्बवत् तल में नमन कोण का मान 20° होता है। उस स्थान पर सही नमन कोण का मान ज्ञात करें।

[In an experiment for finding the value of dip at a place, it is observed that apparent dip in one plane is 30° and in a plane at right angles to the first plane it is 20°. Calculate the true dip at the place.]

(Karnatak 1965) (उत्तर : 17°7′)

2. एक नमन-वृत्त की सूई पर, जब इसके अक्ष से 5 सें०मी० की दूरी पर 90 मिलीग्राम का भार रखा जाता है तो यह क्षैतिज हो जाती है। यदि सूई चुम्बकीय याम्योत्तर में हो और उसका घूर्ण 100 सी०जी०एस० इकाई हो तो चुम्बकीय क्षेत्र के उदग्र संघटक का मान ज्ञात करें।

($g=980$ सें०मी०/से०^2)

[A dip needle rests in a horizontal position when a 90 mgm. weight is placed 5 cm. away from the axle. If the needle is in the magnetic meridian and its moment is 1000 C. G. S. units, find the vertical component of the earth's field. ($g=980$ cm./sec^2.)

(P. U. 1961 S) (उत्तर : 0·441 C. G. S. इकाई)

3. एक नमन-वृत्त की सूई का दोलन-तल चुम्बकीय याम्योत्तर में है। उस स्थान पर जहाँ नमन कोण 60° है, सूई का आवर्त-काल 1·8 से० है तथा दूसरे स्थान पर जहाँ नमन कोण 45° है, आवर्त-काल 1·6 से० है। दोनों स्थानों पर क्षैतिज तीव्रताओं की तुलना करें।

[A dip needle has its plane of oscillation in the magnetic meridian. Its period of oscillation is 1·8 sec. at a place where the dip is 60° and 1·6 sec. at another place where the dip is 45°. Calculate the ratio of the horizontal components of the earth's magnetic fields at the two places. (Sagar 1950) (उत्तर : 0·5589)

4. एक नमन-वृत्त पहले चुम्बकीय याम्योत्तर में है—यदि इसे क्षैतिज तल में θ कोण से घुमा दिया जाता है तो दिखलाएँ कि नमन कोण की स्पज्या $\sec\theta : 1$ के अनुपात में बढ़ जाती है।

[A dip circle lying initially in the magnetic meridian is rotated through an angle θ in the horizontal plane. Show that the tangent of the angle of dip is increased in the ratio $\sec\theta : 1$.] (Punjab 1957)

5. यदि यह मान लिया जाय कि $8{\cdot}1\times10^{25}$ C. G. S. इकाई घूर्ण वाला छोटा-सा चुम्बक पृथ्वी के केन्द्र पर उत्तर-दक्षिण दिशा में रखा गया है जिसके कारण पृथ्वी का चुम्बकीय क्षेत्र है तो पटने में (अक्षांश 26° उत्तर) पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज संघटक का मान ज्ञात करें। (मान लें कि पटने का नमन कोण 40° है तथा पृथ्वी की त्रिज्या 6400 किलोमीटर है।)

[Calculate the horizontal component of the earth's magnetic field at Patna (latitude 26°N) due to a magnet of moment $8{\cdot}1\times10^{25}$ C. G. S. units, supposed to be short and placed at the centre of the earth with its axis pointing north and south. (Assume the angle of dip at Patna to be 40° and the radius of the earth to be 6400 km.)]

(P. U. 1959) (उत्तर : 0·28 ओरस्टेड)

6. एक ऐसी जगह पर जहाँ नमन कोण 30° है, नमन-वृत्त की सूई, चुम्बकीय याम्योत्तर में, प्रति मिनट 40 दोलन की दर से दोलन कर रही है। यदि सम्पूर्ण नमन-वृत्त को उदग्र अक्ष के परितः एक समकोण से घुमा दिया जाय तथा सूई को दोलन करने दिया जाय तो प्रति मिनट किस दर से वह दोलन करेगी ?

[A dip needle oscillates in the magnetic meridian at the rate of 40 oscillations per minute in a locality where the angle of dip is 30°. If the entire dip circle is turned about its vertical axis through a right angle and the needle made to oscillate, what will be the number of oscillations per minute ?] (Agra 1943) (उत्तर : $20\sqrt{2}$)

खण्ड ३

स्थिर-विद्युत्

(Electrostatics)

१ स्थिर वैद्युत् बलों के नियम एवं वैद्युत् विभव
[LAWS OF ELECTROSTATIC FORCES & ELECTRIC POTENTIAL]

1.1. प्रस्तावना (Introduction)

भौतिक शास्त्र की इस शाखा का जन्म छठी शताब्दी में थेल्स के प्रयोग से माना जाता है। ग्रीस के दार्शनिक थेल्स ने सर्वप्रथम यह प्रदर्शित किया कि अम्बर नामक पदार्थ को रगड़ने पर उसमें घास के सूखे टुकड़े, कागज के टुकड़े आदि जैसे हल्के पदार्थ को अपनी ओर खींचने या आकृष्ट करने का गुण प्राप्त हो जाता है। ग्रीक भाषा में अम्बर को एलेक्ट्रन कहते हैं इसलिए जिस अज्ञात विभूति की उपस्थिति के कारण अम्बर में इस प्रकार का विशेष गुण प्राप्त होता है उसका नाम एलेक्ट्रिसिटी (electricity) रखा गया जिसे हम हिन्दी में विद्युत् या बिजली कहते हैं।

सन् 1600 ई० में विलियम गिलवर्ट ने पता लगाया कि अम्बर के अतिरिक्त बहुत-से ऐसे भी पदार्थ हैं जिनमें घर्षण से विद्युत् उत्पन्न की जा सकती है। घर्षण के कारण जिन पदार्थों में इस प्रकार का गुण प्राप्त हो जाता है तो ऐसी स्थिति (इस गुण-प्राप्ति की स्थिति) में उन पदार्थों को विद्युतित (electrified) या विद्युन्मय पदार्थ (charged body) कहते हैं या यह कहा जाता है कि उन पर विद्युत्-आवेश (electric charge) है।

घर्षण से प्राप्त इस प्रकार की विद्युत् को घर्षण-विद्युत् (frictional electricity) कहते हैं—इसे स्थिर विद्युत् (statical electricity) भी कहा जाता है जबकि यह स्थिर रहता है—यानी यह जिस पदार्थ में उत्पन्न की जाती है उसमें एक स्थान से दूसरे स्थान तक चलती नहीं है। स्थिर-विद्युत् (electrostatics) भौतिक विज्ञान (physics) की वह शाखा है जिसकी विषय-वस्तु वैसे विद्युन्मय पदार्थों के गुणों का अध्ययन है जिन पर विद्युत्-आवेश स्थिर रहता है।

जब घर्षण द्वारा विद्युत् उत्पन्न की जाती है तो रगड़ने वाली वस्तु एवं रगड़ी जाने वाली वस्तु—दोनों ही वस्तुओं में समान परिमाण में विद्युत्-आवेश उत्पन्न होता है, अन्तर केवल यह है कि दोनों वस्तुओं पर उत्पन्न आवेशों की प्रकृति (nature) विपरीत होती है; एक पर के आवेश को धन आवेश (positive charge) एवं दूसरे पर के आवेश को ऋण आवेश (negative charge) कहते हैं। यथा, रेशम से रगड़ी जाने पर काँच की छड़ पर धन आवेश (+ve charge) एवं रेशम में, समान परिमाण में, ऋण आवेश (—ve charge) उत्पन्न होता है। ठीक उसी प्रकार बिल्ली के रोएँ से रगड़ी जाने पर एबोनाइट की छड़ पर ऋण आवेश तथा रोएँ में, समान परिमाण में, धन आवेश उत्पन्न होता है।

किसी वस्तु में, उसे किसी दूसरी वस्तु से रगड़ने पर किस प्रकार उत्पन्न होगा, यह उन दोनों वस्तुओं की प्रकृति पर निर्भर करता है ज्ञान नीचे दी गयी सारणी से आसानी से प्राप्त किया जा सकता है—

1. रोआँ	6. कागज	11. रबर
2. फ्लानेल	7. रेशम	12. रंजन
3. चपड़ा	8. मनुष्य का शरीर	13. अम्ब
4. मोम	9. लकड़ी	14. गंधक
5. काँच	10. धातु	15. एबोन
	16. गटा-पर्चा	

यहाँ पर वस्तुएँ इस ढंग से सजायी गयी हैं कि यदि किसी वस्तु को, f वस्तु से रगड़कर विद्युत् उत्पन्न की जाय तो सारणी में जो ऊपर है, आवेश तथा जो नीचे है उसमें ऋण आवेश उत्पन्न होता है।

1.2. स्थिर वैद्युत् बलों के नियम

किन्हीं दो विद्युन्मय पदार्थों के बीच किस प्रकार का बल लगेगा त परिमाण कितना होगा—इसका निर्धारण स्थिर वैद्युत् बलों के निय of electrostatic forces) द्वारा किया जाता है। ये नियम दो हैं—

पहला नियम— यह स्थिर वैद्युत् बलों का गुणात्मक विश्लेषण (qu analysis) करता है तथा इसे निम्नांकित रूप में लिखा जा सकता है—

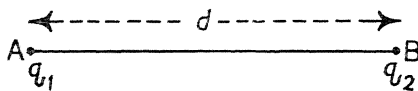
सम आवेश (like charges) परस्पर प्रतिकर्षित (repel) एवं विष (unlike charges) परस्पर आकर्षित (attract) करते हैं।

इस नियम की यथार्थता (accuracy) बड़ी आसानी से जाँची जा स ऐसा देखा जाता है कि रेशम से रगड़ी जाकर एक ही तरह से आविष्ट दो छड़ें (धन विद्युन्मय) एक-दूसरे को प्रतिकर्षित करती हैं। उसी प्रकार रोएं गयी दो एबोनाइट की छड़ें (ऋण विद्युन्मय) एक-दूसरे को प्रतिकर्षित परन्तु ऊपर की ही तरह आविष्ट की जाने पर काँच एवं एबोनाइट व परस्पर आकर्षण होता है। इस साधारण-से प्रयोग द्वारा ऊपर के नियम व सिद्ध हो जाती है।

दूसरा नियम— यह स्थिर वैद्युत् बलों का परिमाणात्मक विश्लेषण titative analysis) करता है तथा इसे निम्नांकित रूप में लिखा जा सकता

दो आवेशों के बीच लगने वाला आकर्षण या विकर्षण का बल उन दोन के गुणनफल का समानुपाती तथा उनके बीच की दूरी के वर्ग का उत्क्र (inversely proportional) होता है।

इस नियम को उत्क्रम वर्ग नियम (inverse square law) या कू बल-नियम भी कहते हैं।

यदि A एवं B विन्दुओं पर क्रमशः q_1 एवं q_2 आवेश हों तथा उनके बीच की दूरी d हो तो उनके बीच लगने वाला बल $F \propto q_1 q_2$ .. (1)

$$\propto \frac{1}{d^2} \quad .. \quad (2).$$

(चित्र 1)

$$\therefore \quad F \propto \frac{q_1 q_2}{d^2}$$

अर्थात्,
$$F = \frac{1}{K} \frac{q_1 q_2}{d^2} \quad .. \quad (3),$$

जहाँ K एक स्थिरांक होता है जो माध्यम की प्रकृति पर निर्भर करता है तथा माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक (dielectric constant) या विशिष्ट प्रेरकीय धारिता (specific inductive capacity) कहलाता है।

इस नियम के सत्यापन की प्रयोगात्मक जाँच सर्वप्रथम कूलम्ब की ऐंठन-तुला (Coulomb's torsion balance) द्वारा की गयी; परन्तु प्रयोग सम्पादित करने में अनेक कठिनाइयाँ होने के कारण प्रयोगफल अत्यन्त शुद्ध (accurate) एवं सन्तोषप्रद न मिल सका। बाद में कैवेण्डिश ने, उत्क्रम वर्ग नियम के सत्यापन की जाँच की एक नयी विधि निकाली जो परोक्ष (indirect) होते हुए भी पूर्ण विश्वसनीय (reliable) मानी जाती है। इस विधि का विवरण नीचे दिया जा रहा है।

1.3. कैवेण्डिश द्वारा उत्क्रम वर्ग नियम का सत्यापन (Cavendish's proof of Inverse Square Law)

कैवेण्डिश की विधि उत्क्रम वर्ग नियम के सत्यापन की एक परोक्ष विधि है कारण, किसी प्रयोग द्वारा इस नियम का सीधा सत्यापन (direct verification) नहीं किया जाता अपितु इस नियम को सही मानकर गणितीय विधि से कुछ निष्कर्ष निकाला जाता है और इसके पश्चात् प्रयोग की कसौटी पर प्राप्त निष्कर्ष के सही उतरने पर इस नियम की सत्यता मानी जाती है।

इस विधि द्वारा उत्क्रम वर्ग के नियम के सत्यापन के लिए, मान लें कि ABC एक खोखला गोला है जिसका केन्द्र O है। इसे इस सीमा तक धन विद्युत् से आविष्ट

(चित्र 2)

कर दिया गया है कि इस पर आवेश का क्षेत्रीय घनत्व या पृष्ठ-घनत्व (surface density of charge) σ है। इस आवेश के कारण गोले के अन्दर किसी विन्दु P पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है। इस काम के लिए दो छोटे शंकु (cone) खींचे गये हैं जिनका ठोस कोण (solid angle) $d\omega$ एवं शीर्ष (vertex) P है। मान लें कि ये शंकु गोले की सतह पर क्रमशः S_1 एवं S_2 क्षेत्र काटते हैं जो P विन्दु से क्रमशः r_1 एवं r_2 दूरी पर हैं। r_1 एवं r_2 के साथ गोले की त्रिज्या जो कोण बनाती है वह α द्वारा दरसाया गया है। DH एवं FK शंकुओं के समच्छेद (right section) हैं। अतः S_1 एवं DH के बीच का कोण$=\alpha$ तथा S_2 एवं FK के बीच का कोण$=\alpha$.

$$\text{अब ठोस कोण } d\omega=\frac{\text{क्षेत्र } DH \text{ का क्षेत्रफल}}{r_1^2}=\frac{S_1\cos\alpha}{r_1^2}$$

$$=\frac{\text{क्षेत्र } FK \text{ का क्षेत्रफल}}{r_2^2}=\frac{S_2\cos\alpha}{r_2^2}.$$

$$\therefore \quad S_1=\frac{r_1^2 d\omega}{\cos\alpha} \text{ एवं } S_2=\frac{r_2^2 d\omega}{\cos\alpha}.$$

$$\text{अतः क्षेत्र } S_1 \text{ पर स्थित आवेश का परिमाण}=S_1\sigma=\frac{r_1^2\sigma d\omega}{\cos\alpha}$$

$$\text{एवं क्षेत्र } S_2 \text{ पर स्थित आवेश का परिमाण}=S_2\sigma=\frac{r_2^2\sigma d\omega}{\cos\alpha}.$$

यदि मान लिया जाय कि किन्हीं दो आवेशों के बीच लगने वाला बल उनके बीच की दूरी के nवें घात का उत्क्रमानुपाती होता है तो S_1 पर स्थित आवेश के कारण किसी विन्दु P पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता

$$=\frac{S_1\sigma}{r_1^n}=\frac{r_1^2\sigma d\omega}{\cos\alpha\, r_1^n}=\sigma.\frac{d\omega}{\cos\alpha\, r_1^{n-2}} \quad \text{(नीचे की दिशा में)}$$

तथा S_2 पर स्थित आवेश के कारण 'उसी विन्दु P पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता

$$=\frac{S_2\sigma}{r_2^n}=\frac{r_2^2\sigma d\omega}{\cos\alpha . r_2^n}=\sigma.\ \frac{d\omega}{\cos\alpha . r_2^{n-2}}$$ (ऊपर की दिशा में)।

अत: P विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की परिणामी तीव्रता

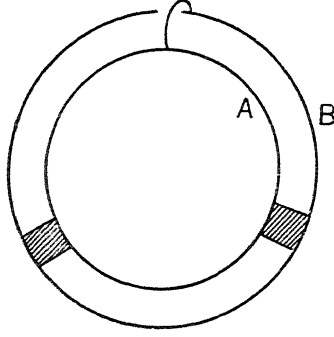
$$=\frac{\sigma}{\cos\alpha}.\frac{d\omega}{r_1^{n-2}}-\frac{\sigma}{\text{co}}.\ \frac{d\omega}{r_2^{n-2}}$$

$$=\frac{\sigma . d\omega}{\cos\alpha}\left(\frac{1}{r_1^{n-2}}-\frac{1}{r_2^{n-2}}\right)$$ (नीचे की दिशा में)।

खोखले गोले के किसी विन्दु P पर विद्युत्-क्षेत्र की परिणामी तीव्रता के अभीष्ट व्यंजक से यह स्पष्ट है कि यदि $n=2$, तो $r_1^{n-2}=r_2^{n-2}$। अत: P पर परिणामी तीव्रता शून्य होगी। ऊपर की ही भाँति सम्पूर्ण गोले को विभिन्न शंकु-युग्मों में बाँटा जा सकता है और इस प्रत्येक शंकु-युग्म द्वारा कटे गोले के क्षेत्र पर स्थित आवेश के कारण P पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता शून्य होगी—इस तरह सम्पूर्ण गोले पर स्थित आवेश के कारण इसके भीतर किसी विन्दु P पर विद्युत्-क्षेत्र की परिणामी तीव्रता शून्य होगी।

यदि $n>2$ तो $\frac{1}{r_1^{n-2}}>\frac{1}{r_2^{n-2}}$, चूँकि $r_1<r_2$

और इस स्थिति में S_1 पर के आवेश के कारण तीव्रता का संघटक, S_2 पर के आवेश के कारण तीव्रता के संघटक से बड़ा होगा। इसी तरह तल APB के उस तरफ, जिस ओर S_1 स्थित है, के प्रत्येक क्षेत्रखण्ड के कारण P पर विद्युत्-तीव्रता का संघटक, तल APB के दूसरी ओर, जिधर S_2 स्थित है, के संगत क्षेत्रखण्ड के कारण विद्युत्-तीव्रता के संघटक से बड़ा होगा। कारण, ऐसे हर शंकु-युग्म के लिए $r_1<r_2$। अत: यदि गोले पर धन विद्युत्-आवेश हो तो गोले के केन्द्र की ओर एक परिणामी विद्युत्-बल लगेगा। इसी भाँति दिखलाया जा सकता है कि यदि $n<2$ हो तो गोले के केन्द्र से बाहर की ओर लगता हुआ परिणामी बल गोले के अन्दर होगा।

अत: यह तथ्य कि $n=2$ (अर्थात् उत्क्रम वर्ग का नियम) उस दशा में सत्य सिद्ध होगा जब यह दिखा दिया जाय कि किसी आविष्ट खोखले गोले के भीतर किसी विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता शून्य होती है। इसी तथ्य का पता लगाने के लिए कैवेण्डिश ने निम्नलिखित प्रयोग किया जिसमें आगे चलकर मैक्सवेल ने सुधार लाकर अभीष्ट फल प्राप्त किया।

(चित्र 3)

कैवेण्डिश ने दो खोखले गोले *A* एवं *B* लिये जो एक-दूसरे से विद्युतीय ढंग से पृथक् (electrically insulated) थे। *B* को सर्वप्रथम धन आवेश से आविष्ट कर दिया गया तत्पश्चात् एक तार द्वारा *A* एवं *B* को सम्बन्धित कर दिया गया और थोड़ी देर के बाद फिर सम्बन्ध-विच्छेद कर दिया गया ताकि दोनों पुनः पृथक् हो जायँ।

ऊपर के विवेचन से स्पष्ट है कि *A* पर (i) धन आवेश होना चाहिए यदि $n>2$, (ii) ऋण आवेश होना चाहिए यदि $n<2$ तथा (iii) कोई आवेश नहीं होना चाहिए यदि $n=2$.

कैवेण्डिश, सरकंडे की गोली वाले विद्युत्दर्शक यंत्र (pith ball electroscope) की सहायता से *A* पर किसी भी आवेश का पता न लगा सका और वह इस निष्कर्ष पर पहुँचा कि *n* अवश्य 2 के बराबर होगा यानी उत्क्रम वर्ग नियम सही है।

बाद में स्वर्णपत्र-विद्युत्दर्शक यंत्र की सहायता से भी फैराडे भीतरी गोले *A* पर किसी आवेश का पता न लगा सका।

अन्त में सन् 1870 ई० में मैक्सवेल ने पाद-विद्युत्मापी (quadrant electrometer) का उपयोग कर प्रयोग को दुहराया और वह इस निष्कर्ष पर पहुँचा कि

$$n=2\cdot0\pm\frac{1}{21600}.$$

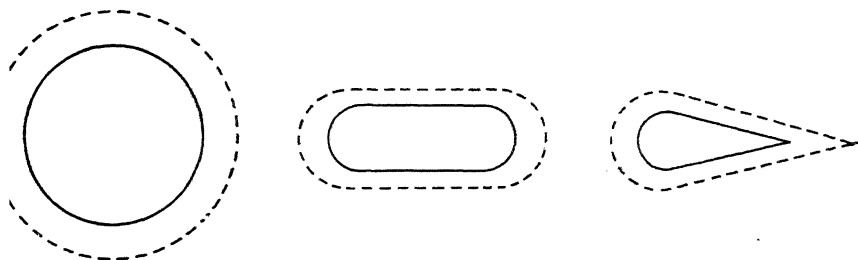
हाल में प्लिम्पटन तथा लाटन ने यह सिद्ध कर दिया है कि

$$n=2\cdot0\pm2\times10^{-9}.$$

इस प्रकार निर्विवाद रूप से उत्क्रम वर्ग नियम की सत्यता सिद्ध हो जाती है।

1.4. चालक के पृष्ठ पर आवेश का विभाजन (Surface distribution of charge over a conductor)

यदि किसी विसंवाहित छड़ (insulating rod) के एक छोर को विद्युन्मय किया जाय तो यह आवेश उस छोर पर ही स्थित रहता है, परन्तु यदि कोई आवेश किसी विसंवाहित चालक में दिया जाता है तो यह तुरत चालक की सतह पर वितरित हो जाता है। चालक के पृष्ठ पर आवेश का वितरण समरूप ढंग से नहीं होता है अपितु यह चालक के आकार (shape) पर निर्भर करता है। किसी दिये हुए आकार के चालक पर आवेश का वितरण उसके आस-पास अन्य चालक की उपस्थिति पर भी बहुत निर्भर करता है।

विभिन्न आकार के चालकों पर आवेश का वितरण नीचे के चित्र में दिखलाया गया है।

(चित्र 4)

ऊपर के चित्र से यह स्पष्ट हो जाता है कि विभिन्न आकार के चालक पर आवेश का वितरण भी विभिन्न ढंग से होता है। चालक के पृष्ठ पर आवेश का संचयन वहाँ महत्तम होता है जहाँ उसकी वक्रता महत्तम होती है। अर्थात्, अधिक वक्र सतह पर अधिक आवेश एवं कम वक्र सतह पर कम आवेश जमा होता है। चालक के किसी विन्दु को घेरने वाले इकाई क्षेत्र पर आवेश का जो परिमाण होता है उसे चालक के उस विन्दु पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व या तलीय घनत्व (surface density of charge) कहा जाता है। स्पष्ट है कि चालक की सतह पर जहाँ आवेश का संचयन (accumulation) अधिक होगा वहाँ आवेश का पृष्ठ-घनत्व अधिक होगा। ऊपर के चित्र में चालक के किसी विन्दु पर पृष्ठ-घनत्व का मान, चालक की सतह से बिन्दीदार रेखा तक की दूरी द्वारा दरसाया गया है।

किसी गोले की सतह की वक्रता हर विन्दु पर समान होती है अतः उसकी सतह पर आवेश का वितरण समरूप ढंग से होता है। यदि गोले पर दिये गये आवेश का परिमाण Q तथा उसकी त्रिज्या r हो तो गोले के पृष्ठ के किसी विन्दु पर

$$\text{आवेश का पृष्ठ-घनत्व } \sigma = \frac{\text{आवेश का परिमाण}}{\text{गोले की सतह का क्षेत्रफल}} = \frac{Q}{4\pi r^2}.$$

यदि चालक का कोई अंश सूई की तरह नुकीला हो तो वहाँ वक्रता (curvature) अधिक होने की वजह से आवेश का घनत्व बहुत अधिक होता है तथा वहाँ पर का आवेश वायु को चीरकर चिनगारी के रूप में निकल पड़ता है; चालक के पृष्ठ का आवेश फिर नोक पर घनीभूत होकर ऊपर की ही भाँति चिनगारी के रूप में निकल पड़ता है। इस प्रकार की क्रिया बहुधा नोकों की क्रिया (action of points) कहलाती है। इस क्रिया के फलस्वरूप चालक धीरे-धीरे अनाविष्ट हो जाता है। यही कारण है कि स्थिर वैद्युत् प्रयोगों के लिए, नुकीले चालक के बदले गोल एवं चिकने चालकों का उपयोग किया जाता है। तड़ित-चालकों में इसी सिद्धान्त का उपयोग होता है।

1.5. विद्युत्-क्षेत्र एवं विभव (Electric field and potential)

जब किसी विन्दु पर कोई विद्युत्-आवेश स्थिर रहता है तो उसके चारों ओर उसका प्रभाव अनुभव किया जा सकता है। किसी आवेश या आविष्ट वस्तु के चारों ओर का स्थान, जहाँ तक उसके प्रभाव का अनुभव किया जा सके, विद्युत्-क्षेत्र कहलाता है। सैद्धान्तिक तौर पर किसी आवेश के कारण विद्युत्-क्षेत्र अनन्त दूरी तक फैला होना चाहिए परन्तु व्यावहारिक रूप में आवेश से एक निश्चित दूरी तक ही विद्युत्-क्षेत्र पाया जाता है और उसके बाद आवेश की कोई खास अनुभूति नहीं होती है।

विद्युत्-क्षेत्र में किसी विन्दु पर स्थित इकाई धन आवेश पर जितना बल लगता है उसे उस विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता कहते हैं। यह विद्युत्-क्षेत्र एक सदिश राशि (vector quantity) है जिसकी दिशा, बल की दिशा होती है। आवेश q से r दूरी पर किसी विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता $F=\frac{q\times 1}{r^2}$। यदि माध्यम हवा के बदले कुछ दूसरा हो तो उस विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता $F=\frac{1}{K}\cdot\frac{q}{r^2}$, जहाँ स्थिरांक K उस माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक है।

विद्युत्-विभव एक ऐसी विद्युत्-राशि है जो विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता से सम्बन्धित है और जिस पथ से विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता घटती जाती है उसी पथ पर उसी दिशा में विद्युत्-विभव का मान बढ़ता हुआ माना जाता है। दूसरे शब्दों में, विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता को विद्युत्-विभव की ऋणात्मक प्रवणता (negative gradient of potential) कहा जाता है।

जिस प्रकार ऊष्मा का प्रवाह एक ऊँचे तापमान वाले पदार्थ से नीचे तापमान वाले पदार्थ की ओर होता है और पानी से भरे दो बरतनों को आपस में जोड़ देने पर जिस प्रकार पानी का प्रवाह ऊँचाई वाले पानी के बरतन से कम ऊँचाई वाले पानी के बरतन में होता है, ठीक उसी प्रकार जब दो विभिन्न विभव वाले विन्दुओं को आपस में किसी चालक तार से जोड़ दिया जाता है तो आवेश का प्रवाह उच्च विभव वाले विन्दु से निम्न विभव वाले विन्दु की ओर होता है।

जिस प्रकार दो विभिन्न तापमानों वाले पदार्थ के बीच ऊष्मा का प्रवाह तब तक जारी रहता है जब तक कि दोनों पदार्थों का तापमान एक न हो जाय और पानी का प्रवाह तब तक जारी रहता है जब तक कि दोनों बरतनों में पानी की सतह एक ही ऊँचाई पर न आ जाय, ठीक उसी प्रकार विद्युत्-आवेश का प्रवाह दो विन्दुओं के बीच तब तक जारी रहता है जब तक कि दोनों विन्दुओं का विभव समान न हो जाय। अतः हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि विद्युत्-विभव विद्युत् की उस स्थिति का द्योतक है जिससे विद्युत्-प्रवाह की दिशा निर्धारित की जाती है।

विद्युत्-विभव किसी विद्युत्-आवेश के कारण होता है जिस प्रकार चुम्बकीय विभव किसी चुम्बक या चुम्बकीय ध्रुव के कारण होता है। किसी विद्युत्-क्षेत्र में किसी आवेश में अपनी स्थिति (position) के कारण जो ऊष्मा संचित रहती है या कार्य की क्षमता रहती है उसी से विभव का मान मिलता है।

मान लें कि A विन्दु पर कोई धन आवेश $+Q$ रखा गया है जिसके कारण A के चारों ओर विद्युत्-क्षेत्र उत्पन्न हो जायगा। सैद्धान्तिक तौर पर यह क्षेत्र अनन्त दूरी तक फैला माना जा सकता है—ज्यों-ज्यों हम A विन्दु से आगे की ओर चलेंगे, विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता घटने लगेगी तथा अनन्त दूरी पर जाकर इसका मान शून्य हो जायगा। इसी क्षेत्र में यदि B विन्दु पर कोई दूसरा धन आवेश $+q$ रखा जाय तो A पर के आवेश के कारण, इस पर विकर्षण का बल लगने लगेगा और इसके फलस्वरूप आवेश $+q$, A पर के आवेश से दूर भागने की कोशिश करेगा। यदि आवेश $+q$, घूमने के लिए स्वतंत्र हो तो यह A पर के आवेश के कारण उत्पन्न विद्युत्-क्षेत्र में अधिक तीव्रता वाले क्षेत्र से कम तीव्रता वाले क्षेत्र की ओर चलने लगेगा और अनन्त दूरी तक जायगा जहाँ इसे विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता का कोई आभास नहीं मिलेगा। इस तरह A के आवेश द्वारा उत्पन्न विद्युत्-क्षेत्र में विन्दु B से अनन्त तक जाने में आवेश $+q$ द्वारा कुछ कार्य अवश्य ही सम्पादित हुआ होगा। ठीक उतना ही कार्य आवेश $+q$ पर करना पड़ेगा यदि उसे अनन्त से B विन्दु तक लाया जाय। यही कार्य, B विन्दु पर, दिये गये विद्युत्-क्षेत्र में, q आवेश के लिए विद्युत्-विभव का मान देता है। गणना (calculation) की सुविधा के लिए q आवेश की जगह इकाई धन आवेश ही

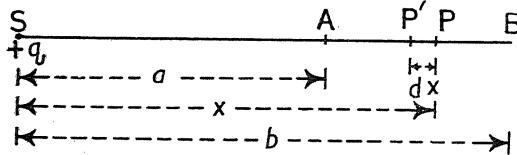
A +Q B +q

(चित्र 5)

लिया जाता है तथा किसी दिये गये विद्युत्-क्षेत्र में इसे (इकाई धन आवेश को) अनन्त से किसी विन्दु तक लाने में जितना कार्य सम्पन्न करना पड़ता है उसे उस विन्दु पर, दिये गये आवेश Q के कारण, विद्युत्-विभव कहा जाता है। विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता के विरुद्ध इकाई धन आवेश को लाने में उस पर किये गये कार्य को अर्ग की इकाई में व्यक्त किया जाता है।

विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता के विरुद्ध, इकाई धन आवेश को एक विन्दु से दूसरे विन्दु तक लाने में जितना कार्य (अर्ग में) करना पड़ता है उसे उन दो विन्दुओं के बीच के विभव का अन्तर—विभवान्तर (potential difference)—कहते हैं। यदि इकाई धन आवेश को एक विन्दु से दूसरे विन्दु तक लाने में एक अर्ग का कार्य करना पड़ता हो तो उन दोनों विन्दुओं के बीच के विभवान्तर को एक स्थिर विद्युतीय इकाई (electro-static unit या **e. s. u.**) कहा जाता है। व्यावहारिक कामों के लिए विभवान्तर की यह इकाई बहुत बड़ी होती है इसलिए विभवान्तर की व्यावहारिक इकाई वोल्ट (volt) मानी गयी है, जहाँ 1 वोल्ट$=\frac{1}{300}$ स्थि० वि० इ० (e. s. u.)।

ऊपर बताया जा चुका है कि विद्युत्-क्षेत्र एक सदिश राशि (vector quantity) है जिसमें परिमाण एवं दिशा दोनों होता है, परन्तु इसके विपरीत विद्युत्-विभव एक अदिश राशि (scalar quantity) है जिसमें परिमाण तो होता है परन्तु दिशा नहीं होती है। यहाँ विद्युत्-विभव सम्बन्धी कुछ प्रमुख समस्याओं पर विचार करना समीचीन मालूम होता है।

(a) विन्दु-आवेश के कारण किसी विन्दु पर विभव (Potential at a point due to a point charge)— S पर एक विन्दु-आवेश $+q$ रखा गया है जिसके कारण S से a दूरी पर A विन्दु पर विभव का मान ज्ञात करना है। S एवं A को मिला दें तथा इसे B विन्दु तक बढ़ा दें ताकि $SB=b$ हो जाय। A एवं B के बीच

(चित्र 6)

x दूरी पर कोई विन्दु P लें। q आवेश के कारण विन्दु P पर विद्युत्-तीव्रता

$$F=\frac{q}{x^2}, \ (\overrightarrow{PB} \text{ की दिशा में})।$$

इस तीव्रता के विरुद्ध इकाई धन ध्रुव को छोटी-सी दूरी dx से खिसकाने में किया गया कार्य $dW=-Fdx$ । यह P एवं P' के बीच के विभवान्तर की माप देता है यानी

$$dV=-Fdx.$$

अत: इकाई धन ध्रुव को विद्युत्-तीव्रता के विरुद्ध B से A तक लाने में किया गया कार्य $=A$ एवं B विन्दुओं के बीच का विभवान्तर

$$=\int_b^a dV=\Big[V\Big]_b^a=\int_b^a -Fdx$$

$$=\int_b^a -\frac{q}{x^2}dx=\left[\frac{q}{x}\right]_b^a.$$

$$\therefore \quad V_a-V_b=\frac{q}{a}-\frac{q}{b}.$$

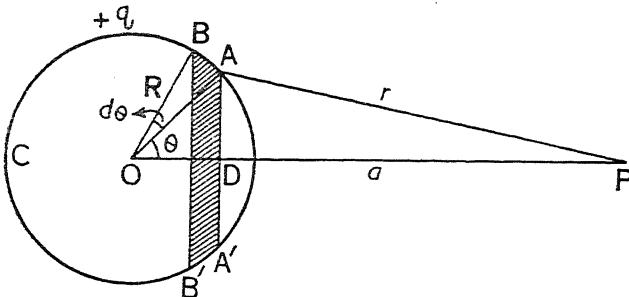
यदि B विन्दु को अनन्त की ओर हटाया जाय अर्थात् $b\to\infty$, तो इकाई धन आवेश को अनन्त से A विन्दु तक लाने में किया गया कार्य $=$ विन्दु A पर विभव

$$=V_a=\frac{q}{a}-\frac{q}{\infty}=\frac{q}{a}.$$

अर्थात्, विन्दु-आवेश (point-charge) $+q$ से a दूरी पर स्थित किसी विन्दु पर विभव $\frac{q}{a}$ होगा ।

यदि किसी विन्दु पर विभव उत्पन्न करने वाले अनेक आवेश q_1, q_2, q_3 आदि हों तो उत्पन्न विभव

$$V=\frac{q_1}{a_1}+\frac{q_2}{a_2}+\frac{q_3}{a_3}+\cdots=\Sigma\frac{q}{a}.$$

(b) समान रूप से आविष्ट गोले के कारण विभव (Potential at a point due to uniformly charged sphere)—ABC एक गोला है जिसकी त्रिज्या मान

(चित्र 7)

लें R है। इसपर $+q$ आवेश दिया गया है एवं इसके कारण गोले के केन्द्र से a दूरी पर स्थित किसी विन्दु P पर विद्युत्-विभव का मान ज्ञात करना है।

चूंकि गोले की वक्रता हर जगह समान है अतः दिया गया आवेश इसपर समरूप ढंग से वितरित हो जायगा तथा आवेश का पृष्ठ-घनत्व $\sigma = \frac{q}{4\pi R^2}$.

विन्दु P पर विभव ज्ञात करने के लिए गोले को AA' एवं BB' दो समीपस्थ समानान्तर तलों से इस प्रकार काटें कि $ABB'A'$ वलय बन जाय। स्पष्टतः इस वलय का क्षेत्रफल

$$= 2\pi AD.AB$$
$$= 2\pi R\sin\theta.Rd\theta.$$

अतः इस पर स्थित आवेश $dq = 2\pi R^2 \sin\theta.d\theta.\sigma$ जो P विन्दु से r दूरी पर है।

अतः इस वलय $ABB'A'$ पर स्थित आवेश के कारण विन्दु P पर उत्पन्न विभव

$$dV = \frac{2\pi R^2 \sin\theta.d\theta.\sigma}{r} \qquad .. \quad (1).$$

चित्र से स्पष्ट है कि

$$r^2 = R^2 + a^2 - 2Ra\cos\theta$$

या $$2rdr = 2Ra\sin\theta.d\theta.$$

$$\therefore \quad \sin\theta.d\theta = \frac{2rdr}{2Ra} = \frac{rdr}{Ra} \qquad .. \quad (2).$$

यह मान समीकरण (1) में रखने पर

$$dV = \frac{2\pi R^2\sigma}{r}.\frac{rdr}{Ra} = \frac{2\pi R\sigma}{a}.\,dr.$$

अतः सम्पूर्ण गोले पर स्थित आवेश के कारण विन्दु P पर विभव

$$V = \int dV = \int \frac{2\pi R\sigma}{a}.\,dr.$$

स्थिति 1. यदि विन्दु P, गोले के बाहर हो तो

$$V = \int_{a-R}^{a+R} \frac{2\pi R\sigma}{a}.dr = \frac{2\pi R\sigma}{a}\Big[\, r \,\Big]_{a-R}^{a+R}$$

$$= \frac{2\pi R\sigma}{a}.\,2R$$

$$= \frac{4\pi R^2\sigma}{a} = \frac{q}{a} \qquad .. \quad (3).$$

इससे यह स्पष्ट होता है कि किसी आविष्ट गोले के कारण किसी बाह्य विन्दु पर विभव वही होता है जो गोले पर के सम्पूर्ण आवेश को उसके केन्द्र पर केन्द्रीभूत मानने से होगा। अत: गोले पर दिये गये आवेश को उसके केन्द्र पर केन्द्रीभूत माना जा सकता है।

स्थिति 2. यदि विन्दु P गोले की सतह पर हो, तो

$$V=\int_{0}^{2R}\frac{2\pi R\sigma}{a}\cdot dr=\frac{2\pi R\sigma}{a}.2R=\frac{4\pi R^2\sigma}{a}=\frac{q}{a}=\frac{q}{R} \quad .. \quad (4).$$

स्थिति 3. यदि विन्दु P गोले के भीतर हो, तो उस पर उत्पन्न विभव

$$V=\int_{R-}^{R+a}\frac{2\pi R\sigma}{a}\cdot dr=\frac{2\pi R\sigma}{a}[R+a-R+a]=\frac{4\pi R\sigma a}{a}$$

$$=4\pi R\sigma=\frac{4\pi R^2\sigma}{R}=\frac{q}{R} \quad .. \quad (5).$$

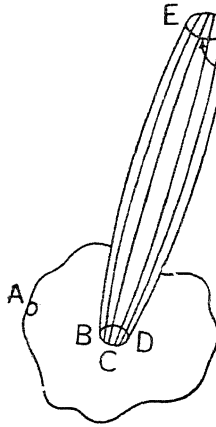
अत: निष्कर्ष यह निकलता है कि किसी आविष्ट गोले के कारण उसके भीतर स्थित किसी विन्दु पर उत्पन्न विभव वही होता है जो गोले की सतह पर होता है।

1.6. बल-रेखाएँ, बल-नलियाँ एवं प्रेरण नलियाँ (Lines of force, Tubes of force and Tubes of induction)

ऊपर बताया जा चुका है कि किसी आवेश या आविष्ट वस्तु के इर्द-गिर्द का वह क्षेत्र जिसमें आवेश के प्रभाव का अनुभव किया जा सके, विद्युत्-क्षेत्र कहलाता है। विद्युत्-क्षेत्र के अन्तर्गत किसी विन्दु पर इकाई धन आवेश को रखने पर वह जितने बल का अनुभव करता है उसे उस विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता कहते हैं।

मान लें कि किसी धन आवेश के कारण उत्पन्न विद्युत्-क्षेत्र में, उसी आवेश के निकट एक इकाई धन आवेश रखा गया है। स्पष्टत: इकाई धन आवेश पर विकर्षण का बल लगेगा और वह (यदि चलने को स्वतंत्र हो), दिये गये आवेश से दूर भागने की कोशिश करेगा और माध्यम में कहीं उपलब्ध ऋण आवेश पर आकर्षित हो जायगा। वह बन्द वक्र-पथ, जिस पर, घूमने के लिए स्वतंत्र इकाई धन आवेश किसी विद्युत्-क्षेत्र में चलता है, विद्युत्-बल-रेखा कहलाता है। यह रेखा इस प्रकार की होती है कि इसके किसी विन्दु पर खींची गयी स्पर्श-रेखा, उस विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की दिशा निरूपित करती है। ये रेखाएँ सदा धनाविष्ट चालक से निकलती हैं तथा ऋणाविष्ट चालक पर समाप्त होती हैं। रास्ते में कहीं भी ये दूसरे से न तो मिलती हैं और न

काटती हैं। विद्युत्-बल-रेखाएँ किसी चालक के भीतर होकर नहीं गुजरतीं अपितु उस सतह पर ही समाप्त हो जाती हैं। चूँकि धन आवेश सदा उच्च विभव से निम्न विभव की ओर, मुक्तावस्था में चलता है, अतः वस्तुतः विद्युत्-बल-रेखा उस पथ को निरूपित करती है जिसके अनु (along) विद्युत्-विभव निरन्तर घट रहा हो—दूसरे शब्दों में, विद्युत्-बल-रेखा, ऋणात्मक विभव प्रवणता-पथ (path of negative potential gradient) को प्रदर्शित करती है।

बल-नलियाँ (Tubes of force) किसी विद्युत्-क्षेत्र में काल्पनिक नली जिनकी दीवाल आविष्ट चालक की सतह से खींची गयी निश्चित बल-रेखाओं से निर्मित होती हैं। बल-नलियों की भौतिक सार्थकता (physical significance) समझने के लिए एक आविष्ट चालक लें—चालक का आवेश अपने चारों ओर के माध्यम में विद्युत्-क्षेत्र उत्पन्न करेगा जिसका निरूपण चालक की सतह से खींची गयी बल-रेखाओं द्वारा किया जा सकता है। अब चालक की सतह पर एक बन्द वक्र *BCD* की कल्पना करें जिसके हर विन्दु से बल-रेखाएँ खींची गयी हैं। स्पष्टतः ये बल-रेखाएँ माध्यम में नली के आकार (tubular) की जगह घेरेंगी। बल-रेखाओं द्वारा, माध्यम में इस प्रकार की बनी नली **बल-नलियाँ** (tubes of force) कहलाती हैं। माना जाता है कि एक निश्चित आवेश से निश्चित संख्या की बल-नलियाँ निकलती हैं तथा ये इस प्रकार अवस्थित रहती हैं कि किसी विन्दु पर लम्ब रूप से रखे गये इकाई क्षेत्रफल वाले तल से जितनी बल-नलियाँ गुजरती हैं उनसे उस विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता जानी जाती है। जब बल-नलियाँ इस प्रकार से अवस्थित हों तो उन्हें इकाई बल-नली (units tubes of force) कहते हैं।

(चित्र 8)

यह अनुभव की बात है कि आवेश या आविष्ट वस्तु से हम ज्यों-ज्यों दूर जाते हैं, उसके कारण उत्पन्न विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता धीरे-धीरे घटती जाती है। इस तथ्य को इस रूप से निरूपित किया जाता है कि चालक की सतह पर या उसके नजदीक बल-रेखाएँ सटी-सटी (closely spaced) रहती हैं तथा ज्यों-ज्यों चालक से हम दूर जाते हैं बल-रेखाओं के बीच का बिलगाव बढ़ता जाता है। स्पष्टतः चालक की सतह से, बल-नली की सीध में हम ज्यों-ज्यों आगे बढ़ते हैं—विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता घटती जाती है साथ-साथ बल-नली का अनुप्रस्थ परिच्छेद (cross-section) बढ़ता जाता है। वस्तुतः नली के अन्दर किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता उस विन्दु पर बल-नली के अनुप्रस्थ परिच्छेद के क्षेत्रफल के उत्क्रमानुपाती (inversely proportional) होती है।

किसी भी दिये गये विद्युत्-क्षेत्र में बल-नलियों की संख्या अनन्त नहीं होती है अपितु सीमित होती है क्योंकि वह विद्युत्-क्षेत्र एक निश्चित आवेश के कारण उत्पन्न होता है। ये बल-नलियाँ किसी धन आवेश से निकलती हैं तथा माध्यम में फैलती हुई समान परिमाण के ऋण आवेश पर समाप्त होती हैं। दूसरे शब्दों में, बल-नली के एक सिरे पर जितना धन आवेश रहता है, उसके दूसरे सिरे पर उतना ही ऋण आवेश रहता है।

ऊपर बताया जा चुका है कि निश्चित आवेश से निश्चित संख्या की बल-नलियाँ निकलती हैं परन्तु विभिन्न व्यवस्था के अनुरूप बल-नलियों की संख्या भी विभिन्न होती हैं तथा तदनुरूप उनके नाम भी भिन्न-भिन्न हैं, यथा—

(a) **मैक्सवेल इकाई बल-नली** (Maxwell Unit Tubes of force)— मान लें कि किसी माध्यम, जिसका पारविद्युत्-स्थिरांक (dielectric constant) K है, में Q (स्थि० वि० ई०) आवेश रखा हुआ है तथा r त्रिज्या के एक गोले की कल्पना करें जिसके केन्द्र पर आवेश Q है। अतः गोले की सतह के किसी विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता $=\dfrac{Q}{Kr^2}$। इस आवेश से जितनी बल-रेखाएँ निकलती हैं उन्हें यदि इस प्रकार वर्गीकृत (grouped) किया जाय कि यह समझा जाय कि Q आवेश से $\dfrac{4\pi Q}{K}$ इकाई बल-नलियाँ (अर्थात् इकाई आवेश से $\dfrac{4\pi}{K}$ इकाई बल-नली) माध्यम में निकलती हैं तो उन्हें मैक्सवेल बल-नली (Maxwell unit tubes of force) कहते हैं।

ये सभी बल-नलियाँ उस काल्पनिक गोले की सतह होकर निकलती हैं जिसका क्षेत्रफल $4\pi r^2$ है अतः इकाई क्षेत्रफल से निकलने वाली मैक्सवेल बल-नलियों की संख्या

$X=\dfrac{4\pi Q}{K}\Big/4\pi r^2=\dfrac{Q}{Kr^2}=$गोले की सतह के किसी विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता।

अतः इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता का संख्यात्मक मान उस विन्दु पर लम्बरूप से अवस्थित इकाई क्षेत्रफलवाले तल से गुजरने वाली मैक्सवेल बल-नली की संख्या के बराबर होता है। अतः इकाई तीव्रता का विद्युत्-क्षेत्र हम उस क्षेत्र को कहेंगे जिसमें प्रति इकाई क्षेत्रफल से लम्बरूप से गुजरने वाली मैक्सवेल बल-नली की संख्या एक हो।

(b) **फैराडे इकाई बल-नली** (Faraday Unit Tubes of Force)— यदि Q आवेश से निकलने वाली बल-रेखाओं को इस प्रकार वर्गीकृत किया जाय कि Q आवेश से Q बल-नलियाँ (अर्थात् इकाई आवेश से इकाई बल-नली) निकलती हुई मानी जायँ तो वैसी बल-नलियों को फैराडे इकाई बल-नली कहा जाता है। चूँकि ये

बल-नलियाँ r त्रिज्या के काल्पनिक गोले की सतह से निकलती हैं जिसका क्षेत्रफल $4\pi r^2$ है, अतः इकाई क्षेत्रफल से निकलने वाली फैराडे इकाई बल-नलियों की संख्या

$$D=\frac{Q}{4\pi r^2}=\frac{K}{4\pi}\left(\frac{Q}{Kr^2}\right)=\frac{K}{4\pi}\times \text{विद्युत्-तीव्रता ।}$$

अतः किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता$=\frac{4\pi}{K}.D.$

अर्थात्, किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता उस विन्दु को घेरने वाली सतह के इकाई क्षेत्रफल में उपस्थित फैराडे बल-नलियों की संख्या की $\frac{4\pi}{K}$ (या 4π, यदि माध्यम हवा हो) गुनी होती है। अतः यह भी स्पष्ट है कि प्रत्येक फैराडे इकाई बल-नली में $\frac{4\pi}{K}$ मैक्सवेल बल-नलियाँ होंगी।

(c) **इकाई प्रेरण-नली** (Unit Tubes of Induction)— यदि Q आवेश से निकलने वाली बल-रेखाओं को इस प्रकार वर्गीकृत किया जाय कि Q आवेश से $4\pi Q$ बल-नलियाँ (या इकाई आवेश से 4π बल-नलियाँ) निकलती हुई मानी जायँ, भले ही माध्यम कुछ हो, तो वैसी बल-नलियों को इकाई-प्रेरण-नली (unit tubes of induction) कहा जाता है। चूँकि ये बल-नलियाँ r त्रिज्या के काल्पनिक गोले की सतह से निकलती हैं जिनका क्षेत्रफल $4\pi r^2$ है, अतः इकाई क्षेत्रफल से निकलने वाली प्रेरण-नलियों की संख्या

$$N=\frac{4\pi Q}{4\pi r^2}=\frac{Q}{r^2}=K.\ \frac{Q}{Kr^2}$$

$=K.X=K\times$ इकाई क्षेत्रफल से लम्बरूपेण निकलने वाली मैक्सवेल बल-नलियों की संख्या

$=K\times$ विद्युत्-तीव्रता।

अर्थात्, प्रेरण (induction)$=K\times$ विद्युत्-तीव्रता।

$\therefore$ विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता$=\frac{1}{K}\times$ प्रेरण।

हवा के लिए $K=1$, अतः उस हालत में प्रेरण-बल-नली की संख्या एवं इकाई बल-नली की संख्या दोनों ही बराबर होती हैं।

ऊपर के समीकरणों से यह भी स्पष्ट है कि

$N=\frac{Q}{r^2}=4\pi\left(\frac{Q}{4\pi r^2}\right)=4\pi.D=4\pi\times$ इकाई क्षेत्रफल से लम्बरूपेण निकलने वाली फैराडे बल-नलियों की संख्या।

इस तरह हम पाते हैं कि विभिन्न प्रकार की बल-नलियों के आधार पर भी विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता की परिभाषा दी जा सकती है।

1.7. विद्युत्-स्यन्द एवं विस्थापन (Electric flux and displacement)

विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता द्वारा विद्युत्-क्षेत्र का वर्णन किया जा सकता है। विद्युत्-क्षेत्र का एक दूसरा भी महत्त्वपूर्ण गुण है जिससे उसका वर्णन किया जा सकता है; इस गुण का नाम है विद्युत्-प्रेरण या आवेश का प्रेरित विस्थापन (inductive displacement of charge)। जब किसी चालक को किसी विद्युत्-क्षेत्र में रखा जाता है तो विद्युत्-तीव्रता के कारण चालक के धन एवं ऋण आवेश अलग-अलग हो जाते हैं। इस प्रकार की क्रिया आवेश का प्रेरित विस्थापन कहलाती है। यह क्रिया सिर्फ चालक तक ही सीमित नहीं रहती है अपितु किसी विसंवाहित (insulated) माध्यम में भी होती है परन्तु इस हालत में आवेश का विस्थापन माध्यम के अणुओं तक ही सीमित रहता है क्योंकि किसी विसंवाहक (insulator) में आवेश का विस्थापन एक अणु से दूसरे अणु तक नहीं हो सकता है। इस स्थिति में, विद्युत्-क्षेत्र के प्रभाव से, अणुओं में आवेश का सामान्य संमित वितरण (normal symmetrical distribution of charge) जाता रहता है तथा प्रत्येक अणु विद्युतीय ढंग से ध्रुवित (electrically polarised) हो जाता है। अत: यदि किसी अणु को, विद्युत्-क्षेत्र के अभिलम्बवत् तल द्वारा दो बराबर भागों में विभक्त कर दिया जाय तो एक अर्द्धांश पर अधिक परिमाण में धन आवेश एवं दूसरे अर्द्धांश पर अधिक परिमाण में ऋण आवेश होगा। अत: यदि सम्पूर्ण माध्यम को, विद्युत्-क्षेत्र के अभिलम्बत् किसी तल द्वारा दो भागों में बाँट दिया जाय तो तल का एक भाग धनाविष्ट एवं दूसरा भाग ऋणाविष्ट होगा। तल के किसी ओर, इकाई क्षेत्रफल पर इस प्रकार जितना आवेश उत्पन्न होता है उसे माध्यम का ध्रुवण (polarisation of the medium) कहते हैं। इस प्रकार **माध्यम** विद्युतीय ढंग से ध्रुवित होता है और कहा जाता है कि माध्यम विद्युतीय तनाव की स्थिति में (electrically strained) है। यह विद्युतीय तनाव अणुओं में आवेश के विस्थापन के कारण होता है। किसी विद्युतीय समांगी माध्यम (electrically homogeneous medium) में यह विद्युत्-विस्थापन (electric displacement) D (या प्रेरण N) विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता E के समानुपाती होता है तथा उसी दिशा में होता है जिस दिशा में विद्युत्-तीव्रता क्रियाशील रहती है।

ऊपर धारा 1.6 (b) में बताया जा चुका है कि इकाई क्षेत्रफल से लम्बरूपेण निकलने वाली फैराडे बल-नलियों की संख्या

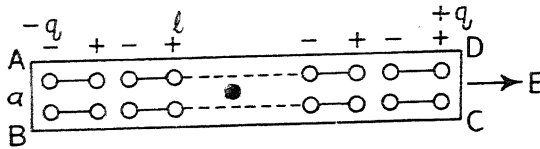
$$D=\frac{K}{4\pi}\times \text{ विद्युत्-तीव्रता}$$

$$=\frac{KE}{4\pi}.$$

मैक्सवेल ने D को माध्यम में विद्युत्-विस्थापन (electric displacement) कहा है। इसे कभी-कभी स्यन्द-घनत्व या रेखा-प्रवाही घनत्व (flux density) भी कहा जाता है जिसका अर्थ होता है कि माध्यम में इतना रेखा-प्रवाह है; अतः विद्युत्-तीव्रता के कारण उस स्थान से होकर बहने वाला आवेश प्रत्येक इकाई क्षेत्रफल को पार करता हुआ बहता है।

यहाँ, यह विशेष रूप से उल्लेखनीय है कि मैक्सवेल बल-नली विद्युत्-बल से जिस प्रकार सम्बन्धित है तथा प्रेरण-नली विद्युत्-प्रेरण से जिस प्रकार सम्बन्धित है ठीक उसी प्रकार फैराडे बल-नली भी एक विद्युत्-राशि से सम्बन्धित है जिसे माध्यम का ध्रुवण या माध्यम में विद्युत्-विस्थापन कहते हैं। किसी आवेश को घेरने वाली सतह से अभिलम्बवत् निकलने वाली कुल प्रेरण-नलियों को समस्त अभिलम्बवत् विद्युत्-प्रेरण (total normal electrical induction—T. N. E. I.) या विद्युत्-स्यन्द (Electric flux) कहते हैं।

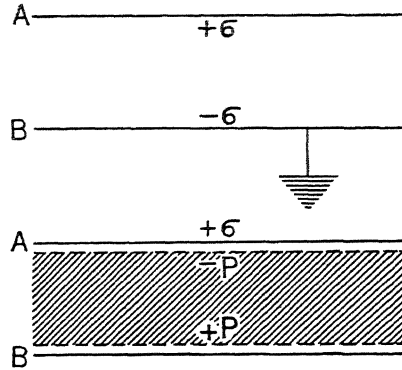
1.8. विद्युत्-ध्रुवण का विद्युत्-तीव्रता पर प्रभाव (Effect of electric polarisation on Electric Intensity)

पिछली धारा में इस बात का वर्णन किया जा चुका है कि विद्युत्-प्रेरण के कारण किसी विसंवाहक या पारविद्युत् का ध्रुवण होता है यानी उसके दोनों सिरों पर विपरीत आवेश उत्पन्न हो जाते हैं। कल्पना करें कि पार-विद्युत् का एक चौकोर नमूना $ABCD$ (जिसकी लम्बाई विद्युत्-तीव्रता के समानान्तर है) विद्युत्-क्षेत्र E में रखा हुआ है। यदि ध्रुवण के कारण पार-विद्युत् के सिरे AB एवं CD पर उत्पन्न आवेश $-q$ एवं $+q$ हों तो इनके कारण उत्पन्न घूर्ण$=q\times l$ e.s.u. (l नमूने की लम्बाई है)।

(चित्र 9)

अतः माध्यम के प्रति इकाई आयतन में उत्पन्न घूर्ण$=\frac{q\times l.}{l\times\alpha}=\frac{q}{\alpha}$ (जहाँ α नमूने के सिरे का क्षेत्रफल है)। परन्तु परिभाषा के अनुसार $\frac{q}{\alpha}=$माध्यम का ध्रुवण (P); अतः माध्यम के प्रति इकाई आयतन में उत्पन्न घूर्ण माध्यम के ध्रुवण के बराबर

होता है। साथ-साथ $\frac{q}{\alpha}$ = नमूने के सिरे पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व (σ)।

अत: किसी पारविद्युत् माध्यम के ध्रुवण का मान उसके सिरे पर उत्पन्न आवेश के पृष्ठ-घनत्व के बराबर होता है। यही विद्युत्-ध्रुवण की गणितीय परिभाषा है।

अब हमें देखना है कि इस ध्रुवण का विद्युत्-तीव्रता पर क्या असर पड़ता है। इसके लिए दो प्लेट A एवं B लें। अब यदि B को भूधृत कर दें तथा A को थोड़ी देर के लिए बैटरी से जोड़ दें तो A एवं B पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व क्रमश: $+\sigma$ एवं $-\sigma$ होगा। अत: कूलम्ब-प्रमेय (जिसकी चर्चा अगले अध्याय में की जायगी) के अनुसार, दोनों प्लेटों के बीच विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता $=4\pi\sigma$ तथा यह विद्युत्-प्रेरण D के बराबर होगी यदि दोनों प्लेटों के बीच के माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक इकाई मान लिया जाय।

(चित्र 10)

अब यदि बैटरी को हटा दिया जाय और दोनों प्लेटों के बीच के स्थान को किसी पारविद्युत् (जिसका स्थिरांक K है) से भर दिया जाय तो दोनों प्लेटों के बीच उपस्थित विद्युत्-क्षेत्र के कारण पारविद्युत् में ध्रुवण होना शुरू हो जायगा जिसके फलस्वरूप पारविद्युत् के उस तल पर, जो प्लेट A के समीपस्थ है, ध्रुवण-आवेश के कारण पृष्ठ-घनत्व $-\sigma_P$, माध्यम के ध्रुवण $-P$ के बराबर होगा। अत: ध्रुवण के कारण प्लेट A पर परिणामी पृष्ठ-घनत्व σ से घटकर $(\sigma-P)$ हो जायगा और तदनुरूप दोनों प्लेटों के बीच विद्युत्-तीव्रता घट जायगी। अत: निष्कर्ष यह निकलता है कि विद्युत्-ध्रुवण के फलस्वरूप वहाँ पर विद्युत्-तीव्रता घट जाती है।

प्रयोग द्वारा पाया गया है कि

$$\sigma-P=\frac{\sigma}{K} \quad \ldots \quad (1).$$

$$\therefore \quad 4\pi\sigma-4\pi P=\frac{4\pi\sigma}{K} \quad \ldots \quad (2).$$

लेकिन $4\pi\sigma=D$ एवं $\frac{4\pi\sigma}{K}=$ पारविद्युत् में विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता (E);

$$\therefore \quad KE = 4\pi\sigma = D.$$

साथ ही समीकरण $4\pi\sigma - 4\pi P = \frac{4\pi\sigma}{K}$ से

$$D - 4\pi P = E$$

या $$D = E + 4\pi P \quad \ldots \quad (3).$$

यहाँ राशि $D = E + 4\pi P$ को पारविद्यु त्-विस्थापन या पारविद्यु त्-माध्यम में विद्यु त्-प्रेरण कहते हैं।

1.9. पारविद्युत्-स्थिरांक (Dielectric constant)

स्थिर वैद्यु त् बलों की चर्चा करते समय हमलोगों ने देखा है कि किन्हीं दो आवेशों (q_1 एवं q_2) के बीच लगने वाला बल F दोनों आवेशों के गुणनफल का समानुपाती एवं दोनों आवेशों के बीच की दूरी (d) के वर्ग का उत्क्रमानुपाती होता है; अर्थात्

$$F \propto q_1 q_2$$

$$\propto \frac{1}{d^2}$$

या $$F \propto \frac{q_1 q_2}{d^2}$$

या $$F = \frac{1}{K} \cdot \frac{q_1 q_2}{d^2},$$

जहाँ K, समानुपाती स्थिरांक है जिसे माध्यम का पारविद्यु त्-स्थिरांक कहते हैं। इसे विशिष्ट प्रेरकीय धारिता (specific inductive capacity) भी कहते हैं। इसका मान माध्यम की प्रकृति पर निर्भर करता है अतः यह विभिन्न माध्यम के लिए विभिन्न होता है। दोनों आवेशों को पृथक् करने वाला भौतिक माध्यम उनके बीच लगने वाले बल के परिमाण को प्रभावित करता है। उदाहरणार्थ, दो दिये हुए आवेशों के बीच यदि हवा हो तो उस समय जितना बल उन दोनों के बीच लगता है उसका आधा बल पाया जाता है उस समय जब उनके बीच हवा के बदले मिट्टी-तेल का माध्यम रख दिया जाता है। इन दोनों प्रथम एवं द्वितीय दशाओं के बीच के बलों के अनुपात को दूसरे माध्यम (मिट्टी-तेल) का पारविद्यु त्-स्थिरांक कहते हैं।

वस्तुतः वायुरिक्त स्थान का पारविद्यु त्-स्थिरांक इकाई माना जाता है तथा हवा के लिए इसका मान 1·000586 होता है; परन्तु सभी व्यावहारिक कामों में हवा के ही पारविद्यु त्-स्थिरांक को इकाई माना जाता है तथा इससे तुलना कर अन्य पदार्थों के पारविद्यु त्-स्थिरांक की गणना की जाती है।

पारविद्युत् सिर्फ दो आवेशों के बीच सक्रिय बल के परिमाण को ही प्रभावित नहीं करती अपितु अन्य विद्युत्-राशियों— यथा विद्युत्-तीव्रता, विद्युत्-विभव, विद्युत्-संचक की ग्राहिता (capacity of electric condenser) आदि को भी प्रभावित करती है। इन विभिन्न राशियों पर पारविद्युत् के प्रभाव का अध्ययन निम्नलिखित सारणी से किया जा सकता है—

सारणी 1

राशि	यदि माध्यम पारविद्युत् हो जिसका स्थिरांक K है A	यदि माध्यम हवा हो जिसका पारविद्युत्-स्थिरांक इकाई माना जाता है B	दोनों का अनुपात $=A/B$
(a) दो आवेशों के बीच का बल	$\frac{q_1q_2}{Kd^2}$	$\frac{q_1q_2}{d^2}$	$\frac{1}{K}$
(b) विद्युत्-तीव्रता	$\frac{q}{Kd^2}$	$\frac{q}{d^2}$	$\frac{1}{K}$
(c) विद्युत्-विभव	$\frac{q}{Kd}$	$\frac{q}{d}$	$\frac{1}{K}$
(d) विद्युत्-संचक की धारिता—			
(i) समानान्तर पट्ट-संचक	$\frac{KA}{4\pi d}$	$\frac{A}{4\pi d}$	K
(b) गोलीय संचक	$\frac{Kab}{b-a}$	$\frac{ab}{b-a}$	K
(c) बेलनाकार संचक	$\frac{Kl}{2 \log_e b/a}$	$\frac{l}{2 \log_e b/a}$	K

इससे स्पष्ट है कि पारविद्युत-स्थिरांक K के माध्यम के प्रभाव से विद्युत्-बल, विद्युत्-तीव्रता, एवं विद्युत्-विभव का परिमाण $1 : K$ के अनुपात में कम हो जाता है जब कि इसके विपरीत संचक की धारिता में $K : 1$ के अनुपात में इसके प्रभाव के कारण वृद्धि होती है। इस वृद्धि का पता सर्वप्रथम फैराडे ने लगाया।

कुछ साधारण पदार्थों के पारविद्युत्-स्थिरांक के मान नीचे की सारणी में दिये जाते हैं—

सारणी 2

पदार्थ	*K*	पदार्थ	*K*
नमक (सेंधा)	6·12	टिटैनियम-	
काँच (क्राउन)	5-7	जिर्कोनियम-	
(फ्लिंट)	7-10	आक्साइड	40-60
क्वार्ट्ज	4-2	अलकतरा	1·8
पोर्सलीन	4·4-6·8	बर्फ	3·2
एबोनाइट	2·7-2·9	पानी	81
गंधक	3·6-4·3	पेट्रोल	2·0-2·2
मोम (बीज)	4·75	ग्लिसरीन	29·8
(सीलिंग)	4·5-5·2	पैराफीन तेल	4·7
(पैराफीन)	2·0-2·3	अल्कोहल	26·8
लाह	3·0-2·7	ट्रान्सफारमर	
अभ्रक	5·7-7·0	तेल	2·5
कागज	2·0-2·5	हवा (N.T.P.)	1·000594
टिटैनियम		हाइड्रोजन (N.T.P.)	1·000265
आक्साइड	70-90	कार्बन डायक्साइड	1·000985

पारविद्युत्-स्थिरांकों के मान के अधिक होने की आवश्यकता स्पष्ट है। इसका मान जितना अधिक होगा विद्युत्-संचक का आकार उतना ही छोटा होगा। अनेक आधुनिक यंत्रों में—यथा, पोर्टेबुल रेडियो, ट्रांजिस्टर तथा इलेक्ट्रोनिक उपकरणों में—*K* के अधिक मान होने के गुण का उपयोग किया जाता है।

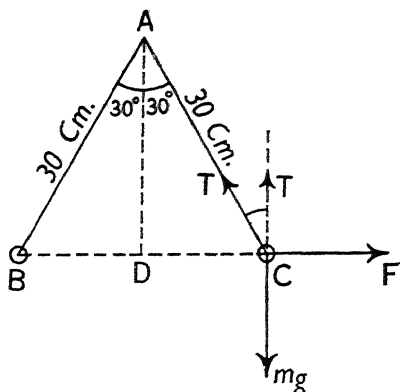
साधित उदाहरण

1. 0·5 **ग्राम मात्रा के दो गोले** 30 **सें०मी० लम्बे रेशम के धागे द्वारा एक ही विन्दु से लटका दिये गये हैं और उन पर समान परिमाण में धन विद्युत्-आवेश दे दिया गया है। साम्यावस्था में धागे आपस में** 60° **का कोण बनाते हैं तो गोले पर के आवेश की गणना करें।** (B. U. 1953)

(Two small spheres, each of mass 0·5 gm. are suspended from the same point by two silk threads each of length 30 cm. The spheres are then charged with equal quantities of +ve electricity so that when

equilibrium is attained, the threads make an angle of 60° with each other. Calculate the charge on the sphere.)

प्रश्नानुसार,
$AB = AC = 30$ cm.,
$\angle BAC = 60°$.
अत: $BC = 30$ cm.
AD उदग्र रेखा है;
अत: $\angle BAD = \angle CAD = 30°$.
मान लें कि प्रत्येक गोले पर $+q$ आवेश है तथा साम्यावस्था में B एवं C के बीच d दूरी है।
अत: विकर्षण का बल

$$F = \frac{q \times q}{d^2} = \frac{q^2}{d^2}.$$

(चित्र 11)

मान लें, धागे में तनाव T है; इसके दो संघटक हैं—
उदग्र संघटक $= T\cos 30° = mg$
एवं क्षैतिज संघटक $= T\sin 30° = F$.

$$\therefore \quad \tan 30° = \frac{F}{mg}.$$

$$\therefore \quad F = mg \tan 30°$$

या
$$\frac{q^2}{d^2} = mg \tan 30°.$$

$$\therefore \quad q = d\sqrt{mg \tan 30°} = 30\frac{\sqrt{0{\cdot}5 \times 980 \times 1}}{\sqrt{3}}$$

$$= 4{\cdot}837 \times 10^3 \text{ e. s. u.}$$

2. 9×10^{-28} ग्राम संहति का एक आविष्ट कण स्थिरावस्था से चलकर एक ऐसे चालक पर पहुँचता है जिसका विभवान्तर इस कण की पूर्वस्थिति से 290×108 e.m.u. है। यदि कण की गति 10^9 cm./sec. हो जाय तो कण पर आवेश की प्रकृति तथा परिमाण बताइए। (Mysore 1950)

(A charged particle of mass 9×10^{-28} gm. starts from rest and reaches a conductor which is at a potential diff. 290×10^8 e.m.u. If the velocity of the particle after reaching the conductor is 10^9 cm./sec., find out the nature and magnitude of the charge on the particle.)

मान लें कि कण पर आवेश e e.m.u. है।

$$\therefore \quad eV = \frac{1}{2} mv^2$$

या $$e \times 290 \times 10^8 = \tfrac{1}{2} \times 9 \times 10^{-28} \times (10^9)^2$$

$$\therefore \quad e = \frac{9 \times 10^{-28} \times 10^{18}}{2 \times 290 \times 10^8} = 1{\cdot}55 \times 10^{-20} \text{ e.m.u.}$$

चूँकि कण अधिक विभव की ओर त्वरित होता है, अतः आवेश की प्रकृति ऋणात्मक है।

3. एक इलेक्ट्रन-नली में दोनों प्लेटों के बीच की दूरी 0·6 सें०मी० तथा विभवान्तर 100 वोल्ट है। एक इलेक्ट्रन, जिसकी संहति $8{\cdot}9 \times 10^{-28}$ ग्राम एवं आवेश $4{\cdot}77 \times 10^{-10}$ e. s. u. है, एक प्लेट से शून्य वेग से चलता है, तो बताएँ कितनी देर में वह दूसरे प्लेट पर पहुँचेगा। (P. U. 1959)

(Two plane electrodes, 0·6 cm. apart, within an electron tube, are maintained at a difference of potential of 100 volts. An electron which possesses a charge of $4{\cdot}77 \times 10^{-10}$ e.s.u. and a mass of $8{\cdot}9 \times 10^{-28}$ gm. is urged from rest under the electric field to move from one plate to the other. How long would it take to reach the other plate ?)

मान लें कि इलेक्ट्रन पर आवेश e है तथा उसका वेग v है।

अतः $$eV = \tfrac{1}{2} mv^2$$

या $$4{\cdot}77 \times 10^{-10} \times \frac{100}{300} = \frac{1}{2} \times 8{\cdot}9 \times 10^{-28} \times v^2.$$

$$\therefore \quad v^2 = \frac{4{\cdot}77 \times 10^{-10} \times 100 \times 2}{300 \times 8{\cdot}9 \times 10^{-28}}.$$

यदि उसका त्वरण f हो तो सूत्र $v^2 = 2fs$ से

$$f = \frac{v^2}{2s} = \frac{4{\cdot}77 \times 10^{-10} \times 100 \times 2}{300 \times 8{\cdot}9 \times 10^{-28} \times 0{\cdot}6 \times 2} = \frac{4{\cdot}77 \times 10^{-10}}{3 \times 8{\cdot}9 \times 10^{-28} \times 0{\cdot}6}.$$

अतः एक प्लेट से दूसरी प्लेट तक जाने में लगा समय

$$t = \frac{v}{f} = \sqrt{\frac{4{\cdot}77 \times 10^{-10} \times 2}{3 \times 8{\cdot}9 \times 10^{-28}}} \times \frac{3 \times 8{\cdot}9 \times 10^{-28} \times 0{\cdot}6}{4{\cdot}77 \times 10^{-10}}$$

$= 5{\cdot}320 \times 10^{-10}$ सेकेण्ड।

प्रश्नावली १

(अ)

1. कैवेंडिश द्वारा दिये गये उत्क्रम वर्ग के नियम के प्रायोगिक प्रमाण का उल्लेख करें।

[Give an account of the experimental proof of inverse square law for electrical forces as given by Cavendish.]

(B. U. 1953 A, '56 S, '58 S, '59 A, '61 A, '63 A, '64 S; P. U. 1956 S, '59 A, '61, '63 S, '65; R. U. 1962 S, '63 A)

2. बल-नली एवं प्रेरण-नली से आप क्या समझते हैं—अच्छी तरह समझाएँ।

[What do you understand by tubes of force & tube of induction ?]
(B. U. 1953 S, '56; P. U. 1953)

3. बताएँ कि विद्युत्-ध्रुवण, प्रेरण-नली एवं पारविद्युत्-स्थिरांक से आप क्या समझते हैं।

[Explain what do you mean by electric polarisation, tubes of induction and dielectric constant.] (P. U. 1955)

4. अच्छी तरह समझाएँ कि मैक्सवेल बल-नली से आप क्या समझते हैं। विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता इसके द्वारा किस प्रकार निरूपित होती है ?

[Explain carefully what is meant by Maxwell's tubes of force. How is the intensity of an electric field represented in their terms ?]
(P. U. 1956 A, '62 A; Bhag. U. 1963 S)

5. बल-नली क्या है ? मैक्सवेल बल-नली एवं फैराडे बल-नली में भेद करें तथा दोनों में सम्बन्ध स्थापित करें।

[What is a tube of force ? Distinguish between Maxwell's unit tubes and Faraday unit tubes and find the relation between the two.]
(B. U. 1964 A)

6. एक विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र-तीव्रता और विद्युत्-विभव की परिभाषा दीजिए। एक आवेश q से r दूरी पर उत्पन्न विभव का परिमाण निकालिए।

[Define potential and electric field intensity at a point. Find the magnitude of potential at a point r distant from a charge q.]
(Mysore U. 1955)

(ब)

1. एक इलेक्ट्रन, जिसे 9×10^{-28} ग्राम संहति तथा $-4{\cdot}77 \times 10^{-10}$ e. s. u. आवेश का एक सूक्ष्म पिंड माना जा सकता है, एक चालक से विरामावस्था से चलकर दूसरे चालक पर 10^9 सें०मी० प्रति सेकेण्ड के वेग से पहुँचता है, तो दोनों चालकों के बीच के विभवान्तर को वोल्ट में व्यक्त करें। (B. U. 1964 A)
(उत्तर : 283 वोल्ट करीब-करीब)

[An electron which may be regarded as a small body of mass 9×10^{-28} gm. possessing a charge of $-4{\cdot}77 \times 10^{-10}$ e. s. u. starts from rest from one conductor and reaches a second conductor with a velocity 10^9 cm./sec. Calculate the potential diff. between these conductors in volts.]

2. 0·1 ग्राम संहित की सरकंडे की दो गोलियाँ 10 सें०मी० लम्बाई के दो रेशमी धागों से, एक ही विन्दु से लटकायी गयी हैं। जब दोनों पर समान परिमाण में आवेश दिया जाता है तो दोनों के बीच की दूरी 10 सें०मी० पायी जाती है। प्रत्येक गोली पर आवेश के परिमाण की गणना करें। (R. U. 1962 S)
(उत्तर : $\pm 75{\cdot}27$ e.s.u.)

[Two pith balls, each of mass 0·1 gm. are suspended from a point by means of silk threads each of length 10 cm. When given equal amount of charges, they are found 10 cm. apart. Calculate the charge on each.]

3. दो गोलियाँ, जिनकी संहति m ग्राम हैं; $+e$ विद्युत् से आविष्ट हैं। वे एक ही विन्दु से हल्के तागे, जिसके हरएक की लम्बाई d सें०मी० है, लटकायी गयी हैं। यदि संतुलन की दशा में हरएक तागा क्षैतिज से 45° का कोण वनाता है तो साबित करें कि

$$e=d\sqrt{2mg}.$$ (P. U. 1959)

[Two balls, each of mass m gm. and charged with e units of electricity, have been suspended from the same point by threads of length d cm. If, in equilibrium, each thread makes an angle of 45° with the horizontal, prove that $e=d\sqrt{2mg}$.]

4. 5, 10 और 20 इकाई के आवेश एक वर्ग के तीन कोने पर रखे हुए हैं। चौथे कोने पर कितना आवेश रखें कि वर्ग के केन्द्र पर विभव शून्य हो ?

(B. U. 1960)

(उत्तर : -35 इकाई)

[5, 10 and 20 units of charge are placed on the three corners of a square. What charge must be placed on the fourth corner so that the potential at the centre of the square be zero.]

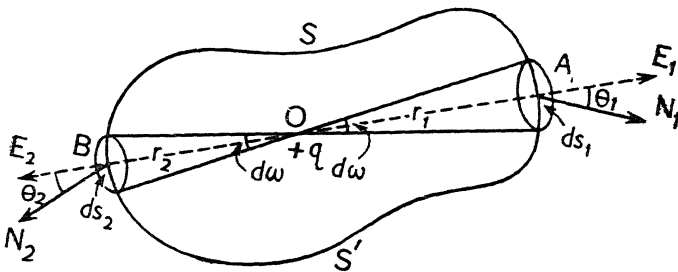
---

२ गॉस का प्रमेय एवं उसकी प्रयुक्तियाँ
(GAUSS'S THEOREM & ITS APPLICATIONS)

2.1. गॉस का प्रमेय (Gauss's Theorem)

किसी विन्दु पर जब कोई आवेश रखा जाता है तो उसके चारों ओर विद्युत्-क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जिसकी तीव्रता का मान प्रत्येक विन्दु पर निश्चित होता है। किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता एवं माध्यम के पारविद्युत्-स्थिरांक का गुणनफल विद्युत्-प्रेरण (electric induction) कहलाता है। यदि आवेश किसी तल (surface) द्वारा पूर्णरूपेण घिरा हो तो उसके कारण तल के प्रत्येक विन्दु पर कुछ-न-कुछ विद्युत्-प्रेरण होगा जिसका, उस विन्दु पर के तल के अभिलम्बवत्, संघटक तल के उस विन्दु पर अभिलम्ब प्रेरण कहलाता है। तल के किसी विन्दु पर अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण एवं तल के समस्त क्षेत्रफल के गुणनफल को समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण (total normal electric induction) कहते हैं।

गॉस का प्रमेय यह प्रतिवेदन करता है कि किसी घिरे हुए तल पर, समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण (total normal electric induction) तल के अन्दर स्थित कुल आवेश का 4π गुना होता है।

इस प्रमेय को प्रमाणित करने के लिए, मान लें कि O विन्दु पर एक आवेश $+q$ है जो चारों ओर से तल SS' द्वारा घिरा हुआ है। O को शीर्ष (vertex) मानकर $d\omega$ ठोस कोण (solid angle) का एक शंकु खींचें जो तल के A एवं B विन्दुओं पर

(चित्र 12)

क्रमशः ds_1 एवं ds_2 क्षेत्र काटता है जो O विन्दु से क्रमशः r_1 एवं r_2 दूरी पर हैं। AN_1 एवं BN_2 क्षेत्र ds_1 एवं ds_2 के विन्दु A एवं B पर अभिलम्ब हैं जो OA एवं OB से क्रमशः θ_1 एवं θ_2 कोण बनाते हैं।

यदि माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक K हो तो O पर के $+q$ आवेश के कारण

विन्दु A पर तीव्रता

$$E_1 = \frac{q}{Kr_1^2}, \ (\overrightarrow{OA} \text{ की दिशा में})\ ।$$

अत: तल के अभिलम्बवत् ($\overrightarrow{AN_1}$ की दिशा में) विद्युत्-तीव्रता का संघटक

$$= E_1 \cos\theta_1.$$

इसलिए A पर अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण (N.E.I.)

$$= K \times \text{अभिलम्ब तीव्रता}$$

$$= K \times E_1 \cos\theta$$

$$= K \times \frac{q\cos\theta}{Kr_1^2} = \frac{q\cos\theta}{r_1^2}.$$

अत: क्षेत्र ds_1 पर अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण

$$= \frac{q\,ds_1\cos\theta_1}{r_1^2} = q.d\omega$$

(क्योंकि $\dfrac{ds_1\cos\theta_1}{r_1^2} = d\omega = ds_1$ द्वारा O विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण)।

उसी प्रकार क्षेत्र ds_2 पर अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण

$$= \frac{q\,ds_2\cos\theta_2}{r_2^2} = q.d\omega.$$

पूरे घिरे हुए क्षेत्र को इसी प्रकार के अनेक छोटे-छोटे अवयवों में विभक्त किया जा सकता है तथा उन सभी अवयवों पर अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण का योग सम्पूर्ण तल पर समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण के बराबर होगा।

अत: समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण

$$= \Sigma q d\omega = q\Sigma d\omega = 4\pi q,$$

चूँकि किसी घिरे हुए तल द्वारा उसके अन्दर किसी विन्दु पर बना हुआ कुल ठोस कोण 4π के बराबर होता है।

यदि आवेश धनात्मक हो तो प्रेरण बाहर की ओर तथा यदि आवेश ऋणात्मक हो तो प्रेरण सतह से भीतर की ही ओर होता है।

यदि घिरे हुए तल के भीतर एक से अधिक धनात्मक या ऋणात्मक या दोनों आवेश हों तो घिरे हुए तल पर समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण $=4\pi\times$ आवेशों का बीजीय योग। उदाहरणार्थ—

यदि घिरे हुए तल S के भीतर विभिन्न आवेश $+q_1$, $-q_2$, $+q_3$, $-q_4$, $-q_5$ आदि क्रमशः A, B, C, D एवं E विन्दुओं पर हों तो

(चित्र 13)

A पर के आवेश के कारण समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण $=4\pi q_1$,

B पर के आवेश के कारण समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण $=-4\pi q_2$.

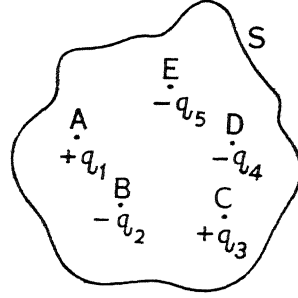
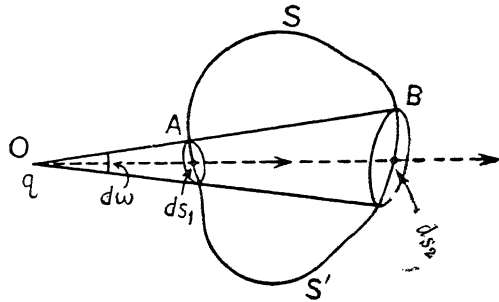
उसी प्रकार C, D एवं E पर के आवेशों के कारण समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण क्रमशः $+4\pi q_3, -4\pi q_4$ एवं $-4\pi q_5$ होंगे। अतः सभी आवेशों के कारण घिरे हुए तल पर समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण

$$=+4\pi q_1+(-4\pi q_2)+4\pi q_3+(-4\pi q_4)+(-4\pi q_5)$$
$$=4\pi q_1-4\pi q_2+4\pi q_3-4\pi q_4-4\pi q_5$$
$$=4\pi[q_1+(-q_2)+q_3+(-q_4)+(-q_5)]$$

$=4\pi\times$ आवेशों का बीजीय योग।

यदि आवेश घिरे हुए तल के बाहर हो तो इस पर आवेश के कारण समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण का मान शून्य के बराबर होगा। यह दिखलाने के लिए बगल के चित्र पर विचार करें। यहाँ आवेश $+q_1$ एक घिरे हुए तल SS' से बाहर है।

(चित्र 14)

O को शीर्ष मानकर एक छोटा ठोस कोण (solid angle) $d\omega$ खींचा गया है जो तल को A एवं B पर काटता है। अतः A पर के क्षेत्र ds_1 पर अभिलम्ब प्रेरण $=-qd\omega$ (चूंकि प्रेरण तल के भीतर की ओर है) तथा B पर के क्षेत्र ds_2 पर अभिलम्ब प्रेरण $=+qd\omega$ (चूंकि प्रेरण तल के बाहर की ओर है)। अतः

दोनों अवयवी क्षेत्रों ds_1 एवं ds_2 के कारण अभिलम्ब प्रेरण

$$=-qd\omega+qd\omega=\text{शून्य}\ ।$$

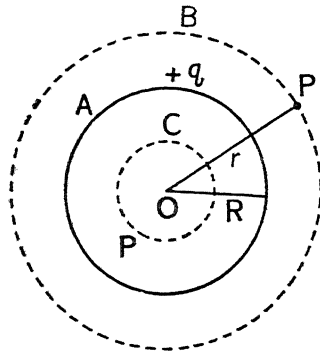
यही बात O से खींचे गये अन्य शंकुओं के भी साथ होती है। इसलिए निष्कर्ष यह निकलता है कि जब आवेश घिरे हुए तल के बाहर स्थित होता है तो अन्दर की ओर कुल अभिलम्ब प्रेरण बाहर की ओर के कुल अभिलम्ब प्रेरण के बराबर होता है। अतः पूरे घिरे हुए तल पर कुल अभिलम्ब प्रेरण का मान शून्य होता है।

ऊपर जो बातें सिद्ध की गयी हैं, वह घेरने वाले क्षेत्र के आकार-प्रकार या आकृति पर निर्भर नहीं करती हैं अर्थात् सभी आकार के तलों के लिए ऊपर का प्रमेय सही है।

किसी विद्युत्-क्षेत्र में खींचा गया घिरा हुआ तल गॉसीय तल (Gaussian surface) कहलाता है।

2.2. गॉस प्रमेय की प्रयुक्तियाँ (Applications of Gauss's Theorem)

स्थिर-विद्युत् (electrostatics) की विषय-वस्तु के अध्ययन के सिलसिले में हमें बहुत-से ऐसे आविष्ट चालकों का विचार करना पड़ता है जिसके नजदीक किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता का मान साधारण आकर्षण-विकर्षण के नियमों द्वारा निकालना सम्भव नहीं होता है—ऐसी स्थिति में गॉस-प्रमेय हमारी काफी मदद करता है। इस प्रमेय की सहायता से कुछ सामान्य आकृति के आविष्ट चालकों के कारण उनके समीपस्थ विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता ज्ञात करने की विधि नीचे बतलायी गयी है।

(i) **समान रूप से आविष्ट गोलीय चालक के कारण क्षेत्र की तीव्रता** (Intensity of field due to uniformly charged conductor)— मान लें कि समान मुटाई का A एक खोखला गोलीय चालक है जो K पारविद्युत्-स्थिरांक के माध्यम से घिरा है तथा यह $+q$ आवेश से आविष्ट है। इस आवेश के कारण किसी विन्दु P पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता ज्ञात करनी है।

(चित्र 15)

स्थिति 1. यदि विन्दु P गोले A से बाहर हो—गोले A के केन्द्र O को केन्द्र तथा OP को त्रिज्या मानकर एक समकेन्द्रीय गोला B खींचे जो P विन्दु से गुजरता है। स्पष्टतः गोले A का आवेश B के तल के अन्दर है, अतः इस आवेश के कारण B के तल पर समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण, गॉस के प्रमेय से,

$$=4\pi q.$$

यदि $OP=r$, तो गोले B के तल का क्षेत्रफल $=4\pi r^2$.

यदि विन्दु P पर विद्युतीय तीव्रता E हो तो वहाँ पर विद्युत्-प्रेरण $=KE$.

अतः गोले के तल पर समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण $=4\pi r^2 \times KE$; परन्तु गॉस प्रमेय से यह $4\pi q$ के बराबर है, अतः

$$4\pi r^2 KE = 4\pi q.$$

$$\therefore \ E = \frac{q}{Kr^2} \qquad \ldots (1).$$

यदि आवेश $+q$ को गोले के केन्द्र O पर ही रखा जाता, तो उस हालत में भी P पर विद्युत्-तीव्रता $=\frac{q}{Kr^2}$। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि किसी आविष्ट गोलीय चालक के बाहर किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता का मान वही होता है जो आवेश को गोले के केन्द्र पर रखने से होता।

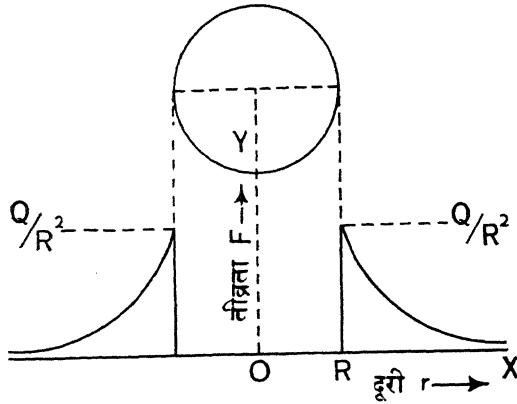
स्थिति 2. यदि विन्दु P गोले A की सतह पर हो तो इस हालत में $OP=r=R$ (गोले A की त्रिज्या)। अतः ऊपर के समीकरण (1) से, गोले A की सतह के किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता $=\frac{q}{KR^2}$.

स्थिति 3. यदि विन्दु P गोले A की सतह के अन्दर हो तो इस हालत में OP त्रिज्या का एक समकेन्द्रीय गोला C खींचें। स्पष्टतः गोले C के तल के अन्दर कोई भी आवेश नहीं है अतः इसके तल पर समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण, गॉस-प्रमेय से, शून्य होगा।

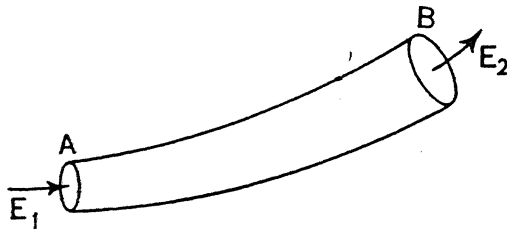
यदि विन्दु P पर विद्युत्-तीव्रता E' हो एवं $OP=r'$ हो तो गोले C के तल पर समस्त अभिलम्ब विद्युत्-प्रेरण $=KE' \times 4\pi r'^2 = 0$.

$$\therefore \ E' = 0.$$

अर्थात्, किसी आविष्ट गोलीय चालक के अन्दर किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता का मान शून्य होता है।

उपर्युक्त उदाहरणों से हम इस निष्कर्ष पर पहुँचते हैं कि किसी आविष्ट गोलीय

(चित्र 16)

चालक की सतह पर उत्पन्न विद्युत्-तीव्रता का मान महत्तम होता है; सतह से जो विन्दु जितनी ही दूर होता है उस पर विद्युत्-तीव्रता का मान उतना ही कम होता जाता है तथा गोले की सतह के भीतर किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता का मान शून्य होता है। गोलीय चालक के केन्द्र से दूरी के साथ विद्युत्-तीव्रता का परिवर्तन (variation of electric intensity with the distance from the centre of the sphere) ऊपर के चित्र द्वारा प्रदर्शित किया गया है।

2. किसी बल-नली के अन्दर विद्युत्-तीव्रता (Intensity of electric field inside a tube of force)— मान लें कि *AB* एक बल-नली है जिसके दोनों सिरों के क्षेत्रफल क्रमश: S_1 एवं S_2 हैं तथा वहाँ पर विद्युत्-तीव्रता क्रमश: E_1 एवं E_2 हैं। चूँकि नली की दीवाल होकर कोई विद्युत्-फ्लक्स (electric flux) नहीं होता है अत: विद्युत्-प्रेरण सिर्फ नली के सिरों पर ही होगा। यदि माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक K हो तो सिरे A पर (भीतर की ओर) विद्युत्-प्रेरण $= -KE_1S_1$ तथा सिरे B पर (बाहर की ओर) विद्युत्-प्रेरण $= KE_2S_2$ अत: समस्त विद्युत्-प्रेरण

(चित्र 17)

$$= -KE_1S_1 + KE_2S_2 = 4\pi \times \text{कुल आवेश}$$
$$= 4\pi \times 0$$
$$= 0.$$

$$\therefore \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{S_2}{S_1}.$$

अर्थात्, बल-नली के अन्दर किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता उस विन्दु पर नली के अनुप्रस्थ-परिच्छेद (cross section) के क्षेत्रफल के व्युत्क्रमानुपाती होती है।

3. अति लम्बे आविष्ट बेलनाकार चालक के कारण क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of field due to an infinitely long charged cylindrical conductor)— मान लें कि AB एक अति लम्बा तथा समान रूप से आविष्ट बेलनाकार चालक है जिसकी प्रति इकाई लम्बाई पर आवेश q है तथा यह K पारविद्युत्-स्थिरांक वाले माध्यम में रखा गया है। बेलन के अक्ष से r दूरी पर एक P विन्दु है जिसपर विद्युत्-तीव्रता E का मान ज्ञात करना है।

(चित्र 18)

P विन्दु से इकाई लम्बाई का एक सम-अक्षीय बेलन खींचे—स्पष्टत: इसके गॉसीय तल का क्षेत्रफल

$$=2\pi r\times 1=2\pi r.$$

यदि P विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता E हो तो इस समाक्षीय बेलन की वक्र सतह पर अभिलम्ब प्रेरण$=KE\times 2\pi r$। चूँकि विद्युत्-तीव्रता बेलन के सिरों के समानान्तर है अत: सिरों पर अभिलम्ब प्रेरण का मान शून्य है।

अतः समाक्षीय बेलन की सतह पर कुल अभिलम्ब प्रेरण

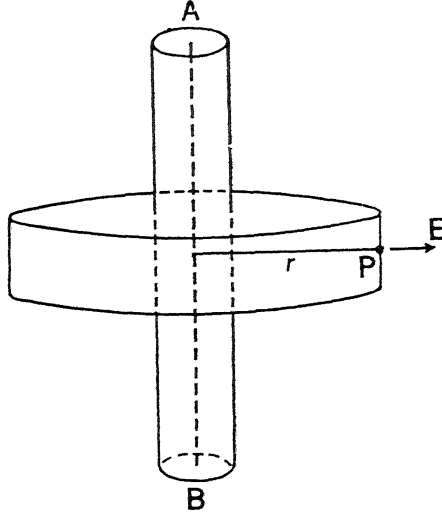
$=KE\times 2\pi r=4\pi\times$ सतह के अन्दर स्थित कुल आवेश

$=4\pi\times$ बेलन AB की इकाई लम्बाई पर स्थित आवेश

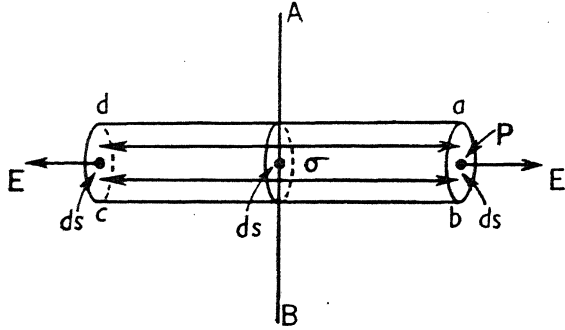
$=4\pi\times q.$

$$\therefore \quad E=\frac{2q}{Kr} \quad .. \quad (1).$$

चूँकि यह समीकरण आविष्ट बेलनाकार चालक की त्रिज्या से मुक्त है, अत: यह समीकरण किसी आविष्ट रैखिक चालक (यथा टेलीग्राफ का तार) के लिए भी लागू हो सकता है।

यदि विन्दु P आविष्ट बेलन के अति समीप हो तो $r=$आविष्ट बेलन की त्रिज्या (R)। यदि आविष्ट बेलन का पृष्ठ-घनत्व σ हो तो $q=2\pi R\sigma$.

अत: समीकरण (1) से

$$E=\frac{2\times 2\pi R\sigma}{KR}=\frac{4\pi\sigma}{K} \quad .. \quad (2)$$

4. आवेश के एक समतल चादर के समीप क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of field near plane sheet of charge)— मान लें कि आवेश की एक समतल चादर AB है जिस पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व σ है तथा जो पारविद्युत्-स्थिरांक K वाले माध्यम से घिरा है। इसके समीप कोई विन्दु P है जहाँ पर विद्युत्-तीव्रता का मान E ज्ञात करना है।

(चित्र 19)

P से होकर ds अनुप्रस्थ-परिच्छेद का एक बेलन इस प्रकार खींचें कि इसके दोनों सिरे AB के दो ओर हों। बेलन के सिरे ab एवं cd, AB के समानान्तर हैं अत: बल-रेखाओं के लम्बवत् हैं। बेलन का वक्र-तल AB के लम्बवत् है तथा विद्युत्-तीव्रता के समानान्तर है,अतः इस तल पर कुल अभिलम्ब प्रेरण शून्य होगा।

बेलन के सिरों के तल पर कुल अभिलम्ब प्रेरण

$=K.E.ds+K.E.ds+$ शून्य

$=2KEds$

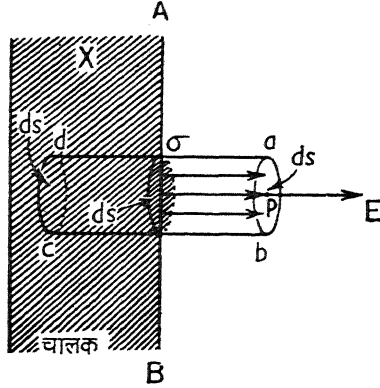
$=4\pi\times$ बेलन के अन्दर कुल आवेश

$=4\pi\times\sigma.ds.$

$$\therefore \; E=\frac{2\pi\sigma}{K} \quad .. \quad (1).$$

यहाँ यह ध्यान देने योग्य बात है कि आवेश किसी चालक पर स्थित नहीं है अपितु एक असीम समतल चादर के रूप में है तथा E उसके समीप किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता है।

5. आविष्ट समतल चालक के अति समीप क्षेत्र की तीव्रता (Intensity of field at a point close to a charged plane conductor)— मान लें कि X एक समतल चालक है जिसके AB तल पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व σ है तथा जो

पारविद्युत्-स्थिरांक K वाले माध्यम में रखा हुआ है। चालक के अति समीप कोई विन्दु P है जहाँ विद्युत्-तीव्रता E का मान ज्ञात करना है। अब अनुप्रस्थ परिच्छेद ds का एक ऐसा बेलन खींचें जिसके समतल सिरे ab एवं cd, AB के समानान्तर हों तथा वक्र-तल, AB के लम्बवत् हों। बेलन के सिरे ab पर विन्दु P है तथा आधार cd चालक तल AB के अन्दर है।

(चित्र 20)

चूँकि विद्युत्-बल-रेखाएँ AB के लम्बवत् हैं अत: बेलन के वक्र-तल पर अभिलम्ब प्रेरण शून्य होगा। साथ ही, चूँकि बेलन का सिरा cd चालक के भीतर है (जहाँ विद्युत्-तीव्रता शून्य होती है), अत: उस पर भी विद्युत्-प्रेरण शून्य होगा। अत: अभिलम्ब प्रेरण सिर्फ P विन्दु से गुजरते हुए बेलन के सिरे ab पर होगा जिसका मान

$= K \times P$ विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता $\times$ सिरे ab का क्षेत्रफल

$= KEds.$

लेकिन घिरे हुए बेलनाकार तल के अन्दर कुल आवेश $= \sigma \times ds$.

अत: गॉस-प्रमेय के अनुसार

$$KEds = 4\pi\sigma ds.$$

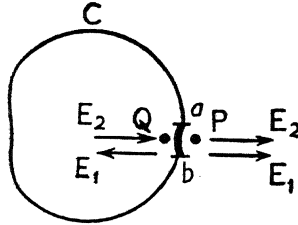
$$\therefore \quad E = \frac{4\pi\sigma}{K} \quad \quad .. \quad (1),$$

यदि पारविद्युत् हवा हो, तो $K=1$.

$$\therefore \quad E = 4\pi\sigma \quad \quad .. \quad (2).$$

समीकरण (1) या (2) द्वारा प्रदर्शित महत्त्वपूर्ण परिणाम कूलम्ब का नियम (Coulomb's law) कहलाता है जिसके अनुसार **किसी आविष्ट चालक के तल के ठीक बाहर किसी विन्दु पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता आवेश के पृष्ठ-घनत्व के $\frac{4\pi}{K}$ गुना (या यदि माध्यम हवा हो तो 4π गुना) होती है।** यह नियम किसी भी आकृति के आविष्ट चालक के लिए लागू होता है।

2.3. किसी आविष्ट चालक के तल पर यांत्रिक बल—यांत्रिक खिंचाव (Mechanical force on the surface of a charged conductor—Mechanical pull)

मान लें कि C एक आविष्ट चालक है, जिस पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व σ है तथा जो पारविद्युत्-स्थिरांक K वाले माध्यम में रखा हुआ है। C पर एक छोटा-सा तल ab लें, जिसे क्षेत्रफल के बहुत ही कम होने के कारण समतल माना जा सकता है। अब P एवं Q दो विन्दु—P, तल ab के बाहर एवं Q, तल ab के भीतर—इस प्रकार एक-दूसरे के निकट लें कि चालक पर के आवेश के कारण विद्युत्-तीव्रता का मान दोनों विन्दुओं पर समान माना जा सके।

(चित्र 21)

मान लें कि ab पर के आवेश के कारण P एवं Q विन्दुओं पर विद्युत्-तीव्रता का मान E_1 है— स्पष्टतः P पर इसकी दिशा बाहर की ओर होगी, चूँकि P विन्दु ab के बाहर है तथा Q पर, जो ab के अन्दर स्थित है, इसकी दिशा भीतर की ओर होगी। आविष्ट चालक के शेष (ab को छोड़कर) भाग पर के आवेश के कारण इन विन्दुओं पर, मान लें, विद्युत्-तीव्रता का मान E_2 है, जिसकी दिशा दोनों ही विन्दुओं पर बाहर की ही ओर होगी।

चूँकि चालक के अन्दर किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता का मान शून्य होता है, अतः Q विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता

$$=E_2-E_1=0.$$

$$\therefore \quad E_1=E_2 \qquad \ldots \quad (1),$$

तथा P विन्दु पर परिणामी तीव्रता $E=E_1+E_2=2E_2$ या $2E_1$

$$=\frac{4\pi\sigma}{K} \text{ (कूलम्ब के नियम से)।}$$

$$\therefore \quad E_2=\frac{2\pi\sigma}{K} \qquad \ldots \quad (2).$$

यह तल ab पर स्थित इकाई आवेश पर बाहर की ओर लगने वाला बल है। यदि तल ab का क्षेत्रफल ds हो तो उस पर स्थित कुल आवेश $q=\sigma.ds$.

अतः क्षेत्र ds पर बाहर की ओर लगता हुआ बल

$$=E_2\times q=\frac{2\pi\sigma}{K}\times\sigma.ds$$

$$=\frac{2\pi\sigma^2 ds}{K}.$$

अतः आविष्ट चालक के प्रति इकाई क्षेत्रफल पर लगता हुआ बल

$$F=\frac{2\pi\sigma^2}{K} \quad \ldots \quad (3).$$

कूलम्ब के नियम से

$$E=\frac{4\pi\sigma}{K}.$$

$$\therefore \quad \sigma=\frac{KE}{4\pi}.$$

σ का यह मान समीकरण (3) में रखने से

$$F=\frac{2\pi}{K}.\left(\frac{KE}{4\pi}\right)^2=\frac{KE^2}{8\pi} \text{ डाइन प्रति वर्ग सेंटीमीटर} \quad \ldots \quad (4).$$

अर्थात्, किसी आविष्ट चालक (पृष्ठ-घनत्व σ) के तल के प्रति इकाई क्षेत्र पर, तल के अभिलम्बवत् बाहर की ओर लगता हुआ बल $\frac{2\pi\sigma^2}{K}$ या $\frac{KE^2}{8\pi}$ (डाइन प्रति वर्ग सेंटीमीटर) होता है। इसे चालक की सतह पर यांत्रिक खिचाव (mechanical pull) भी कहते हैं।

2.4. आवेश या आविष्ट चालक की ऊर्जा (Energy of a charge or charged conductor)

किसी अनाविष्ट चालक का विभव शून्य होता है, परन्तु जब उस पर आवेश देकर उसे आविष्ट किया जाता है तो उसका विभव धीरे-धीरे शून्य से बढ़ने लगता है तथा एक महत्तम मान प्राप्त करता है, जो वस्तु के धारिता (capacity) नामक गुण पर निर्भर करता है। किसी भी चालक को आवेश का पूर्ण परिमाण एक साथ ही नहीं दिया जाता है, अपितु यह क्रिया क्रमशः होती है तथा इसमें कुछ समय लगता है।

मान लें कि किसी वस्तु, जिसकी धारिता C है, को Q आवेश से आविष्ट करना है— यदि इस आवेश से वस्तु V विभव प्राप्त करती हो तो $C=\frac{Q}{V}$ चूँकि वस्तु के विभव को इकाई से बढ़ाने के लिए आवश्यक आवेश के परिमाण को वस्तु की धारिता कहते हैं। मान लें कि कुल आवेश Q में से, किसी क्षण q आवेश वस्तु को दिया जा चुका

है जिससे उसका विभव शून्य से बढ़कर V' हो गया है जहाँ $V'=\frac{q}{C}$. । अब यदि dq सूक्ष्म आवेश वस्तु पर देने की कोशिश की जाय तो वस्तु पर के आवेश q एवं इस आवेश dq के बीच विकर्षण का बल लगेगा और इस dq आवेश को वस्तु पर देने तक में इस विकर्षण-बल के विरुद्ध कुछ कार्य $dw=V'.dq$ करना पड़ेगा जो वस्तु में स्थितिज ऊर्जा (potential energy) के रूप में संचित हो जाता है। इस प्रकार वस्तु को Q आवेश से आविष्ट करने में किये गये कुल कार्य के संचित परिमाण को Q आवेश की ऊर्जा कहते हैं।

स्पष्टतः वस्तु को Q आवेश से आविष्ट करने में किया गया कुल कार्य

$$W=\int_0^W dw=\int_0^Q V'dq$$

$$=\int_0^Q \frac{q}{C}\,dq=\frac{1}{C}\Big[q^2\Big]_0^Q=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} \qquad ..\ (1).$$

अतः Q आवेश से आविष्ट चालक की ऊर्जा (या Q आवेश की ऊर्जा)

$$=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}.$$

इस परिणाम को विभिन्न रूपों में व्यक्त किया जा सकता है।

यथा, $$\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{\frac{Q}{V}}=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}C.V.V=\frac{1}{2}CV^2 \qquad ..\ (2).$$

अर्थात्, Q आवेश से आविष्ट चालक की ऊर्जा

$$=\frac{1}{2}\frac{Q^2}{C}=\frac{1}{2}QV=\frac{1}{2}CV^2 \qquad ..\ (3).$$

यह ऊर्जा चालक में संचित रहती है तथा जब उसे अनाविष्ट किया जाता है तो ताप तथा ध्वनि आदि ऊर्जा के रूप में परिवर्तित होकर स्फुलिंग (spark) बन कर चालक से निकल जाते हैं।

अतः किसी आविष्ट चालक से, अनाविष्ट करते समय, स्फुलिंग का निकलना निस्संदेह इस तथ्य को प्रमाणित करता है कि आविष्ट करते समय चालक में कुछ ऊर्जा संचित हुई थी जो आवेश की ऊर्जा या आविष्ट चालक की ऊर्जा कहलाती है।

2.5. स्थिर-विद्युत्-क्षेत्र की ऊर्जा (Energy of an electrostatic field)

मान लें कि एक आविष्ट चालक, जिसका पृष्ठ-घनत्व σ है, K पारविद्युत्-स्थिरांक वाले माध्यम से घिरा हुआ है। अतः धारा 2.3 के अनुसार इस चालक के प्रति इकाई क्षेत्रफल पर लगता हुआ बल

$$F=\frac{KE^2}{8\pi} \text{ डाइन।}$$

मान लें कि आविष्ट चालक के तल का एक छोटा हिस्सा, जिसका क्षेत्रफल ds है, इस बल की विपरीत दिशा में dx दूरी से विस्थापित होता है। स्पष्टतः इस विस्थापन में किया गया कार्य

$$W=\text{बल}\times\text{दूरी}$$

$$=\frac{KE^2}{8\pi}.\, ds\times dx \text{ अर्ग} \quad .. \quad (1),$$

(चित्र 22)

तथा इस विस्थापन से क्षेत्र का आयतन $ds\times dx$ बढ़ जाता है। अतः किया गया कार्य W_1 उस बढ़े हुए आयतन की स्थितिज ऊर्जा के रूप में संचित हो जाता है तथा उस आयतन के साथ संलग्न ऊर्जा कहलाता है। अतः क्षेत्र के प्रति इकाई आयतन के साथ संलग्न अथवा संचित ऊर्जा

$$=\frac{KE^2}{8\pi}.\, ds\times dx/ds.dx$$

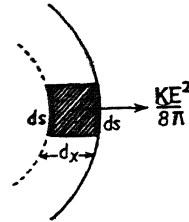
$$=\frac{KE^2}{8\pi} \text{ अर्ग} \quad .. \quad (2).$$

ऊपर के समीकरण से स्पष्ट है कि E चाहे धनात्मक हो या ऋणात्मक, E^2 का मान सदा धनात्मक ही होगा। अतः माध्यम की ऊर्जा की गणना करने में विद्युत्-तीव्रता की दिशा कोई खास महत्त्व नहीं रखती है।

साधित उदाहरण

1. पृथ्वी की सतह पर, हवा में, विभव 50 वोल्ट प्रति मीटर की दर से बदलता है। पृथ्वी की सतह के प्रति वर्गमीटर क्षेत्रफल पर आवेश की गणना करें।

[1. e. s. u.=300 वोल्ट] (Bhag. U. 1963 S)

(The electric potential at a point, in air, near the earth's surface

changes with height at a rate of 50 volts per metre. Calculate the charge per square metre of the earth. 1. e. s. u. = 300 volts)

पृथ्वी की सतह पर विभव के बदलने की दर

= विभव की प्रवणता

= 50 वोल्ट/मीटर = 0·5 वोल्ट/सें०मी०

$$= \frac{0 \cdot 5}{300} \text{ e. s. u./सें०मी०}$$

= पृथ्वी की सतह पर विद्युत्-तीव्रता (E)।

यदि पृथ्वी की सतह पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व σ हो, तो कूलम्ब के नियम से

$$E = 4\pi\sigma.$$

$$\therefore \quad \sigma = \frac{E}{4\pi} = \frac{0 \cdot 5}{300 \times 4\pi} \text{ e. s. u./वर्ग सें०मी०।}$$

अतः पृथ्वी की सतह के प्रति वर्ग मीटर क्षेत्रफल पर आवेश

$$Q = \sigma \times S = \frac{0 \cdot 5}{300 \times 4\pi} \times 100 \times 100 \text{ e. s. u.}$$

$$= \frac{50}{12\pi} = \frac{50 \times 7}{12 \times 22} = 2 \cdot 65 \text{ e. s. u.}$$

2. 1·6 सें०मी० अर्द्धव्यास के साबुन के बुलबुले पर कितना आवेश होना चाहिए ताकि उसके भीतर एवं बाहर दबाव समान हो? (बुलबुले का पृष्ठ-तनाव = 32 डाइन/सें०मी०) (P. U. 1963 A, '61 S)

[What charge must be there on a soap bubble of radius 1·6 cm., if the pressure is the same inside and outside the bubble? (Surface tension of the soap bubble = 32 dynes/cm.)]

चूँकि बुलबुले के भीतर एवं बाहर दबाव समान है,

अतः बुलबुले के पृष्ठ-तनाव के कारण भीतर की ओर दबाव = बुलबुले पर के आवेश के कारण बाहर की ओर लगता हुआ यांत्रिक खिंचाव = $2\pi\sigma^2$ .. (1).

यदि बुलबुले पर दिया गया आवेश Q हो तो उस पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व $\sigma = \frac{Q}{4\pi r^2}$

तथा बाहर की ओर लगता हुआ यांत्रिक खिंचाव $= 2\pi\sigma^2 = 2\pi \times \left(\frac{Q}{4\pi r^2} \right)^2$.

यदि बुलबुले का पृष्ठ-तनाव T हो तो भीतर की ओर लगता हुआ दबाव $= \frac{4T}{r}$.

अतः समीकरण (1) से

$$\frac{4T}{r} = 2\pi \times \frac{Q^2}{16\pi^2 r^4}.$$

$$\therefore \quad Q^2 = \frac{4T \times 16\pi^2 r^4}{2\pi r} = 32\pi r^3 T$$

$$= 32 \times 3{\cdot}14 \times (1{\cdot}6)^3 \times 32$$

$$\therefore \quad Q = \sqrt{32 \times 3{\cdot}14 \times (1{\cdot}6)^3 \times 32} = 114{\cdot}56 \text{ e. s. u.}$$

3. 2 वर्गमीटर क्षेत्रफल वाली एक क्षैतिज धातु-प्लेट पर धातु की एक पत्ती रखी हुई है, जिसका क्षेत्रफल 2 वर्ग सें०मी० है तथा संहृति 10^{-3} ग्राम है। प्लेट पर कितना आवेश दिया जाय ताकि पत्ती उठ सके ? (P. U. 1956 S)

(A piece of metal foil 2 sq. cm. in area and of mass 10^{-3} gm. lies on a horizontal metal plate of area 2 sq. metres. Calculate the charge to be given to the plate so as to just lift the foil.)

मान लें कि प्लेट पर दिया गया आवेश Q e. s. u. है।

अतः प्लेट पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व

$$\sigma = \frac{Q}{2 \times 10^4}.$$

प्रति इकाई क्षेत्रफल पर लगने वाला यांत्रिक बल $= 2\pi\sigma^2$.

$\therefore$ धातु की पत्ती पर ऊपर की ओर लगने वाला बल $= 2 \times 2\pi\sigma^2$ तथा उस पर नीचे की ओर लगने वाला बल = पत्ती का भार $= 10^{-3} \times 980$। पत्ती प्लेट पर से ठीक उठ सके, इसके लिए दोनों बलों को बराबर होना चाहिए,

अर्थात् $$2 \times 2\pi\sigma^2 = 10^{-3} \times 980.$$

अर्थात्, $$2 \times 2 \times \pi \times \left(\frac{Q}{2 \times 10^4}\right)^2 = 10^{-3} \times 980.$$

$$\therefore \quad Q^2 = \frac{(2 \times 10^4)^2 \times 10^{-3} \times 980}{4\pi}$$

$$\therefore \quad Q = 5{\cdot}585 \times 10^3 \text{ e. s. u.}$$

4. यदि विसंवाहन समाप्त हुए बिना, माध्यम 100 e. s. u. तक की विद्युत्-तीव्रता बर्दाश्त कर सकता हो तो इसके प्रति घन सें०मी० में संचित महत्तम ऊर्जा का मान ज्ञात करें। (B. U. 1959 A)

(Estimate the maximum amount of electrostatic energy per c.c. that can be stored in air, if the value of the electric field that air can sustain without breakdown of its insulation is 100 e. s. u.)

माध्यम के प्रति इकाई आयतन के साथ संलग्न ऊर्जा $= \dfrac{KE^2}{8\pi}$,

चूँकि माध्यम हवा है। अतः $K = 1$.

अतः माध्यम के प्रति घन सें०मी० आयतन में संचित महत्तम ऊर्जा

$$= \frac{E^2}{8\pi} = \frac{100^2}{8\pi} = 1{\cdot}584 \times 10^3 \text{ अर्ग ।}$$

5. किसी लम्बे बेलनाकार चालक के अक्ष से 10 सें०मी की दूरी पर विद्युत्-तीव्रता का मान निकालें यदि बेलन की प्रति इकाई लम्बाई पर 20 e. s. u. का आवेश हो तथा माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक 2 हो। (P. U. 1953 S)

(Calculate the intensity of field at a point 10 cm. from the axis of a long cylindrical conductor having 20 e. s. u. of charge per unit length and placed in a dielectric of S. I. C. 2.)

किसी बेलनाकार चालक के अक्ष से r दूरी पर विद्युत्-तीव्रता $E=\frac{2q}{Kr}$,

जहाँ q = बेलन की प्रति इकाई लम्बाई पर आवेश
तथा K = माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक।

$$\therefore \quad E=\frac{2\times 20}{2\times 10}=2 \text{ e. s. u.}$$

6. इकाई अर्द्धव्यास के गोलीय चालक को कितने विभव तक आविष्ट किया जाय ताकि यांत्रिक दबाव वायुमंडलीय सामान्य दबाव के बराबर हो जाय ? (P. U. 1957 S)

(Calculate the potential to which a spherical conductor of unit radius has to be raised in order that the mechanical pressure may be equal to the normal pressure. Density of mercury = 13·6 gm./c.c., g = 980 cm./sec².)

मान लें कि गोलीय चालक को V विभव तक आविष्ट किया जाता है जिसके लिए उस पर Q आवेश देना पड़ता है।

इस आवेश के कारण गोले पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व

$$\sigma=\frac{Q}{4\pi r^2}=\frac{Q}{4\pi} \qquad (\text{चूँकि } r=1).$$

अतः गोले पर यांत्रिक दबाव $=2\pi\sigma^2$

वायुमंडलीय सामान्य दबाव $=P=76\times 13{\cdot}6\times 980$ डाइन।

दोनों के बराबर होने के लिए

$$2\pi\sigma^2=76\times 13{\cdot}6\times 980$$

या

$$2\pi\left(\frac{Q}{4\pi}\right)^2=76\times 13{\cdot}6\times 980.$$

$$\therefore \quad Q=\sqrt{\frac{16\pi^2\times 76\times 13{\cdot}6\times 980}{2\pi}}.$$

अतः

$$\text{गोले का विभव}=\frac{\text{आवेश}}{\text{धारिता}}=\frac{Q}{\text{गोले की त्रिज्या}}$$

$$=\frac{Q}{1}=Q=\sqrt{8\pi\times 76\times 13{\cdot}6\times 980}$$

$$=5{\cdot}046\times 10^3 \text{ e. s. u.}$$

प्रश्नावली १

(अ)

1. किसी घिरे तल पर, समस्त अभिलम्ब प्रेरण के गॉस-प्रमेय को प्रमाणित करें तथा किसी आविष्ट चालक की सतह के नजदीक किसी विन्दु पर विद्युत्-तीव्रता ज्ञात करने के लिए इसका व्यवहार करें। (B. U. 1953 S, '57 S; P. U. 1958 S)

[Prove Gauss's theorem of total normal induction over a closed surface and use it to calculate the electric intensity close to the surface of a charged conductor.]

2. (a) स्थिर-विद्युत् में गॉस-प्रमेय को लिखें एवं उसे प्रमाणित करें।
(B. U. 1955 S, 57 S, '59 A, '61 A; P. U. '1955 A)

(b) किसी आविष्ट चालक के तल पर यांत्रिक दबाव के लिए व्यंजक प्राप्त करें।
(B. U. 1955 S, '59 A, '62 S; P. U., 1954 A, '57 S)

[(a) State and prove Gauss's theorem in Electrostatics.

(b) Find an expression for the mechanical force acting on a charged conductor.]

3. किसी स्थिर विद्युत्-क्षेत्र में संचित ऊर्जा के लिए व्यंजक प्राप्त करें।
(B. U. 1956 A; P. U. 1955 S, '59 S, '60 A, '62 S)

[Find the expression for the energy stored in an electrostatic field.]

4. (a) समस्त अभिलम्ब प्रेरण से क्या समझते हैं ?

(b) किसी घिरे हुए तल के अन्दर के आवेश के साथ इसका क्या सम्बन्ध है ?
(B. U 1957 A, '58 S, '62 A; P. U. 1953 S)

[(a) What is meant by total normal induction over a surface ?

(b) What relation does this bear to the total charge enclosed by the surface ?]

5. स्थिर-विद्युत् में गॉस-प्रमेय का प्रतिवेदन करें तथा इसे प्रमाणित करें—एतदर्थ (a) किसी विसंवाहित समरूप आविष्ट गोले एवं (b) लम्बे आविष्ट समतल चालक के नजदीक विद्युत्-क्षेत्र के लिए व्यंजक प्राप्त करें। (B. U. 1957 S; P. U. 1962 A)

[State and prove Gauss's theorem in electrostatics. Hence obtain an expression for the electric field near (a) an insulated uniformly charged sphere and (b) a large charged plane conductor.]

6. किसी विसंवाहित आविष्ट चालक की स्थितिज ऊर्जा के लिए व्यंजक प्राप्त करें।
(B. U. 1957 S, '60 S, '62 A)

[Find an expression for the potential energy of an insulated charged conductor.]

(ब)

1. पृथ्वी की सतह के करीब, किसी विन्दु पर विद्युत्-विभव 100 वोल्ट प्रति मीटर के हिसाब से ऊँचाई के साथ बढ़ता है। पृथ्वी के प्रति वर्ग मीटर क्षेत्रफल पर आवेश की गणना करें। (B. U. 1957 A)

[The electric potential at a point in air near the earth's surface increases with height at a rate of 100 volts/metre. Calculate the charge per square metre of the earth (1. e. s. u. of potential = 300 volts.]

$$\left(\text{उत्तर} : \frac{100}{12\pi} \text{ e. s. u.}\right)$$

2. यह पाया जाता है कि पृथ्वी की सतह पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता 300 वोल्ट/मीटर है। पृथ्वी की सतह पर आवेश का पृष्ठ-घनत्व निकालें। (P. U. 1958 S.)

[It is found that electric intensity at the surface of the earth is 300 volts/metre. Find the surface density of charge on the earth's surface in e. s. u. (Assume S. I. C. of air = 1]

(उत्तर : $7{\cdot}956 \times 10^{-4}$ e. s. u.)

3. किसी विद्युन्मय 1·5 सें०मी० अर्द्धव्यास के साबुन के बुलबुले के भीतर और बाहर, हवा का दबाव समान है। यदि साबुन के घोल का पृष्ठ-तनाव 27 डाइन/सें०मी० हो तो बुलबुले का विभव ज्ञात करें। (P. U. 1954 A; B. U. '62 S)

[The pressure of air inside an electrically charged soap bubble of radius 1·5 cm. is the same as that outside. If the surface tension of the soap solution is 27 dynes/cm., find the electric potential of the bubble.] (उत्तर : 95·7 e. s. u.)

4. किसी 1·6 सें०मी० अर्द्धव्यास के साबुन के बुलबुले पर कितना आवेश होना चाहिए ताकि इसके भीतर एवं बाहर हवा का दबाव समान हो? साबुन के घोल का पृष्ठ-घनत्व = 26 डाइन/सें०मी०। (P. U. 1961 S)

[What charge must there be upon a soap bubble of radius 1·6 cm,. if the air pressure is the same inside and outside the bubble? S. T. of soap solution = 26 dynes/cm.] (उत्तर : 103 e. s. u. लगभग)

5. यदि 1 मीटर त्रिज्या वाले आविष्ट गोले के समीप रैखिक विभव-प्रवणता 10 वोल्ट/सें०मी० हो तो गोले पर के आवेश एवं उसके विभव स्थि० वि० इकाई में ज्ञात करें। (B. U. 1962 A)

[If the radial potential gradient near a charged sphere of radius 1 metre is 10 volts/cm. find the total charge and the potential of the sphere in e. s. u.] (उत्तर : 333·3 e. s. u.; 3·3 e. s. u.)

6. एक चौड़े समतल धात्विक आधार पर 0·5 वर्ग सेंटीमीटर क्षेत्रफल एवं 10^{-4} ग्राम मात्रा वाली धातु की पत्ती रखी हुई है। आधार पर वह पृष्ठ-घनत्व निकालें जिससे पत्ती ठीक उठ सके।
(P. U. 1953 A)

[A piece of metal foil 0·5 sq. cm. in area and of mass 10^{-4} gm. lies on a large flat metal base. Find the surface density of charge which must be given to the metal plate so as to lift it.]

(उत्तर : 0·1766 e. s. u.)

३

संचक
[CONDENSER]

3.1. चालक की विद्युत्-धारिता (Electrical Capacity of a Conductor)

जिस प्रकार किसी वस्तु की ऊष्मा-ग्राहिता ऊष्मा की वह मात्रा है जो उस वस्तु का तापमान एक इकाई बढ़ा दे उसी प्रकार किसी चालक की विद्युत्-धारिता विद्युत्-आवेश की वह मात्रा है, जो उस चालक के विभव (potential) को एक इकाई बढ़ा दे।

इस प्रकार, Q इकाई विद्युत्-आवेश देने से चालक का विभव यदि V इकाई बढ़ जाय तो चालक के विभव में इकाई वृद्धि के लिए $\frac{Q}{V}$ विद्युत्-आवेश की मात्रा लगेगी।

अत: चालक की विद्युत्-धारिता

$$C=\frac{Q}{V} \qquad .. \quad (1).$$

अर्थात्, धारिता $=\frac{\text{आवेश की मात्रा (quantity of charge)}}{\text{विभव की वृद्धि (rise in potential)}}$।

इस प्रकार चालक की विद्युत्-धारिता की परिभाषा उसपर के आवेश की मात्रा और उसके विभव में वृद्धि के अनुपात से भी दी जा सकती है।

3.2. धारिता की इकाइयाँ (Units of Capacity)

समीकरण (1) में यदि $Q=1$ और $V=1$ हो तो $C=1$ होगा। अत: किसी चालक पर इकाई आवेश देने से यदि उसके विभव में इकाई वृद्धि हो तो उस चालक की धारिता एक इकाई कही जायगी।

यदि एक स्थिर-विद्युत् इकाई (electrostatic unit) आवेश से किसी चालक का विभव एक स्थि० वि० इ० (e.s.u.) बढ़ जाता है तो उस चालक की धारिता एक स्थि० वि० इ० (e.s.u.) होगी।

धारिता की व्यावहारिक इकाई (practical unit) फैराड (farad) है। यदि एक कूलम्ब (coulomb) विद्युत्-आवेश से किसी चालक का विभव एक वोल्ट (volt) बढ़ जाता है तो इस चालक की धारिता एक फैराड होगी। यहाँ कूलम्ब और वोल्ट क्रमश: आवेश और विभव की व्यावहारिक इकाइयाँ हैं।

फैराड एक बहुत बड़ी इकाई है इसलिए छोटी धारिताओं का मान माइक्रोफैराड (microfarad) में व्यक्त किया जाता है। 1 माइक्रोफैराड ($1\mu F$)$=10^{-6}$ फैराड होता है। रेडियो-परिपथों (radio circuits) में इससे भी छोटी धारिताएँ प्रयुक्त होती हैं जिन्हें माइक्रोमाइक्रोफैराड अथवा पिकोफैराड (micromicrofarad, picofarad) में व्यक्त किया जाता है।

1 माइक्रोमाइक्रोफैराड अथवा पिकोफैराड ($1\ \mu\mu F$, pF)$=10^{-6}$ माइक्रोफैराड (μ फैराड) होता है।

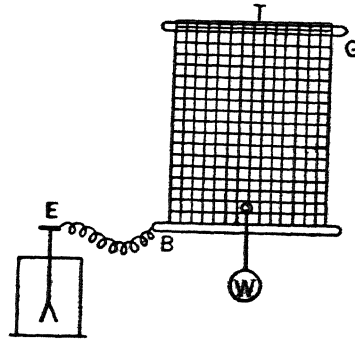
1 माइक्रोफैराड$=10^{-6}$ फैराड$=9\times10^{5}$ स्थि० वि० इ० (e. s. u.);

ग्राहिता की विद्युत्-चुम्बकीय इकाई (e. m. u)$=9\times10^{20}$ स्थि० वि० इ० (e. s. u.)।

3.3. किसी चालक की धारिता को प्रभावित करने वाले तत्त्व (Factors affecting the capacity of a Conductor)

किसी चालक की धारिता निम्नलिखित बातों पर निर्भर करती है—

(i) चालक की सतह के क्षेत्रफल पर— इसके लिए नीचे दिये गये प्रयोग पर ध्यान दीजिए।

प्रयोग— टीन की एक पतली चादर (tin-foil) T को काँच की एक छड़ G पर लपेट दिया जाता है। चादर के दूसरे छोर पर धातु की एक छड़ B लगी होती है तथा इसी छड़ पर बीच से एक छोटा भार W लटका दिया जाता है (चित्र 23)। B को एक स्वर्णपत्र-विद्युत्-दर्शी E की चकती से चालक तार द्वारा जोड़ दिया जाता है। काँच की छड़ G को घुमाकर चादर को पहले पूरा खोल दिया जाता है और तब इस पर कुछ आवेश (मान लीजिए Q) दे दिया जाता है। इससे विद्युत्दर्शी की पत्तियाँ कुछ फैल जाती हैं। पत्तियों का यह फैलाव चादर का विभव बताता है। अब चादर को धीरे-धीरे लपेटा जाता है जिससे इसकी बाहरी सतह का क्षेत्रफल कम होता जाता है और विद्युत्दर्शी की पत्तियों का फैलाव बढ़ता जाता है। अतः क्षेत्रफल के घटने से चादर का विभव बढ़ता है। यदि चादर को अब धीरे-धीरे खोला जाय तो इसका क्षेत्रफल बढ़ने लगता है जिससे विद्युत्दर्शी की पत्तियों का फैलाव घटने लगता है। अतः क्षेत्रफल के बढ़ने से चादर का विभव घटता है। लेकिन आवेश की मात्रा Q हर समय स्थिर रहती है, अतः $C=\frac{Q}{V}$ से यह स्पष्ट है कि धारिता C, विभव V के बढ़ने

(चित्र 23)

से घटेगी और इसके घटने से बढ़ेगी। इसलिए यह निष्कर्ष निकलता है कि **किसी चालक की सतह का क्षेत्रफल कम होने से धारिता कम होगी और क्षेत्रफल अधिक होने से धारिता भी अधिक होगी।**

(ii) आसपास में अन्य चालकों की उपस्थिति पर— किसी चालक की धारिता सबसे कम तब होती है जब इसके निकट कोई दूसरा चालक न हो। यदि कोई दूसरा चालक इसके निकट रहेगा तो प्रेरण (induction) के कारण पहले चालक का विभव घट जायगा। फलतः इसकी धारिता बढ़ जायगी। फिर निकट का दूसरा चालक यदि भूघृत (earthed) हो तो पहले चालक की धारिता और भी बढ़ जायगी।

(iii) चालक के चारों ओर के माध्यम पर— यदि वायु या शून्य में किसी चालक का विभव V हो तो पारविद्युत्-स्थिरांक K वाले माध्यम से घिरे रहने पर उसका विभव $\frac{V}{K}$ हो जाता है। इसलिए परिभाषा के अनुसार हवा में चालक की धारिता,

$$C_1=\frac{Q}{V}$$

और पारविद्युत्-स्थिरांक K वाले माध्यम में धारिता,

$$C_2=\frac{Q}{\frac{V}{K}}=K.\frac{Q}{V}$$

अतः

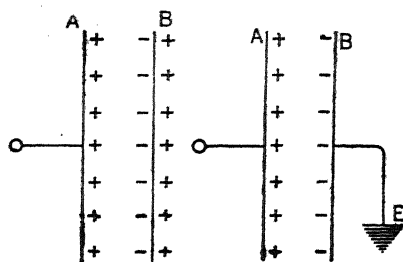
$$C_2=KC_1 \qquad \ldots (2).$$

समीकरण (2) से स्पष्ट है कि किसी चालक की धारिता इसके चारों ओर के माध्यम पर निर्भर करता है और माध्यम के पारविद्युत्-स्थिरांक K का मान जितना ही अधिक होगा चालक की धारिता उतनी ही अधिक होगी।

3.4. संचक (Condenser)

संचक उस व्यवस्था को कहते हैं जिसके द्वारा किसी विसंवाहित चालक की ग्राहिता बहुत बढ़ा दी जाती है।

धारा 3.3 में हम देख चुके हैं कि किसी चालक की धारिता, उसके आकार (size) को बढ़ाकर, बढ़ायी जा सकती है। लेकिन जितनी ही अधिक धारिता की आवश्यकता होगी उतने ही बड़े आकार का चालक लेना होगा, जो सुविधाजनक नहीं है। इसलिए आकार को बिना बढ़ाये ही किसी चालक की धारिता बढ़ाने लिए निम्नलिखित व्यवस्था की जाती है—

मान लीजिए, धातु की एक पतली पट्टिका A है जिसे अच्छी तरह से विसंवाहित रखा जाता है। A का सम्बन्ध एक विद्युत्-मशीन के साथ कर दिया जाता है जिससे यह $+Q$ आवेश से पूर्णतया आविष्ट हो जाता है। मान लीजिए इसका विभव V है।

(a) (चित्र 24) (b)

अब A के समीप इसी के सदृश (similar) एक दूसरी अनाविष्ट पट्टिका B लायी जाती है। A पर का धन आवेश B के समीप वाले तल पर ऋण आवेश एवं दूर वाले तल पर धन आवेश प्रेरित करता है। B का यह प्रेरित ऋण आवेश A के विभव को घटाता है और उपपादित धन आवेश A के विभव को बढ़ाता है। परन्तु धन आवेश की अपेक्षा ऋण आवेश A के अधिक समीप होने के कारण A का विभव जितना बढ़ता है उससे अधिक कम होता है (चित्र 24 a)। फलत: A का विभव कम हो जाता है जिससे इसकी धारिता बढ़ जाती है।

यदि B को अब भूधृत कर दिया जाय (चित्र 24 b) तो उस पर का प्रेरित धन आवेश, जो स्वतन्त्र है, पृथ्वी में चला जायगा। अब B पर केवल ऋण आवेश ही बचा रहेगा जिसके कारण A का विभव पहले की अपेक्षा और भी कम हो जायगा। अत: A की धारिता बहुत बढ़ जायगी।

इस प्रकार हम देखते हैं कि एक विसंवाहित चालक के समीप एक अनाविष्ट भूधृत चालक को लाकर चालक की धारिता काफी अधिक बढ़ायी जा सकती है। **इस प्रकार की व्यवस्था को संचक कहते हैं।**

संचक के दोनों चालक A और B, कोटिंग (coating) कहलाते हैं और इनके बीच का विसंवाहित माध्यम पारविद्युत् (dielectric) कहलाता है। चालक A, जिस पर आवेश एकत्र किया जाता है, संग्राहक पट्टिका (collecting plate) कहलाता है तथा B, जो भूधृत होता है और जिसके कारण A की धारिता बढ़ती है, संघनक पट्टिका (condensing plate) कहलाता है।

3.5. संचक के प्रकार (Types of Condensers)

संचक सामान्यत: तीन प्रकार के होते हैं—

(a) **समानान्तर पट्टिका संचक** (Parallel plate-condenser)— इसमें संग्राहक तथा संघनक दोनों पट्टिकाएँ समतल होती हैं और एक-दूसरे के समानान्तर रहती हैं।

(b) **गोलाकार संचक** (Spherical condenser)— इसमें संग्राहक तथा संघनक के रूप में दो संकेन्द्रीय (concentric) गोलाकार चालक होते हैं।

(c) **बेलनाकार संचक** (Cylindrical condenser)—इसमें संग्राहक तथा संघनक के रूप में दो समाक्ष (co-axial) बेलनाकार चालक रहते हैं।

संचकों का नामकरण इनके संग्राहक तथा संघनक पट्टिकाओं के बीच स्थित माध्यम के अनुसार होता है। उदाहरण के लिए, यदि माध्यम हवा हो तो यह वायु-संचक (air condenser) कहलाता है। यदि माध्यम कागज हो तो संचक को कागज-संचक (paper condenser) कहते हैं।

अभ्रक का चदरा (mica sheets) यदि माध्यम के रूप में हो तो ऐसे संचक को अभ्रक-संचक (mica condenser) कहते हैं।

वे संचक जिनकी धारिता स्थिर रहती है **स्थिर ग्राहिता संचक** (fixed capacity condenser) कहलाते हैं। जिन संचकों की धारिता घटायी-बढ़ायी जा सके उन्हें **चल संचक** (variable condenser) कहते हैं।

विभिन्न प्रकार के छोटे-बड़े स्थिर धारिता वाले संचकों का उपयोग वितन्तु (wireless) में होता है। रेडियो में 'ट्यूनिंग' (tuning) के लिए चल (variable) संचक का उपयोग होता है।

3.6. संचक की धारिता (Capacity of a Condenser)

किसी संचक की धारिता आवेश की वह मात्रा है जो उसकी संग्राहक पट्टिका पर देने से संचक की दोनों पट्टिकाओं के बीच इकाई विभवान्तर उत्पन्न करती है। यदि संग्राहक पट्टिका पर Q आवेश देने से दोनों पट्टिकाओं के बीच विभवान्तर V हो जाता है, तो संचक की धारिता $C=\frac{Q}{V}$ होगी। किसी संचक की धारिता तीन बातों पर निर्भर करती है—

(i) पट्टिकाओं की सतह के क्षेत्रफल पर—पट्टिकाएँ जितनी बड़ी होंगी संचक की धारिता उतनी ही अधिक होगी।

$$C \propto A.$$

(ii) पट्टिकाओं के बीच की दूरी पर—पट्टिकाओं के बीच की दूरी जितनी कम होगी उतना ही अधिक विपरीत आवेश संघनक पट्टिका पर प्रेरित होगा और संग्राहक पट्टिका के समीप होने के कारण संग्राहक पट्टिका का विभव काफी घट जायगा। फलत: संचक की धारिता बढ़ जायगी।

$$C \propto \frac{1}{d}.$$

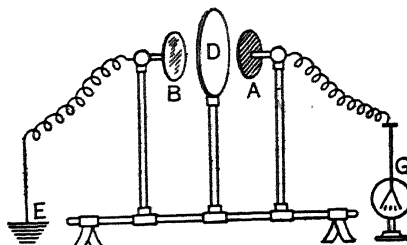
(iii) पट्टिकाओं के बीच पारविद्युत्-माध्यम की प्रकृति पर—पट्टिकाओं के बीच के माध्यम के पारविद्युत्-स्थिरांक (K) का मान जितना अधिक होगा विभवान्तर उतना ही कम होगा। अत: संचक की ग्राहिता बढ़ जायगी।

$$C \propto K.$$

इन बातों की पुष्टि निम्नलिखित प्रयोग द्वारा की जा सकती है—

प्रयोग— दो उदग्र विसंवाहित स्तम्भों में लगी चालक की दो समतल पट्टिकाएँ *A* और *B* ली जाती हैं जिनके बीच की दूरी, स्तम्भों को आधार पर खिसकाकर, घटायी-बढ़ायी जा सकती है (चित्र 25)। इन पट्टिकाओं के बीच काँच की एक पट्टिका *D* एक उदग्र विसंवाहित स्तम्भ पर लगी रहती है। *A* को एक स्वर्णपत्र-विद्युत्दर्शक *G* से सम्बन्धित कर दिया जाता है और पट्टिका *B* को भूवृत कर दिया जाता है।

विद्युत्दर्शक में लगे एक पैमाने पर पत्तियों का फैलाव पढ़ा जा सकता है।

(i) पहले पट्टिका *B* एवं काँच की पट्टिका *D* को हटा दिया जाता है। *A* पर कुछ धन आवेश दिया जाता है जिससे विद्युत्दर्शी की पत्तियाँ फैल जाती हैं। पत्तियों का यह फैलाव पट्टिका *A* के विभव का मान देता है। अब पट्टिका *A* की जगह उससे अधिक क्षेत्र-फल वाली दूसरी पट्टिका लगा कर उस पर पहले जितना ही आवेश दिया जाता है। इस बार पत्तियों का फैलाव पहले की अपेक्षा कम होता है। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि पट्टिका का क्षेत्रफल बढ़ाने से उसका विभव कम हो जाता है अर्थात् उसकी धारिता बढ़ जाती है।

(चित्र 25)

(ii) अब भूवृत पट्टिका *B* को भी स्तम्भ पर लगा दिया जाता है। इसे धीरे-धीरे आविष्ट पट्टिका *A* के समीप लाया जाता है जिससे विद्युत्दर्शक की पत्तियों का फैलाव कम होता जाता है, यानी विभव घटता जाता है। अतः स्पष्ट है कि पट्टिकाओं के बीच की दूरी कम होने से संचक की धारिता अधिक होती है।

(iii) अब *A* और *B* के बीच की दूरी को नियत रखते हुए पत्तियों का फैलाव नोट कर लिया जाता है। तत्पश्चात् काँच की पट्टिका *D* को स्तम्भ पर लगाकर उसे *A* और *B* के बीच रख दिया जाता है। ऐसा करने से पत्तियों का फैलाव कम हो जाता है यानी संचक का विभव घट जाता है। यदि काँच की जगह किसी दूसरे पारविद्युत् पदार्थ, जैसे आबनूस, अभ्रक, रबड़ आदि की विभिन्न पट्टिकाएँ ली जायँ तो पत्तियों के फैलाव में विभिन्न मात्राओं में कमी होती है। इनमें से जिस पदार्थ का पार-विद्युत्-स्थिरांक सबसे अधिक है उसे रखने पर पत्तियों का फैलाव सबसे कम होता है। इससे पता चलता है कि अधिक पारविद्युत्-स्थिरांक वाले माध्यम के साथ संचक की धारिता अधिक होती है।

3.7. विशिष्ट उपपादक धारिता या पारविद्युत्-स्थिरांक (Specific Inductive Capacity or Dielectric Constant)

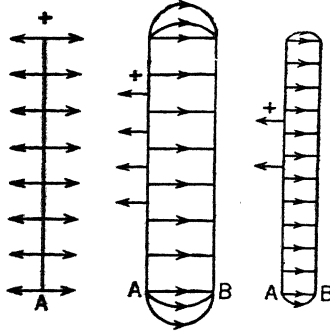
हवा के साथ किसी संचक की धारिता C_1 हो और उसी संचक की धारिता किसी दूसरे पारविद्युत् (X) के साथ यदि C_2 हो, तो $\frac{C_2}{C_1}=K$, एक स्थिरांक होता है।

फैराडे (Faraday) ने इस स्थिरांक का नाम दिया—विशिष्ट प्रेरक धारिता (वि० प्रे० धा०)। इसे पारविद्युत्-स्थिरांक भी कहते हैं। अतः किसी पारविद्युत् (X) की वि० प्रे० धा०

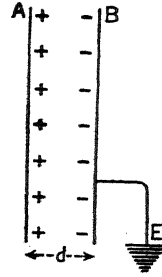
$$K=\frac{\text{पारविद्युत् }(X)\text{ के साथ किसी संचक की धारिता}}{\text{हवा के साथ उसी संचक की धारिता}}।$$

विशिष्ट प्रेरक धारिता की कोई इकाई नहीं होती है क्योंकि यह दो धारिताओं का अनुपात है।

3.8. समानान्तर पट्टिका संचक की पट्टिकाओं के बीच का विद्युत्-क्षेत्र (The Electrical Field between the Plates of a Parallel Plate Condenser)

चित्र 26 में दो समानान्तर पट्टिकाओं के बीच बल-रेखाओं का वितरण दिखाया गया है। चित्र 26 का बायाँ हिस्सा अकेली धनाविष्ट पट्टिका A पर बल-रेखाओं का वितरण प्रदर्शित करता है। धनाविष्ट पट्टिका A के समीप संचक की संघनक पट्टिका B को रखने पर बल-रेखाओं का वितरण चित्र 26 के बिचले हिस्से की तरह होता है। इस स्थिति में अधिकतर बल-रेखाएँ समानान्तर रूप से A से B में सीधे जाती हैं, लेकिन दोनों छोरों पर कुछ बल-रेखाएँ आपसी पार्श्विक दबाव (lateral pressure) के कारण बाहर की तरफ झुक जाती हैं। चित्र 26 के दाहिने हिस्से में दोनों पट्टिकाएँ एक-दूसरे के बहुत समीप हैं। इस स्थिति में छोरों पर बल-रेखाओं का झुकाव बहुत कम होता है। जैसे-जैसे पट्टिकाओं के बीच की दूरी कम होती जाती है, छोरों पर बल-रेखाओं का झुकाव भी कम होता जाता है। अतः बहुत समीप रखी हुई दो पट्टिकाओं के बीच विद्युत्-क्षेत्र (या क्षेत्र की तीव्रता) को एकरूप (uniform) माना जा सकता है।

(चित्र 26)

3.9. समानान्तर पट्टिका संचक की धारिता (Capacity of a Parallel Plate Condenser)

मान लीजिए, AB एक समानान्तर पट्टिका संचक है जिसकी संग्राहक पट्टिका A पर Q धन-आवेश दिया गया है तथा संघनक पट्टिका B भूघृत है (चित्र 27)। दोनों पट्टिकाओं के बीच की दूरी d इतनी कम है कि उनके बीच बल-रेखाएँ सीधी और समानान्तर हैं अर्थात् उनके बीच विद्युत्-क्षेत्र सर्वत्र समान है। मान लीजिए, इस क्षेत्र की तीव्रता F है। अब यदि प्रत्येक पट्टिका का तलीय क्षेत्रफल S हो और A पर आवेश का तलीय घनत्व σ हो तथा पट्टिकाओं के बीच के माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक K हो, तो कूलम्ब के प्रमेय से,

$$F=\frac{4\pi\sigma}{K}=\frac{\pi Q}{KS}\quad\left(\because\quad \sigma=\frac{Q}{S}\right).$$

(चित्र 27)

अब, पट्टिकाओं के बीच विभवान्तर=इकाई धन-आवेश को B से A पर ले जाने में किया गया कार्य=बल×दूरी। इसलिए

$$V_A-V_B=F\times d=\frac{4\pi Qd}{KS}.$$

लेकिन $V_A-V_B=\frac{Q}{C}$, जहाँ C संचक की धारिता है, अत:

$$\frac{Q}{C}=\frac{4\pi Qd}{KS};\qquad \text{या } \frac{1}{C}=\frac{4\pi d}{KS}.$$

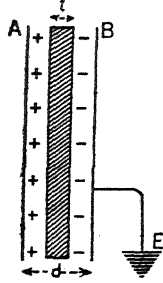
$$\therefore\quad C=\frac{KS}{4\pi d}\qquad \ldots\quad (3).$$

हवा के लिए $K\simeq 1$ होगा। अत: वायु-संचक की धारिता

$$C=\frac{S}{4\pi d} \text{ होगी।}$$

3.10. यौगिक पारविद्युत् वाले समानान्तर पट्टिका संचक की धारिता (Capacity of a Parallel Plate Condenser with a Compound Dielectric)

मान लीजिए, AB एक समानान्तर पट्टिका वायु-संचक है जिसकी पट्टिकाओं के बीच की दूरी d है। इन पट्टिकाओं, A, और B, के बीच K पारविद्युत्-स्थिरांक

(या वि० प्रे० धा०) वाले पदार्थ की एक पट्टी, जिसकी मोटाई t है, रख दी गयी है (चित्र 28)। इसलिए हवा की तह की मोटाई $(d-t)$ होगी। मान लीजिए A पर Q धन आवेश दिया गया है और B भूधृत है। A पर आवेश का तलीय घनत्व σ हो, तो कूलम्ब के प्रमेय से पट्टिकाओं के बीच के हवा वाले भाग में क्षेत्र की तीव्रता $4\pi\sigma$ एवं पारविद्युत्-स्थिरांक K वाली पट्टी में क्षेत्र की तीव्रता

(चित्र 28)

$$\frac{4\pi\sigma}{K} \text{ होगी।}$$

अब पट्टिकाओं के बीच विभवान्तर=इकाई धन आवेश को B से A पर ले जाने में किया गया कार्य=हवा में तीव्रता×हवा की तह की मोटाई+पारविद्युत् में तीव्रता× पारविद्युत् की मोटाई। इसलिए

$$V_A - V_B = 4\pi\sigma(d-t) + \frac{4\pi\sigma}{K}.\ t$$

$$= 4\pi\sigma\left(d - t + \frac{t}{K}\right)$$

और संग्राहक पट्टिका A पर आवेश $Q=\sigma.S$; अतः संचक की धारिता

$$C = \frac{\text{संग्राहक पट्टिका } A \text{ पर आवेश}}{\text{विभवान्तर}}$$

$$= \frac{\sigma.S}{4\pi\sigma\left(d - t + \frac{t}{K}\right)}$$

$$= \frac{S}{4\pi\left(d - \frac{K-1}{K}t\right)} \quad \ldots \quad (4).$$

इसमें, जब $t=0$ हो, तो $C=S/4\pi d$ (वायु-संचक के लिए)।

समीकरण (4) से यह स्पष्ट है कि पारविद्युत् की पट्टी को संचक की पट्टिकाओं के बीच रखने से संचक का विभव घट जाता है अर्थात् उसकी धारिता बढ़ जाती है। अतः t मोटाई वाले पारविद्युत्-पदार्थ की पट्टी डालने से संचक की धारिता उतनी ही

बढ़ जाती है जितनी वायु-संचक की पट्टिकाओं के बीच की दूरी $X=t\frac{K-1}{K}$ घटा देने से बढ़ती है।

3.11. गोलाकार संचक की धारिता (Capacity of a Spherical Condenser)

मान लीजिए, AB एक गोलाकार संचक है जिसके संकेन्द्रीय गोलों A और B की त्रिज्याएँ क्रमशः r_1 और r_2 हैं (चित्र 29)। संग्राहक गोल A पर $+Q$ आवेश देने से संघनक गोल B के भीतरी तल पर $-Q$ आवेश तथा बाहरी तल पर $+Q$ आवेश प्रेरित होता है।

(चित्र 29)

गोल B को भूधृत कर दिया जाता है जिससे इसके बाहरी तल वाला स्वतन्त्र $+Q$ आवेश पृथ्वी में चला जाता है।

अब अपने ही आवेश $+Q$ के कारण गोल A का विभव

$$=+\frac{Q}{r_1}$$

तथा गोल B पर प्रेरित $-Q$ आवेश के कारण A का विभव

$$=-\frac{Q}{r_2}.$$

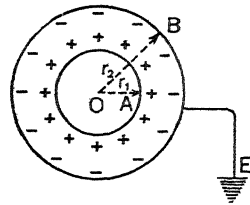
इसलिए गोल A का परिणामी विभव

$$=\frac{Q}{r_1}-\frac{Q}{r_2}=\frac{Q(r_2-r_1)}{r_1 r_2}.$$

गोल B का विभव शून्य है क्योंकि यह भूधृत है। अतः दोनों गोलों के बीच विभवान्तर

$$=\frac{Q(r_2-r_1)}{r_1 r_2}.$$

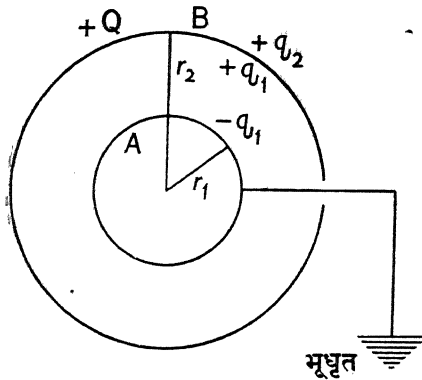
इसलिए संचक की धारिता $C=\frac{\text{आवेश}}{\text{विभवान्तर}}$

$$=\frac{Q}{\frac{Q(r_2-r_1)}{r_1 r_2}}$$

$$= \frac{r_1 r_2}{r_2 - r_1} \qquad .. \quad (5).$$

यदि दोनों गोलों के बीच हवा की जगह पारविद्युत्-स्थिरांक K वाला कोई पदार्थ भरा हुआ हो, तो धारिता

$$= \frac{K.r_1 r_2}{r_2 - r_1} \text{ होगी ।}$$

यहाँ हमने एक ऐसे गोलीय संचक पर विचार किया है जिसमें भीतर वाले गोले पर कुछ आवेश दिया गया है तथा बाहर वाला गोला भूधृत (earthed) है । परन्तु कुछ विभिन्न दशाएँ (cases) उपस्थित होती हैं जिनका विचार यहाँ अपेक्षित है ।

गोलाकार संचक—जिसमें भीतरी गोला भूधृत है तथा बाहरी गोला आविष्ट है—की ग्राहिता (Capacity of a spherical condenser in which inner sphere is earthed and outer sphere is charged)— A एवं B दो गोले हैं जिनकी त्रिज्याएँ क्रमशः r_1 एवं r_2 हैं । भीतरी गोला A भूधृत है, अतः उसका विभव शून्य है । बाहरी गोले B पर धन आवेश Q दिया गया है, अतः यह एक निश्चित विभव पर है ।

(चित्र 30)

गोले B के भीतर गोला A है जो भूधृत है अतः शून्य विभव पर है । गोले B के बाहर पृथ्वी है और पृथ्वी पर स्थित अन्य पदार्थ हैं जो शून्य विभव पर हैं । अतः गोले B की भातरी सतह से निकलने वाली बल-नली या प्रेरण-नली गोले A पर समाप्त होती है तथा गोले B की बाहरी सतह से निकलने वाली बल-नली या प्रेरण-नली माध्यम में स्थित पार्थिव वस्तुओं पर समाप्त होती है । इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि गोले B की बाहरी एवं भीतरी—दोनों सतहें धन-विद्युत् से आविष्ट हैं । वस्तुतः गोले B पर जो कुछ आवेश दिया जाता है वह उसकी दोनों सतहों पर समरूप ढंग से वितरित हो जाता है । मान लें कि गोले B की भीतरी एवं बाहरी सतहों पर क्रमशः q_1 एवं q_2 आवेश हैं ताकि

$$q_1 + q_2 = Q.$$

गोले B की भीतरी सतह पर आवेश $+q_1$ के कारण गोले A की बाहरी सतह पर

$-q_1$ आवेश प्रेरित (induced) होता है तथा भीतरी सतह पर $+q_1$ आवेश प्रेरित होता है जो मुक्त (free) होने के कारण पृथ्वी में चला जाता है।

इस प्रकार हम पाते हैं कि इस प्रकार की व्यवस्था से वस्तुतः दो संचक बनते हैं—

(i) गोले A एवं गोले B की भीतरी सतह के बीच जिसकी धारिता समीकरण (5) से,

$$=\frac{r_1r_2}{r_2-r_1} \quad \text{.. (a)}$$

तथा (ii) गोले B की बाहरी सतह एवं पृथ्वी के बीच जिसकी धारिता $=r_2$ (गोले B की त्रिज्या) .. (b).

अतः सम्पूर्ण व्यवस्था, या दिये गये संचक की धारिता

$$=(a)+(b).$$

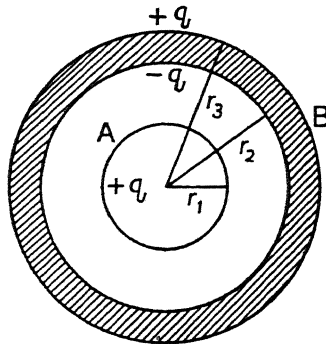
$$=\frac{r_1r_2}{r_2-r_1}+r_2$$

$$=\frac{r_1r_2+r_2^2-r_1r_2}{r_2-r_1}$$

$$=\frac{r_2^2}{r_2-r_1} \quad \text{.. (6).}$$

गोलाकार संचक—जिसमें भीतरी गोला आविष्ट हो तथा बाहरी गोला विसंवाहित हो—की ग्राहिता (Capacity of a spherical condenser in which inner sphere is charged and outer sphere is insulated)—

(चित्र 31)

मान लें कि इस संचक में r_1 त्रिज्या का भीतरी गोला A है जिस पर q आवेश दिया गया है तथा बाहरी गोला B है जो कुछ निश्चित मोटाई का है तथा इसकी भीतरी एवं बाहरी त्रिज्या क्रमशः r_2 एवं r_3 हैं। यह गोला विसंवाहित (insulated) है। A पर का आवेश q_1 गोले B की भीतरी सतह पर $-q$ एवं बाहरी सतह पर $+q$ आवेश प्रेरित करता है।

अब, अपने आवेश के कारण गोले A का विभव $=\frac{q}{r_1}$;

गोले B पर के प्रेरित आवेश के कारण A का विभव

$$=-\frac{q}{r_2}+\frac{q}{r_3}.$$

अतः A का परिणामी विभव $=\frac{q}{r_1}-\frac{q}{r_2}+\frac{q}{r_3}$.

$\therefore$ A की धारिता $=\frac{\text{आवेश}}{\text{विभव}}$

$$=\frac{q}{q\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}\right)}=\frac{1}{\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}\right)} \quad \ldots \quad (7).$$

गोले B का विभव $=\frac{q}{r_3}$.

अतः A एवं B के बीच विभवान्तर

$$=\frac{q}{r_1}-\frac{q}{r_2}+\frac{q}{r_3}-\frac{q}{r_3}$$

$$=\frac{q}{r_1}-\frac{q}{r_2}.$$

अतः संचक की धारिता $=\frac{\text{आवेश}}{\text{विभवान्तर}}$

$$=\frac{q}{q\left(\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}\right)}=\frac{r_1r_2}{r_2-r_1} \quad \ldots \quad (8).$$

समीकरण (5) एवं (8) की तुलना से स्पष्ट है कि इस दशा में संचक की धारिता उतनी ही होती है जितनी धारिता उस संचक की होती जिसका भीतरी गोला आविष्ट एवं बाहरी गोला भूयुत रहता; परन्तु स्पष्टतः दोनों दशाओं में गोले A की धारिता समान नहीं है।

गोलाकार संचक—जिसमें गोलों को तार से जोड़ दिया गया है और आविष्ट

कर दिया गया है —की धारिता (Capacity of a spherical condenser in which the spheres are connected by wire and charged)— इस स्थिति में तन्त्र (system) समानान्तर क्रम में जुड़े दो स्वतंत्र संचक की तरह व्यवहार करता है। चूंकि गोले की ग्राहिता उसकी त्रिज्या के बराबर होती है अत: तन्त्र की धारिता =दोनों गोले की त्रिज्या का योग

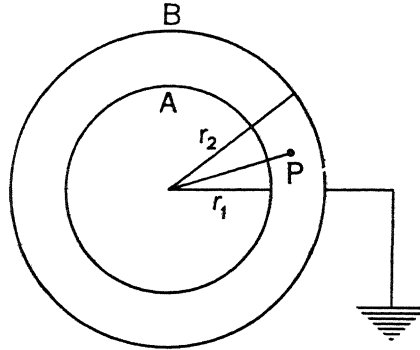
$$=r_1+r_2 \quad .. \quad (9).$$

इस प्रकार हम पाते हैं कि विभिन्न प्रकार से व्यवस्थित गोलाकार संचक की धारिता भिन्न-भिन्न होती है।

3.12. बेलनाकार संचक की धारिता (Capacity of a Cylindrical Condenser)

विभिन्न व्यास के दो समाक्षीय (co-axial) बेलन, जिनमें से भीतरी बेलन आविष्ट रहता है तथा बाहरी बेलन भूधृत रहता है, बेलनाकार संचक बनाते हैं।

मान लें कि A एवं B दो समाक्षीय बेलन के खंड हैं जिनकी त्रिज्याएँ क्रमश: r_1 एवं r_2 हैं तथा कागज के तल के अभिलम्बवत् उनकी लम्बाई l है। इनमें से बेलन A आविष्ट है, जिस पर प्रति इकाई लम्बाई पर q आवेश है तथा बेलन B भूधृत है।

यदि दोनों बेलनों के बीच के माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक K हो तो दोनों बेलनों के बीच, अक्ष से r दूरी पर स्थित, किसी विन्दु P पर विद्युत्-तीव्रता

(चित्र 32)

$$E=\frac{2q}{Kr}. \qquad \text{(देखें धारा 2.2)}$$

अत: बाहरी एवं भीतरी बेलनों के बीच का विभवान्तर

$$=V_a-V_b=\int_{r_2}^{r_1}-\frac{2q}{Kr}dr$$

$$=-\frac{2q}{K}\left[\log_e r\right]_{r_2}^{r_1}$$

$$=\frac{2q}{K}\log_e\frac{r_2}{r_1}$$

अत: संचक की प्रति इकाई लम्बाई की धारिता

$$=\frac{\text{आवेश}}{\text{विभवान्तर}}=\frac{q}{\frac{2q}{K}\log_e\frac{r_2}{r_1}}$$

$$=\frac{K}{2\log_e\frac{r_2}{r_1}}.$$

अत: सम्पूर्ण बेलनाकार संचक की धारिता

$$\left.\begin{aligned}&=\frac{Kl}{2\log_e\frac{r_2}{r_1}}\text{ e. s. u.}\\&=\frac{Kl}{2\times2{\cdot}3026\log_{10}\frac{r_2}{r_1}}\end{aligned}\right\}\quad\ldots\quad(10).$$

समीकरण (10) का उपयोग कर जल के भीतर समुद्री तारों एवं टेलीफोन के तारों की धारिता आसानी से निकाली जा सकती है।

समुद्री तारों (Submarine cables) **की धारिता**— यह और कुछ नहीं वरन् बेलनाकार संचक मात्र है जिसमें धात्विक चालक (metallic conductor) भीतरी बेलन, एवं उसे चारों ओर घेरने वाला जल बाहरी बेलन की भाँति कार्य करता है। अवरोधी माध्यम पारविद्युत् का कार्य करता है। अत: इसकी ग्राहिता निकालने में समीकरण (10) का उपयोग किया जा सकता है।

यदि आन्तरिक चालक की त्रिज्या r_1 तथा लम्बाई l हो और पारविद्युत्-स्थिरांक K के बाह्य अवरोधी पदार्थ की त्रिज्या r_2 हो तो उसकी ग्राहिता C निम्नलिखित रूप से प्रकट की जा सकती है—

$$C=\frac{Kl}{2\log_e\frac{r_2}{r_1}}\text{ e. s. u.}$$

$$=\frac{Kl}{2\times2{\cdot}3026\log_{10}\frac{r_2}{r_1}}\text{ e. s. u.}\quad\ldots\quad(11)$$

$$=\frac{Kl}{2\times 2\ 3026\ \log_{10}\frac{r_2}{r_1}\times 9\times 10^5}$$ माइक्रोफैराड

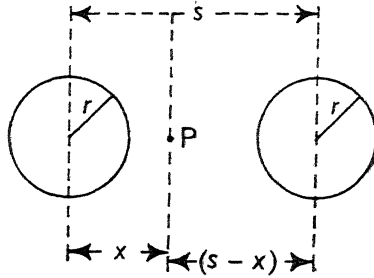
$$=\frac{0{\cdot}0388\ K}{\log_{10}\frac{r_2}{r_1}}$$ माइक्रोफैराड प्रति मील .. (11 a)

($\because$ 1 मील = 160934·4 सें०मी०)।

इस तरह अन्य राशियों के ज्ञात रहने पर समुद्री तारों की धारिता निकाली जा सकती है।

टेलीफोन, तार या विद्युत् के एक जोड़े तारों की ग्राहिता— टेलीफोन या तार के दो तारों के खंड का चित्र, बगल के चित्र 33 में दिखलाया गया है।

(चित्र 33)

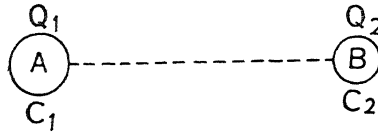
यदि दोनों तारों के बीच की दूरी S तथा प्रत्येक की त्रिज्या r हो तो उनकी धारिता

$$C=\frac{l}{4\log_e\frac{S}{r}}\ \text{e. s. u.} \quad (12)$$

$$=\frac{l}{4\times 2{\cdot}3026\times 9\times 10^5\times\log_{10}\frac{S}{r}}$$ माइक्रोफैराड

$$=\frac{0{\cdot}0194}{\log_{10}\frac{S}{r}}$$ माइक्रोफैराड प्रति मील (12 a).

3.13. दो चालक या संचक के आवेशों के बँटवारे से ऊर्जा की हानि (Loss of energy on sharing of charges of two Conductors or Condensers)

मान लें कि दो चालक या संचक A एवं B हैं जिनकी धारिता क्रमश: C_1 एवं C_2 हैं। मान लें कि A पर Q_1 आवेश एवं B पर Q_2 आवेश दिया गया है जिसके

Q1 Q2 A B C1 C2

(चित्र 34)

फलस्वरूप A का विभव $V_1=\frac{Q_1}{C_1}$

एवं B का विभव $V_2=\frac{Q_2}{C_2}$ होगा।

अब यदि A एवं B को किसी तार द्वारा जोड़ दिया जाय तो विद्युत् की धारा ऊँचे विभव से निम्न विभव की ओर तबतक बहेगी जबतक कि दोनों का विभव समान अर्थात् V न हो जाय।

यदि कुल आवेश Q हो तो

$$Q=Q_1+Q_2=C_1V_1+C_2V_2$$
$$=(C_1+C_2)V.$$

$$\therefore \quad \text{उभयनिष्ठ विभव } V=\frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}.$$

आरम्भ में A की ऊर्जा$=\frac{1}{2}C_1V_1^2$ तथा B की ऊर्जा $=\frac{1}{2}C_2V_2^2$.

दोनों को जोड़ देने पर तंत्र की ऊर्जा$=\frac{1}{2}(C_1+C_2)V^2$.

अत: आवेश के बँटवारे से ऊर्जा की हानि

$$=\frac{1}{2}C_1V_1^2+\frac{1}{2}C_2V_2^2-\frac{1}{2}(C_1+C_2)V^2$$

$$=\frac{1}{2}C_1V_1^2+\frac{1}{2}C_2V_2^2-\frac{1}{2}(C_1+C_2)\left[\frac{C_1V_1+C_2V_2}{C_1+C_2}\right]^2$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{C_1+C_2}[C_1V_1^2(C_1+C_2)+C_2V_2^2(C_1+C_2)-(C_1V_1+C_2V_2)^2]$$

$$=\frac{1}{2}\cdot\frac{C_1C_2(V_1-V_2)^2}{C_1+C_2} \quad \ldots \quad (13)$$

जो सदैव धनात्मक होगी। इससे निष्कर्ष यह निकलता है कि दो चालक या संचकों पर के आवेशों का बँटवारा होने से सदैव ऊर्जा की हानि होती है। यह संयोजक तार की गर्मी या संभवत: स्फुलिंग से उत्पन्न ध्वनि तथा प्रकाश के रूप में प्रकट होती है।

3.14. संचकों का समूहीकरण (Grouping of Condensers)

संचकों का समूहीकरण, आवश्यकतानुसार निम्नलिखित दो तरीकों से किया जाता है—

(अ) **श्रेणीक्रम** (In series)— इसमें पहले संचक की संघनक पट्टिका को

दूसरे संचक की संग्राहक पट्टिका से, फिर दूसरे की संघनक पट्टिका को तीसरे की संग्राहक पट्टिका से, और इसी प्रकार अन्य संचकों को एक क्रम में जोड़ दिया जाता है (चित्र 35)। अन्तिम संचक की संघनक पट्टिका को भूधृत कर दिया जाता है और प्रथम संचक की संग्राहक पट्टिका पर आवेश दिया जाता है।

(चित्र 35)

मान लीजिए प्रथम संचक की संग्राहक पट्टिका A_1 पर $+Q$ आवेश दिया जाता है।

इस $+Q$ आवेश के कारण प्रथम संचक की संघनक पट्टिका, B_1, के भीतरी तल पर $-Q$ आवेश तथा बाहरी तल पर $+Q$ आवेश प्रेरित होता है। परन्तु B_1 के बाहरी तल पर $+Q$ आवेश दूसरे संचक की संग्राहक पट्टिका A_2 पर चला जाता है। इसी प्रकार A_2 पर के $+Q$ आवेश के कारण B_2 के भीतरी तल पर $-Q$ आवेश तथा A_3 पर $+Q$ आवेश हो जाता है। A_3 पर का $+Q$ आवेश B_3 के भीतरी तल पर $-Q$ आवेश और बाहरी तल पर $+Q$ आवेश प्रेरित करता है। लेकिन B_3 के भूधृत होने के कारण इसके बाहरी तल पर का स्वतंत्र $+Q$ आवेश पृथ्वी में चला जाता है। इस प्रकार केवल पहले संचक की संग्राहक पट्टिका पर $+Q$ आवेश देने से ही प्रत्येक संचक की एक पट्टिका पर $+Q$ आवेश तथा दूसरी पट्टिका पर $-Q$ आवेश आ जाता है।

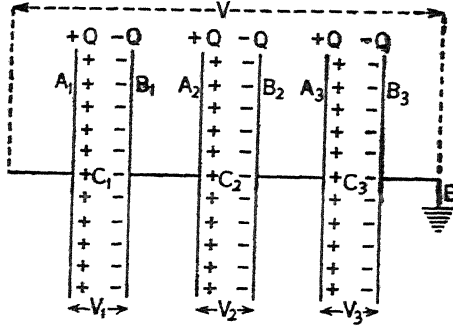
अब मान लीजिए इन संचकों की धारिताएँ क्रमशः C_1, C_2, C_3 एवं इनकी पट्टिकाओं के बीच विभवान्तर क्रमशः V_1, V_2, V_3 हैं। यदि संचकों के इस समूह की समतुल्य धारिता (equivalent capacity) C हो और इसकी प्रथम पट्टिका A_1 और अन्तिम पट्टिका B_3 के बीच विभवान्तर V हो,

तो $$V=V_1+V_2+V_3$$

या $$\frac{Q}{C}=\frac{Q}{C_1}+\frac{Q}{C_2}+\frac{Q}{C_3};$$

इसलिए $$\frac{1}{C}=\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3} \qquad .. \quad (14).$$

अतः **श्रेणीक्रम में संयोजित संचकों की समतुल्य धारिता का उत्क्रम** (reciprocal) **अलग-अलग संचकों की धारिता के उत्क्रम के योग के बराबर होता है।**

समीकरण (14) से यह स्पष्ट है कि समतुल्य धारिता अलग-अलग संचकों की धारिता से हमेशा कम होगी। इसलिए संचकों के इस प्रकार के समूहीकरण का उपयोग

प्राय: तब होता है जब अधिक धारिता वाले कुछ संचकों की मदद से ही. कम ग्राहिता वाला संचक प्राप्त करना होता है ।

(ब) समानान्तर क्रम (In parallel)— इसमें सभी संचकों की संग्राहक पट्टिकाओं को किसी विन्दु M पर एक साथ जोड़ दिया जाता है और सभी संघनक पट्टिकाओं को किसी दूसरे विन्दु N पर एक साथ जोड़ दिया जाता है (चित्र 36)। अब M को विद्युत्-स्रोत से तथा N को पृथ्वी से सम्बन्धित कर दिया जाता है। इस प्रकार से सभी संग्राहक पट्टिकाओं के स्रोत से तथा सभी संघनक पट्टिकाओं के पृथ्वी से सम्बन्धित होने के कारण इनके बीच का विभवान्तर समान होगा। मान लीजिए, यह विभवान्तर V है। अब यदि M विन्दु पर $+Q$ आवेश दिया जाता है तो यह आवेश संचकों पर, उनकी अपनी-अपनी धारिता के अनुपात में वितरित हो जाता है।

मान लीजिए, संचकों की धाहिता क्रमशः C_1, C_2, C_3 हैं तथा उन पर धन आवेश क्रमश: Q_1, Q_2, Q_3 हैं, तो कुल आवेश,

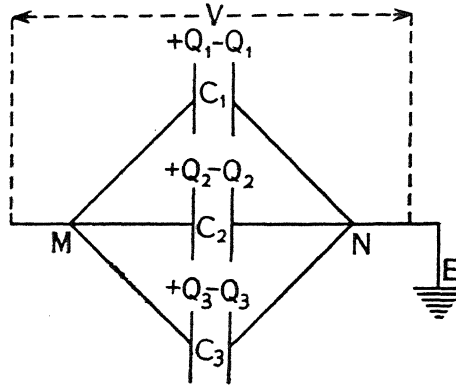
$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3.$$

अब, यदि संचकों के इस समूह की समतुल्य धारिता C हो, तो $Q = VC$, $Q_1 = VC_1$, $Q_2 = VC_2$ और $Q_3 = VC_3$.

अत:

$$VC = VC_1 + VC_2 + VC_3.$$

इसलिए

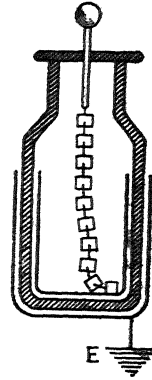
$$C = C_1 + C_2 + C_3 \quad .. \quad (15).$$

(चित्र 36)

इस प्रकार, **समानान्तर क्रम में संयोजित संचकों की समतुल्य धारिता अलग-अलग संचकों की धारिता के योग के बराबर होती है।**

समीकरण (15) से यह स्पष्ट है कि समतुल्य धारिता अलग-अलग संचकों की धारिता से हमेशा अधिक होगी। इसलिए संचकों के इस प्रकार के समूहीकरण का उपयोग प्राय: तब होता है जब कम धारिता वाले कुछ संचकों की मदद से ही अधिक धारिता वाला संचक प्राप्त करना होता है।

3.15. लीडन जार (Leyden Jar)

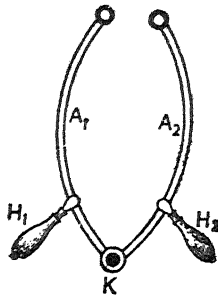
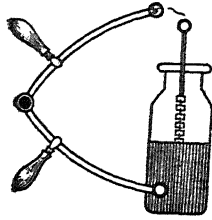
लीडन जार एक सरल किन्तु प्रसिद्ध संचक है। वस्तुत: यह समानान्तर पट्टिकाओं वाला एक बेलनाकार संचक है जिसकी धारिता नियत होती है। पहले सन् 1746 ई० में हॉलैंड के लीडन नामक स्थान में इस प्रकार का संचक बनाया गया था जिससे इस संचक का नाम लीडन जार पड़ गया।

इसमें (चित्र 37) काँच का एक कलश (jar) होता है, जिसकी भीतरी-बाहरी पेंदी पर तथा भीतरी-बाहरी दीवारों पर तीन-चौथाई ऊँचाई तक टीन की पत्तियों के अस्तर चढ़े रहते हैं। इस अस्तर से ऊपर के भाग पर चपड़े (shellac) की वार्निश की हुई रहती है, ताकि इस पर जलवाष्प जमा होकर इसे अंशतः चालक न बना दे। कलश का मुँह रबड़ की एक डाट से बन्द किया जाता है। इस डाट में बने एक छिद्र से होकर पीतल की एक छड़ लगी रहती है जिसके ऊपरी सिरे पर एक घुंडी तथा निचले सिरे पर पीतल की एक जंजीर (chain) लगी रहती है। जंजीर का निचला सिरा भीतरी अस्तर को स्पर्श करता है। इसलिए घुंडी पर आवेश देने से भीतरी अस्तर आविष्ट हो जाता है। बाहरी अस्तर भूधृत रहता है। इस प्रकार भीतरी और बाहरी अस्तर संचक की संग्राहक और संघनक पट्टिकाओं का कार्य करते हैं तथा अस्तरों के बीच कलश का काँच पारविद्युत्-माध्यम का कार्य करता है।

(चित्र 37)

लीडन जार को आविष्ट करना (The charging of a Leyden Jar)— लीडन जार उस प्रकार के आवेश से आविष्ट माना जाता है जिस प्रकार का आवेश इसके भीतरी अस्तर पर रहता है। इसलिए, जब जार को **धनाविष्ट** करना होता है तो घुंडी को किसी विद्युत्-मशीन के प्रधान (धन) चालक से जोड़ दिया जाता है और बाहरी अस्तर भूधृत रहता है। धन आवेश घुंडी से छड़ तथा जंजीर द्वारा भीतरी अस्तर पर चला जाता है। भीतरी अस्तर के धनाविष्ट हो जाने से बाहरी अस्तर के काँच की ओर वाले तल पर ऋण आवेश तथा बाहरी तल पर धन आवेश प्रेरित होता है। बाहरी अस्तर के भूधृत होने से इसके बाहरी तल पर का प्रेरित धन आवेश पृथ्वी में चला जाता है।

जार को **ऋणाविष्ट** करने के लिए इसकी घुंडी (और इसलिए भीतरी अस्तर) को विद्युत्-मशीन के ऋण चालक से जोड़ दिया जाता है तथा बाहरी अस्तर भूधृत रहता है।

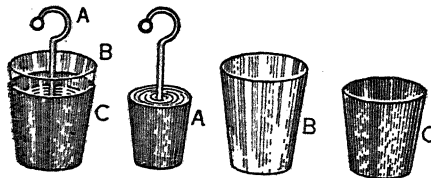
लीडन जार को अनाविष्ट करना (The discharging of a Leyden Jar) —किसी आविष्ट लीडन जार को अनाविष्ट करने के दो तरीके हैं—

(i) **तात्कालिक विसर्जन** (Instantaneous discharge)— इसके लिए एक विशेष प्रकार का उपकरण, जिसे विसर्जक चिमटा (discharging tongs) कहते हैं, काम में लाया जाता है। इस चिमटे में (चित्र 38) पीतल की मुड़ी हुई छड़ों

(चित्र 38)

(चित्र 39)

का एक जोड़ा (A_1, A_2) होता है जिनके सिरों पर एक-एक घुंडी बनी रहती है। दोनों छड़ एक कब्जे (K) पर इस तरह जुड़े रहते हैं कि आसानी से घुंडियों के बीच की दूरी आवश्यकतानुसार बदली जा सके। इसके लिए एक-एक विसंवाहित मुठिया (H_1, H_2) लगी रहती है।

लीडन जार को अनाविष्ट करने के लिए विसर्जक चिमटे की मुठिया को हाथ में पकड़कर इसकी एक घुंडी को जार के बाहरी अस्तर से सटा दिया जाता है और दूसरी घुंडी को धीरे-धीरे जार की घुंडी के समीप लाया जाता है। जब दूसरी घुंडी जार की घुंडी के बहुत समीप आ जाती है तो दोनों के बीच जोरों की कड़कड़ाहट के साथ एक स्फुलिंग (spark) निकलती है (चित्र 39)। जब चिमटे की घुंडी जार की घुंडी से सट जाती है तब स्फुलिंग निकलना बन्द हो जाता है। इस प्रकार दोनों अस्तरों में सम्पर्क स्थापित हो जाने से उन पर के विपरीत आवेश एक-दूसरे को नष्ट कर देते हैं और लीडन जार विसर्जित हो जाता है। इस तरह का विसर्जन तात्कालिक विसर्जन कहलाता है।

(ii) उत्तरोत्तर सम्पर्क द्वारा विसर्जन (Discharge by successive contacts)—किसी आविष्ट लीडन जार को धीरे-धीरे उत्तरोत्तर सम्पर्क द्वारा भी विसर्जित किया जा सकता है। इसके लिए, आविष्ट जार को एक विसंवाहित आधार पर रखकर इसकी घुंडी को तथा बाहरी अस्तर को बारी-बारी से भूधृत किया जाता है। इस तरह प्रत्येक सम्पर्क के समय अस्तरों पर का कुछ आवेश पृथ्वी में चला जाता है और जार धीरे-धीरे विसर्जित हो जाता है।

लीडन जार में आवेश का स्थान (Seat of charge in Leyden Jar)—लीडन जार में आवेश का स्थान निर्धारित करने के लिए एक ऐसा लीडन जार लिया जाता है जिसके अस्तरों को अलग-अलग किया जा सके।

(चित्र 40)

इस प्रकार का एक जार चित्र 40 में दिखाया गया है। इस जार को साधारण विधि से आविष्ट करके एक काँच की पट्टी पर रख दिया जाता है। अब एक विसंवाहित मुठिया द्वारा भीतरी अस्तर A, काँच के जार B, और बाहरी स्तर C को अलग-अलग करके काँच की पट्टी पर रख दिया जाता है। एक अनाविष्ट विद्युत्दर्शक से A

और C की जाँच करने पर विद्युत्दर्शक की पत्तियों में कोई फैलाव नहीं पाया जाता है लेकिन जब काँच के जार B को विद्युत्दर्शक के समीप लाया जाता है तो पत्तियाँ काफी फैल जाती हैं। अब अलग-अलग हिस्सों को फिर अपनी-अपनी जगहों पर लगा दिया जाता है। इसके बाद दोनों अस्तरों A और C को संयोजित करने से विसर्जन होता है।

इससे पता चलता है कि लीडन जार में आवेश पारविद्युत् की सतहों पर रहता है और दोनों अस्तर सिर्फ चालकों का कार्य करते हैं।

अवशिष्ट आवेश (Residual charge)— किसी आविष्ट लीडन जार को एक बार विसर्जित करके यदि कुछ समय तक छोड़ दिया जाय तो फिर दोनों अस्तरों को एक साथ संयोजित करने पर छोटा स्फुलिंग (smaller spark) निकलता है। इसे द्वितीयक विसर्जन (secondary discharge) कहते हैं। कभी-कभी कई द्वितीयक विसर्जन प्राप्त होते हैं यद्यपि इनकी तीव्रता धीरे-धीरे कम होती जाती है। आवेश का स्थान पारविद्युत् पर होने के कारण द्वितीयक विसर्जन होता है क्योंकि यदि आवेश का स्थान दोनों अस्तरों पर होता तो पहले ही विसर्जन में सब आवेश समाप्त हो जाता। पारविद्युत् दो विपरीत आवेशों के पारस्परिक प्रभाव के कारण विकृत (strained) दशा में रहता है। ठोस पारविद्युत् में यह दशा हवा की अपेक्षा अधिक होती है और वह इस दशा को अधिक समय तक कायम (retain) भी रखता है। यही कारण है कि अस्तरों के बीच के काँच को अपनी सामान्य दशा में आने में कुछ समय लगता है। अत: कुछ समय बाद अस्तरों पर थोड़ा और आवेश आ जाता है जिससे द्वितीयक विसर्जन प्राप्त होता है। यह आवेश अवशिष्ट आवेश कहलाता है।

लीडन जार की धारिता (Capacity of a Leyden Jar)— यद्यपि लीडन जार की वक्र सतह पर भीतर और बाहर लगी हुई टीन की पत्तियाँ एक बेलनाकार संचक बनाती हैं, जिसमें पारविद्युत् काँच रहता है, फिर भी उसे समानान्तर पट्टिकाओं वाला संचक माना जा सकता है। मान लीजिए, इन वक्र सतहों की मध्यमान त्रिज्या r है, टीन की पत्तियों की ऊँचाई h है, तथा काँच की मोटाई d है। अब, टीन की एक पत्ती का कुल क्षेत्रफल = जार की पेंदी पर लगी टीन की पत्ती का क्षेत्रफल + दीवाल पर h ऊँचाई तक लगी टीन की पत्ती का क्षेत्रफल

$$=\pi r^2+2\pi rh=\pi(r^2+2rh).$$

अब हम जानते हैं कि समानान्तर पट्टिकाओं वाले संचक की ग्राहिता $=\dfrac{KS}{4\pi d}$ होती है।

अत: यदि काँच की वि० प्रे० धा० (S. I. C.) K हो, तो

$$\text{लीडन जार की धारिता } C=\frac{K\pi(r^2+2rh)}{4\pi d}$$

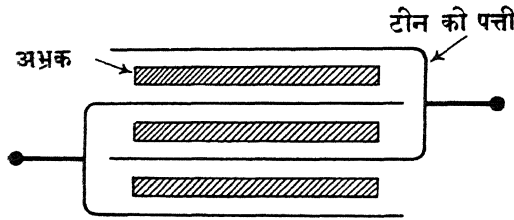
या
$$C=K\left(\frac{r^2}{4d}+\frac{rh}{2d}\right) \qquad \ldots \quad (16).$$

3.16. स्थिर एवं अस्थिर धारिता वाले संचक (Fixed and variable condensers)

ऊपर धारा (3.5) में बताया जा चुका है कि वे संचक जिनकी धारिता स्थिर रहती है, **स्थिर ग्राहिता वाले संचक** (fixed capacity condenser or simply fixed condenser) कहलाते हैं तथा जिन संचकों की धारिता, आवश्यकतानुसार घटायी-बढ़ायी जा सके उन्हें **अस्थिर धारिता वाले** या **चल संचक** या **परिवर्ती संचक** (variable condenser) कहते हैं।

व्यावहारिक कामों में आने वाले संचकों में धातु की दो प्लेटों के बीच किसी पारविद्युत् पदार्थ की पतली परत रख दी जाती है। रेडियो सेट आदि में व्यवहृत होने वाले स्थिर धारिता वाले छोटे संचकों में टीन की दो प्लेटों के बीच अबरख, पाराफीन लगे कागज या काँच की पतली परत रहती है।

व्यवहार में आने वाले कुछ प्रमुख संचक निम्नलिखित हैं—

(a) **अभ्रक-संचक** (Mica condenser)— अभ्रक एक बहुत उच्च कोटि का पारविद्युत् होता है, कारण जब यह किसी संचक के पारविद्युत् के रूप में किसी परिवर्ती धारा-परिपथ (alternating current circuit) में व्यवहृत होता है तो यह बहुत ही कम ऊर्जा की खपत करता है। इसका पारविद्युत्-स्थिरांक करीब 5 होता है तथा सामान्य तापमान परिवर्तन के बावजूद करीब-करीब स्थिर रहता है। अभ्रक-संचक की रचना अभ्रक की पर्याय (alternate) पट्टियों तथा टीन की चादर को लगाकर की जाती है। यह स्थिर धारिता वाला संचक होता है तथा इसका व्यापक उपयोग रेडियो सेट आदि में होता है। ऐसे संचक की धारिता C निम्नलिखित सूत्र से प्राप्त की जाती है—

(चित्र 41)

$$C=\frac{(n-1)KA}{4\pi d\times 9\times 10^5}\,\mu F,$$

जहाँ $n=$ चालक प्लेटों की संख्या, $K=$अभ्रक का पारविद्युत्-स्थिरांक, $A=$प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल एवं $d=$पारविद्युत् की मोटाई।

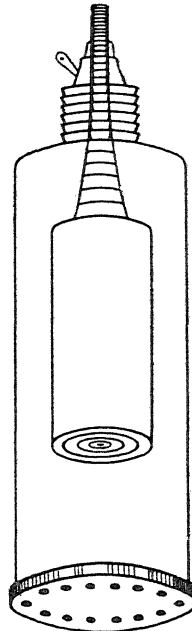
(b) **लीडेन जार** (Leyden Jar)— यह भी स्थिर धारिता का बहुत ही उपयोगी संचक है तथा स्थिर-विद्युत् (electrostatics) के प्रयोगों में प्राय: इसका व्यवहार होता है। इसकी चर्चा धारा (3.15) में की जा चुकी है।

(c) **कागज-संचक** (Paper condenser)— यह भी एक स्थिर धारिता का

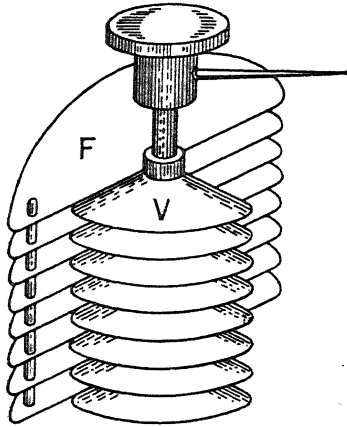
संचक है। चूँकि इस संचक में व्यवहृत पारविद्युत् कागज होता है अतः यह सस्ता होता है; पारविद्युत् कागज होने का दूसरा फायदा यह भी होता है कि इसे लपेटकर गट्ठर-सा बना दिया जाता है, अतः संचक का आकार छोटा बनाया जा सकता है। इस प्रकार के संचक में साधारणतः राँगा या अलुमीनियम की दो पट्टियाँ होती हैं जिनके बीच पैराफीन से भींगा कागज विसंवाहक होता है। यह संचक, अभ्रक-संचक की भाँति बहुपट्टिका-संचक (multi-plate condenser) के रूप में हो सकता है; परन्तु स्थान के बचाव के ख्याल से कागज-संचक टीन की पत्तियों से बनाया जाता है ताकि पत्तियों को मोड़कर बेलनाकार बनाया जा सके। अतः सैद्धान्तिक रूप में कागज-संचक, सामानान्तर पट्टिका-संचक (parallel plate condenser) का रूप-मात्र है। ऐसे संचक का उपयोग रेडियो तथा विद्युत्-वितरण-प्रणाली में फिल्टर-संचक के लिए अधिक होता है।

(d) **सिरेमिक संचक**—साधारणतः उपयोग में लाये जाने वाले सिरेमिक संचक में टिटैनियम आक्साइड की मात्रा अधिक रहती है जिससे फायदा यह होता है कि अत्यधिक पारविद्युत्-स्थिरांक प्राप्त होता है। साथ-ही-साथ सिरेमिक का उपयोग नियंत्रित तापमान-गुणांकों की प्राप्ति के लिए किया जाता है जिससे संचक की धारिता में तापमानजनित परिवर्तन (temperature variation of capacity) में कमी की जा सके। यह स्थिर धारिता का संचक होता है।

(e) **विद्युद्विश्लेषी संचक** (Electrolytic condenser)— इसमें एक अलुमीनियम का बेलनाकार बरतन होता है जिसमें एक दूसरा समाक्षीय बेलनाकार अलुमीनियम का बरतन, बिना आपसी संस्पर्श किये, रखा रहता है तथा दोनों बेलनों के बीच की जगह, कपड़े पर अलुमीनियम बोरेट घोल के लेप (paste) से भरी रहती है।

ऐसे संचक को जब किसी एकदिश-धारा-परिपथ (direct current circuit) में जोड़ा जाता है ताकि दोनों बेलन विद्युत्-द्वार (electrodes) की भाँति काम करें, तो करीब 450 वोल्ट के विभव पर, घोल के विद्युद्विश्लेषण (electrolysis) के फलस्वरूप, संचक के धन द्वार (anode) पर अलुमीनियम-आक्साइड की एक पतली परत जम जाती है। यह पतली-सी परत धन द्वार एवं ऋण द्वार के बीच में पारविद्युत् का काम करती है— ऋण द्वार के रूप में विद्युद्विश्लेष्य (electrolyte) स्वयं भी काम करता है।

(चित्र 42)

ऐसे संचक की धारिता बहुत अधिक होती है, कारण उनके प्लेटों के बीच की दूरी बहुत ही कम होती है। ऐसे संचक के धन एवं ऋण द्वार पर + एवं − चिह्न क्रमशः अंकित रहते हैं या कभी-कभी धन द्वार पर लाल पेंच लगा रहता है। संचक के द्वार को भली-भाँति देखकर ही इसे परिपथ में जोड़ना चाहिए अन्यथा धन-विद्युत्-द्वार ऋण-विद्युत्-द्वार की भाँति कार्य करने लगेगा जिसके परिणामस्वरूप अलुमोनियम-आक्साइड की पारविद्युत्-परत टूट जायगी एवं संचक काम करना बन्द कर देगा। अतः जब तक कोई खास प्रबन्ध न हो, इस प्रकार के संचक का उपयोग प्रत्यावर्ती धारा के परिपथ में नहीं किया जा सकता है। यदि इस प्रकार के संचक का उपयोग 500 वोल्ट से अधिक विभव पर किया जाय तो विसंवाही आक्साइड-परत टूट जाती है तथा संचक काम करना बन्द कर देता है; अतः निर्माणकर्त्ता द्वारा बतायी गयी सीमा (specified range) के भीतर ही इसका उपयोग करना चाहिए। यह एक स्थिर धारिता वाला संचक है।

(f) **वायु-संचक** (Air condenser)— यह एक परिवर्ती धारिता वाला संचक (variable capacity condenser) है। इसमें धातु की समानान्तर पत्तियों के दो समूह (set) होते हैं— इनमें से एक समूह *F*, जो स्थिर रहता है अचल (stator) तथा दूसरा समूह *V*, जो घूमने लायक होता है, घूर्णक (rotor) कहलाता है।

(चित्र 43)

घूमने वाला समूह एक उभयनिष्ठ (common) तकुए (spindle) द्वारा स्थिर समूह के बीच में घुमाया जा सकता है जिससे संचक की धारिता परिवर्तित होती है।

ये संचक विभिन्न आकार के होते हैं तथा उनकी ग्राहिता 1 $\mu\mu F$ से लेकर 500 $\mu\mu F$ तक होती है। इस प्रकार के संचक से, परिवर्ती धारिता (variable capacity) के होने के अतिरिक्त और भी अनेक लाभ हैं, यथा— इसमें ऊर्जा का अल्पतम क्षय होता है, वायु-पारविद्युत् भंगुरता (rupture) की दशा में आत्मपूरक होता है तथा संचक की रचनाएँ पुनरुत्पाद्य (reproducible) होती हैं।

रेडियो एवं प्रेषित्रों (transmitters) की आवृत्ति-संयत्रण (frequency control) के लिए ट्यूनिंग-संचक के रूप में इसका व्यापक उपयोग होता है।

3.17. प्रामाणिक संचक (Standard Condenser)

वैसे संचक, जिनकी धारिता की गणना उनके ज्यामितीय विस्तार (geometrical dimensions) से की जा सके, प्रामाणिक संचक कहलाते हैं। प्रयोग में प्राय: तीन प्रकार के प्रामाणिक संचक काम में लाये जाते हैं। ये निम्नलिखित हैं—

(a) रक्षक वलय संचक (guard-ring condenser),

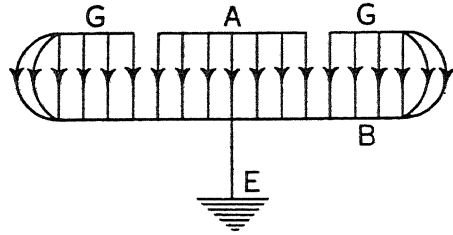
(b) खिसकने वाला बेलनाकार संचक (cylindrical sliding condenser),

एवं (c) गोलाकार संचक (spherical condenser)।

(a) रक्षक वलय संचक (Guard-ring condenser)— यह सबसे पुराना परन्तु संतोषजनक प्रामाणिक संचक है। समानान्तर प्लेट संचक की धारिता का व्यंजक

$$C=\frac{KA}{4\pi d}$$

निकालते समय हमलोगों ने यह मान लिया था कि संचक की दोनों प्लेटों के बीच का विद्युत्-क्षेत्र समरूप होता है; परन्तु यहाँ ऐसी बात नहीं होती है और प्लटों के बीच कोरों के समीप का विद्युत् क्षेत्र समरूप नहीं रहता है तथा क्षेत्र की बल-रेखाएँ विकृत हो जाती हैं, जिसे कोर-प्रभाव (fringe effect) कहते हैं। दोनों प्लेटों के बीच विद्युत्-क्षेत्र के समरूप नहीं होने की वजह से उसकी ग्राहिता का व्यंजक भी सही नहीं होता है।

लार्ड केल्विन ने वृत्ताकार अवरोधी प्लेट A को एक दूसरे वृत्ताकार वलय GG से घेरकर यह दोष दूर किया। इस दूसरे वृत्ताकार वलय GG को रक्षक-वलय (guard-ring) कहते हैं।

(चित्र 44)

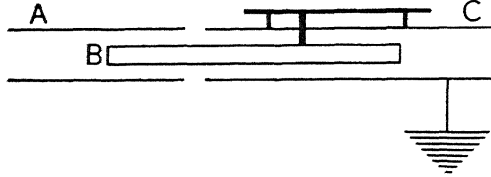
निचली भूघृत प्लेट B की त्रिज्या रक्षक-वलय की बाहरी त्रिज्या के बराबर बनायी जाती है। जब प्लेट A एवं रक्षक-वलय G को एक ही विभव पर रखा जाता है तो संचक की दोनों प्लेटों A एवं B के बीच का क्षेत्र समरूप (uniform) पाया जाता है तथा क्षेत्र की विरूपता (non-uniformity) रक्षक-वलय के कोर पर पायी जाती है। प्लेट A एवं रक्षक-वलय के बीच में जो थोड़ी-सी हवा वाली खाली जगह (air gap) है, वहाँ उत्पन्न होने वाली थोड़ी-बहुत विकृति (distortion) को, खाली जगह को कम करके, नगण्य बनाया जा सकता है।

यदि प्लेट A एवं वायु-युक्त खाली जगह का औसत क्षेत्रफल A हो तो

$$\text{संचक की धारिता } C = \frac{KA}{4\pi d},$$

जहाँ K=माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक तथा d=प्लेट A एवं B के बीच की दूरी।

इस प्रकार हम पाते हैं कि इस प्रकार के संचक की धारिता की गणना उसके ज्यामितीय विस्तार से की जाती है, अत: यह एक प्रामाणिक संचक है। इसका उपयोग बड़े ही संतोषपूर्ण ढंग से होता है।

(b) खिसकने वाला बेलनाकार संचक— यह परिवर्ती धारिता का वायु-संचक होता है जिसमें एक ही व्यास के दो बेलन A एवं C होते हैं जो एक-दूसरे के समाक्षीय इस प्रकार रखे जाते हैं कि उनके बीच थोड़ी-सी जगह बच जाती है। इनमें से एक बेलन C भूधृत रहता है तथा इसके भीतर एक तीसरा समाक्षीय बेलन B रहता है जिसे, बेलन C में लगे माइक्रोमीटर-पेंच द्वारा, बेलन A के भीतर चलाया जा सकता है तथा बेलन A के भीतर B की लम्बाई नापी जा सकती है।

(चित्र 45)

A की धारिता को, बाह्य वस्तु के प्रभाव से बचाने के लिए, साधारणतया इसे एक दूसरे भूधृत बेलन से घेर दिया जाता है।

पहले B एवं C भूधृत कर दिये जाते हैं, फिर A पर कुछ आवेश दिया जाता है। जब A के अन्दर B को l दूरी तक घुसाया जाता है तो A की ग्राहिता में परिवर्तन

$$dc = \frac{Kl}{2 \log_e \frac{a}{b}},$$

जहाँ a=B की त्रिज्या एवं b=A की त्रिज्या।

अत: यदि माइक्रोमीटर की किसी खास स्थिति (setting) के लिए संचक की धारिता ज्ञात हो तो माइक्रोमीटर की दूसरी स्थिति के लिए संचक की धारिता में परिवर्तन ऊपर के सूत्र से निकाला जा सकता है और तत्पश्चात् इसे प्रामाणिक संचक के रूप में व्यवहृत किया जा सकता है।

(c) गोलाकार संचक (Spherical condenser)— चूँकि गोलाकार संचक की धारिता $C = \frac{Kab}{b-a}$, पूर्णत: गोले के विस्तार को नापकर निकाली जा सकती है,

अत: यह प्रामाणिक संचक के रूप में व्यवहृत हो सकता है। इस प्रकार के संचक में किसी प्रकार का कोर-प्रभाव नहीं होता है, परन्तु गोले के संकेन्द्रीय नहीं होने से, इसमें काफी दिक्कत होती है। इसके साथ-साथ आन्तरिक गोले के आधार के लिए एवं बाहरी गोले में छेद के लिए आवश्यक संशोधन की जरूरत होती है। इन्हीं सब कारणों से प्रामाणिक संचक के रूप में गोलाकार संचक की अपेक्षा बेलनाकार संचक को प्रमुखता दी जाती है।

साधित उदाहरण

1. यदि पृथ्वी को 6300 किलोमीटर त्रिज्या का एक गोला मान लिया जाय तो इसकी धारिता μF में निकालें। (Magadh Uni. 1965 A)

(Calculate the capacity of the earth in μF assuming the earth to be a sphere of radius 6300 kilometres.)

चूँकि गोले की ग्राहिता उसकी त्रिज्या के बराबर होती है, अत: पृथ्वी की ग्राहिता

$$C = 6300 \times 10^5 \text{ e. s. u.}$$

$$= \frac{6300 \times 10^5}{9 \times 10^5} \mu F$$

$$= 700 \ \mu F.$$

2. समानान्तर प्लेट संचक पर स्थित आवेश की गणना करें, यदि उसकी प्रत्येक प्लेट का क्षेत्रफल 400 वर्ग सेंटीमीटर हो, प्लेटों के बीच की दूरी 1 मि०मी० हो तथा उनके बीच विभवान्तर 200 वोल्ट हो। (R. U. 1965 A; P. U. 1961 S)

(Calculate the charge on a condenser consisting of two parallel plates 400 sq. cm. in area and 1 mm. apart in air, the plates being at a pot. diff. of 200 volts.)

समानान्तर प्लेट संचक की धारिता $C = \frac{KA}{4\pi d}$.

यहाँ $A = 400$ वर्ग सें०मी०, $K = 1$, $d = 0{\cdot}1$ सें०मी०।

$$\therefore \quad C = \frac{1 \times 400}{4 \times 3{\cdot}14 \times 0{\cdot}1} = \frac{1000}{3{\cdot}14} \text{ e. s. u.}$$

अत: संचक पर आवेश $Q = C.\,V = \frac{1000}{3{\cdot}14} \times \frac{200}{300}$ e. s. u.

$= 212{\cdot}12$ e. s. u. (चूँकि 200 volt $= \frac{200}{300}$ e. s. u.)।

3. एक ऐसे बेलनाकार संचक की प्रति इकाई लम्बाई की धारिता निकालें जिसके दो चालकों के अर्द्धव्यास 2·5 सें०मी० और 4·5 सें०मी० हैं तथा पारविद्युत् दो स्तरों

का है जिनके संयोग के बेलन का अर्द्धव्यास 3·5 सें०मी० है और भीतरी स्तर का पारविद्युत्-स्थिरांक 4 तथा बाहरी का 6 है।

(R. U. 1963; Rajputana Univ. 1950, '58 S; Punjab Univ. 1958)

(Find the capacity of unit length of a cylindrical condenser of which the conductors have radii 2·5 cm. and 4·5 cm. respectively and the dielectric consists of two layers whose cylinder of contact is 3·5 cm. in radius, the inner layer having a dielectric constant 4 and the outer layer a dielectric constant 6.)

∵ विद्युत्-तीव्रता $=\frac{2q}{Kr}$,

∴ दोनों बेलनों के बीच का विभवान्तर

$$V_a-V_b=\int_b^a -\frac{2q}{Kr}$$

$$=\int_{2\cdot5}^{3\cdot5} \frac{2q}{K_1 r}\,dr+\int_{3\cdot5}^{4\cdot5} \frac{2q}{K_2 r}\,dr$$

$$=\frac{2q}{4}.\log_e \frac{3\cdot5}{2\cdot5}+\frac{2q}{6}\log_e \frac{4\cdot5}{3\cdot5}$$

$$=q\left[\frac{1}{2}\log_e \frac{7}{5}+\frac{1}{3}\log_e \frac{9}{7}\right].$$

अतः बेलनाकार संचक की प्रति इकाई लम्बाई की धारिता

$$C=\frac{q}{V_a-V_b}=\frac{1}{\frac{1}{2}\log_e\frac{7}{5}+\frac{1}{3}\log_e\frac{9}{7}} \text{ e. s. u.}$$

$$=\frac{1}{2\cdot3026\left[\frac{1}{2}\log_{10}\frac{7}{5}+\frac{1}{3}\log_{10}\frac{9}{7}\right]} \text{ e. s. u.}$$

$$=3\cdot967 \text{ e. s. u.}$$

4. किसी चालक A को 300 e.s.u. विभव तक आविष्ट कर इसे किसी 30 सें०मी० गोलीय चालक के साथ आवेश बाँटने दिया जाता है। इसके बाद चालक का विभव 100 e. s. u. पाया जाता है तो A की धारिता ज्ञात करें तथा आवेश के बँटवारे के पहले एवं बाद चालक की ऊर्जा की गणना करें। (P. U. 1956 A)

(A conductor A charged to a potential of 300 e. s. u. is made to share its charge with a spherical conductor of 30 cm. radius. The potential of the conductor is then found to be 100 e. s. u. Find the

capacity of A and the energy of its charge before and after sharing its charge.)

मान लें कि A की धारिता C है; अतः उस पर दिया गया आवेश $Q = C \times 300$ e.s.u. आवेश के बँटवारे से आवेश का परिमाण अपरिवर्तित रहता है। अतः

$$Q = C \times 300 = C \times 100 + 30 \times 100.$$

(चूँकि गोलीय चालक की धारिता उसकी त्रिज्या के बराबर होती है)।

$$\therefore \quad 200\ C = 3000.$$

$$\therefore \quad C = 15 \text{ e. s. u.}$$

आवेश के बँटवारे के पहले A की ऊर्जा $= \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2} \times 15 \times 300 \times 300$
$= 675000$ अर्ग;

तथा आवेश के बँटवारे के बाद A की ऊर्जा $= \frac{1}{2} \times 15 \times 100 \times 100 = 75000$ अर्ग।

5. 0·1, 0·2 एवं 0·3 μF के तीन संचक को आप किस प्रकार जोड़िएगा कि उनका समूह किसी दिये हुए विभव पर के विद्युत्-स्रोत से (a) महत्तम ऊर्जा, (b) न्यूनतम ऊर्जा ले सके। यदि स्रोत का विभवान्तर 2000 वोल्ट हो तो प्रत्येक स्थिति में ली गयी ऊर्जा का मान (जूल में) निकालें। (B. U. 1958 A)

[How are three condensers of capacity 0·1, 0·2 and 0·3 μF to be connected up as to store (a) maximum energy, (b) minimum energy from a source of given potential difference ? If the potential difference is 2000 volts, express in joules, the energy in each case.]

चूँकि संचक की ऊर्जा $= \frac{1}{2}CV^2$, अतः यदि संचक इस प्रकार जोड़े जायँ कि (a) उनकी समतुल्य धारिता महत्तम हो तो स्रोत से ली गयी ऊर्जा का मान महत्तम होगा, (b) उनकी समतुल्य धारिता न्यूनतम हो तो स्रोत से ली गयी ऊर्जा न्यूनतम होगी।

यदि तीनों संचकों को समानान्तर क्रम में जोड़ दिया जाय तो उनकी समतुल्य धारिता $C = C_1 + C_2 + C_3 = 0{\cdot}1 + 0{\cdot}2 + 0{\cdot}3 = 0{\cdot}6\ \mu F$ महत्तम होगी एवं इस स्थिति में स्रोत से ली गयी ऊर्जा का मान महत्तम होगा। इस स्थिति में 2000 वोल्ट विभवान्तर वाले स्रोत से ली गयी ऊर्जा

$$E = \tfrac{1}{2}CV^2$$
$$= \tfrac{1}{2} \times (0{\cdot}6 \times 10^{-6} \times 10^{-9})(2000 \times 10^8)^2 \text{ अर्ग}$$
$$= \tfrac{1}{2} \times 0{\cdot}6 \times 10^{-15} \times 4 \times 10^6 \times 10^{16} \text{ अर्ग}$$
$$= 1{\cdot}2 \times 10^7 \text{ अर्ग}$$
$$= 1{\cdot}2 \text{ जूल}।$$

यदि तीनों संचकों को श्रेणीक्रम में जोड़ दिया जाय तो उनकी समतुल्य धारिता

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{0{\cdot}1} + \frac{1}{0{\cdot}2} + \frac{1}{0{\cdot}3}$$

न्यूनतम होगी एवं इस स्थिति में स्रोत से ली गयी ऊर्जा का मान न्यूनतम होगा। उनकी

समतुल्य धारिता C का मान निम्नलिखित है—

$$\frac{1}{C}=10+5+\frac{10}{3}=\frac{30+15+10}{3}=\frac{55}{3}=18\cdot3.$$

$$\therefore \quad C=\frac{1}{18\cdot3}\mu F=\frac{1}{18\cdot3}\times10^{-6} \text{ फैराड}$$

$$=\frac{1}{18\cdot3}\times10^{-6}\times10^{-9} \text{ e.m.u.}$$

अत: 2000 वोल्ट विभवान्तर वाले स्रोत से ली गयी ऊर्जा

$$E'=\frac{1}{2}\times\frac{1}{18\cdot3}\times10^{-15}\times(2000\times10^{8})^2 \text{ अर्ग ।}$$

$$=0\cdot1089 \text{ जूल ।}$$

6. 20 सें०मी० व्यास के गोले की धारिता निकालें यदि उसके भीतर 10 सें०मी० व्यास का संकेन्द्रीय भूधृत गोला हो तथा गोलों के बीच का माध्यम हवा हो ।

(B. U. 1963 S)

(Calculate the capacity of a sphere of 20 cm. diameter, inside which there is earthed concentric sphere of 10 cm. diameter, the medium between the spheres being air.)

ऐसे गोलीय संचक की धारिता

$$C=\frac{r_2^2}{r_2-r_1}$$

$$=\frac{(\frac{20}{2})^2}{(\frac{20}{2}-\frac{10}{2})}=\frac{100}{5}=20 \text{ इकाई ।}$$

7. किसी समानान्तर पट्टिका संचक में दो पट्टिकाएँ हैं; इनमें से प्रत्येक का क्षेत्रफल 100 वर्ग सें०मी० है तथा इनके बीच की दूरी 1 सें०मी० है। इनके बीच में 1 सें०मी० मोटी एवं 5 सें०मी० भुजा की वर्गाकार काँच (S.I.C.=10) की पट्टी रख दी जाती है। संचक की धारिता ज्ञात करें । (P. U. 1942)

(A parallel plate condenser consists of two parallel plates, 1 cm. apart, each of area 100 sq. cm. A square glass (S.I.C.=10) block, 1 cm. thick, and of 5 cm. side, is interposed between them. Calculate the capacity of the condenser.)

यहाँ पारविद्युत् काँच है जिसका पा० स्थि० 10 है तथा क्षेत्रफल $5\times5=25$ वर्ग सें०मी० है। अत: इस भाग की धारिता

$$C_1=\frac{KA}{4\pi d}=\frac{10\times25}{4\pi\times1}=\frac{250}{4\pi} \text{ सी०जी०एस० इकाई ।}$$

संचक के शेष $(100-25)=75$ वर्ग सें०मी० में पारविद्युत् वायु है;

अतः इस भाग की धारिता

$$C_2 = \frac{1 \times 75}{4\pi \times 1} = \frac{75}{4\pi}.$$

अतः संचक की धारिता $C = C_1 + C_2$

$$= \frac{250}{4\pi} + \frac{75}{4\pi} = \frac{325}{4\pi}$$

$= 25 \cdot 86$ सी०जी०एस० इकाई।

8. 3 **मि०मी० मोटाई के गट्टा-पर्चा** (gutta-percha—S.I.C. = 4·26) **से अवरोधित** 3 **मि०मी० व्यास के पनडुब्बी का तार पानी में रखा हुआ है। इसकी एक किलोमीटर लम्बाई की धारिता निकालें।** (P. U. 1957 A)

(A submarine cable consisting of a wire 3 mm. in diameter and insulated with 3 mm. of gutta-percha (S.I.C. = 4·26) is placed in water. Calculate the capacity of 1 kilometre length of the cable in μF.)

चूँकि पनडुब्बी का तार एक बेलनाकार संचक होता है, अतः उसकी धारिता

$$C = \frac{Kl}{2 \log_e \frac{r_2}{r_1}} = \frac{Kl}{2 \times 2 \cdot 3026 \log_{10} \frac{r_2}{r_1}} \text{ e.s.u.}$$

यहाँ $K = 4 \cdot 26$,

$l = 1$ किलोमीटर $= 1000 \times 10^2$ सें०मी०,

$r_1 = \frac{0 \cdot 3}{2}$ सें०मी०,

$r_2 = \left(\frac{0 \cdot 3}{2} + 0 \cdot 3\right)$ सें०मी०।

∴ एक किलोमीटर पनडुब्बी तार की धारिता

$$C = \frac{4 \cdot 26 \times 1000 \times 100}{2 \times 2 \cdot 3026 \times \log_{10} \frac{\frac{0 \cdot 3}{2} \times 0 \cdot 3}{\frac{0 \cdot 3}{2}}} \text{ e.s.u.}$$

$$= \frac{4 \cdot 26 \times 1000 \times 100}{2 \times 2 \cdot 3026 \times \log 3 \times 9 \times 10^5} \mu F$$

$= 0 \cdot 2153 \ \mu F.$

9. एक संचक, जिसमें 400 **वर्ग सें०मी० क्षेत्रफल की दो समानान्तर पट्टिकाएँ हैं तथा जिनके बीच की दूरी (हवा में)** 1 **मि०मी० है, उस पर के आवेश की गणना करें यदि पट्टिकाओं के बीच का विभवान्तर** 200 **वोल्ट है।**

(R. U. 1965 A; P. U. 1961 S)

(Calculate the charge on a condenser consisting of two parallel plates, 400 sq. cm. in area and 1 mm. apart in air, the plates being at a p. d. of 200 volts.)

समानान्तर पट्टिका संचक की धारिता

$$C=\frac{KA}{4\pi d}=\frac{1\times 400}{4\pi\times 0{\cdot}1}=\frac{1000}{\pi}=\frac{1000\times 7}{22}\text{ e.s.u.}$$

पट्टिकाओं के बीच विभवान्तर $=200$ वोल्ट $=\frac{200}{300}=\frac{2}{3}$ e.s.u.

अतः संचक पर आवेश $=Q=CV$

$$=\frac{1000\times 7}{22}\times\frac{2}{3}=212{\cdot}12\text{ e.s.u.}$$

प्रश्नावली २

(अ)

1. किसी चालक की धारिता से आप क्या समझते हैं ? यह किन-किन तत्त्वों पर निर्भर करती है ? (Patna U. 1961)

[What do you understand by the capacity of a conductor ? On what factors does it depend ?]

2. संचक क्या है ? समानान्तर पट्टिका संचक की धारिता निकालें यदि दोनों पट्टिकाओं के बीच यौगिक पारविद्युत् हो। क्या प्राप्त सूत्र सही है ? यदि नहीं, तो कारण बताएँ।

(M. U. 1963; R. U. 1965; Bhag. U. 1963; P. U. '61; B. U. '59 S, '57, '56)

[What is a condenser ? Find the capacity of a parallel plate condenser when the space between the two plates is filled with compound dielectrics. Is your formula exact ? If not, give reasons.]

3. गोलाकार संचक की धारिता निकालें जब कि—

(a) भीतरी गोला आविष्ट एवं बाहरी गोला भूधृत हो,

(b) बाहरी गोला आविष्ट एवं भीतरी भूधृत हो,

(c) भीतरी गोला भूधृत एवं बाहरी विसंवाहित हो।

(Mag. U. 1964 S; P. U. 1964 S, '54 S)

[Find the capacity of a spherical condenser when (a) the inner sphere is charged and outer sphere is earthed, (b) outer sphere is charged and the inner is earthed, (c) inner sphere is earthed and outer is insulated.]

4. स्थिर-विद्युत् विभव एवं धारिता की परिभाषा दें। किसी बेलनाकार संचक की धारिता ज्ञात करें जिसमें दोनों गोलों की त्रिज्या क्रमशः a एवं b हैं तथा उनके बीच के माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक K है। (R. U. 1963 S; P. U. 1964 S)

[Define electrostatic potential and capacity. Calculate the capacity

of a condenser consisting of two spheres of radii a and b separated by a dielectric of S. I. C. K.]

5. यदि दो आविष्ट चालक, जो विभिन्न विभव पर हैं, उन्हें जब एक चालक तार से जोड़ दिया जाय तो दिखलाएँ कि सदैव ऊर्जा की हानि होती है। उस ऊर्जा का क्या होता है ? (Bhag. U. 1963; P. U. 1954; B. U. 1955, '54 S)

[When two charged conductors at different potentials are connected by a wire, show that there is always a loss of energy. What happens to this energy ?]

6. यदि C_1, C_2, C_3 धारिता के तीन संचक (a) श्रेणीक्रम में, (b) समानान्तर क्रम में जोड़े जायँ तो उनकी समतुल्य धारिता निकालें।

दिखलाएँ कि श्रेणीक्रम में जोड़ने पर समतुल्य धारिता, प्रत्येक संचक की धारिता से कम होती है। (P. U. 1963)

[Find the equivalent capacity when three condensers of capacity C_1, C_2 and C_3 are connected in (a) series, (b) parallel. Show that if three condensers are connected in series, the equivalent capacity is less than the capacity of each condenser.]

7. किसी बेलनाकार संचक की प्रति इकाई लम्बाई की धारिता निकालें यदि (a) दोनों बेलनों के बीच का माध्यम हवा हो, (b) दोनों बेलनों के बीच कोई दूसरा पारविद्युत् हो। (P. U. 1961, '57, '56 S; B. U. 1961, '58)

[Find the capacity per unit length of a cylindrical condenser if (a) the space between the two cylinders be air (b) the space between the two cylinders contains dielectric other than air.]

8. नोट लिखें—

(a) स्थिर धारिता एवं परिवर्ती धारिता वाला संचक, (b) प्रामाणिक संचक।

[Write notes on—

(a) Fixed and variable condensers.

(b) Standard condensers.]

(ब)

1. अनन्त विस्तार की दो समानान्तर पट्टिकाओं से बने संचक के प्रति वर्ग सें०मी० क्षेत्रफल की धारिता निकालें जबकि उनके बीच 8 मि०मी० की मोटाई में हवा है, तथा 4 मि०मी० की मोटाई में ऐसा पदार्थ है जिसका पारविद्युत्-स्थिरांक 5 है। (Sagaur U. 1951 S)

[Find the capacity per sq. cm. of a condenser formed of two parallel plates of infinite extent, when the intervening gap consists of 8 mm. of air and 4 mm. of a substance of dielectric of constant 5.]

(उत्तर : 0·0904 e. s. u.)

2. $1 \mu F$ धारिता के चार संचकों को किस प्रकार आप जोड़ेंगे कि समतुल्य धारिता $0{\cdot}75\ \mu F$ हो ? (B. U. 1955 S)

[How would you combine four condensers, each having a capacity of 1 μF so as to produce a capacity of 0·75 μF.]

(उत्तर : तीन संचक समानान्तरक्रम में और चौथा श्रेणीक्रम में)

3. 5 एवं 10 सें०मी० त्रिज्या के दो गोलों पर 50 इकाई का विद्युत्-आवेश दिया गया है। दोनों को किसी चालक तार से जोड़ दिया जाता है ताकि उनमें आवेशों का बँटवारा हो सके—इसके फलस्वरूप जो ऊर्जा की हानि हुई है उसकी गणना करें। (B. U. 1959)

[Two spheres of radii 5 cm. and 10 cm. respectively have equal charges of 50 units. They are then joined by a thin rod so that their charges are shared. Calculate the loss of energy on sharing of charges.]

(उत्तर : 41$\frac{2}{3}$ अर्ग

4. 15 e. s. u. धारिता के चालक A को 40 e. s. u. विभव तक आविष्ट कर इसे किसी अनाविष्ट चालक B से जोड़ दिया जाता है। जोड़ने के बाद उभयनिष्ठ विभव 30 e. s. u. पाया जाता है तो B की धारिता ज्ञात करें। जोड़ने से ऊर्जा-हानि की भी गणना करें। इस ऊर्जा का क्या होता है? (B. U. 1960 S)

[A conductor of capacity of 15 e. s. u. is charged to a potential of 40 e. s. u. and is then connected to an uncharged conductor B. The common potential after connection is found to be 30 e. s. u. Calculate the capacity of B and also the loss of energy on connection. What happens to this energy?]

(उत्तर : 5 e. s. u.; 4800 ergs.)

5. 70 सें०मी० लम्बे दो समाक्षीय बेलन, जिनकी त्रिज्या क्रमशः 2·0 एवं 2·5 सें०मी० हैं, से एक संचक बना है। दोनों बेलनों के बीच के माध्यम का पा० स्थि० 3 है तो उसकी धारिता μF में निकालें यदि बाहरी बेलन भूधृत हो। (P. U. 1955 S)

[A condenser consists of two equally long co-axial cylinders of radii 2·0 and 2·5 cm. respectively separated by a medium of dielectric constant 3, the length of the tubes being 70 cm. Calculate the capacity of the condenser in μF if the outer cylinder completely surrounds the inner and is earthed.]

(उत्तर : 7·283 e.s.u.)

6. एक समुद्री तार, ताँबे का बना है तथा इसका व्यास 5 मि०मी० है तथा इसके ऊपर 2 सें०मी० व्यास का शीशे का खोल है। पारविद्युत् गट्टा-पर्चा है ($K=4$) तो एक मीटर लम्बे तार की धारिता निकालें। (P. U. 1959 S)

[A cable consists of a copper wire of 5 mm. diameter and lead sheath whose inner diameter is 2 cm. The dielectric is gutta-percha ($K=4$). What is the capacity of one metre length of such a cable?]

(उत्तर : 16·04 μF

7. एक समानान्तर पट्टिका संचक को, जिसका क्षेत्रफल 1 वर्गमीटर है तथा जिनकी पट्टियों के बीच के माध्यम का पा० स्थि० 7 है, 300 वोल्ट के विभव तक आविष्ट कर दिया गया है। यदि पट्टिकाओं के बीच की दूरी 0·01 सें०मी० हो तो संचक में संचित ऊर्जा निकालें। (Bhag. U. 1962 S)

[A parallel plate condenser of area 1 sq. metre and dielectric constant 7 is charged to a potential of 300 volts. If the distance between

the plates be 0·01 cm., find the energy stored in the condenser.]

(उत्तर : 28×10^8 अर्ग)

8. दो चालक A एवं B की धारिता 2 : 3 के अनुपात में है। A आवेश ग्रहण करता है तथा B के साथ बाँटता है। A एवं B की कुल ऊर्जा एवं A की प्रारम्भिक ऊर्जा की तुलना करें। (B. U. 1963 A)

[A and B are two conductors whose capacities are in the ratio of 2 : 3. A receives a charge and shares it with B. Compare the total energy of A and B with that originally possessed by A.] (उत्तर : $\frac{2}{5}$)

४ विद्युन्मापी एवं विशिष्ट प्रेरकीय धारिता का मापन

[ELECTROMETERS & DETERMINATION OF SPECIFIC INDUCTIVE CAPACITY]

4.1. विद्युन्मापी (Electrometers)

विद्युन्मापी विभवान्तर मापने का यंत्र है। विभवान्तर-मापन का कार्य विद्युत्-चुम्बक वोल्टमापी से भी होता है; परन्तु इसकी कार्य-प्रणाली विद्युत्-धारा पर निर्भर करती है जिससे हम स्थिर-विद्युत् (electrostatics) में पूर्ण बचाव रखते हैं, अतः स्थिर-विद्युत् में विभवान्तर-मापन के कार्य के लिए विद्युत्-चुम्बक वोल्टमापी का व्यवहार सर्वथा अनुपयुक्त होता है। यद्यपि दोषपूर्ण विसंवाहन (faulty insulation) की व्यावहारिक कठिनाई की वजह से उसमें भी क्षीण धारा प्रवाहित होती है, जिससे आवेश का क्षरण होता है तथापि इस क्षरण के न्यूनीकरण के लिए और भी प्रयत्न किया जाना आवश्यक है।

यद्यपि विद्युन्मापी का मुख्य उद्देश्य विभवान्तर-मापन है फिर भी विद्युत्-आवेश एवं क्षीण धारा (feeble currents) मापने में भी इसका व्यवहार होता है।

ऐसे किसी भी यंत्र में चलायमान भाग (moving part) का विक्षेप θ आरोपित विभवान्तर V के समानुपाती होता है अर्थात् $\theta = \epsilon V$ जहाँ ϵ यंत्र के लिए एक स्थिरांक होता है; अतः प्रति प्रकाई विभवान्तर के लिए चलायमान भाग का विक्षेप यंत्र की **विभव-सुग्राहिता** (potential sensitivity) कहलाता है। यदि यंत्र की धारिता C हो तथा इस पर Q आवेश दिया गया हो तो

$$\theta = \epsilon V = \epsilon \frac{Q}{C} = \epsilon' Q \text{ (जहाँ } \epsilon' \text{ दूसरा स्थिरांक है)।}$$

यदि $Q=1$ तो ϵ' यंत्र के **आवेश या परिमाण-सुग्राहिता** (charge or quantity sensitivity) का मान देता है।

यदि यंत्र पर दिये गये आवेश का परिमाण समय के साथ बदलता हो तो धारा उत्पन्न होगी जिसका मान

$$i = \frac{dQ}{dt} = \frac{d}{dt}(CV) = C\frac{dV}{dt} = \frac{C}{\epsilon}\,\frac{d\theta}{dt}.$$

$$\therefore \quad \frac{\epsilon}{C} i = \frac{d\theta}{dt} \text{ (विक्षेप-परिवर्तन की दर)}$$

या
$$\epsilon'_1 \, i = \frac{d\theta}{d},$$

जहाँ ϵ'_1 एक अन्य स्थिरांक है जिसे यन्त्र की **धारा-सुग्राहिता** (current sensitivity) कहते हैं जो स्पष्टत: आवेश-सुग्राहिता के बराबर होती है।

अब हम विभिन्न प्रकार के विद्युन्मापी का वर्णन करेंगे।

4.2. विद्युन्मापी के प्रकार (Types of Electrometers)

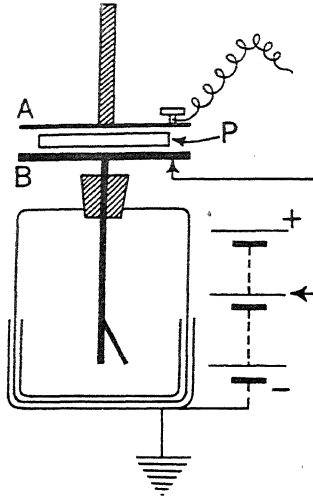
व्यवहृत विभिन्न प्रकार के विद्युन्मापी निम्नलिखित हैं—

1. (a) **स्वर्णपत्र-विद्युत्दर्शक यंत्र** (gold-leaf electroscope),
   (b) **संघनक विद्युत्दर्शक यंत्र** (condensing electroscope),
   (c) **अभिनत स्वर्णपत्र-विद्युत्दर्शक यंत्र** (tilted gold-leaf electroscope)।
2. **आकर्षित मंडलक विद्युन्मापी** (attracted disc electrometer)।
3. (a) **पाद विद्युन्मापी** (quadrant electrometer),
   (b) **कौम्पटन विद्युन्मापी** (Compton electrometer),
   (c) **लिंडमैन विद्युन्मापी** (Lindemann electrometer)।
4. **तंतु विद्युन्मापी** (string electrometer)—
   (a) **एक-तंतु विद्युन्मापी** (unifilar string electrometer),
   (b) **द्वि-तंतु विद्युन्मापी** (bifilar string electrometer)।

चूँकि सभी प्रकार के विद्युन्मापी का विवरण यहाँ अपेक्षित नहीं है अत: कुछ मुख्य प्रकार के विद्युन्मापी का ही विशद वर्णन यहाँ किया जायगा।

4.3. (a) स्वर्णपत्र-विद्युत्दर्शक यंत्र

यह सबसे सरल ढंग का विद्युत्दर्शक यंत्र है जिससे किसी वस्तु पर आवेश की उपस्थिति का पता लगाया जाता है। यदि इसकी पत्तियों के फैलाव का भली भाँति अंशांकन (calibration) कर दिया जाय तो इसे विद्युन्मापी के रूप में भी व्यवहार किया जा सकता है। चूँकि इसकी धारिता बहुत ही कम होती है अत: यह विभवान्तर की अपेक्षा आवेश के प्रति अधिक सुग्राही होता है; यही कारण है विद्युन्मापी के रूप में इसका पठन शुद्ध एवं विश्वसनीय (reliable) नहीं होता है।

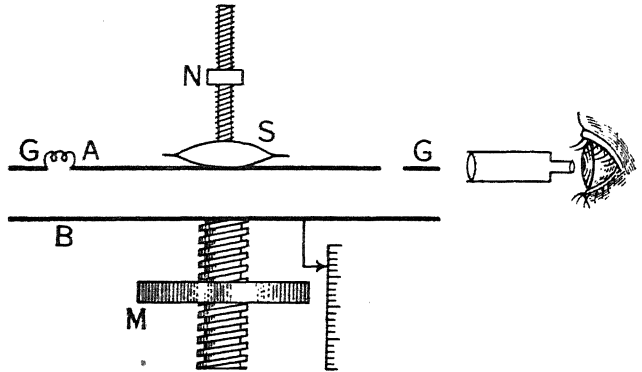
(b) संघनक विद्युत् दर्शक यंत्र (Condensing electroscope)—यह यंत्र स्वर्ण-पत्र-विद्युत्दर्शक यंत्र का परिष्कृत रूप है अत: अपेक्षाकृत अधिक सुग्राही होता है।

(चित्र 46)

इसमें दो पत्तियों की जगह एक ही पत्ती होती है तथा इसके साथ एक संचक लगा रहता है (देखें चित्र 46)।

इसमें स्वर्णपत्र-विद्युत्दर्शक यंत्र की चकती के अलावा एक दूसरी धातु की चकती, जिसमें पेंच लगा होता है, भी रहती है तथा दोनों चकतियों के बीच अभ्रक (mica) की पत्ती या पैराफिन कागज रहता है।

(c) अभिनत स्वर्ण पत्र-विद्युत्दर्शक यंत्र (Tilted gold-leaf electroscope) — यह यंत्र सर्वप्रथम विलसन महोदय द्वारा निर्मित हुआ तथा काफी सुग्राही होता है। इस यंत्र की धारा-सुग्राहिता बहुत अधिक होती है अतः इसका आयनीकरण-धारा मापने में व्यवहार किया जाता है। चूँकि इस प्रकार के यंत्र की धारिता बहुत ही अल्प (10^{-12} फैराड) होती है अतः अति सूक्ष्म विद्युत्-आवेश के मापन में इसका व्यवहार होता है।

4.4. आकर्षित मंडलक विद्युन्मापी (Attracted disc electrometer)

विभिन्न विभवों पर रखे गये दो चालकों के बीच आकर्षण-बल के मापन (measurement) के आधार पर बहुत-से यथार्थ विद्युन्मापी बनाये गये। फिर अनेक सुधारों के बाद, यंत्र ने वह रूप पाया है जिसे हम आर्कषित मंडलक विद्युन्मापी के रूप में पाते हैं। यंत्र का यह परिष्कृत रूप लॉर्ड केल्विन (Lord Kelvin) के कारण

(चित्र 47)

है। इस परिष्कृत रूप में, यंत्र के दोनों चालकों के बीच का विभवान्तर संहति,

लम्बाई एवं क्षेत्रफल आदि जैसी मौलिक राशियों के रूप में ज्ञात किया जाता है। इस कारण आकर्षित मंडलक विद्युन्मापी को केल्विन का निरपेक्ष विद्युन्मापी (Kelvin's Absolute electrometer) भी कहा जाता है।

यंत्र के विभिन्न अंग चित्र 47 में दिखलाये गये हैं। मौलिक रूप में यह एक रक्षक वलय संचक (guard ring condenser) होता है। इसमें दो धात्विक पत्तियाँ (metallic plates) A एवं B होती हैं। जब पत्ती A को आविष्ट किया जाता है तो, जैसा कि पहले बताया जा चुका है, उसके कोर के समीप कोर-प्रभाव (fringe-effect) के कारण, विद्युत्-क्षेत्र समरूप नहीं रह जाता है। इस दोष को दूर करने के लिए पत्ती A के चारों ओर, उसी के तल में एक वृत्ताकार रक्षक-वलय (GG) लगा दिया जाता है जो किसी चालक तार से A से जोड़ दिया जाता है ताकि दोनों एक ही विभव पर रहें। पत्ती A में एक स्प्रिंग S लगा होता है जो एक छड़ से जुड़ा होता है तथा जिसकी स्थिति एक माइक्रोमीटर-पेंच N द्वारा समंजित (adjusted) की जा सकती है। पत्ती A एवं रक्षक-वलय को एक ही तल में रखा जाता है तथा इसकी जाँच, A के तल में लगी दूरबीन (telescope) T के द्वारा की जाती है।

पत्ती B को दूसरे माइक्रोमीटर-पेंच M द्वारा ऊपर या नीचे उठाया जा सकता है तथा पत्ती B को कितना ऊपर उठाया गया है या कितना नीचे लाया गया है— यह माइक्रोमीटर-पेंच M में लगे पैमाने पर मापा जा सकता है।

पत्ती A को एक निश्चित विभव पर रखा जाता है तथा B को प्रयोग के शुरू में या तो भूधृत रखा जाता है या किसी भिन्न विभव पर रखा जाता है तथा इसे बारी-बारी से उन वस्तुओं के सम्पर्क में लाया जाता है जिनके बीच का विभवान्तर ज्ञात करना रहता है।

सिद्धान्त— यदि पत्तियों A एवं B के विभव क्रमशः V_a एवं V_b हों तथा उनके बीच की दूरी d हो तो उनके बीच विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता

$$E = \frac{V_a - V_b}{d} \qquad .. \quad (1).$$

चूँकि दोनों पत्तियों के बीच का माध्यम हवा ($K=1$) है अतः A एवं B के प्रति इकाई क्षेत्रफल पर आकर्षण-बल $= \frac{E^2}{8\pi}$. अतः यदि पत्ती A का कुल क्षेत्रफल A हो तो उस पर लगने वाला आकर्षण-बल $F = \frac{AE^2}{8\pi}$।

$$\text{अर्थात्,} \quad F = \frac{A}{8\pi} \cdot \left(\frac{V_a - V_b}{d} \right)^2; \quad \therefore \quad V_a - V_b = d\sqrt{\frac{8\pi F}{A}} \quad .. \quad (2).$$

अत: यदि अन्य राशियाँ ज्ञात रहें तो किन्हीं दो वस्तुओं के बीच का विभवान्तर $V_a - V_b$, समीकरण (2) से निकाला जा सकता है ।

कार्य-विधि (Working)— इस विद्युन्मापी से कार्य करने के लिए सर्वप्रथम पत्ती A, B एवं रक्षक-वलय GG सभी को भूधृत कर दिया जाता है । पेंच N को समंजित कर पत्ती A को रक्षक-वलय GG के तल में लाया जाता है जिसकी जाँच दूरबीन की सहायता से की जाती है । अब A पर एक छोटी-सी संहति m रखी जाती है जिसके भार mg से A, GG के तल से नीचे उतर जाता है । पेंच N की सहायता से A को फिर ऊपर उठाकर GG के तल में लाया जाता है । अब मात्रा m को A पर से हटा दिया जाता है जिसके फलस्वरूप A में लगी कमानी (spring) S, इसे GG के तल से ऊपर उठा देती है लेकिन यदि इसके बाद A एवं B को विभिन्न विभवों पर रखा जाय ताकि उनके बीच उत्पन्न होने वाले आकर्षण बल के कारण A पुन: GG के तल में आ जाय तो स्पष्टत: आकर्षण का बल mg के बराबर होगा ।

A पर से संहति m को हटा लेने से जब यह GG के तल से ऊपर चला जाता है तब A, B एवं GG सभी को भूमि-सम्बन्ध से विच्छेदित कर दिया जाता है तथा A एवं GG को केल्विन-परिपूरक (Kelvin's replenisher) नामक यंत्र से एक ही विभव (मान लें V_a) तक आविष्ट कर दिया जाता है—विभव की स्थिरता (constancy) का पता स्थिर नियंत्रण (fixed control) एवं स्थिर भूधृत-पट्टी (fixed earth plate) वाले एक दूसरे रक्षक-वलय संचक द्वारा लगाया गया था ।

जिन दो विन्दुओं के बीच का विभवान्तर ज्ञात करना रहता है उसके प्रथम विन्दु को B से सम्बन्धित कर दिया जाता है तथा पेंच M द्वारा इसकी स्थिति तब तक व्यवस्थित (adjusted) की जाती है जब तक A, GG के तल में न आ जाय । ऐसा हो जाने पर पेंच M की स्थिति नोट कर ली जाती है । यदि इस विन्दु का विभव V_1 हो तथा A, B के बीच की दूरी d_1 हो तो

$$V_a - V_1 = d_1 \sqrt{\frac{8\pi F}{A}} = d_1 \sqrt{\frac{8\pi mg}{A}} \quad \ldots \quad (3a).$$

फिर B को भूधृत किया जाता है, भूमि-सम्बन्ध से विच्छेदित किया जाता है तथा इसके बाद इसे दूसरे विन्दु (जिसका विभव मान लें V_2 है) से सम्बन्धित कर दिया जाता है । अब A, GG के तल में नहीं पाया जाता है; पुन: पेंच M को व्यवस्थित कर A को GG के तल में लाया जाता है तथा पेंच M की स्थिति नोट कर ली जाती है । इस बार यदि A एवं B के बीच की दूरी d_2 हो तो

$$V_a - V_2 = d_2 \sqrt{\frac{8\pi F}{A}} = d_2 \sqrt{\frac{8\pi mg}{A}} \quad \ldots \quad (3\text{ b}).$$

अत:

$$V_2 - V_1 = (d_1 - d_2) \sqrt{\frac{8\pi mg}{A}} \quad \ldots \quad (4).$$

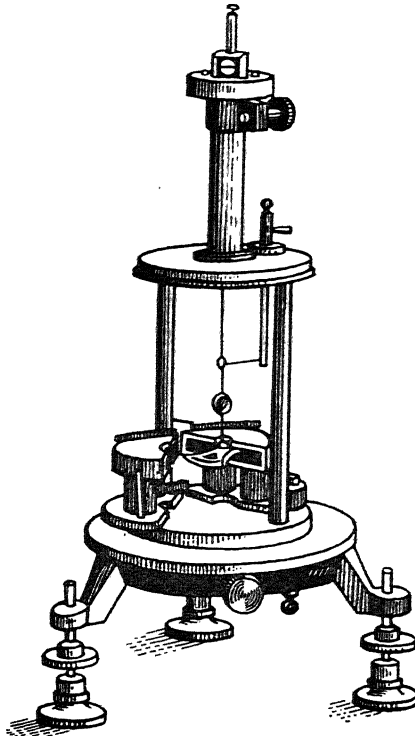
(d_1-d_2) जो दोनों स्थितियों में A एवं B के बीच की दूरी के अन्तर के बराबर है, पेंच M की दोनों स्थितियों के पठनों से ज्ञात कर लिया जाता है। A, m एवं g के मान निरपेक्ष (absolute) इकाई में आसानी से ज्ञात किये जा सकते हैं। इस प्रकार अन्य राशियों के ज्ञात रहने पर दोनों विन्दुओं के बीच का विभवान्तर आसानी से सूत्र (4) की सहायता से ज्ञात किया जा सकता है।

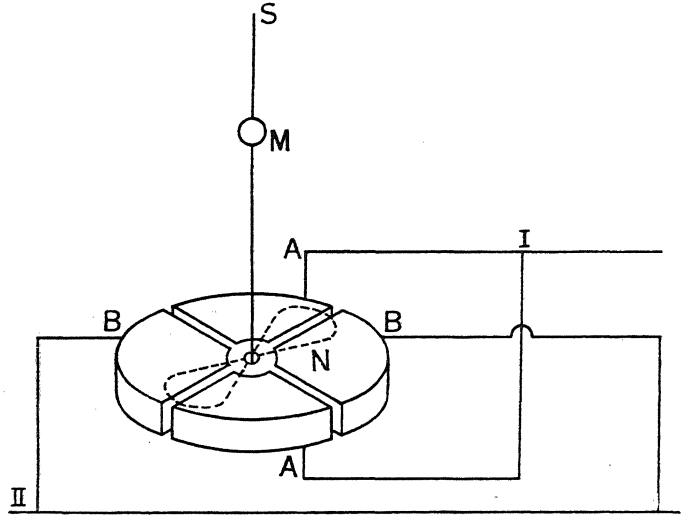
यह विद्युन्मापी उच्च विभवान्तर एवं विशिष्ट प्रेरकीय धारिता निकालने में विशेष रूप से व्यवहृत होता है।

4.5. पाद विद्युन्मापी (Quadrant Electrometer)

आकर्षित मंडलक विद्युन्मापी अल्प विभवान्तर-मापन-कार्य के लिए काफी सुग्राही नहीं होता है; अतः लार्ड केल्विन ने पाद-विद्युन्मापी नामक एक दूसरे अधिक सुग्राही विद्युन्मापी का आविष्कार किया। बाद में चलकर डोलेजैलेक (Dolezelek) ने इसमें बहुत से सुधार किये और यही कारण है कि इस प्रकार के आधुनिक विद्युन्मापी को डोलेजैलेक पाद-विद्युन्मापी (Dolezelek quadrant electrometer) भी कहा जाता है। यह काफी सुग्राही होता है तथा इसका उपयोग विभिन्न ढंगों से किया जाता है।

इस यंत्र का बाह्य रूप चित्र 48 में दिखलाया गया है तथा भीतरी बनावट चित्र 49 से स्पष्ट है।

इसमें करीब 5 सें०मी० व्यास एवं 1 सें०मी० ऊँचाई की पीतल की एक खोखली बेलनाकार पेटी होती है जो चार बराबर पादों (four equal quadrants) में बँटी होती है। ये पाद अलग-अलग (separately) अम्बर के विसंवाहक उपस्तम्भ (insulating support) पर रखे जाते हैं। आमने-सामने (opposite) के पाद के जोड़े पतले ताँबे के तार से सम्बन्धित रहते हैं जिन्हें निश्चित विभव वाले स्रोतों से जोड़कर दोनों जोड़ों (pairs) को निश्चित विभव V_a एवं V_b पर रखा जाता है। अलुमीनियम या कागज, जिस पर

(चित्र 48)

धातु का आवरण (coating) चढ़ा होता है, उसकी द्विमुंडाकार (dumb-bell shaped) एक सूई N होती जो फासफर-ब्रौंज की पट्टी (phosphor bronze strip) द्वारा

(चित्र 49)

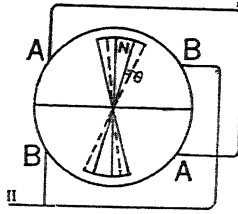
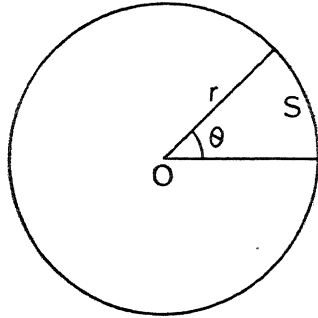
इस प्रकार से लटकायी जाती है कि वह खोखले पादों के अन्दर समितीय ढंग से (symmetrically) रहे। अच्छे यंत्रों में, अधिक सुग्राहिता के लिए क्वार्ट्ज के धागे, जिसे कैल्शियम क्लोराइड में डुबाकर चालकीय बना दिया जाता है, उससे ही सूई लटकाने का काम लिया जाता है। यह सूई केल्विन-परिपूरक द्वारा उपयुक्त नियत उच्च विभव तक आविष्ट कर दी जाती है। सूई का विक्षेप, उसे लटकाने वाले धागे में लगे दर्पण M द्वारा लैम्प एवं पैमाने की व्यवस्था (lamp and scale arrangement) की सहायता से नापा जाता है।

यंत्र को हवा के झोंकों एवं बाह्य विद्युत्-क्षेत्र के प्रभाव से बचाने के लिए इसे भूधृत पीतल के खोल (earthed brass case) के अन्दर, जिसमें सीसे की खिड़की लगी होती है, रखा जाता है। यंत्र के आधार में पेंच लगे होते हैं जिनकी सहायता से आधार को क्षैतिज रखा जाता है।

सिद्धान्त— उच्च तनाव की बैटरी (high tension battery) के धन ध्रुव से, जिसका ऋण ध्रुव भूधृत रहता है, सूई को जोड़कर इसे स्थिर उच्च विभव (constant high potential) पर रखा जाता है। यदि पादों के दोनों जोड़े AA एवं BB भूधृत हों या एक ही विभव पर हों तो सूई उनके अन्दर खोखले स्थान में संमितीय ढंग से लटकती रहेगी; परन्तु यदि उनके बीच एक विभवान्तर आरोपित कर दिया जाय तो सूई उच्च विभव वाले पाद-युग्म से निम्न विभव वाले पाद-युग्म

की ओर विक्षेपित हो जायगी तथा सूई का यह विक्षेप, जैसा कि नीचे के गणितीय प्रमाण से स्पष्ट है, विभवान्तर के समानुपाती होता है।

यह दिखलाने के लिए कि सूई का विक्षेप पाद-युग्मों के बीच के विभवान्तर के समानुपाती होता है, मान लें कि सूई का विभव V_n है तथा जब दोनों पाद-युग्म भूधृत हैं तो यह उनके अन्दर संमितीय ढंग से लटक रही है। अब यदि AA एवं BB पाद-युग्मों को क्रमश: V_a एवं V_b ($V_a > V_b$) विभव वाले विन्दुओं से जोड़ दिया जाय तो उनके बीच एक विद्युत्-क्षेत्र उत्पन्न हो जाता है जो सूई पर एक बलयुग्म लगाता है जिसके घूर्ण से सूई उच्च विभव वाले पाद-युग्म से निम्न विभव वाले पाद-युग्म की ओर विक्षेपित हो जाती है तथा जब विद्युत्-क्षेत्र द्वारा उत्पन्न बलयुग्म का घूर्ण, सूई को लटकाने वाले धागे की ऐंठन (torsion) के कारण बलयुग्म के घूर्ण के बराबर हो जाता है तो सूई विक्षेपित स्थिति (deflected position) में स्थिर हो जाती है। मान लें कि सूई का यह विक्षेप θ है। सूई की विक्षेपित स्थिति चित्र 50 (अ) में बिन्दीदार रेखा द्वारा दिखलायी गयी है।

जब सूई उच्च विभव वाले पाद-युग्म AA से निम्न विभव वाले पाद-युग्म की ओर, θ कोण से विक्षेपित होकर जाती है तो उसकी सतह का कुछ क्षेत्र AA से BB की ओर आ गया होगा—मान लें कि इस क्षेत्र का क्षेत्रफल S है। यदि सूई 2π कोण से विक्षेपित होती तो उस वृत्त का पूरा क्षेत्रफल जिसका सूई एक खंड है, यानी πr^2 (जहाँ r उस वृत्त की त्रिज्या है) विक्षेपित होता; अत:

(चित्र 50 अ) (चित्र 50 ब)

$$\frac{2\pi}{\pi r^2} = \frac{\theta}{S}$$

$$\therefore \quad S = \frac{\pi r^2}{2\pi} \cdot \theta = \tfrac{1}{2} r^2 \theta.$$

चूँकि सूई की दो भुजाएँ तथा दो तहें (ऊपर एवं नीचे) हैं अत: कुल क्षेत्रफल, जो AA पाद-युग्म से BB पाद-युग्म की ओर विक्षेपित हुआ है $= 4 \times \frac{1}{2} r^2 \theta = 2r^2\theta$.

सूई की सतह के कुछ भाग के इस प्रकार के स्थानान्तरण (transference) से A एवं N के बीच बने संचक की धारिता में ह्रास हो जाता है तथा उतने ही परिमाण

से B एवं N के बीच बने संचक की धारिता में वृद्धि हो जाती है चूँकि AA के नीचे सूई की सतह का क्षेत्रफल घट जाता है तथा BB के नीचे सूई की सतह का क्षेत्रफल बढ़ जाता है।

यदि सूई एवं पादों के बीच वायुस्थान की मोटाई t हो

तो $A-N$ संचक की धारिता में ह्रास $\delta C = \frac{2r^2\theta}{4\pi t} = \frac{r^2\theta}{2\pi t}$ e. s. u.

तथा $B-N$ संचक की धारिता में वृद्धि $\delta C = \frac{2r^2\theta}{4\pi t} = \frac{r^2\theta}{2\pi t}$ e. s. u. ..(5).

चूँकि विभवों को स्थिर रखा जाता है अतः संचकों की धारिता में परिवर्तन के फलस्वरूप उनके ऊपर स्थित आवेश के परिमाण में परिवर्तन होता है। चूँकि $B-N$ संचक की धारिता में δC की वृद्धि हुई है अतः यह स्रोत से $\delta C\ (V_n - V_b)$ आवेश लेता है। चूँकि यह क्रिया एक स्थिर विभवान्तर $(V_n - V_b)$ पर होती है अतः $B-N$ संचक द्वारा, स्रोत से ली गयी विद्युत्-ऊर्जा = आवेश × विभवान्तर

$$= \delta C (V_n - V_b) \times (V_n - V_b)$$

$$= \frac{r^2\theta}{2\pi t}\ (V_n - V_b)^2.$$

फिर चूँकि $A-N$ संचक की धारिता में δC का ह्रास होता है, अतः ऊपर की ही भाँति $A-N$ संचक द्वारा स्रोत को वापस की गयी विद्युत्-ऊर्जा

$$= \delta C \times (V_n - V_a) \times (V_n - V_a)$$

$$= \frac{r^2\theta}{2\pi t}\ (V_n - V_a)^2.$$

अतः स्रोत से विद्युन्मापी को प्राप्त कुल विद्युत्-ऊर्जा

$$= \frac{r^2\theta}{2\pi t}\ [(V_n - V_b)^2 - (V_n - V_a)^2] \qquad .. \quad (6).$$

पादों के बीच का विभवान्तर $(V_a - V_b)$ बनाये रखने के लिए यह विद्युत्-ऊर्जा स्रोत से विद्युन्मापी को प्राप्त होती है। इस प्राप्त ऊर्जा की खपत दो कार्यों में होती है—

(i) संहति की स्थितिज ऊर्जा को बढ़ाती है तथा इसका शेष भाग (ii) जिस समय सूई का विक्षेप होता है उस समय उसे लटकाने वाले धागे को ऐंठने में यांत्रिक कार्य करता है।

चूँकि संचक की स्थितिज ऊर्जा $\frac{1}{2}$ × धारिता × (विभवान्तर)^2 होती है, अतः $B-N$ संचक (जिसकी धारिता में δC की वृद्धि हुई है) की स्थितिज ऊर्जा में वृद्धि

$$= \frac{1}{2} \times \delta C \times (V_n - V_b)^2$$

$$=\tfrac{1}{2}\times\frac{r^2\theta}{2\pi t}\ (V_n-V_b)^2.$$

उसी प्रकार $A-N$ संचक (जिसकी धारिता में δC का ह्रास हुआ है) की स्थितिज ऊर्जा में ह्रास

$$=\tfrac{1}{2}\times\frac{r^2\theta}{2\pi t}\ (V_n-V_a)^2.$$

अत: तंत्र की स्थितिज ऊर्जा में परिणामी वृद्धि

$$=\tfrac{1}{2}\frac{r^2\theta}{2\pi t}\left[(V_n-V_b)^2-(V_n-V_a)^2\right] \qquad \text{..} \quad (7).$$

अत: समीकरण (6) में से (7) को घटाने पर, स्पष्ट है कि सूई के विक्षेप के समय उसे लटकाने वाले धागे को ऐंठने में किया गया यांत्रिक कार्य

$$=\tfrac{1}{2}\cdot\frac{r^2\theta}{2\pi t}\ \left[(V_n-V_b)^2-(V_n-V_a)^2\right] \qquad \text{..} \quad (8).$$

समीकरण (6), (7) एवं (8) के परीक्षण से स्पष्ट है कि स्रोत से विद्युन्मापी को जितनी ऊर्जा मिलती है, उसका आधा भाग तंत्र की स्थितिज ऊर्जा बढ़ाने में खर्च हो जाता है तथा बाकी आधा भाग सूई के विक्षेप के समय उसे लटकाने वाले धागे को ऐंठने में खर्च हो जाता है।

यदि प्रति इकाई ऐंठन (twist) के लिए बलयुग्म-घूर्ण का मान C हो तो α ऐंठन के लिए इसका मान $C\alpha$ होगा तथा धागे में $d\alpha$ और ऐंठन पैठा करने में किया गया कार्य $=C\alpha d\alpha$.

अत: सूई को लटकाने वाले धागे में कुल θ ऐंठन पैदा करने में किया गया कार्य

$$W=\int_0^\theta C\alpha d\alpha=\frac{1}{2}\,C\theta^2 \qquad \text{..} \quad (9).$$

तथा यह समीकरण (8) के बराबर है;

$$\text{अत:}\qquad \frac{1}{2}\,C\theta^2=\frac{1}{2}\cdot\frac{r^2\theta}{2\pi t}\left[(V_n-V_b)^2-(V_n-V_a)^2\right].$$

$$\therefore\quad \theta=\frac{r^2}{2\pi Ct}\ \left[(V_n-V_b)^2-(V_n-V_a)^2\right]$$

$$=\frac{r^2}{2\pi Ct}\left[\left(V_n-\frac{V_a+V_b}{2}\right)(V_a-V_b)\right]$$

$$= \frac{r^2}{2\pi Ct}\left(V_n - \frac{V_a+V_b}{2}\right)(V_a - V_b) \quad .. \quad (10)$$

चूंकि $\frac{r^2}{2\pi Ct}$ किसी यंत्र के लिए स्थिरांक होता है अत: इसके बदले K लिखने पर अत:

$$\theta = K\left(V_n - \frac{V_a+V_b}{2}\right)(V_a - V_b) \quad .. \quad (10\text{ a})$$

चूंकि V_a करीब-करीब V_b के बराबर रखा जाता है तथा इनकी तुलना में V_n बहुत अधिक रहता है अत: $\left(V_n - \frac{V_a+V_b}{2}\right)$ को करीब-करीब नियत माना जा सकता है। अत: स्पष्ट है कि सूई का विक्षेप दोनों पाद-युग्मों के बीच के विभवान्तर के समानुपाती होता है। यहाँ हमने पादों के बीच खाली जगह होने के कारण उत्पन्न होने वाली क्षेत्र की विकृति के लिए आवश्यक संशोधन को नगण्य माना है चूंकि इसका मान बहुत ही अल्प होता है।

आवश्यकतानुसार, इस यंत्र का उपयोग दो प्रकार से किया जाता है—(a) विषम-विभव रीति (heterostatic use) एवं (b) सम-विभव रीति (idiostatic use)।

(a) **विषम-विभव रीति** (Heterostatic use)— जैसा कि ऊपर के विवेचन में किया गया है, यदि पाद A-A, पाद B-B एवं सूई N तीनों विभिन्न-विभव पर रखे जायँ तो कहा जाता है कि विद्युन्मापी विषम विभव की रीति से (heterostatically) व्यवहृत हुआ है।

इस तरह के व्यवहार में सूई को किसी उपयुक्त बैटरी से काफी ऊँचे विभव (करीब 100 वोल्ट) तक आविष्ट कर दिया जाता है तथा दोनों पादों के बीच छोटा-सा विभवान्तर (potential difference), जिसे ज्ञात करना रहता है, आरोपित किया जाता है।

चूंकि V_a या V_b की तुलना में V_n बहुत अधिक होता है,

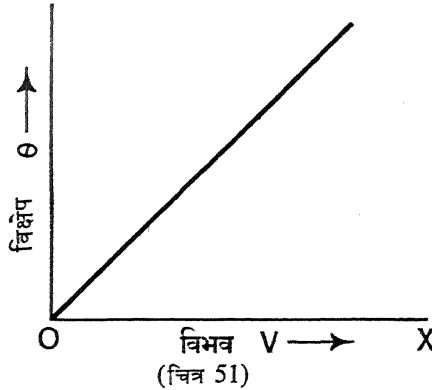
अत: $\left(V_n - \frac{V_a+V_b}{2}\right)$ को स्थिरप्राय माना जा सकता है।

अत: समीकरण (10 a) से $\theta = K'(V_a - V_b) \quad .. \quad (11)$,

जहाँ $$K' = K\left(V_n - \frac{V_a+V_b}{2}\right).$$

समीकरण (11) से स्पष्ट है कि सूई का विक्षेप पादों के बीच विभवान्तर के समानुपाती होता है।

विद्युन्मापी को इस ढंग से व्यवहार में लाने के लिए सर्वप्रथम यंत्र का अंकन कर लिया जाता है; इसके लिए $(V_a - V_b)$ के कुछ ज्ञात मानों के लिए θ के मान का पता लगाकर एक लेखाचित्र (graph) खींचा जाता है। जैसा कि चित्र 51 से स्पष्ट है, यह एक लेखाचित्र सरल रेखा के रूप में होता है जिससे किसी अवलोकित विक्षेप θ के संगत $(V_a - V_b)$ का मान आसानी से निकाल लिया जाता है।

(चित्र 51)

समीकरण (11) से यह भी स्पष्ट है कि चूँकि विक्षेप $(V_a - V_b)$ के प्रथम घात के ही समानुपाती है अतः A एवं B के विभव के उलटने (reversal) से विक्षेप भी उलट जायगा; अतः विद्युन्मापी का इस प्रकार का व्यवहार सिर्फ एकदिश-विभवों (direct voltage) के मापन में ही किया जाता है।

(b) **सम-विभव रीति** (Idiostatic use)— यदि विद्युन्मापी का व्यवहार इस ढंग से किया जाय कि सूई एवं पाद-युग्मों में से एक (मान लें A-A), दोनों एक ही विभव पर रखे जायँ तो कहा जाता है कि विद्युन्मापी सम-विभव रीति से व्यवहृत हुआ है।

यहाँ $V_n = V_a$.

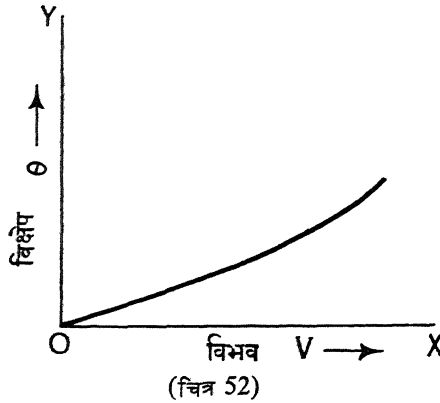
अतः समीकरण (10) से

$$\theta = \frac{1}{2} \cdot \frac{r^2}{2\pi Ct} \; (V_a - V_b)^2$$

$$= K_1 \; (V_a - V_b)^2 \qquad \ldots \quad (12),$$

जहाँ $$K_1 = \frac{1}{2} \cdot \frac{r^2}{2\pi Ct}.$$

अर्थात्, सम-विभव रीति में सूई का विक्षेप पादों के बीच के विभवान्तर के वर्ग के समानुपाती होता है, अतः $(V_a - V_b)$ चाहे धनात्मक हो या ऋणात्मक, दोनों दशाओं में विक्षेप एक ही दिशा में होगा। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि विद्युन्मापी का इस प्रकार का व्यवहार एकदिश एवं प्रत्यावर्ती (direct & alternating) दोनों विभवों के मापन में किया जा सकता है।

इस रीति से व्यवहार में भी यंत्र का अंकन (calibration) आवश्यक होता है; अंकन-वक्र (calibration curve) चित्र 52 में दिखलाया गया है।

(चित्र 52)

फिर इस प्रकार के व्यवहार में यदि पाद B-B को भूधृत कर दिया जाय तो $V_b=0$, तथा $\theta=K_1 V_a^2$ अर्थात् विक्षेप V_a^2 के समानुपाती होता है। अतः विद्युन्मापी का व्यवहार यदि इस प्रकार किया जाय तो इससे प्रत्यावर्त्ती विभव (alternating potentials) भी मापे जा सकते हैं। यदि ऐसे यंत्र का उपयुक्त अंकन (proper calibration) कर दिया जाय तो यह सामान्य वोल्टमापी (universal voltmeter) की भी तरह कार्य करता है।

विषम एवं सम विभव रीति के पारस्परिक गुण (Relative merits of Heterostatic & Idiostatic uses)—

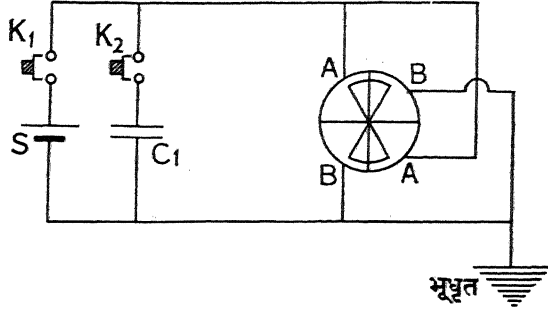
समीकरण (11) एवं (12) से स्पष्ट है कि

$$\frac{K'}{K_1}=\frac{r^2V_n}{2\pi Ct}\Big/\frac{1}{2}.\frac{r^2}{2\pi Ct}=2V_n.$$

अतः $K'>>K_1$; इसका अर्थ यह हुआ कि किसी दिये हुए विभवान्तर के लिए विषम-विभव की रीति में अपेक्षाकृत सूई का बहुत अधिक विक्षेप होता है; अतः विषम-विभव की रीति सम-विभव की रीति की अपेक्षा अधिक सही (accurate) है। परन्तु विषम-विभव की रीति से सिर्फ एकदिश-विभव (direct voltage) ही नापा जा सकता है चूँकि विक्षेप विभवान्तर के प्रथम घात के समानुपाती है; इसके विपरीत सम-विभव की रीति से एकदिश एवं प्रत्यावर्त्ती (direct & alternating) दोनों ही विभवान्तरों को नापा जा सकता है चूँकि विक्षेप विभवान्तर के वर्ग के समानुपाती होता है। इसके अतिरिक्त सम-विभव की रीति में, पाद-युग्मों में से एक को सूई से एवं दूसरे को पृथ्वी से सम्बन्धित कर किसी विन्दु (या स्रोत) के विभव (एकदिश एवं प्रत्यावर्ती दोनों) का परम मान (absolute value) भी ज्ञात किया जा सकता है। चूँकि किसी दिये हुए विक्षेप के लिए, सम-विभव की रीति में (V_a-V_b) का मान अपेक्षाकृत बहुत अधिक होता है अतः यंत्र की सीमा (range) सम-विभव की रीति में, विषम-विभव की अपेक्षा अधिक होती है यद्यपि शुद्धता कम होती है।

वोल्टमापी एवं विद्युन्मापी में तुलना (Comparison between voltmeter and electrometer)— जिस परिपथ में वोल्टमापी लगाया जाता है, उसमें से कुछ, भले ही यह बहुत कम हो, धारा लेकर यंत्र किन्हीं दो विन्दुओं के बीच के विभवान्तर का मान बतलाता है परन्तु विद्युन्मापी के साथ ऐसी बात नहीं है; अत: जहाँ तक विभवान्तर-मापन का सवाल है, विद्युन्मापी का पठन अधिक शुद्ध माना जाता है। परन्तु इसके विपरीत विद्युन्मापी को समायोजित (set) करने में काफी दिक्कत होती है, अत: उतनी आसानी से इसका व्यवहार नहीं किया जा सकता है जितनी आसानी से वोल्टमापी का व्यवहार किया जाता है।

4.6. पाद विद्युन्मापी की धारिता निकालना (Measurement of capacity of a Quadrant Electrometer)

किसी पाद विद्युन्मापी की धारिता निकालने के लिए प्रयुक्त-विद्युत् परिपथ चित्र 53 में दिखलाया गया है। S एक प्रामाणिक सेल है तथा C_1 ज्ञात धारिता का एक संचक है। पाद विद्युन्मापी को संयोजित कर एक बैटरी (जिसे चित्र में नहीं दिखलाया गया है) द्वारा इसकी सूई को एक नियत उच्च विभव तक आवेशित कर दिया जाता है। एक पाद-युग्म B-B को भूधृत कर दिया जाता है तथा दूसरे युग्म A-A को, कुंजी K_1 को बन्दकर, एक नियत विभव V_1 तक आवेशित कर दिया जाता है तथा सूई का विक्षेप θ_1 नोट कर लिया जाता है।

(चित्र 53)

चूँकि पाद विद्युन्मापी का उपयोग विषम-विभव रीति से किया गया है, अत:

$$\theta_1 = KV_1,$$

जहाँ K यंत्र का स्थिरांक है।

यदि विद्युन्मापी की धारिता C हो तो उस पर स्थित आवेश $q = CV_1$.

अब यदि कुंजी K_1 को खोलकर K_2 को बन्द कर दिया जाय तो सेल परिपथ से विच्छिन्न (disconnected) हो जायगा एवं आवेश q का संचक C_1 एवं विद्युन्मापी के बीच बँटवारा हो जायगा। यदि दोनों का उभयनिष्ठ विभव V_2 हो तथा संगत का विक्षेप θ_2 हो तो

$$q = CV_1 = (C + C_1)V_2$$

एवं $$\theta_2 = KV_2.$$

अत: $$CV_1=(C+C_1)V_2$$

या $$C(V_1-V_2)=C_1V_2.$$

$$\therefore \quad C=\frac{C_1V_2}{V_1-V_2}=C_1.\frac{\frac{\theta_2}{K}}{\frac{\theta_1}{K}-\frac{\theta_2}{K}}=C_1\frac{\theta_2}{\theta_1-\theta_2} \quad .. \quad (13).$$

अत: C_1 ज्ञात रहने पर एवं θ_1 तथा θ_2 नोट कर पाद विद्युन्मापी की धारिता C_1, समीकरण (13) से निकाली जा सकती है।

4.7. पाद् विद्युन्मापी के उपयोग (Uses of Quadrant Electrometer)

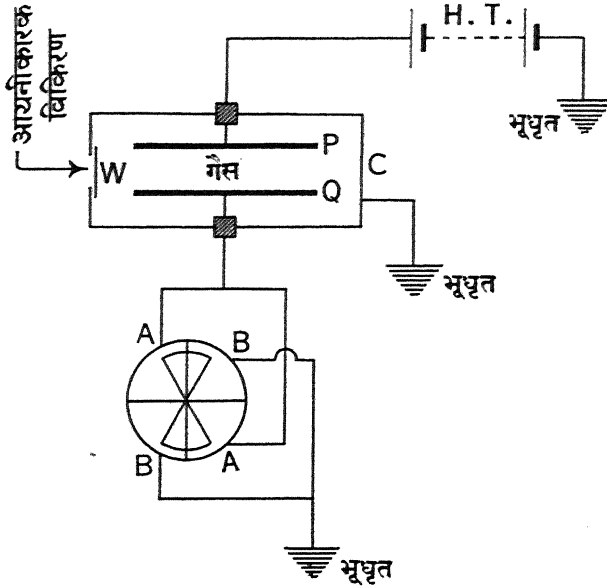
पाद विद्युन्मापी के कुछ प्रमुख उपयोग निम्नलिखित हैं—

(a) **अपरिवर्ती विभवान्तर मापना** (Measurement of steady potential differences)— विद्युन्मापी का व्यवहार विषम-विभव की रीति (जिसका वर्णन ऊपर का धारा 4.5 में किया जा चुका है) से करके सर्वप्रथम अंकन-वक्र (calibration curve) प्राप्त किया जाता है तथा उससे अपरिवर्ती विभवान्तर की माप की जाती है।

(b) **प्रत्यावर्ती विभवान्तर मापना** (Measurement of alternating potential differences)— इसके लिए ऊपर की धारा 4.5 में पाद विद्युन्मापी का सम-विभव की रीति से व्यवहार देखें।

(c) **आयनीकरण-धारा की माप करना** (Measurement of ionisation current)— जब काफी शक्तिशाली किरण (यथा X-किरण, γ-किरण आदि) किसी गैस से होकर गुजरती है तो यह गैस के अणुओं को आयनों में विभक्त कर देती है। यदि इन आयनों को एकत्रित करने के लिए निश्चित विभव पर प्लेट रखी जायँ तो उन पर विभिन्न प्रकृति के आयन एकत्रित होने लगते हैं। यदि उन प्लेटों को सम्बन्धित कर विद्युत्-परिपथ पूरा किया जाय तो विद्युत्-धारा प्रवाहित होने लगती है। इस धारा को आयनीकरण-धारा (ionisation current) तथा जिस कक्ष में गैस को आयनों में विभक्त करने की क्रिया की जाती है उसे आयनीकरण-कक्ष (ionisation chamber) कहते हैं। ऐसी धारा की शक्ति बहुत ही कम होती है जिसे साधारण आम्मीटर से मापना संभव नहीं होता है। अत: इस प्रकार की क्षीण (feeble) धारा को मापने के लिए पाद विद्युन्मापी का उपयोग किया जाता है।

पाद विद्युन्मापी की सहायता से आयनीकरण-धारा जैसी क्षीण धारा को मापने का आवश्यक विद्युत्-परिपथ चित्र 54 में दिखलाया गया है।

यहाँ C एक भूधृत आयनीकरण-कक्ष है जिसमें आयनित होने वाली गैस (gas to be ionised) भरी होती है। कक्ष के अन्दर, परन्तु उससे विसंवाहित दो धात्विक

(चित्र 54)

प्लेट P एवं Q होती हैं। किसी उच्च तनाव (high tension) वाली बैटरी के धन-ध्रुव से P को सम्बन्धित कर इसे उच्च धनात्मक विभव पर रखा जाता है जबकि Q को पाद विद्युन्मापी के एक पाद-युग्म A-A से सम्बन्धित कर दिया जाता है तथा दूसरे पाद-युग्म B-B को भूधृत कर दिया जाता है। विद्युन्मापी की सूई को उच्च धनात्मक विभव तक आविष्ट कर दिया जाता है।

जब किसी शक्तिशाली किरण (X-किरण या γ-किरण) को कक्ष में भरी हुई गैस से होकर गुजरने दिया जाता है तो गैस के अणु आयनों में बँटने लगते हैं—ऋणायन (−ve ion) प्लेट P पर तथा धनायन (+ve ion) प्लेट Q पर एकत्रित होने लगते हैं—इस प्रकार आयनीकरण-धारा प्रवाहित होने लगती है। प्लेट Q पर आवेश के एकत्रित होने से विद्युन्मापी के पाद-युग्मों के बीच विभवान्तर उत्पन्न हो जाता है जिसके फलस्वरूप सूई विक्षेपित हो जाती है।

यदि प्लेट Q पर किसी क्षण t में एकत्रित आवेश का परिमाण q हो तो आयनीकरण की धारा

$$i=\frac{dq}{dt}\cdot$$

यदि विद्युन्मापी एवं प्लेट Q की सम्मिलित धारिता C हो तथा उस क्षण विभव V हो तो

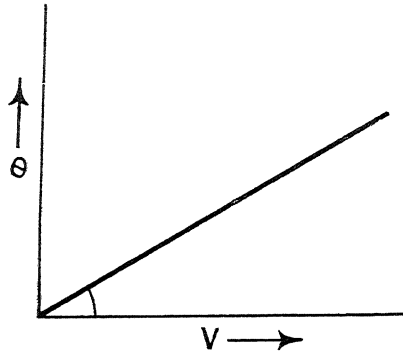
$$q = CV.$$

$$\therefore \quad i = C.\frac{dV}{dt}.$$

चूँकि विद्युन्मापी विषम-विभव की रीति से व्यवहृत किया गया है,

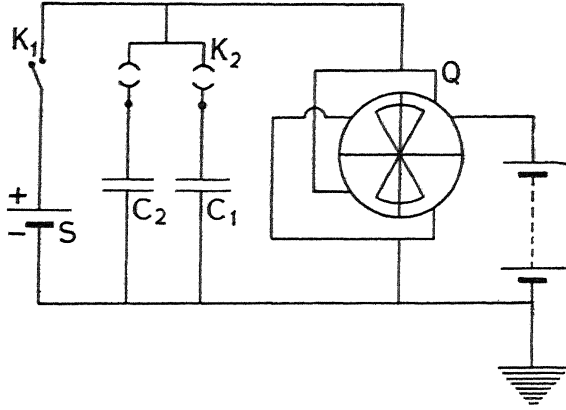
अत: $\theta = KV$ (जहाँ K यंत्र का स्थिरांक है)।

$$\therefore \quad i = \frac{C}{K}\frac{d\theta}{dt}. \qquad \ldots (14).$$

C का मान एक अलग प्रयोग से प्राप्त कर लिया जाता है। इस प्रयोग से पहले उसी विद्युन्मापी से प्रयोग कर उसके पाद-युग्म के बीच आरोपित विभिन्न विभवान्तर एवं उसके संगत के विक्षेप के बीच एक लेखाचित्र खींचा जाता है। इसका झुकाव (slope) K का मान देता है। ऊपर के प्रयोग से विभिन्न क्षण t एवं संगत के विक्षेप θ के बीच खींचे गये लेखाचित्र के झुकाव (slope) से किसी क्षण $\frac{d\theta}{dt}$ का मान ज्ञात कर लिया जाता है। इस प्रकार C, K एवं $\frac{d\theta}{dt}$ मालूम कर आयनीकरण-धारा का मान निकाला जा सकता है। यदि C फैराड में, V वोल्ट में हो तो i का मान ऐम्पियर में मिलता है। चूँकि विद्युन्मापी की धारिता बहुत ही कम होती है अत: 10^{-12} से लेकर 10^{-15} ऐम्पियर तक की क्षीण धारा ऊपर के प्रयोग से मापी जा सकती है।

(चित्र 55)

(d) दो धारिताओं की तुलना (Comparison of two capacities)— दो संचक C_1 एवं C_2 की ग्राहिता की तुलना करने के लिए आवश्यक परिपथ चित्र 56 में दिखलाया गया है। S एक प्रामाणिक सेल है।

(चित्र 56)

सर्वप्रथम C_1 धारिता वाला संचक परिपथ में लाया जाता है तथा कुंजी K_1 को बन्द कर दिया जाता है ताकि C_1 एवं विद्युन्मापी एक ही विभव V_1 तक आविष्ट हो जायँ—संगत का विक्षेप θ_1 नोट कर लिया जाता है। यदि विद्युन्मापी एवं C_1 पर स्थित आवेश q हो तो

$$(C+C_1)V_1=q,$$

जहाँ C विद्युन्मापी की धारिता है।

अब कुंजी K_1 को खोल दिया जाता है तथा C_2 धारिता वाला संचक परिपथ में लाया जाता है ताकि यह आवेश q का बँटवारा कर सके। यदि अब सर्वनिष्ठ (common) विभव V_2 तथा संगत का विक्षेप θ_2 हो तो

$$(C+C_1+C_2)V_2=q.$$

$$\therefore \quad (C+C_1)V_1=(C+C_1+C_2)V_2$$

या

$$(C_1+C)\ (V_1-V_2)=C_2V_2.$$

$$\therefore \quad \frac{C+C_1}{C_2}=\frac{V_2}{V_1-V_2}.$$

चूँकि विद्युन्मापी का व्यवहार विषम-विभव की रीति से हुआ है अत:

$$\theta_1=KV_1$$

एवं

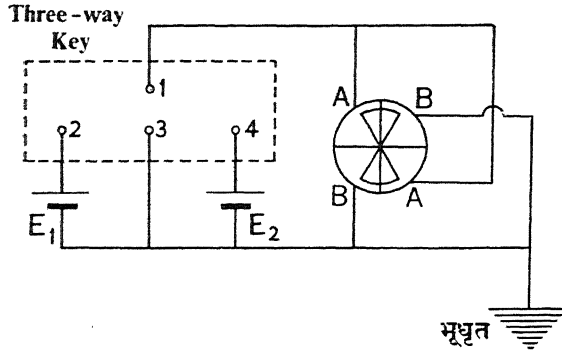
$$\theta_2=KV_2$$

$$\therefore \quad \frac{C+C_1}{C_2}=\frac{\theta_2}{\theta_1-\theta_2} \qquad \ldots \quad (15).$$

C का मान अलग से प्रयोग कर निकाला जा सकता है और तब समीकरण (15) से C_1 एवं C_2 की तुलना की जा सकती है। चूँकि C_1 या C_2 की तुलना में C का मान बहुत ही कम होता है अत: इसे नगण्य माना जा सकता है और तब

$$\frac{C_1}{C_2}=\frac{\theta_2}{\theta_1-\theta_2} \qquad \ldots \quad (16).$$

अत: θ_1 एवं θ_2 ज्ञात रहने पर C_1 एवं C_2 की तुलना समीकरण (16) से की जा सकती है।

(e) **दो सेलों के विद्युत्वाहक बलों की तुलना करना** (Ccmparison of E.M.F.'S of two cells)— दो सेलों के विद्यु्त्वाहक बलों की तुलना करने के लिए प्रयुक्त विद्यु्त्-परिपथ चित्र 57 में दिखलाया गया है। विद्यु्न्मापी को संयोजित कर इसकी सूई को 100 वोल्ट तक के स्थायी विभव तक आविष्ट कर दिया जाता है। (चित्र में यह व्यवस्था नहीं दिखलायी गयी है।) विद्यु्न्मापी के पाद-युग्म में से एक पाद-युग्म B-B को भूधृत कर दिया जाता है तथा दूसरे पाद-युग्म A-A को त्रिपथ-कुंजी (three-way key) के सर्वनिष्ठ अवसान-विन्दु (common terminal) (1) से जोड़ दिया जाता है। इसके अवसान-विन्दु (3) को भी भूधृत कर दिया जाता है तथा जिन सेलों के विद्यु्त्वाहक बलों की तुलना करनी रहती है उनके धन-ध्रुव को क्रमश: अवसान-विन्दु (2) एवं (4) से जोड़ दिया जाता है तथा उनके ऋण-ध्रुव को भूधृत कर दिया जाता है।

(चित्र 57)

अब अवसान-विन्दु (1) एवं (2) को जोड़ दिया जाता है ताकि पाद-युग्म A-A, सेल E_1 द्वारा आविष्ट हो। सूई विक्षेपित हो जाती है और इसका विक्षेप θ_1 नोट कर लिया जाता है। अब अवसान-विन्दु (1) एवं (3) को जोड़कर A-A को भूधृत कर दिया जाता है ताकि A-A पर का आवेश पृथ्वी में चला जाय तथा सूई का विक्षेप शून्य हो जाय। पुन: अवसान-विन्दु (1) एवं (4) को जोड़कर A-A को सेल E_2 द्वारा आविष्ट कर दिया जाता है तथा सूई का विक्षेप θ_2 नोट कर लिया जाता है। चूँकि किसी सेल के अन्दर विद्यु्त्-धारा नहीं प्रवाहित होती है अत: उनके सिरों के बीच का विभवान्तर उनके विद्यु्त्वाहक बल के बराबर होगा; अर्थात्

$$\frac{E_1}{E_2}=\frac{\theta_1}{\theta_2} \quad \ldots \quad (17)$$

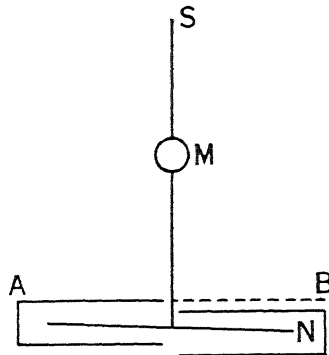
इस प्रकार θ_1 एवं θ_2 ज्ञात रहने पर E_1 एवं E_2 की तुलना की जा सकती है।

(f) पारविद्युत्-स्थिरांक (Dielectric constant) **निकालना**— इसके लिए आगे की धारा (4.10) देखें।

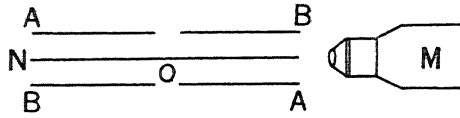
4.8. पाद विद्युन्मापी के अन्य प्रकार (Other types of Quadrant Electrometers)

धारा 4.5 में इस बात की चर्चा की जा चुकी है कि पाद विद्युन्मापी का आविष्कार सर्वप्रथम केल्विन (Kelvin) ने किया; बाद में चलकर डोलेजैलेक ने इसमें काफी सुधार कर इसे और अधिक सुग्राही बनाया। डोलेजैलेक के विद्युन्मापी में सूई कागज की बनी होती है जिस पर चाँदी का आवरण दिया हुआ रहता है। इसे पतले क्वाट्ज के धागे द्वारा, जिसे कैल्शियम क्लोराइड के घोल में डुबाकर चालकीय (conducting) बना दिया जाता है, लटकाया जाता है। इस प्रकार सूई काफी हलकी होती है तथा पादों के अत्यन्त ही नजदीक इसका लटकाना संभव हो पाता है। ऐसा पाया गया है कि सूई का विभव ज्यों-ज्यों बढ़ाया जाता है यंत्र की सुग्राहिता त्यों-त्यों बढ़ती जाती है; परन्तु इसका विभव जब बढ़ते-बढ़ते एक खास मान, जिसे क्रांतिक विभव (critical potential) कहते हैं, प्राप्त कर लेता है तो यंत्र की सुग्राहिता महत्तम हो जाती है तथा और नहीं बढ़ती है। डोलेजैलेक विद्युन्मापी में जब सूई को क्रांतिक विभव तक आविष्ट कर दिया जाता है तो 1000 मि०मी० प्रति वोल्ट या इससे भी अधिक की सुग्राहिता आसानी से प्राप्त की जा सकती है।

पाद विद्युन्मापी के कुछ अन्य प्रकार (other types) निम्नलिखित हैं—

(i) कौम्पटन विद्युन्मापी (Compton Electrometer)— यह वस्तुतः डोलेजैलेक के विद्युन्मापी के समान है, अन्तर सिर्फ इस बात को लेकर है कि इसमें सूई अक्ष के अनु (along) कुछ झुकी रहती है तथा एक पाद-युग्म (a pair of quadrants) दूसरे पाद-युग्म की अपेक्षा थोड़ा ऊपर उठा रहता है। इस प्रकार की असंमितता (asymmetry) आ जाने से यंत्र की सुग्राहिता काफी बढ़ जाती है। कौम्पटन ने इस यंत्र से 60000 मिलीमीटर प्रति वोल्ट तक की सुग्राहिता प्राप्त की है।

(चित्र 58)

(ii) लिंडमैन विद्युन्मापी (Lindemann Electrometer)— इस विद्युन्मापी

का सिद्धान्त वही है जो पाद विद्युन्मापी का है; परन्तु अन्तर इस बात को लेकर है कि इसमें पादों के बदले चार आयतकार प्लेट AA एवं BB होती हैं जिनके तल कागज के तल के अभिलम्बवत् रहते हैं तथा आपस में तिर्यक्-संबंधित (cross-connected) रहते हैं। इसमें सूई सुवर्णरोपित काँच के

(चित्र 59)

धागे (gilded glass thread) की होती है जो चाँदी चढ़ाये हुए क्वार्ट्ज के धागे के मध्य-विन्दु से सम्बन्धित रहती है। धागे के दोनों सिरों को तानकर (under tension) क्वार्ट्ज-फ्रेम से बाँध दिया जाता है ताकि तापमान-परिवर्तनजनित विस्तार का इस पर कोई असर न पड़े।

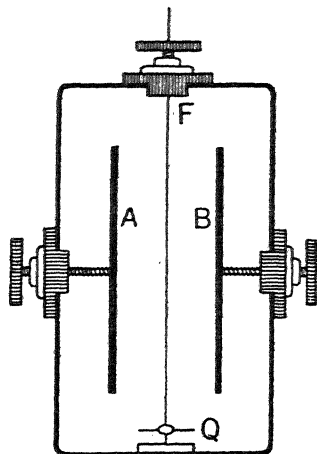
यह सारी व्यवस्था एक पीतल के बक्से में बन्द रहती है। इसमें एक खिड़की लगी होती है जिससे सूई का निरीक्षण किया जाता है। सूई का निरीक्षण काफी शक्तिशाली एवं सुग्राही सूक्ष्मदर्शी द्वारा किया जाता है अत: पठन काफी शुद्ध होता है। चूँकि सूई काफी हलकी होती है तथा धागे में, अन्य विद्युन्मापी की तरह कोई दर्पण नहीं लगा होता है, अत: चलायमान तंत्र का जड़त्वघूर्ण एवं सूई का आवर्त-काल बहुत ही कम होता है।

यद्यपि इसकी सुग्राहिता डोलेजैलेक विद्युन्मापी की सुग्राहिता के बराबर ही होती है तथापि इसके व्यवहार में फायदा यह है कि इसमें किसी खास संयोजन (setting) की आवश्यकता नहीं होती है। चूँकि इसकी धारिता बहुत ही कम (1 या 2 सें०मी०) होती है, अत: इसकी धारा-सुग्राहिता काफी अधिक होती है। यही कारण है कि इस विद्युन्मापी का उपयोग काफी तेजी से बदलते हुए विभव या धारा का पता लगाने के लिए किया जाता है। $\frac{1}{4500}$ वोल्ट तक के निम्न विभव का पता इस विद्युन्मापी द्वारा लगाया जा सकता है।

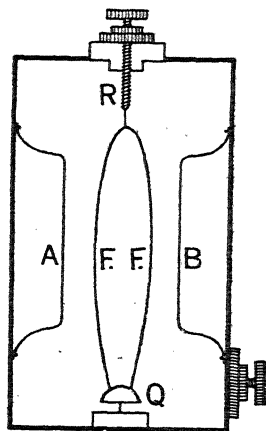
4.9. तंतु विद्युन्मापी (String Electrometer)

इस प्रकार के विद्युन्मापी में सूई, किसी उपयुक्त पदार्थ के तंतु (string) के रूप

में होती है। यह दो प्रकार का होता है—

(a) **एकतंतु विद्युन्मापी** (Unifilar String Electrometer)—इसमें एक ही तंतु होता है जो क्वार्ट्ज का बना होता है तथा इसपर चाँदी की लेप की हुई रहती है। यह तंतु दो समानान्तर प्लेट *A* एवं *B* के ठीक बीच में कसा रहता है। बाहरी विद्युत्-क्षेत्र के प्रभाव से बचाने के लिए सारी व्यवस्था एक धातु के बक्से के अन्दर बन्द रहती है। मापा जाने वाला विभव या तो प्लेटों को निश्चित विभवान्तर पर रखकर तंतु पर आरोपित किया जाता है या उसे एक प्लेट को भूधृत कर दूसरी प्लेट पर आरोपित किया जाता है।

(चित्र 60)

तंतु का विक्षेप या तो शक्तिशाली सूक्ष्मदर्शी द्वारा नोट किया जाता है या फोटोग्राफिक फिल्म पर अंकित किया जाता है। इस यंत्र का उपयोग साधारणतया तेजी से बदलने वाले विभव का पता लगाने में किया जाता है।

(b) **द्वि तंतु विद्युन्मापी** (Bifilar String Electrometer)— इसमें प्लैटिनम या चाँदी के लेप किये हुए क्वार्ट्ज के दो तंतु होते हैं जो दो चालक प्लेट *A*, *B* के बीच संमितीय ढंग से स्थिर रहते हैं। जब दोनों तंतुओं एवं प्लेटों के बीच विभवान्तर आरोपित किया जाता है तो दोनों तंतु एक-दूसरे से और दूर भागने लगते हैं तथा यह गति किसी शक्तिशाली सूक्ष्मदर्शी द्वारा देखी जाती है।

इस यंत्र का सिद्धान्त वस्तुत: स्वर्ण-पत्र-विद्युत् दर्शक यंत्र का सिद्धान्त होता है।

(चित्र 61)

4.10. पारविद्युत् स्थिरांक का निर्धारण (Determination of dielectric Constant)

किसी माध्यम के पारविद्युत्-स्थिरांक का आवश्यक विवेचन हमलोग धारा (1.2) एवं (1.9) में कर चुके हैं। धारा (1.9) की सारणी में दिये गये फलों के निरीक्षण से हम यह पाते हैं कि K स्थिरांक के पारविद्युत् माध्यम के प्रभाव से विद्युत्-क्षेत्र, विद्युत्-तीव्रता एवं विद्युत्-विभव का मान $1 : K$ के अनुपात में घट जाता है जबकि किसी संचक की धारिता $K : 1$ के अनुपात में बढ़ जाती है।

संचकों की प्लेटों के बीच, हवा के बदले किसी अन्य माध्यम के भर देने से उसकी धारिता बढ़ जाती है। यह बात सर्वप्रथम फैराडे के ध्यान में आयी जिन्होंने माध्यम के पारविद्युत्-स्थिरांक का दूसरा नाम विशिष्ट प्रेरकीय धारिता (specific inductive capacity) दिया तथा उसकी परिभाषा इस ढंग से दी—

किसी दिये हुए माध्यम से भरे संचक की धारिता एवं माध्यम के बदले हवा से भरे हुए उसी संचक की धारिता के अनुपात को दिये गये माध्यम की विशिष्ट प्रेरकीय धारिता (specific inductive capacity) कहते हैं।

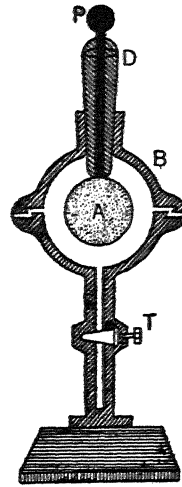
अतः किसी संचक की प्लेटों के बीच दिये गये माध्यम को रखकर यदि धारिता ज्ञात कर ली जाय और तब माध्यम की जगह हवा रखकर उसकी धारिता ज्ञात कर ली जाय तो दोनों के अनुपात से दिये गये माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक या विशिष्ट प्रेरकीय धारिता ज्ञात की जा सकती है।

पदार्थों की ठोस, द्रव एवं गैस—तीनों स्थितियों में पारविद्युत्-स्थिरांक निकालने की विभिन्न विधियाँ उपलब्ध हैं। उनमें से प्रमुख विधियों का वर्णन यहाँ किया जायगा।

(a) ठोस के पारविद्युत्-स्थिरांक का निर्धारण (Determination of dielectric constant of solids)—

(i) **फैराडे की विधि** (Faraday's method)— यदि ठोस चूर्ण (powder) के रूप में उपलब्ध हो तो उसका पारविद्युत्-स्थिरांक फैराडे की विधि से निकाला जाता है। यों तो इस विधि का वर्णन "ठोस के पारविद्युत्-स्थिरांक के निर्धारण" के शीर्षक में किया जा रहा है तथापि इसका उपयोग द्रव एवं गैस के पारविद्युत्-स्थिरांक के निर्धारण के लिए भी किया जा सकता है।

इसमें ठीक एक ही तरह के दो गोलाकार संचक होते हैं, जिसमें से एक

चित्र 62 में दिखलाया गया है। इसमें दो पीतल के बने संकेन्द्रीय गोले होते हैं। बाहरी गोला B, दो अर्द्ध-गोलों का बना होता है जिन्हें क्षैतिज तल पर अलग किया जा सकता है। भीतरी गोले A में चालक पदार्थ की एक छड़ लगी रहती है जो किसी अचालक पदार्थ की डाट (लाह या गंधक की बनी) D से होकर गुजरती है ताकि दोनों गोले एक-दूसरे से विसंवाहित रहें। A में लगी छड़ के अन्तिम सिरे पर एक घुंडी P लगी रहती है जिस पर आवेश देकर गोले A को आविष्ट किया जाता है। बाहरी गोला B भूधृत रहता है।

(चित्र 62)

जिस पदार्थ का पारविद्युत्-स्थिरांक निकालना रहता है उसे दोनों गोलों के बीच के रिक्त स्थान में भर दिया जाता है। यदि पदार्थ ठोस के चूर्ण के रूप में हो तो दोनों अर्द्धगोलों को हटाकर उसे भरा जाता है और फिर उन्हें लगा दिया जाता है; परन्तु यदि पदार्थ द्रव या गैस के रूप में हो तो उसे यंत्र में लगी टोंटी T की सहायता से दोनों गोलों के बीच में भरा जाता है।

ठीक इसी प्रकार का एक दूसरा गोलाकार संचक लिया जाता है जिसके दोनों गोलों के बीच हवा भरी रहती है। इस वायु-संचक को Q आवेश देकर इसकी घुंडी P को एक चालक तार द्वारा स्वर्णपत्र-विद्युत्दर्शक यंत्र से जोड़ दिया जाता है जिससे उसकी पत्तियाँ फैल जाती हैं। पत्तियों का फैलाव d_1 नोट कर लिया जाता है। चूँकि यह फैलाव संचक के विभव के समानुपाती होगा, अतः $d_1 \propto V_1$ . . (18 a)

अब इस वायुसंचक की घुंडी को पहले संचक (जिसमें पारविद्युत्-स्थिरांक ज्ञात किया जाने वाला पदार्थ भरा हुआ है) की घुंडी से तार द्वारा जोड़ दिया जाता है ताकि दोनों संचकों के बीच आवेश का बँटवारा हो सके। मान लें कि ऐसा करने से दोनों संचकों का उभयनिष्ठ विभव V_2 हो जाता है। अब यदि संचक की घुंडी को स्वर्णपत्र विद्युत्-दर्शक यंत्र से जोड़ने पर उसकी पत्तियों का फैलाव d_2 हो तो

$$d_2 \propto V_2 \quad \ldots \quad (18\text{ b}).$$

यदि वायुसंचक की धारिता C_1 एवं पारविद्युत् माध्यम वाले संचक की धारिता C_2 हो तो

$$Q = C_1V_1 = (C_1 + C_2)V_2$$

या

$$\frac{C_1 + C_2}{C_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{d_1}{d_2}$$

या

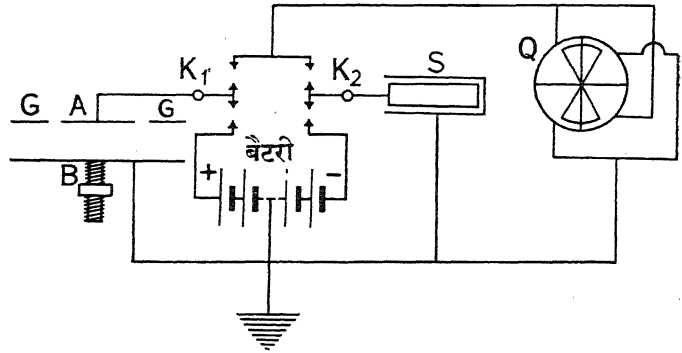
$$1 + \frac{C_2}{C_1} = \frac{d_1}{d_2}$$

$$\therefore \quad \frac{C_2}{C_1}=\frac{d_1-d_2}{d_2}.$$

परन्तु परिभाषा के अनुसार, दिये गये पदार्थ का पारविद्युत्-स्थिरांक $K=\frac{C_2}{C_1}$.

अतः
$$K=\frac{d_1-d_2}{d_2} \qquad \text{.. (18 c).}$$

अतः प्रयोग द्वारा d_1 एवं d_2 ज्ञात कर K का मान निकाला जा सकता है।

(ii) **हौपकिंसन की शून्य विक्षेप विधि** (Hopkinson's Null deflection method)— यदि पदार्थ पट्टी या सिल्ली (slab) के रूप में उपलब्ध हो तो उसका पारविद्युत्-स्थिरांक हौपकिंसन की शून्य विक्षेप की विधि द्वारा निकाला जाता है। इस विधि की प्रायोगिक व्यवस्था चित्र 63 में दिखलायी गयी है। इसमें सम-संख्या (even number) के सेल श्रेणीक्रम में जुड़े होते हैं तथा उनका मध्य-विन्दु भूधृत

(चित्र 63)

रहता है ताकि बैटरी के धन-ध्रुव का विभव यदि V हो तो ऋण-ध्रुव का विभव $-V$ हो। बैटरी के धन एवं ऋण ध्रुव विशिष्ट प्रकार (special type) की बनी कुंजी K_1 एवं K_2 के निचले सिरे से जोड़ दिये जाते हैं जिनके ऊपरी सिरे, एक साथ पाद विद्युन्मापी के एक पाद-युग्म से सम्बन्धित रहते हैं जिसका दूसरा पाद-युग्म भूधृत रहता है। कुंजी K_1, रक्षक-वलय संचक के ऊपरी प्लेट A से सम्बन्धित रहती है जिसकी निचली चलायमान प्लेट (lower movable plate) B भूधृत रहती है। कुंजी K_2 परिवर्ती धारिता (variable capacity) वाले खिसकने वाले बेलनाकार संचक (sliding cylindrical condenser) के भीतरी बेलन से जुड़ी रहती है जिसका बाहरी बेलन भूधृत रहता है।

कार्यविधि (Working)— जब K_1 एवं K_2 को दबाकर निचले सिरे से सम्बन्ध स्थापित किया जाता है तो रक्षक-वलय संचक (guard ring condenser) $+V$

विभव तक आविष्ट हो जाता है तथा बेलनाकार संचक $-V$ विभव तक आविष्ट हो जाता है। यदि दोनों संचकों की धारिता समान हो तो दोनों समान (equal) परन्तु विपरीत (opposite) आवेश प्राप्त करेंगे। अब यदि कुंजी K_1 एवं K_2 को ऊपर उठाकर ऊपरी सिरे से सम्बन्ध स्थापित किया जाय तो विद्युन्मापी को एक तरफ से जितना धन-आवेश मिलेगा दूसरी तरफ से उतना ही ऋण-आवेश मिलेगा अर्थात् विद्युन्मापी को शून्य परिणामी आवेश मिलेगा। फलत: इसकी सूई का कोई विक्षेप नहीं होगा।

अत: प्रयोग में बेलनाकार संचक को तबतक व्यवस्थित किया जाता है जबतक कि K_1 एवं K_2 को नीचे दबाकर फिर ऊपर उठाने पर विद्युन्मापी में कोई विक्षेप न हो। अब जिस सिल्ली का पारविद्युत्-स्थिरांक ज्ञात करना रहता है उसे रक्षक-वलय-संचक की निचली प्लेट पर रखा जाता है—इससे इसकी धारिता बढ़ जाती है। इसकी धारिता घटाकर फिर पूर्व मान प्राप्त करने के लिए, रक्षक-वलय-संचक की निचली प्लेट B को धीरे-धीरे तब तक नीचा किया जाता है जब तक कि K_1 एवं K_2 को नीचे दबाकर फिर ऊपर उठाने पर विद्युन्मापी में कोई विक्षेप न हो। इसका मतलब यह हुआ कि A-B संचक की धारिता फिर वह मान प्राप्त कर चुकी है जो सिल्ली को रखने के पहले था। यह स्थिति प्राप्त करने के लिए संचक A-B की निचली प्लेट B को जितना नीचे करना पड़ता है वह नोट कर लिया जाता है।

यदि रक्षक-वलय-संचक का सार्थक क्षेत्रफल (effective area) A हो तथा उसकी प्लेटों के बीच की दूरी d हो तो उसकी धारिता

$$C=\frac{A}{4\pi d} \qquad \ldots \quad (19\text{ a}).$$

यदि सिल्ली की मोटाई t एवं पारविद्युत्-स्थिरांक K हो तो उसे संचक की प्लेटों के बीच रखने से उसकी धारिता बढ़कर

$$C_1=\frac{A}{4\pi\left(d-t+x+\dfrac{t}{K}\right)} \qquad \ldots \quad (19\text{ b})$$

हो गयी होगी। फिर यदि धारिता का पूर्व मान प्राप्त करने के लिए संचक की निचली प्लेट को x दूरी से नीचे करना पड़ा हो तो उसकी धारिता

$$C_2=\frac{A}{4\pi\left(d-t+x+\dfrac{t}{K}\right)} \qquad \ldots \quad (19\text{ c}).$$

परन्तु प्रयोग से $C=C_2$;

अर्थात्
$$\frac{A}{4\pi d}=\frac{A}{4\pi\left(d-t+x+\dfrac{t}{K}\right)}$$

यानी $$d=d-t+x+\frac{t}{K}$$

या $$\frac{t}{K}=t-x.$$

$$\therefore \quad K=\frac{t}{t-x} \qquad .. \quad (19\ d).$$

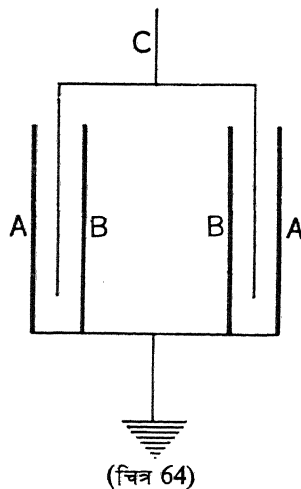
अत: प्रयोग द्वारा t एवं x के मान मालूम कर K का मान ज्ञात किया जा सकता है ।

द्रष्टव्य— व्यवहार में रक्षक-वलय-संचक की जगह पर आकर्षित मंडलक विद्युन्मापी (attracted disc electrometer) का व्यवहार किया जाता है ताकि x का मान, आसानी एवं शुद्ध रूप से, माइक्रोमीटर-पेंच द्वारा प्राप्त किया जा सके ।

(b) द्रव के पारविद्युत्-स्थिरांक का निर्धारण (Determination of dielectric constant of liquid)—

(i) फैराडे की विधि (Faraday's method)— इसकी चर्चा ऊपर की जा चुकी है ।

(ii) हौपकिंसन की विधि (Hopkinson's method)— किसी द्रव का पारविद्युत्-स्थिरांक ज्ञात करने के लिए, हौपकिंसन ने चित्र 63 में दिखायी गयी प्रायोगिक व्यवस्था में रक्षक-वलय-संचक की जगह पर चित्र 64 में दिखाये गये एक विशेष प्रकार के संचक का उपयोग किया ।

(चित्र 64)

इसमें दोहरी दीवाल वाला एक बेलन होता है जिसमें धातु का बना एक दूसरा विसंवाहित बेलन C लटकाया जा सकता है । बेलन C, चित्र 63 की व्यवस्था में कुंजी K_1 से जुड़ा रहता है ।

इस बेलन में जब हवा रहती है तो खिसकने वाले बेलन S को संयोजित किया जाता है ताकि K_1 एवं K_2 को दबाकर फिर उठाने के बाद विद्युन्मापी में कोई विक्षेप न हो । भीतरी बेलन की, S के भीतर, लम्बाई l_1 नोट कर ली जाती है । इस बेलन में अब प्रायोगिक द्रव को भरकर विद्युन्मापी में शून्य विक्षेप के लिए ऊपर के प्रयोग को दुहराया जाता है तथा S के अन्दर, भीतरी बेलन की लम्बाई l_2 नोट कर ली जाती है ।

दोनों हालतों में इस संचक की धारिता, संचक S की धारिता के बराबर होती है अर्थात

$$C_1 = \frac{l_1}{2 \log_{e'} b/a} \quad \text{एवं} \quad C_2 = \frac{l_2}{2 \log_e b/a},$$

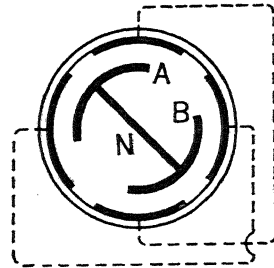
जहाँ a एवं b, S के भीतरी एवं बाहरी बेलन की त्रिज्या हैं। परिभाषा के अनुसार द्रव का पारविद्युत्-स्थिरांक

$$K = \frac{C_2}{C_1} = \frac{l_2}{l_1} \quad \cdot\cdot \quad (20).$$

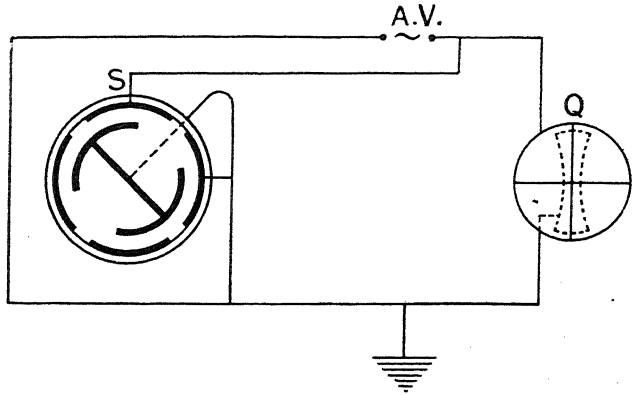
अत: l_1 एवं l_2 ज्ञात कर, K का मान निकाला जा सकता है।

(iii) सिलो की विधि (Sillow's method)— इस विधि में प्रयुक्त उपकरण काँच का एक बेलनाकार बेलन होता है जिसके अन्दर टीन-पत्ती के चार उदग्र टुकड़े लगे होते हैं—आमने-सामने के टुकड़े आपस में सम्बन्धित रहते हैं। इस बरतन में प्लैटिनम की बेलनाकार सूई, जिसके सिरे पर प्लैटिनम की मुड़ी पत्ती के टुकड़े लगे होते हैं लटकती रहती है। यंत्र का क्षैतिज खंड (horizontal section) चित्र 65 में दिखलाया गया है।

सूई को लटकाने वाले धागे में एक छोटा-सा दर्पण लगा होता है जिसकी सहायता से, लैम्प एवं पैमाने की व्यवस्था द्वारा, सूई के विक्षेप का निरीक्षण किया जाता है।

प्रयोग में सूई एवं पत्तियों के एक जोड़े को भूधृत कर दिया जाता है तथा पत्तियों के दूसरे जोड़े को उच्च विभव तक आविष्ट कर दिया जाता है। प्रायोगिक व्यवस्था इस प्रकार पाद विद्युन्मापी की तरह हो जाती है। बरतन में सर्वप्रथम हवा भरकर सूई का विक्षेप नोट किया जाता है और तब बरतन में द्रव भरकर सूई का विक्षेप नोट किया जाता है। दूसरे एवं पहले विक्षेपों का अनुपात प्रायोगिक द्रव के पारविद्युत्-स्थिरांक का मान देता है।

(चित्र 65)

कोहेन एवं एरोन (Cohen & Aron) ने सिलो के विद्युन्मापी के साथ पाद विद्युन्मापी का व्यवहार कर द्रव का पारविद्युत्-स्थिरांक निकाला। इस कार्य के लिए उन्होंने पाद विद्युन्मापी को सम-विभव की रीति से (idiostatically) व्यवहार किया तथा इसके पादों के बीच विभवान्तर उत्पन्न करने के लिए प्रत्यावर्ती

विभव-स्रोत (alternating source of potential) काम में लाया। उनकी प्रायोगिक व्यवस्था चित्र 66 में दिखलायी गयी है।

(चित्र 66)

दोनों विद्युन्मापियों की सूई, Q के एक पाद-युग्म, S की पत्तियों के एक जोड़े तथा स्रोत के एक ध्रुव—सभी को भूधृत कर दिया जाता है तथा स्रोत के दूसरे ध्रुव को दूसरे पाद-युग्म एवं दूसरे पत्ती-युग्म से जोड़ दिया जाता है। इस प्रकार दोनों विद्युन्मापी समानान्तर क्रम में हुए तथा किसी क्षण दोनों विद्युन्मापी के लिए विभवान्तर का मान समान होगा।

यदि दोनों विद्युन्मापियों में हवा हो तथा Q एवं S में विक्षेप क्रमशः θ_1 एवं θ_2 हों तो

$$\theta_1 = p_1(V_a - V_b)^2,$$
$$\theta_2 = p_2(V_a - V_b)^2;$$

जहाँ p_1 एवं p_2 दोनों विद्युन्मापियों के लिए स्थिरांक हैं।

$$\therefore \qquad \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{p_1}{p_2}.$$

अब यदि S में K पारविद्युत्-स्थिरांक वाला द्रव भर देने पर विक्षेप बदलकर θ_1' एवं θ_2' हो जाय तो

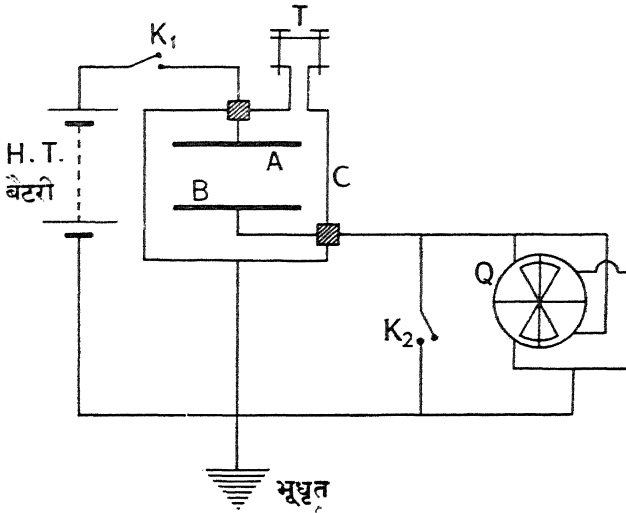
$$\frac{\theta_1'}{\theta_2'} = \frac{p_1}{Kp_2}.$$

$$\therefore \qquad K = \frac{\theta_1}{\theta_2} \cdot \frac{\theta_2'}{\theta_1'} \qquad .. \quad (21).$$

इस प्रकार θ_1, θ_2 तथा θ_1' एवं θ_2' को नोट कर द्रव का पारविद्युत्-स्थिरांक K निकाला जा सकता है।

(a) गैस के पारविद्युत्-स्थिरांक का निर्धारण (Determination of dielectric constant of gas)—

(i) फैराडे की विधि (Faraday's method)— इसका वर्णन पहले किया जा चुका है।

(ii) बोल्जमैन की विधि (Boltzman's method)— बोल्जमैन की विधि द्वारा किसी गैस के पारविद्युत्-स्थिरांक ज्ञात करने के लिए प्रयुक्त उपकरण चित्र 67 में दिखलाया गया है।

(चित्र 67)

इसमें एक भूधृत प्रकोष्ठ C होता है जिसमें दो समानान्तर धातु की प्लेटों का बना संचक AB रहता है। प्रकोष्ठ में बगल से एक नली T लगी होती है जिससे होकर प्रकोष्ठ को वायुरिक्त किया जा सकता है या प्रकोष्ठ में किसी गैस को भरा जा सकता है। प्रकोष्ठ की दीवाल में दो महीन छेद होते हैं जिनसे होकर बाहरी परिपथ से संचक AB का सम्बन्ध किया जाता है। विसंवाहन बनाये रखने के लिए इन छेदों में लाह या चपड़ा लगा दिया जाता है।

संचक की प्लेट A को, कुंजी K_1 होते हुए करीब 300 सेल के उच्च तनाव (high tension) वाली बैटरी के धन-ध्रुव से जोड़ दिया जाता है जिसका ऋण-ध्रुव भूधृत रहता है। संचक की दूसरी प्लेट B को पाद विद्युन्मापी के एक पाद-युग्म से जोड़ दिया जाता है जिसका दूसरा पाद-युग्म भूधृत रहता है। आवश्यकता पड़ने पर कुंजी K_2 को दबाकर विद्युन्मापी के प्रथम पाद-युग्म को भी भूधृत किया जा सकता है।

प्रयोग करने के लिए सर्वप्रथम प्रकोष्ठ C को वायुरहित (exhausted) कर दिया जाता है तथा K_1 एवं K_2 को बन्द कर दिया जाता है ताकि प्लेट nV विभव तक आविष्ट हो जाय जहाँ V प्रत्येक सेल का वि० वा० बल है तथा n सेलों की संख्या है। प्लेट B का विभव शून्य है, क्योंकि K_2 को दबाने से वह भूधृत हो जाती है। दोनों पाद-युग्मों के भूधृत होने की वजह से विद्युन्मापी में कोई विक्षेप नहीं होता है।

अब K_1 को खोलकर प्रकोष्ठ में प्रायोगिक गैस भर दी जाती है। यदि गैस का पारविद्युत्-स्थिरांक K हो तो $A-B$ संचक की धाहिता पहले की अपेक्षा K गुनी बढ़ जाती है, परिणामस्वरूप A का विभव घटकर $\dfrac{nV}{K}$ हो जाता है तथा B भूधृत रहता ही है। इस क्रिया में आवेश का परिणाम अपरिवर्तित रहता है।

अब K_1 को बन्द कर K_2 को खोल दिया जाता है जिससे A का विभव पुन: nV हो जाता है तथा अतिरिक्त आवेश A पर आ जाता है और इस आवेश के कारण प्लेट B, जो अब भूधृत नहीं है, कुछ विभव प्राप्त कर लेती है। पाद-युग्मों के बीच विभवान्तर हो जाने से विद्युन्मापी की सूई विक्षेप, θ, देती है जो विभव-वृद्धि $\left(nV-\dfrac{nV}{K}\right)$ के समानुपाती होता है;

अर्थात्
$$\theta \propto \left(nV-\frac{nV}{K}\right) \propto nV\left(1-\frac{1}{K}\right) \quad \ldots \quad (22\text{ a}).$$

अब बैटरी में एक सेल और जोड़ दिया जाता है ताकि A के विभव में V की वृद्धि हो जाय। इस वृद्धि के चलते यदि विक्षेप में वृद्धि θ' हो तो
$$\theta' \propto V \quad \ldots \quad (22\text{ b}).$$

अब समीकरण (22 a) में (22 b) से भाग देने पर
$$\frac{\theta}{\theta'}=n\left(1-\frac{1}{K}\right)$$

या
$$1-\frac{1}{K}=\frac{\theta}{n\theta'}$$

$$\therefore \quad K=\frac{n\theta'}{n\theta'-\theta} \quad \ldots \quad (22\text{ c}).$$

अत: θ, θ' एवं n ज्ञात कर गैस के पारविद्युत्-स्थिरांक K का मान समीकरण (22 c) से निकाला जा सकता है।

4.11. पारविद्युत्-स्थिरांक के मान में परिवर्तन (Variation in the value of Electric Constant)

ऊपर इसकी चर्चा अनेक जगहों में की गयी है कि किसी पदार्थ या माध्यम का पारविद्युत्-स्थिरांक K उसकी प्रकृति (nature) पर निर्भर करता है। किसी पदार्थ की प्रकृति का अर्थ उसकी शुद्धता से लिया जा सकता है। शुद्धता के अतिरिक्त भी कुछ अन्य बातें हैं जिनपर K का मान निर्भर करता है; यथा— तापमान, आर्द्रता एवं उसके निर्धारण के लिए आरोपित विभव की आवृत्ति (frequency of the applied voltage) आदि।

तापमान के बदलने से करीब-करीब सभी पदार्थों के K के मान में थोड़ा-बहुत परिवर्तन होता है। ठोस का पारविद्युत्-स्थिरांक तापमान के बढ़ने से बढ़ता है तथा द्रव का पारविद्युत्-स्थिरांक तापमान के बढ़ने से घटता है। यदि किसी पदार्थ पर आरोपित प्रत्यावर्ती विभव (alternating potential) की आवृत्ति 100 चक्र प्रति से० या उससे ऊपर हो तो पारविद्युत्-स्थिरांक करीब-करीब स्थिर ही रहता है; परन्तु यदि इसे 100 चक्र/प्रति से० से नीचे किया जाता है तो K के मान में तीव्र वृद्धि नजर आती है।

करीब-करीब वैसे सभी पारविद्युत्, जो नमी का शोषण करते हैं, उनके K के मान में काफी परिवर्तन (variation) पाया जाता है।

विद्युत्-चुम्बकीय सिद्धान्त (electromagnetic theory) के आधार पर यह पाया गया है कि किसी पदार्थ के पारविद्युत्-स्थिरांक K (dielectric constant) एवं वर्तनांक μ (refractive index) के बीच निश्चित सम्बन्ध होता है जो $K=\mu^2$ द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। यह सम्बन्ध तभी तक लागू होता है जब तक दोनों राशियों का निर्धारण समान आवृत्ति (frequency) पर किया जाता है।

साधित उदाहरण

1. दो प्लेटों के बीच आकर्षण-बल की गणना करें यदि उनके बीच 1000 वोल्ट का विभवान्तर आरोपित हो। दिया हुआ है कि उनके बीच की दूरी 0·5 सें०मी० है तथा प्रत्येक का क्षेत्रफल 10 वर्ग सें०मी० है।

(B. U. 1953 S, '58; Rajasthan '58, 'All. U. '49; Agra '52; Poona '64, '65; Nagpur '65; Pat. U. '64 S)

(Calculate the force between two plates when a potential difference of 1000 volts is applied between them, given that they are 0·5 cm. apart and of area 10 sq. cm.)

दोनों प्लेटों के बीच आकर्षण-बल

$$F=\frac{(V_a-V_b)^2}{8\pi d^2}A,$$

जहाँ $V_a - V_b = 1000$ वोल्ट $= \frac{1000}{300}$ e. s. u. $= \frac{10}{3}$ e. s. u.,

$d =$ प्लेटों के बीच की दूरी $= 0·5$ सें०मी०,
$A =$ प्लेट का क्षेत्रफल $= 10$ वर्ग सें०मी० ।

$$\therefore \quad F = \frac{(\frac{10}{3})^2}{8\pi \times (0·5)^2} \times 10$$

$$= \frac{10 \times 10 \times 10}{3 \times 3 \times 8\pi \times 0·5 \times 0·5} = 17·7 \text{ डाइन ।}$$

2. एक प्राद विद्युन्मापी को, जिसकी धारिता 5 सें०मी० है, जब एक अज्ञात धारिता के आविष्ट चालक से जोड़ दिया जाता है तो यह 200 मिलीवोल्ट बतलाता है। जब अज्ञात धारिता वाले चालक के समानान्तर 15 सें०मी० धारिता का चालक लगा दिया जाता है तो विक्षेप 16° मिलीवोल्ट हो जाता है। अज्ञात धारिता का मान क्या है ? (B. U. 1959 A)

(A quadrant electrometer whose capacity is 5 cm. is connected to a charged conductor of unknown capacity and it indicates 200 millivolts. A known capacity of 15 cm. is connected in parallel to the unknown capacity and the indication is 160 m. volts. What is the value of the unknown capacity ?)

मान लें कि आविष्ट चालक की धारिता C सें०मी० है।
चूँकि दोनों हालतों में आवेश का परिमाण समान है, अतः

$$(5 + C) \times 200 = (15 + C + 5) \times 160$$

या $$1000 + 200\,C = 20 \times 160 + 160\,C$$

या $$40C = 3200 - 1000 = 2200$$

$$\therefore \quad C = \frac{2200}{40} = 55 \text{ सें०मी० ।}$$

अर्थात्, आविष्ट चालक की धारिता $= 55$ सें०मी० है।

3. 10^{10} ओम के एक प्रतिरोध से, जिसके दोनों सिरे पाद विद्युन्मापी के दोनों पाद युग्मों से सम्बन्धित हैं, एक क्षीण धारा बहती है। सूई का विक्षेप 120 पैमाना-अंश है। जब एक डेनियल सेल (वि० वा० बल 1·08 वोल्ट) को पादों के बीच जोड़ दिया जाता है तो विक्षेप 54 पैमाना-अंश होता है। धारा का परिमाण क्या है ?
(Rajasthan 1957)

(A small current flows through a resistance of 10^{10} ohms, the ends of which are connected to opposite quadrants of an electrometer. The deflection is 120 scale divisions. When a Daniell cell (e. m. f. = 1·08 volt) is connected across these quadrants, the deflection is 54 scale div. What is the magnitude of the current ?)

पाद विद्युन्मापी में विक्षेप, पादों के बीच विभवान्तर के समानुपाती होता है। अतः यदि प्रतिरोध के सिरों के बीच विभवान्तर V वोल्ट हो तो

$$V \propto 120 \quad \text{तथा} \quad 1{\cdot}08 \propto 54.$$

$$\therefore \quad \frac{V}{1{\cdot}08} = \frac{120}{54}; \quad \therefore \quad V = \frac{120 \times 1{\cdot}08}{54} \text{ वोल्ट}$$

अतः प्रतिरोध होकर बहने वाली धारा का मान

$$C = \frac{V}{R} = \frac{120 \times 1{\cdot}08}{54 \times 10^{10}} = 2{\cdot}4 \times 10^{-10} \text{ ऐम्पियर।}$$

4. 20 सें०मी० धारिता वाले किसी विद्युतदर्शक यन्त्र के भीतर की हवा का आयनीकरण X-किरण द्वारा किया जाता है तो पाया जाता है कि स्वर्णपत्र का विभव 1 मिनट में 154 वोल्ट से बदलकर 100 वोल्ट हो जाता है। धारा का मान ज्ञात करें; दिया हुआ है कि 1 फैराड $= 9 \times 10^{11}$ सें०मी०। (Agra 1950)

(When the air inside an electroscope of 20 cm. capacitance is ionised by a beam of X-rays, it is observed that the potential of the gold leaf changes from 154 volts to 100 volts in one minute. Find the current, given 1 farad $= 9 \times 10^{11}$ cm.)

$$\text{धारा } i = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt} \cdot (CV) = C\frac{dV}{dt}$$

यहाँ

$$C = 20 \text{ सें०मी०} = \frac{20}{9 \times 10^{11}} \text{ फैराड,}$$

$$\frac{dV}{dt} = \frac{154 - 100}{60} = 9 \text{ वोल्ट/सेकेण्ड।}$$

$$\therefore \quad i = C\,\frac{dV}{dt} = \frac{20}{9 \times 10^{11}} \times 9 = 2 \times 10^{-11} \text{ ऐम्पियर।}$$

प्रश्नावली ३

(अ)

1. दूसरे प्रकार के विद्युन्मापी की अपेक्षा इसके फायदों को बताते हुए आकर्षित मंडलक विद्युन्मापी का वर्णन करें। इसे निरपेक्ष विद्युन्मापी क्यों कहते हैं?

(B. U. 1953, '58, '60, '62 S; P. U. 1962, '54 S, '58 S; Cal. U. 1962; Andhra 1962; Baroda 1964; Punjab 1964, '59 S, '56, '54, '53 S, '51; Agra 1965, '62, etc.)

[Give an account of the attracted disc electrometer pointing out the advantages which it may have over other forms of electrometer. Why is it called absolute electrometer ?]

2. आकर्षित मंडलक विद्युन्मापी का वर्णन करें तथा बतलाएँ कि किसी ठोस के पारविद्युत्-स्थिरांक के निर्धारण के लिए इसका व्यवहार किस प्रकार किया जा सकता है।

(P. U. 1953 A; Lucknow 1961; Madras 1966; Osmania 1964; Andhra 1961 etc.)

[Describe an attracted disc electrometer and explain how it is used for determining the dielectric constant of a solid.]

3. पाद विद्युन्मापी का वर्णन करें तथा इसकी कार्यविधि का सिद्धान्त लिखें। बताएँ कि दो तरीके से इसका इस्तेमाल किस प्रकार किया जाता है। दूसरे विद्युन्मापी एवं वोल्टमीटर के प्रति इसकी खूबियों एवं खामियों का उल्लेख करें।

(B. U. 1954; P. U. 1957; Madras 1966; Alld. 1966; Andhra 1963, '62, '61; Lucknow 1958; Rajasthan 1961, '66; Punjab 1961 S; Poona 1966, '65, '63 etc.)

[Describe quadrant electrometer and give the theory of its action. State the two ways of using the instruments with the advantages and disadvantages of an electrometer over a voltmeter.]

4. पाद विद्युन्मापी की बनावट एवं सिद्धान्त लिखें। बताएँ कि इसका व्यवहार किस प्रकार किया जाता है—

(a) सूक्ष्म स्थायी विभवान्तर मापने के लिए,

(B. U., P. U. 1953 S; Punjab 1959, '57 S, '55, '50)

(b) प्रत्यावर्ती विभवान्तर मापने के लिए,

(B. U. 1955; P. U. 1953 S, '55 A, '59; Ranchi 1962; Agra 1963; Punjab 1959, '57 S; Alld. 1966; Rajasthan 1965, '57 etc.)

(c) क्षीण या आयनीकरण-धारा (10^{-12} ऐम्पियर के क्रम में) मापने के लिए।

(B. U. 1959 S; Bhag. Univ. 1962; Ranchi 1962; Agra 1965 S, '61, '58, '56)

[Describe the construction and give the theory of the quadrant electrometer. Explain how it may be used to measure—

(a) small steady potential difference,

(b) alternating potential difference,

(c) small or ionisation current (of the order of 10^{-12} amp.).

5. (a) पाद विद्युन्मापी की धारिता आप किस प्रकार निकालियेगा? बतलाएँ कि दो धारिताओं की तुलना के लिए इसका व्यवहार आप किस प्रकार कीजिएगा।

(Delhi Hons. 1957, '55, '53)

(b) दो सेलों के विभवान्तर (या विद्युत्वाहक बलों) की तुलना करने के लिए इसका उपयोग किस प्रकार कीजियेगा? (Delhi 1958; P. U. 1955)

[(a) Explain how would you measure the capacity of a quadrant electrometer and use it to compare two capacities.

(b) How would you use the quadrant electrometer to compare the e. m. f. of two cells ?]

6. (a) पारविद्युत्-स्थिरांक की परिभाषा दें। पट्टी के रूप में प्राप्त ठोस का पारविद्युत्-

स्थिरांक ज्ञात करने के लिए एक विधि का वर्णन करें ।

(B. U. 1955 S, '63 S; P. U. 1954 S, '59 S; Punjab 1963 S, '61, '60 S; Agra 1959, '48)

(b) द्रव के वि०प्रे०धा० (S. I. C.) ज्ञात करने के लिए एक सही विधि का वर्णन करें ।

(P. U. 1958; Punjab 1961, '60 S; Delhi Hons. 1954; Lucknow 1952)

(c) गैस के पारविद्युत्-स्थिरांक ज्ञात करने के लिए बोल्जमैन-विधि का वर्णन करें ।

(B. U. 1957; Agra 1957)

[(a) Define dielectric constant. Describe a method for the determination of dielectric constant of a solid in the form of a slab.

(b) Describe an accurate method for determining S. I. C. of a liquid.

(c) Describe Boltzman's method for determining the dielectric constant of a gas.]

(ब)

1. 10 सें०मी० समान त्रिज्या की दो प्लेटें एक-दूसरे के समानान्तर 2 मि०मी० की दूरी पर रखी हुई हैं । यदि उनके बीच 1 ग्राम-भार का बल लगता हो तो उनके बीच के विभवान्तर का मान निकालें । (Osmania 1964)

(उत्तर : 531 वोल्ट)

[Two plates of the same radius 10 cm. are placed parallel to each other, the separation between them being 2 mm. If the force between them is 1 gm. wt., find the potential between them.]

2. एक विद्युन्मापी को बैटरी से थोड़ी देर के लिए जोड़कर आविष्ट कर दिया जाता है तो विक्षेप 100 अंश पाया जाता है । विद्युन्मापी के समानान्तर में जब 50 e s.u. धारिता का संचक जोड़ दिया जाता है तो विक्षेप 75 अंश हो जाता है । विद्युन्मापी की धारिता ज्ञात करें । (Delhi 1955)

(उत्तर : 150 e.s.u.)

[An electrometer is charged by connecting it momentarily to a battery and a deflection of 100 divisions is observed. A condenser of 50 e.s.u. capacity is then connected in parallel to the electrometer and the deflection falls to 75 divisions. Find the capacity of the electrometer.]

3. एक समानान्तर पट्टिका वाला वायुसंचक, जिसकी प्रत्येक पट्टी का क्षेत्रफल 400 वर्ग सें०मी० तथा जिनके बीच की दूरी 1 सें०मी० है, एक विद्युन्मापी के भूधृत एवं विसंवाहित पाद-युग्मों से जोड़ा गया है । जब संचक को आविष्ट किया जाता है तो 60 अंश का विक्षेप पाया जाता है । जब 1 सें०मी० मोटी काँच की पट्टी संचक की प्लेट के बीच में रखी जाती है तो विक्षेप 20·4 अंश हो जाता है । यदि विद्युन्मापी की धारिता 50 e.s.u. हो तो काँच का पारविद्युत्-स्थिरांक ज्ञात करें । (लगभग 6)

[The terminals of a parallel plate air condenser, the area of each plate being 400 sq. cm. and their distance apart 1 cm., are connected

to the earthed and insulated quadrants of an electrometer. The condenser is charged to give a deflection of 60 divisions. When a sheet of glass 1 cm. thick is placed between the plates, the deflection falls to 20·4 divisions. If the capacity of the electrometer is 50 e.s.u., determine the dielectric constant of the glass.]

4. निम्नलिखित आँकड़ों से आयनीकरण-धारा का मान निकालें—

विद्युन्मापी की धारिता = 100 e.s.u.,

विद्युन्मापी की सुग्राहिता = 5000 अंश/वोल्ट,

आयनीकरण के कारण विद्युन्मापी के विक्षेप के घटने की दर = 5 अंश प्रति सेकेण्ड।

(उत्तर : $0{\cdot}111 \times 10^{-10}$ amp.)

[Calculate the ionisation current from the following data—

Capacity of the electrometer = 100 e.s.u.,

Sensitiveness of the electrometer = 5000 div./volt.

Rate of fall of deflection of the electrometer due to ionisation is 5 divisions per second.]

5. किसी स्वर्णपत्र-विद्युत्दर्शक यन्त्र की धारिता 20×10^{-6} माइक्रोफैराड है तथा जब इसे 600 वोल्ट के विभव तक आविष्ट कर दिया जाता है तो इसकी पत्तियों का फैलाव 25 अंश होता है। यदि इस स्थिति में, अपूर्ण विसंवाहन के कारण पत्ती का फैलाव 1 अंश प्रति मिनट की दर से घट रहा हो तो इस धारा एवं विसंवाहन-प्रतिरोध का मान ज्ञात करें। आप मान सकते हैं कि पत्तियों का फैलाव इसके विभव के समानुपाती होता है। (Poona 1963)

(उत्तर : 8×10^{-12} amp., 75×10^{12} ohms)

[A gold leaf electroscope has a capacity of 20×10^{-6} microfarad and its leaf diverges to 25 div. when charged to a potential of 600 volts. If in this position, the divergence of the leaf decreases at the rate of 1 division in a minute due to imperfect insulation, find the leakage current and the resistance of the insulation. You may assume that the divergence of the leaf is proportional to the potential.]

५

वायुमण्डलीय विद्युत्
[ATMOSPHERIC ELECTRICITY]

5.1. वायुमण्डलीय विद्युत् (Atmospheric Electricity)

बरसात के दिनों में कौन ऐसा होगा जिसने मेघगर्जन (thunder) नहीं सुना होगा या वज्रपात (lightning) नहीं देखा होगा। मेघगर्जन एवं वज्रपात के अतिरिक्त, उत्तरी ध्रुवप्रभा (aurora borealis) एवं दक्षिणी ध्रुवप्रभा (aurora australis) कुछ ऐसी प्राकृतिक घटनाएँ हैं जो बताती हैं कि वायुमण्डल में दोनों ही प्रकार—धन एवं ऋण—के आवेश प्रचुर परिमाण में उपस्थित हैं। सन् 1752 ई० में बेन्जामिन फ्रैंकलिन ने अपने प्रमुख पतंग-प्रयोग (kite-experiment) से यह प्रमाणित कर दिया कि वायुमण्डल विशेष रूप से विद्युत् से आविष्ट रहता है—उन्होंने यह भी देखा कि वायुमण्डल से जो वज्रपात (lightning) होता है तथा स्थिर-वैद्युतक यन्त्र (electrostatic machine) से जो स्फुलिंग निकलती है—दोनों में काफी समरूपता होती है।

सन् 1752 ई० में ले मोनेर (Le Monnier) ने प्रयोग द्वारा यह दिखलाया कि जब किसी विसंवाहित लम्बे चालक को उदग्र रूप से खड़ा कर दिया जाता है तो वह विद्युन्मय हो जाता है—यह बात उस समय भी देखने में आती है जिस समय आकाश साफ रहता है। इस घटना का कारण उन्होंने वायुमण्डल में आविष्ट कणों की उपस्थिति बतलाया तथा पाया कि पृथ्वी की सतह के ऊपर, हवा में एक निश्चित विद्युत्-क्षेत्र एवं विभव-प्रवणता (potential gradient) होती है। विद्युत्-क्षेत्र की दिशा निम्नवत् होती है जिसका अर्थ यह हुआ कि ऊपर का क्षेत्र उच्च विभव पर तथा नीचे का क्षेत्र निम्न विभव पर होता है। इससे निष्कर्ष निकलता है कि पृथ्वी ऋण-विद्युत् से आविष्ट तथा वायुमण्डल धन-विद्युत् से आविष्ट है।

5.2. वायुमण्डल के विद्युन्मय होने के कारण (Causes of electrification of the atmosphere)

ऊपर के विवेचन से हम इस निष्कर्ष पर आते हैं कि वायुमण्डल में विद्युत्-आवेश मौजूद है, परन्तु वायुमण्डल में विद्युत्-आवेश की उपस्थिति का सही कारण अभी तक भली-भाँति ज्ञात न हो सका है।

एक सिद्धान्त यह मानता है कि पृथ्वी की सतह पर स्थित जलस्रोतों से जो जल-वाष्प वायुमण्डल में जाता है वह अपने साथ कुछ धन-विद्युत्-आवेश लेता जाता है

जिसके फलस्वरूप वायुमण्डल धनाविष्ट तथा इसकी तुलना में पृथ्वी एवं जलस्रोत ऋणाविष्ट हो जाते हैं।

एलेस्टर (Elster) एवं जेटल (Geitel) की धारणा के मुताबिक वायुमण्डल के विद्युन्मय होने का कारण सूर्य से निकलने वाली परा-बैंगनी (ultra-violet) किरणें हैं। ये किरणें वायुमण्डल में स्थित गैस-अणुओं को क्रमशः धनाविष्ट एवं ऋणाविष्ट खण्डों में बाँट देती हैं जिन्हें आयन (ion) कहते हैं तथा अणुओं के इस प्रकार आविष्ट भागों, यानी आयनों में बँटने की क्रिया को आयनीकरण (ionisation) कहते हैं। वायुमण्डल के अणुओं का आयनीकरण, अन्तरिक्ष से आने वाली किरणों, जिसे कौस्मिक किरण (cosmic rays) कहते हैं, के भी कारण हो सकता है।

कुछ अन्य लोगों का मत है कि वायुमण्डल में विद्युत्-आवेश की उपस्थिति का कारण पृथ्वी की परत में वर्तमान रेडियो-सक्रिय (radio active) तत्त्वों से निकलने वाली किरणें, यथा α-किरण, β-किरण एवं γ-किरण, हैं। ये किरणें भी वायुमण्डल के अणुओं को आयनों में विभक्त कर देती हैं, जिसके फलस्वरूप वायुमण्डल में प्रचुर परिमाण में विद्युत्-आवेश उपस्थित रहता है तथा यह विद्युन्मय रहता है।

यदि वायुमण्डल की हवा का आयनीकरण ऐसे क्षेत्र में होता हो जहाँ विद्युत्-क्षेत्र उपस्थित हो, तो उत्पन्न आयन इतना वेग प्राप्त कर सकता है कि वह वायु के अणुओं में टक्कर (collision) से और आयनीकरण (further ionisation) पैदा कर सके।

यदि वायुमण्डल का आयनीकरण ऐसे क्षेत्र में होता हो जहाँ कोई विद्युत्-क्षेत्र नहीं है तो यह सम्भव है कि किसी एक प्रकार के आयन की अधिकता के कारण वायु में प्रचुर परिमाण में आवेश एकत्रित हो जाय। अनेक साधारण प्रयोगों या उदाहरणों द्वारा इस प्रकार के आवेश की उपस्थिति का पता लगाया जा सकता है।

चूँकि वायुमण्डल का ऊपरी क्षेत्र, निचले क्षेत्र की तुलना में उच्च विभव पर रहता है, अतः ऊपर के क्षेत्र से धन-आवेश बराबर नीचे आता रहता है जिससे पृथ्वी पर स्थित ऋण-आवेश क्लीवित (neutralise) हो जाता है। धन-आवेशों का अधिकांश भाग तो वर्षा द्वारा ऊपर से नीचे लाया जाता है। इस प्रकार, कौस्मिक किरण तथा सूर्य से आने वाली परा-बैंगनी किरण द्वारा ऋण-आवेश का निरन्तर नवीकरण (continued renewal) होता रहता है। इस प्रकार हम पाते हैं कि वायु-मण्डल में निरन्तर इलेक्ट्रन की एक धारा-सी बहती रहती है तथा वायुमण्डल विद्युन्मय रहता है।

वायुमण्डल के विद्युन्मय होने का भले ही कोई कारण हो, इतना तो प्रमाणित हो ही चुका है कि पृथ्वी की अपेक्षा वायुमण्डल का ऊपरी क्षेत्र सदा धन-विद्युत् से आविष्ट रहता है। इस तथ्य की जाँच विभिन्न ऊँचाइयों पर दो विसंवाहित चालकों को रखकर तथा उन्हें पाद विद्युन्मापी के दो पाद-युग्मों से जोड़ने से उत्पन्न विक्षेप को देखकर आसानी से की जा सकती है।

वास्तविक प्रयोगों के परिणामों से यह पता चलता है कि पृथ्वी की सतह से

करीब 1 मीटर की ऊँचाई तक विद्युत्-क्षेत्र करीब-करीब समरूप रहता है और उसके ऊपर करीब 1 किलोमीटर तक विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता करीब 110 वोल्ट प्रति मीटर रहती है। इससे अधिक ऊँचाई पर विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता धीरे-धीरे घटने लगती है तथा बहुत ऊँचाई पर जाकर इसका मान नगण्य हो जाता है।

अब, 1 किलोमीटर की ऊँचाई तक विद्युत्-क्षेत्र की तीव्रता

$$E=-\frac{dV}{dx}=-110 \text{ वोल्ट/मीटर}$$

$$=-\frac{110}{300\times100} \text{ e.s.u./सें०मी०।}$$

अत: कूलम्ब के नियम से, पृथ्वी की सतह पर ऋण-आवेश का पृष्ठ-घनत्व (surface density)

$$\sigma=\frac{E}{4\pi}=-\frac{110}{4\pi\times30000}=-2{\cdot}7\times10^{-4} \text{ e.s.u./सें०मी०}^2\text{।}$$

चूँकि 15 किलोमीटर की ऊँचाई पर के वायुमण्डल का विभव, पृथ्वी की सतह की अपेक्षा करीब 3,00,000 वोल्ट होता है अतः यह ऊपरी वायुमण्डल एवं पृथ्वी एक बड़े संचक की तरह काम करते हैं जिनके बीच की हवा पारविद्युत् की भाँति कार्य करती है। इस संचक की धनाविष्ट सतह एवं ऋणाविष्ट सतह के बीच आवेश का स्थानान्तरण—

(a) परिवहन-धारा द्वारा,

(b) वर्षा या हिमपात (snow fall)

या (c) वज्रपात-निराविष्टीकरण (lightning discharges)— किन्हीं विधियों द्वारा हो सकता है।

5.3. बादल का विद्युताविष्ट होना (Electrification of clouds)

बादल के विद्युताविष्ट होने के सम्बन्ध में अनेक सिद्धान्त प्रतिपादित किये गये हैं, परन्तु उनमें से किसी का भी व्यापक ढंग से उपयोग नहीं किया जा सकता है। आवाज करते हुए बैलून (sounding balloons) वाले प्रयोग से प्राप्त सिम्पसन के प्रेक्षण (Simpson's observation) के आधार पर किसी तरह, सरल तरीके से, बादल के विद्युताविष्ट होने के कारण को समझा जा सकता है। उनके मुताबिक, पानी की बूँदें जो पृथ्वी के जलस्रोतों से धनात्मक आवेश को साथ में लेते हुए ऊपर जाकर बादल का निर्माण करती हैं, ऋण-आवेश के साथ काफी आत्मीयता रखती हैं। अत:, वे वैसी हवा से घेर ली जाती हैं जो ऋण-विद्युत् से आविष्ट होती है। इन

छोटी-छोटी बूँदों से बने बादल के विरुद्ध में जब हवा ऊपर की ओर बहती है, तो वह धन-विद्युत् से आविष्ट बड़ी-बड़ी पानी की बूँदों में बँट जाती है तथा गुरुत्वाकर्षण की वजह से वे बादल की निचली तह (bottom layer) का निर्माण करती हैं और विभाजन-क्रिया द्वारा बनी छोटी-छोटी बूँद घेरने वाले वायुमण्डल द्वारा ऋणाविष्ट हो जाती हैं तथा हवा के साथ-साथ ऊपर चली जाती हैं। ये बूँदें चूँकि ऋणाविष्ट होती हैं, अत: बादल की ऊपरी तह (top layer) पर ऋण-आवेश जमा हो जाता है।

इस प्रकार के जब करोड़ों आविष्ट कण जमा हो जाते हैं तो बादल की निचली तह पर प्रचुर परिमाण में धन-आवेश जमा हो जाता है जो पृथ्वी पर समान परिमाण में ऋण-आवेश को उपपादित करता है तथा इस तरह बादल की निचली सतह एवं पृथ्वी के बीच एक विभवान्तर पैदा हो जाता है। इस प्रकार, उत्पन्न विभवान्तर का मान जब बीच के माध्यम हवा के प्रतिरोध को निष्फल करने के लिए पर्याप्त हो जाता है तो वज्रपात (lightning) के रूप में बादल से पृथ्वी पर विद्युत्-विसर्जन (electric discharge) होता है। इस प्रकार की घटना आपस के दो बादलों के भी बीच में हो सकती है यदि उनके बीच का विभवान्तर उपयुक्त (requisite) मान को प्राप्त कर ले।

प्रयोग द्वारा भी यह प्रमाणित हो चुका है कि वर्षा की बड़ी बूँदें धनाविष्ट एवं छोटी बूँदें ऋणाविष्ट होती हैं।

तड़ित्-झंझा (Thunder storms)

तड़ित्-झंझा की घटना, बादलों के अत्यधिक विद्युन्मय (intense electrification) होने से उन्पन्न मानी जाती है। ऊपर बतलाया जा चुका है कि ज्यों-ज्यों बादल बढ़ता है उसमें पानी की बूँदें आपस में मिलकर बड़ी-से-बड़ी बूँदों का निर्माण करती हैं। फलस्वरूप, उनका विभव बहुत बढ़ जाता है। ऐसी बड़ी-बड़ी बूँदों से बने बादल का विभव जब बहुत ही अधिक हो जाता है तो आविष्ट बादल एवं पृथ्वी के बीच या विपरीत विद्युत् से आविष्ट बादलों के बीच विध्वंसात्मक विसर्जन (disruptive discharge) उत्पन्न हो जाता है जिसे तड़ित-झंझा कहते हैं।

यद्यपि इस प्रकार की घटना विरले ही देखने को मिलती है, फिर भी ऐसा अनुमान किया जाता है कि पृथ्वी प्रतिदिन करीब 44000 तड़ित्-झंझा के उत्पन्न होने का अनुभव करती है। आधुनिक पैमाइश (recent measurement) के आधार पर ऐसा अनुमान किया जाता है कि प्रत्येक तड़ित्-झंझा के उत्पन्न होने से करीब 20 से 30 लाख किलोवाट की दर से विद्युत्-ऊर्जा उत्पन्न होती है। इस प्रकार, सम्पूर्ण वायुमण्डल में तड़ित्-झंझा के कारण उत्पन्न विद्युत्-ऊर्जा का मान करीब-करीब 4×10^9 किलोवाट आता है।

5.5. वज्रपात (Lightning)

ऐसा माना जाता है कि तड़ित-झंझा उत्पन्न होने के समय आस-पास के बादलों के बीच या पृथ्वी तथा आविष्ट बादल के बीच विभवान्तर का मान बहुत ही अधिक होता है। ऐसी स्थिति में ऐसा माना जा सकता है कि पृथ्वी एवं आविष्ट बादल मिलकर एक वृहत् संचक बनाते हैं जिनके बीच हवा पारविद्युत् माध्यम के रूप में होती है। जब दोनों के बीच विभवान्तर का मान इतना बढ़ जाता है जिसे पार-विद्युत् बर्दास्त नहीं कर सकता हो तो इसका विभंजन (breakdown) हो जाता है, जिसके साथ चमक के साथ विद्युत्-विसर्जन (electric discharge with flash of light) होता है, जिसे वज्रपात कहते हैं।

इस प्रकार, वज्रपात की औसत ऊर्जा करीब 250 किलोग्राम-मीटर तथा वज्रपात के रास्ते का तापमान करीब 1,50,000°C हो जाता है। इस कारण, जिस रास्ते से होकर वज्रपात गुजरता है, वहाँ की हवा काफी गर्म हो जाती है जिसके कारण उसमें अचानक फैलाव (sudden expansion) हो जाता है। इस प्रकार के अचानक फैलाव से हवा काफी ठण्ढी हो जाती है जिससे उसमें अचानक सिकुड़न (sudden contraction) होती है। ऐसा होने से स्थानविशेष पर आंशिक शून्य (partial vacuum) उत्पन्न हो जाता है जिसे भरने के लिए चारों तरफ की हवा काफी वेग से दौड़ती है। वज्रपात के समय गरज की अनुभूति हवा के इस अचानक फैलाव एवं अचानक सिकुड़न के ही कारण होती है।

वज्रपात बड़ा ही विध्वंसात्मक होता है। प्रत्येक वर्ष हजारों आदमी, माल-मवेशी एवं पशु-पक्षी इससे मरते हुए पाये जाते हैं।

जब आकाश में बिजली चमक रही हो या बादल गरज रहे हों या अचानक मेघ-गर्जन और बिजली की कड़क के साथ तूफान और वर्षा आ जाय तो वज्रपात के खतरे से बचने के लिए निम्नलिखित सावधानी बरतनी चाहिए—

यदि आप ऐसे समय में किसी खुले मैदान में हों तो किसी पेड़ के नीचे या धातु के खम्भों, टावरों तथा तार की चहारदीवारी के पास न जाकर सीधे खुले मैदान में लेट जायँ।

यदि आप ऐसे समय में नदी या तालाब में हों तो जलाशय छोड़कर सूखी जमीन पर आ जायँ। यदि आप बन्द मोटर में सवारी कर रहे हों तो उसी के अन्दर बैठे रहें। मोटर की धातु की दीवारें फैराडे-पिंजड़े का काम करेंगी तथा आप सुरक्षित रहेंगे। बिजली की कड़क के साथ तूफान उठ रहा हो तो छाता खोलकर सर पर नहीं रखें।

5.6. तड़ित्-चालक (Lightning Conductor)

जब आकाश की बिजली मकान पर गिरती है तो उससे मकान की क्षति तो होती ही है, साथ-साथ मकान के अन्दर बैठे हुए मनुष्यों की मृत्यु तक भी हो सकती है। वज्राघात की दुर्घटना से मकान को सुरक्षित रखने के लिए छत के उच्चतम स्थान

पर त्रिशूल के आकार का धातु का नुकीला डण्डा खड़ा करके लगा दिया जाता है जिसे तड़ित्-चालक कहते हैं।

तड़ित्-चालक का सिद्धान्त नोकों की क्रिया (action of points) पर आधारित है। इसके निर्माण का सुझाव सर्वप्रथम बेंजामिन फ्रैंकलिन ने सन् 1749 ई० में दिया। यह धातु का एक डण्डा होता है जिसका ऊपरी सिरा त्रिशूल के आकार का रहता है। इस डण्डे को ताँबे के मोटे तार द्वारा अच्छी तरह भूधृत कर दिया जाता है। तार को अच्छी तरह भूधृत करने की विधि यह है कि उस तार के निचले सिरे को या तो कुएँ में डाल दिया जाता है या पृथ्वी के अन्दर काफी गहराई तक ले जाकर गाड़ दिया जाता है जहाँ की मिट्टी हर मौसम में गीली (wet) ही रहती है।

बरसात के समय, आविष्ट बादल जब तड़ित्-चालक की नोकों के ऊपर से होकर गुजरता है तो विपरीत प्रकार का उपपादित विद्युत्-आवेश इसकी नोकों पर एकत्रित हो जाता है। नोक के आसपास की हवा स्पर्श के कारण सम-विद्युत् से आविष्ट होकर नोक से विकर्षित होने लगती है। इस प्रकार, आविष्ट हवा का झोंका बादल की ओर अभिमुख (directed) होकर बहने लगता है जिससे बादल धीरे-धीरे निरा-विष्ट (discharged) होने लगता है तथा वज्रपात की सम्भावना बहुत ही कम होती जाती है। यदि बादल एवं चालक के बीच का विभवान्तर इतना अधिक हो कि वज्रपात हो ही जाय तो कम प्रतिरोध के कारण सुगम रास्ता मिल जाने से यह वज्रपात तड़ित्-चालक के मोटे चालक तार से होते हुए मकान को बिना किसी प्रकार की क्षति पहुँचाये पृथ्वी में जाकर विलीन हो जाता है। इस प्रकार, मकान या उसके भीतर बैठे हुए मनुष्य को किसी प्रकार की क्षति नहीं पहुँच पाती है।

5.7. ध्रुवप्रभा (Aurora)

ध्रुवप्रभा वायुमण्डल में प्रकाशमान विद्युत्-विसर्जन (luminous electric discharge) को कहते हैं जिसे प्रायः ध्रुवीय प्रदेशों के काफी विस्तृत क्षेत्र तक में देखा जा सकता है। उत्तर ध्रुवीय प्रदेशों में देखी जाने वाली ध्रुवप्रभा को उत्तरी ध्रुवप्रभा (aurora borealis) तथा दक्षिण ध्रुवीय प्रदेशों में देखी जाने वाली ध्रुवप्रभा को दक्षिणी ध्रुवप्रभा (aurora australis) कहते हैं। ध्रुवप्रभा का रूप (appearance) विभिन्न प्रकार का होता है।

ध्रुवप्रभा प्रायः 90 किलोमीटर से लेकर 400 किलोमीटर की ऊँचाई पर प्रकट होती है यद्यपि सूर्यास्त के बाद इसे 800 किलोमीटर की भी ऊँचाई पर प्रकट होते हुए देखा जाता है। ध्रुवप्रभा के वर्णपट (spectrum) में नाइट्रोजन की रेखाएँ (nitrogen lines) एवं परमाण्विक आक्सीजन की एक हरी रेखा पायी जाती है। इसमें हाइड्रोजन या हिलियम की रेखाएँ नहीं रहती हैं।

बर्कलैण्ड (Birkeland) एवं स्टौर्मर (Stormer) के मतानुसार ध्रुवप्रभा की उत्पत्ति आविष्ट कणिकाओं (charged corpuscles), जो सूर्य से निकलती हैं तथा ध्रुवीय

प्रदेशों में चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा विपथित (diverted) हो जाती हैं, उनके आपस में टकराने के फलस्वरूप होती है।

प्रश्नावली ४

1. वायुमण्डल की चालकता के कारण क्या हैं? आकाश में बिजली क्यों चमकती है तथा वज्रपात क्यों होता है?

2. इमारतों को वज्रपात से सुरक्षित रखने के लिए किस युक्ति से काम लिया जाता है? इस युक्ति का नाम बताएँ तथा इसकी क्रिया समझाएं।

3. तड़ित्-झंझा, वज्रपात एवं ध्रुवप्रभा पर टिप्पणी लिखें।

4. जब मेघ गर्जन कर रहा हो और आकाश में बिजली चमक रही हो, उस समय यदि कोई आदमी घर से बाहर हो, तो उसे अपनी सुरक्षा के लिए क्या करना चाहिए?

खण्ड ४

धारा-विद्युत्
(CURRENT ELECTRICITY)

१ किरशॉफ के नियम तथा उसके कुछ उपयोग
(KIRCHOFF'S LAWS AND SOME OF ITS APPLICATIONS)

1.1. किरशॉफ के नियम (Kirchoff's Laws)

विद्युत्-परिपथ के जोड़ों पर धाराओं में जो सम्बन्ध होता है उसे किरशॉफ के प्रथम नियम से प्राप्त किया जाता है। किरशॉफ का प्रथम नियम निम्नलिखित है—
किसी विन्दु पर मिलने वाली धाराओं का बीजीय योग (Algebraic sum) **शून्य होता है।**

यदि किसी विन्दु की ओर जाने वाली धारा के चिह्न को धन कहने की परिपाटी बनायी जाय तो उस विन्दु से चलने वाली धारा के चिह्न को ऋण कहना होगा। अत: किरशॉफ के प्रथम नियम के अनुसार चित्र 1 के लिए

$$I_1 + I_2 - I_3 - I_4 = 0.$$

(चित्र 1)

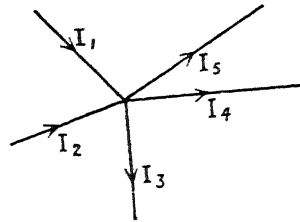
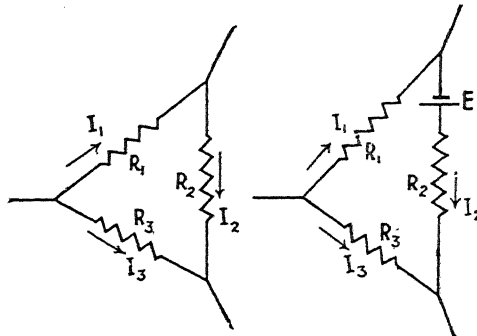
किसी बन्द परिपथ के भिन्न-भिन्न भागों के विभवान्तरों में जो सम्बन्ध होता है उसे किरशॉफ के द्वितीय नियम से प्राप्त किया जाता है। किरशॉफ का द्वितीय नियम निम्नलिखित है—

किसी बन्द विद्युत्-परिपथ के प्रत्येक भाग की धारा तथा प्रतिरोध के गुणनफल का बीजीय योग परिपथ में लगे विद्युद्वाहक बल के बराबर होता है।

यदि दक्षिणावर्त्ती दिशा को धन दिशा कहने की परिपाटी बनायी जाय तो उसके विपरीत दिशा को ऋण दिशा कहना होगा। अत: किरशॉफ के द्वितीय नियम के अनुसार चित्र 2 (अ) के लिए

$$R_1I_1 + R_2I_2 - R_3I_3 = 0;$$

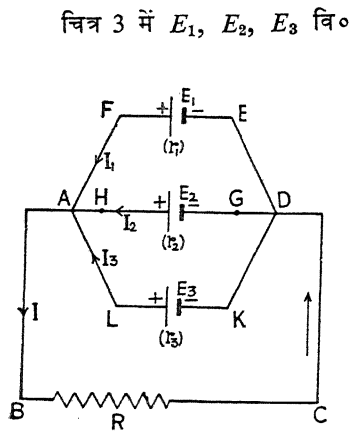
और चित्र 2 (ब) के लिए

$$R_1I_1 + R_2I_2 - R_3I_3 = E.$$

(अ) (ब)

(चित्र 2)

विद्यु त्-परिपथ सम्बन्धी समस्याओं के समाधान के लिए इन नियमों के व्यवहार करते समय परिपथ की कुछ शाखाओं में अज्ञात धाराओं को $x, y, z,$ आदि संकेतों द्वारा प्रदर्शित कर परिपथ की अन्य शाखाओं की धाराओं को प्रथम नियम की सहायता से x, y, z के रूपों में प्रदर्शित किया जा सकता है, और तब द्वितीय नियम की सहायता से अज्ञात राशिओं की संख्या के बराबर समीकरण प्राप्त किये जा सकते हैं और अज्ञात राशियों के मान भी प्राप्त किये जा सकते हैं ।

किरशॉफ के नियमों के कुछ उपयोगों के वर्णन अगले अनुच्छेदों में दिये जायँगे ।

1.2. समानान्तर क्रम में जुड़े सेलों के सम्बन्ध में किरशॉफ के नियमों का उपयोग

चित्र 3 में E_1, E_2, E_3 वि० वा० ब० तथा क्रमश: r_1, r_2, r_3 प्रतिरोध के तीन सेल समानान्तर क्रम में जुड़े दिखाये गये हैं । उनके जोड़ से एक बाहरी प्रतिरोध R में I धारा प्राप्त होती है । इन सेलों से अलग-अलग क्रमश: I_2, I_2, I_3 धाराएँ प्राप्त होती हैं ।

(चित्र 3)

किरशॉफ के प्रथम नियम से,

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad .. \quad (1);$$

तथा द्वितीय नियम से,

$$IR + I_1 r_1 = E_1 \quad .. \quad (2)$$

$ABCDEFA$ परिपथ-खण्ड के लिए;

$$IR + I_2 r_2 = E_2 \quad .. \quad (3)$$

$ABCDGHA$ परिपथ-खण्ड के लिए;

$$IR + I_3 r_3 = E_3 \quad .. \quad (4)$$

$ABCDKLH$ परिपथ-खण्ड के लिए ।

(2), (3), (4) समीकरणों को क्रमश: r_1, r_2, r_3 से भाग देने पर,

$$I\frac{R}{r_1} + I_1 = \frac{E_1}{r_1}$$

$$I\frac{R}{r_2} + I_2 = \frac{E_2}{r_2}$$

$$I\frac{R}{r_3} + I_3 = \frac{E_3}{r_3};$$

इन्हें जोड़ने पर,

$$I\left(\frac{R}{r_1}+\frac{R}{r_2}+\frac{R}{r_3}+\frac{I_1+I_2+I_3}{I}\right)=\frac{E_1}{r_1}+\frac{E_2}{r_2}+\frac{E_3}{r_3}.$$

अत: समीकरण (1) से

$$I\left(\frac{R}{r_1}+\frac{R}{r_2}+\frac{R}{r_3}+1\right)=\frac{E_1}{r_1}+\frac{E}{r_2}+\frac{E_3}{r_3};$$

$$\therefore \quad I=\frac{E_1r_2r_3+E_2r_1r_3+E_3r_1r_2}{Rr_2r_3+Rr_1r_3+Rr_1r_2+r_1r_2r_3}.$$

समीकरण (2), (3) तथा (4) में I के इस मान को रखकर I_1, I_2, I_3 के मान ज्ञात किये जा सकते हैं।

यदि इस अवस्था में परिणामी विद्युद्वाहक बल E हो, तो

$E=I\times$ व्यवस्था का समतुल्य प्रतिरोध

$$=I\left(R+\frac{1}{\frac{1}{r_1}+\frac{1}{r_2}+\frac{1}{r_3}}\right)=\frac{E_1r_2r_3+E_2r_1r_3+E_3r_1r_2}{r_2r_3+r_1r_3+r_1r_2}.$$

यदि तीनों सेल एक ही प्रकार के हों, तो

$E_1=E_2=E_3=e$ और $r_1=r_2=r_3=r$.

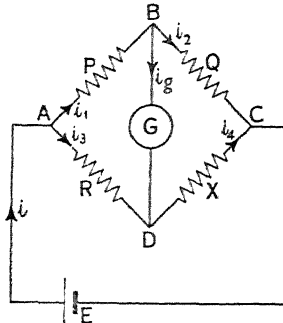
अत: $E=e$.

1.3 अ. ह्विटस्टोन ब्रिज में किरशॉफ के नियम का उपयोग

एक ह्विटस्टोन ब्रिज की AB, BC, AD तथा DC भुजाओं में क्रमशः प्रतिरोध P, Q, R तथा X हैं और धाराएँ i_1, i_2, i_3 तथा i_4 हैं। B तथा D के बीच एक गैलवेनोमीटर जुड़ा हुआ है। ब्रिज की संतुलित स्थिति वह है जिसमें गैलवेनोमीटर से जाने वाली धारा i_g शून्य हो जाती है।

(चित्र 4)

B तथा D विन्दुओं पर किरशॉफ के प्रथम नियम से

$i_1=i_2+i_g$, तथा $i_3+i_g=i_4$ और इसलिए जब ब्रिज संतुलित है, तब $i_1=i_2$ तथा $i_3=i_4$ होते हैं।

ABDA तथा *ABCDA* परिपथों में किरशॉफ के द्वितीय नियम के उपयोग से

$$i_1 P + i_g r_g - i_3 R = 0,$$

जहाँ r_g गैलवेनोमीटर का प्रतिरोध है;

$$i_1 P + i_2 Q - i_4 X - i_3 R = 0.$$

संतुलन की स्थिति में चूँकि

$$i_g = 0,\ i_1 = i_2,\ \text{तथा}\ i_3 = i_4;$$

$$\therefore \quad i_1 P - i_3 R = 0$$

और $$i_1 P + i_1 Q - i_3 X - i_3 R = 0$$

या $$i_1 P = i_3 R$$

तथा $$i_1(P+Q) = i_3(X+R).$$

$$\therefore \quad \frac{P+Q}{P} = \frac{X+R}{R}$$

या $$\frac{Q}{P} = \frac{X}{R}$$

या $$\frac{P}{Q} = \frac{R}{X},$$

जो ह्विटस्टोन ब्रिज के संतुलन की शर्त है।

13 ब. ह्विटस्टोन-ब्रिज के परिपथ के गैलवेनोमीटर से होकर प्रवाहित होने वाली धारा की गणना

चित्र 4 देखें, जहाँ *E* परिपथ में लगी बैटरी के विद्युद्वाहक बल का तथा *G* परिपथ में जुड़े गैलवेनोमीटर के प्रतिरोध का प्रतिनिधित्व करता है।

किरशॉफ के प्रथम नियम से,

A विन्दु पर

$$i - i_1 - i_3 = 0$$

या $$i_1 = i - i_3 \qquad \ldots \quad (1);$$

B विन्दु पर

$$i_1 - i_g - i_2 = 0$$

या $$i_2 = i_1 - i_g = i - i_3 - i_g \qquad \ldots \quad (2);$$

D विन्दु पर

$$i_3 + i_g - i_4 = 0$$

या $$i_4 = i_3 + i_g \qquad \ldots \quad (3).$$

किरशॉफ के द्वितीय नियम से,

$ABCEA$ परिपथ के लिए,

$$i_1P+i_2Q=E \quad \ldots \quad (4);$$

$ABDA$ परिपथ के लिए,

$$i_1P+i_gG-i_3R=0 \quad \ldots \quad (5);$$

$BCDB$ परिपथ के लिए,

$$i_2Q-i_4X-i_gG=0 \quad \ldots \quad (6).$$

समीकरण (1), (2) तथा (4) से

$$(i-i_3)P+(i-i_3-i_g)Q=E$$

या
$$(P+Q)i-(P+Q)i_3-Qi_g-E=0 \quad \ldots \quad (7).$$

समीकरण (1) तथा (5) से

$$(i-i_3)\,P+i_gG-i_3R=0$$

या
$$Pi-(P+R)i_3+Gi_g=0 \quad \ldots \quad (8).$$

समीकरण (2) तथा (6) से

$$(i-i_3-i_g)Q-(i_3+i_g)X-i_gG=0$$

या
$$Qi-(Q+X)-(Q+X+G)i_g=0 \quad \ldots \quad (9).$$

समीकरण (7), (8), (9) को सारणिक (Determinant) विधि से हल करने पर

$$i_g=-\begin{vmatrix} P+Q & -(P+Q) & -E \\ P & -(P+R) & 0 \\ Q & -(Q+X) & 0 \end{vmatrix}$$

$$\div\begin{vmatrix} P+Q & -(P+Q) & -Q \\ P & -(P+R) & +G \\ Q & -(Q+X) & -(Q+X+G) \end{vmatrix}$$

$$=E(QR-PX)\div\begin{vmatrix} P+Q & -(P+Q) & -Q \\ P & -(P+R) & +G \\ Q & -(Q+X) & -(Q+X+G) \end{vmatrix}$$

$$=\frac{E(QR-PX)}{D},$$

जहाँ

$$D=\begin{vmatrix} P+Q & -(P+Q) & -Q \\ P & -(P+R) & +G \\ Q & -(Q+X) & -(Q+X+G) \end{vmatrix}$$

$$=\begin{vmatrix} P+Q & O & -Q \\ P & -R & +G \\ Q & -X & -(Q+X+G) \end{vmatrix}$$

$$=(P+Q)[R(Q+X+G)+GX]+PXQ-QRQ$$

$$=G(P+Q)(R+X)+R(P+Q)(Q+X)+PXQ-Q^2R$$

$$=G(P+Q)(R+X)+PQR+PRX+QRX+PQX$$

$$\therefore \quad i_g=\frac{E(QR-PX)}{G(P+Q)(R+X)+PQR+PRX+QRX+PQX}.$$

इससे यह स्पष्ट है कि जब $i_g=0$, तब $QR-PX=0$

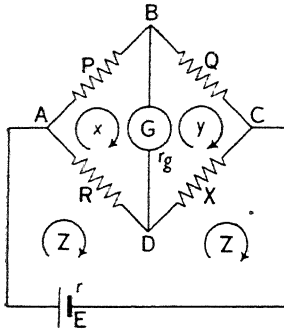
या $QR=PX$, या $\frac{P}{Q}=\frac{R}{X}$ जो ब्रिज के संतुलन की शर्त है।

1.4. मैक्सवेल की चक्रीधारा विधि (Loop current method) तथा ह्विटस्टोन ब्रिज में इसका उपयोग

परिपथों में किरशॉफ के नियम के साधारण उपयोग से प्राप्त समीकरण कभी-कभी जटिल हो जाते हैं और उनसे किसी भी परिणाम पर पहुँचना कठिन हो जाता है। ऐसी कठिनाइयों को दूर करने के लिए मैक्सवेल ने चक्रीधारा विधि नामक एक आसान विधि खोज निकाली। इस विधि में धारा वाले चालकों की किसी भी व्यवस्था की जालियों (meshes) में विशेष मानों की चक्रीधाराओं की कल्पना की जाती है जिनकी दिशा एक ही होती है, अर्थात् सभी दक्षिणावर्त्ती (right handed अथवा सभी वामावर्त्ती (left handed) होती हैं। किसी चालक में धारा उसके दोनों ओर की चक्रीधाराओं के अन्तर के बराबर होती है।

चित्र 5 में ह्विटस्टोन ब्रिज के $ABDA$, $BCDB$ तथा $ADCEA$ जालियों में क्रमशः x, y तथा z चक्रीधाराएँ दिखलायी गयी हैं जो दक्षिणावर्त्ती हैं। यदि ब्रिज की AB, BC, AD तथा DC भुजाओं में प्रतिरोध क्रमशः P, Q, R तथा X हों और A तथा C से जुड़ी बैटरी का वि० वा० ब० तथा प्रतिरोध क्रमशः E तथा r हों तो क्रमशः $ABDA$, $BCDB$ तथा $ADCEA$ परिपथों में किरशॉफ के द्वितीय नियम के उपयोग से

$xP+(x-y)r_g+(x-z)R=0$ .. (1),

जहाँ r_g गैलवेनोमीटर का प्रतिरोध है;

(चित्र 5)

$$yQ+(y-z)X+(y-x)r_g=0 \quad .. \quad (2);$$

$$(z-x)R+(z-y)X+zr=E \quad .. \quad (3).$$

समीकरण (1) तथा (2) से

$$x(P+r_g+R)-yr_g-zR=0 \quad .. \quad (4).$$

$$-xr_g+y(Q+X+r_g)-zX=0 \quad .. \quad (5).$$

समीकरण (4) को X से तथा (5) को R से गुणा करने पर

$$x(P+G+R)X-yGX-zRX=0 \quad .. \quad (6);$$

$$-xr_gR+y(Q+X+r_g)R-zXR \quad .. \quad (7).$$

समीकरण (6) से (7) को घटाने पर

$$x[(P+G+R)X+r_gR]-y[GX+(Q+X+r_g)R]=0 \quad .. \quad (8).$$

गैलवेनोमीटर से धारा $x-y$ है जो ब्रिज के संतुलन की स्थिति में शून्य होगी।

अत: जब ब्रिज संतुलित है तब $x=y$,

और समीकरण (8) से

$$PX+GX+RX+r_gR=GX+QR+XR+r_gR$$

या

$$PX=QR$$

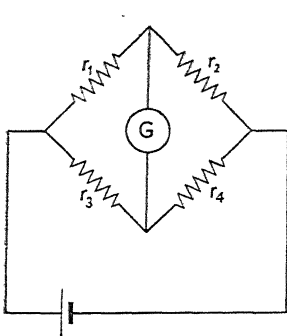
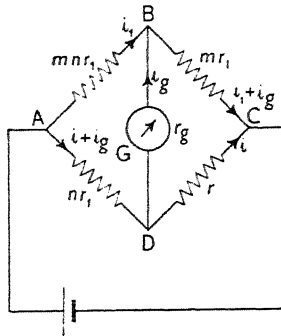
या

$$\frac{P}{Q}=\frac{R}{X}$$

जो ह्विटस्टोन ब्रिज के संतुलन की शर्त है।

1.5. ह्विटस्टोन ब्रिज की सुग्राहिता (Sensitiveness of Wheatstone bridge)

(अ)

(ब)

(चित्र 6)

चित्र 6 (अ) में दिखलाये गये ह्विटस्टोन ब्रिज का संतुलन तब होता है, जब

$$\frac{r_1}{r_2}=\frac{r_3}{r_4}, \text{ या } r_1r_4=r_2r_3$$

सम्बन्ध पूर्णरूपेण स्थापित हो जाता है। प्रयोग में इस सम्बन्ध की स्थापना की सूचना गैलवेनोमीटर की कुण्डली के शून्य विक्षेप से प्राप्त की जाती है।

संतुलन के लिए आवश्यक मान से r_3 का मान यदि बहुत ही कम परिमाण में भिन्न हो तो गैलवेनोमीटर की कुण्डली से बहुत ही कम शक्ति की धारा बहेगी। ऐसी स्थिति में यदि गैलवेनोमीटर काफी सुग्राही न हो तो यह इस अल्प शक्ति वाली धारा को कोई निर्देश प्रदान नहीं करेगा।

ह्विटस्टोन ब्रिज की सुग्राहिता की परीक्षा करने का श्रेय कैलेण्डर महोदय को है। उन्होंने ब्रिज की भिन्न-भिन्न भुजाओं में प्रतिरोधों तथा धाराओं के वितरण कि जिस व्यवस्था से ब्रिज की सुग्राहिता पर विचार किया उसे चित्र 6 (ब) में दिखलाया गया है। ऐसी व्यवस्था में संतुलन की स्थिति में अर्थात् जब $i_g=0$, $\frac{mnr_1}{mr_1}=\frac{nr_1}{r}$, या $r=r_1$, अर्थात् $r-r_1=0$, जहाँ r वह प्रतिरोध है जिसे नापना है। इस स्थिति में, चूँकि $i_g=0$, $\quad \therefore \quad i_1+i_g=i_1;\ i+i_g=i$,
तथा A और C के बीच विभवान्तर, $mnr_1i_1+mr_1(i_1+i_g)=nr_1(i+i_g)+ri$

या
$$mnr_1i_1+mr_1i_1=nr_1i+ri$$

या
$$\frac{i}{i_1}=\frac{mnr_1+mr_1}{nr_1+r}=m.$$

अत: $i=mi_1$; अर्थात् ब्रिज के संतुलन की स्थिति में

$$r=r_1,\ i_g=0, \text{ तथा } i=mi_1 \text{ है।}$$

यदि ब्रिज संतुलित नहीं है तब $r-r_1$ शून्य नहीं होगा और $r-r_1$ राशि ही ब्रिज के संतुलन की कमी की माप होगी। असंतुलन की स्थिति में ABD तथा BDC परिपथों में किरशॉफ के द्वितीय नियम के उपयोग से

$$mnr_1i_1-r_gi_g-nr_1(i+i_g)=0,$$

जहाँ r_g गैलवेनोमीटर का प्रतिरोध है;

$$ri-mr_1(i_1+i_g)-r_gi_g=0$$

या
$$mnr_1i_1-r_gi_g-nr_1i-nr_1i_g=0 \qquad .. \quad (1)$$

तथा
$$-mr_1i_1-r_gi_g+ri-mr_1i_g=0 \qquad .. \quad (2).$$

समीकरण (2) को n से गुणा करने पर

$$-mnr_1i_1-nr_gi_g+nri-mnr_1i_g=0 \qquad .. \quad (3).$$

समीकरण (1) तथा (3) को जोड़ने पर,

$$-(1+n)r_gi_g+ni(r-r_1)-(1+m)nr_1\ i_g=0$$

या $$\frac{i_g}{i}=\frac{r-r_1}{\frac{1+n}{n}r_g+(1+m)r_1} \quad .. \quad (4).$$

यह समीकरण ब्रिज की सुग्राहिता पर विचार करने के लिए बहुत उपयोगी है, क्योंकि इससे स्पष्ट है कि संतुलन की दी हुई कमी $r-r_1$ के लिए

(a) $\frac{i_g}{i}$ का मान गैलवेनोमीटर के प्रतिरोध r_g के घटाने से बढ़ता है;

(b) $\frac{i_g}{i}$ का मान n के बढ़ने से बढ़ता है;

तथा (c) $\frac{i_g}{i}$ का मान m के घटने से बढ़ता है। अर्थात्, दी हुई संतुलन की कमी पर ब्रिज की सुग्राहिता गैलवेनोमीटर के प्रतिरोध के घटने पर, n के बढ़ने पर तथा m के घटने पर बढ़ती है।

$\frac{i_g}{i}$ की महत्तम सीमा तब पहुँचेगी जब $n=\infty$ तथा $m=0$ होगा। ऐसी स्थिति में $\frac{i_g}{i}=\frac{r-r_1}{r_g+r_1}$ होता है। किन्तु n को ∞ बना देने का अर्थ होता है AD तथा AB पथों को तोड़ देना जिससे ब्रिज में धारा शून्य हो जायगी और m को शून्य बना देने का अर्थ होगा ADC तथा गैलवेनोमीटर परिपथों को छोटा कर देना। अत: n को ∞ तथा m को शून्य बनाना व्यावहारिक दृष्टि से सम्भव नहीं है। n को बहुत बड़ा तथा m को बहुत छोटा कर देने पर भी ब्रिज की सुग्राहिता के सम्बन्ध में कोई विशेष लाभ नहीं होता है, क्योंकि

जब $m=n=1$, तब

$$\frac{i_g}{i}=\frac{r-r_1}{2(r_g+r_1)},$$

जो सुग्राहिता के आदर्श मान $\frac{r-r_1}{r_g+r_1}$ का आधा ही है। तब इतनी बात अवश्य ज्ञात होती है कि n कभी भी बहुत कम तथा m कभी भी बहुत अधिक नहीं होना चाहिए, अन्यथा ब्रिज की सुग्राहिता काफी घट जायगी।

ब्रिज की सुग्राहिता का समीकरण निम्नलिखित रूप में दिया जा सकता है—

$$\frac{i_g}{r-r_1}=\frac{i}{\frac{1+n}{n}r_g+(1+m)r_1} \quad .. \quad (5).$$

इससे यह स्पष्ट है कि असंतुलन से उत्पन्न i_g का मान i को बहुत ही अधिक बढ़ाकर बढ़ाया जा सकता है। किन्तु i के अत्यधिक मान का अर्थ होगा कि r में काफी ऊष्मा उत्पन्न होना जिससे नापे जाने वाले प्रतिरोध का मान बढ़ जायगा।

यदि ब्रिज के साथ बैटरी को इस प्रकार संयोजित किया जाय कि अज्ञात प्रतिरोध की शृंखलाओं में लगा प्रतिरोध उसके समानान्तर के प्रतिरोध से अधिक हो तो n का मान m से अधिक होगा और अज्ञात प्रतिरोध से धारा भी बहुत हद तक कम हो जायगी। ब्रिज की ऐसी ही व्यवस्था व्यावहारिक रूप में सुग्राही कही जा सकती है।

हमलोग देख चुके हैं कि ह्विटस्टोन ब्रिज के संतुलन को काफी शुद्ध रूप में निर्धारित करने के लिए गैलवेनोमीटर को भी बहुत अधिक सुग्राही होना चाहिए। किसी गैलवेनोमीटर की सुग्राहिता उसकी कुण्डली के घुमावों की संख्या को बढ़ाकर बढ़ायी जा सकती है। यदि किसी गैलवेनोमीटर की कुण्डली में a परिच्छेद का एक घुमाव हो और उसमें किसी धारा के प्रवाहित होने पर कोई विक्षेप होता हो तो उसमें $\frac{a}{2}$ परिच्छेद के दो घुमावों के होने पर गैलवेनोमीटर की कुण्डली से उसी धारा के प्रवाहित होने पर कुण्डली का विक्षेप दूना हो जायगा, किन्तु इस स्थिति में कुण्डली का प्रतिरोध 2^2 गुना हो जायगा। इसी प्रकार कुण्डली में $\frac{a}{p}$ परिच्छेद के p घुमाव होने पर कुण्डली से उसी धारा के प्रवाहित होने पर कुण्डली का विक्षेप p गुना हो जायगा, किन्तु इस स्थिति में, कुण्डली का प्रतिरोध, r_g, p^2 गुना हो जायगा। अतः गैलवेनोमीटर की कुण्डली से कोई दी हुई धारा प्रवाहित होने पर विक्षेप $\sqrt{r_g}$ के समानुपाती होता है। इससे यह स्पष्ट है कि यदि गैलवेनोमीटर से प्रवाहित धारा i_g हो तो उसकी कुण्डली का विक्षेप $i_g\sqrt{r_g}$ के समानुपाती होगा।

अतः समीकरण (4) से, कुण्डली का विक्षेप

$$\theta \propto i_g\sqrt{r_g}=\frac{i(r-r_1)\sqrt{r_g}}{\frac{1+n}{n}r_g+(1+m)r_1},$$

इससे दिए हुए $r - r_1$ तथा i के लिए,

$$\text{विक्षेप } \theta \propto \frac{\sqrt{r_g}}{\frac{1+n}{n} r_g + (1+m) r_1}$$

या $$\theta = K \frac{\sqrt{r_g}}{\frac{1+n}{n} r_g + (1+m)\, r_1}, \text{ जहाँ } K \text{ एक स्थिरांक है ।}$$

θ के उच्चत्तम होने के लिए

$$\frac{d\theta}{dr_g} = K \frac{d}{dr_g} \left[\frac{\sqrt{r_g}}{\frac{1+n}{n} r_g + (1+m)\, r_1} \right] = 0$$

या $$\frac{1+n}{n} - (1+m) \frac{r_1}{r_g} = 0$$

या $$(1+m)\, r_1 = r_g \frac{1+n}{n}$$

या $$r_g = \frac{n(1+m)\, r_1}{1+n} = \frac{(1+m) r_1}{1+\frac{1}{n}}.$$

ब्रिज के गैलवेनोमीटर के प्रतिरोध का मान इतना ही होने पर किसी की दी हुई धारा के लिए उसकी कुण्डली का उच्चत्तम विक्षेप होता है ।

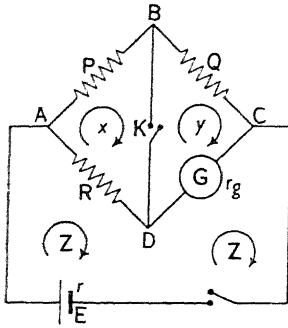
ऊपर दिये गये r_g के सूत्र से स्पष्ट है कि यदि $n \geq 1$ हो और $m \leqslant 1$ हो तो r_g का मान न्यूनतम तब होगा जब m तथा n दोनों ही न्यूनतम होंगे और इसका मान उच्चतम तब होगा जब m तथा n दोनों ही उच्चतम होंगे । r_g के ये न्यूनतम तथा उच्चतम मान क्रमशः $\frac{1}{2} r_1$ तथा $2r_1$ हैं, बशर्ते n का मान एक से कम न हो और m का मान एक से अधिक न हो ।

1.6. केल्विन-विधि से गैलवेनोमीटर के प्रतिरोध का मापन (Measurement of resistance of Galvanometer by Kelvin's method)

केल्विन-विधि ह्विटस्टोन ब्रिज की विधि है जिसमें गैलवेनोमीटर को ब्रिज की DC भुजा में रखा जाता है और ब्रिज में जहाँ सामान्यतः ब्रिज के संतुलन की परीक्षा के लिए गैलवेनोमीटर जोड़ा जाता है वहाँ एक कुंजी जोड़ दी जाती है ।

(चित्र 7)

ह्विटस्टोन ब्रिज विधि का सिद्धान्त यह है कि जब ब्रिज संतुलित रहता है तब BD पथ से धारा शून्य रहती है, अर्थात् B तथा D के विभव एक ही रहते हैं। ऐसी स्थिति में B तथा D को किसी तार से जोड़ देने से ब्रिज की किसी भी भुजा की धारा परिवर्तित नहीं होगी। अतः जब ब्रिज संतुलित है, अर्थात् जब

$$\frac{P}{Q}=\frac{R}{r_g},$$

तब B तथा D के बीच जुड़ी कुंजी K को खुला रखने पर गैलवेनोमीटर G की कुण्डली में जो विक्षेप होता है वही विक्षेप K को बन्द कर देने पर भी रहता है।

किरशॉफ के नियम द्वारा ब्रिज की संतुलित स्थिति को प्राप्त करने के लिए कल्पना करें कि जब AB, BC, AD तथा DC भुजाओं में प्रतिरोध क्रमशः P, Q, R तथा r_g हैं और ABD, BCD तथा $ADCEA$ जालियों (meshes) में चक्रीधारा (loop currents) क्रमशः x, y तथा z हैं, तब BD होकर धारा शून्य हो जाती है। ऐसी स्थिति में ABD तथा BCD जालियों में किरशॉफ के द्वितीय नियम के उपयोग से

$$xP+(x-z)R=0 \quad \ldots (1)$$

$$yQ+(y-z)r_g=0 \quad \ldots (2)$$

या

$$x(P+R)=zR$$

$$y(Q+r_g)=zr_g.$$

अतः

$$\frac{x(P+R)}{y(Q+r_g)}=\frac{R}{r_g}.$$

$\because$ BD में धारा $=x-y=0$,

$$\therefore \quad x=y.$$

अतः

$$\frac{P+R}{Q+r_g}=\frac{R}{r_g}$$

या

$$\frac{P+R}{R}=\frac{Q+r_g}{r_g}$$

या

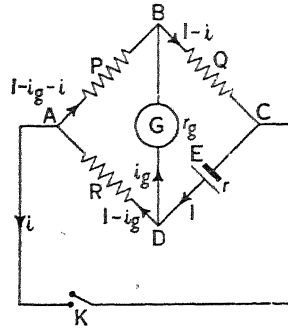
$$\frac{P}{R}=\frac{Q}{r_g}$$

या
$$\frac{P}{Q}=\frac{R}{r_g},$$

जो ब्रिज के संतुलन की स्थिति की शर्त है।

अत: संतुलन की स्थिति में P, Q तथा R ज्ञात होने पर r_g की गणना की जा सकती है।

1.7. मैन्स की विधि से सेल के आन्तरिक प्रतिरोध का ज्ञापन (Determination of internal resistance of a cell by Mance's method)

मैन्स की विधि में भी ह्विटस्टोन ब्रिज का उपयोग किया जाता है। जिस सेल का आन्तरिक प्रतिरोध ज्ञात करना होता है उसे ह्विटस्टोन ब्रिज की DC भुजा में जोड़ दिया जाता है और जहाँ सामान्यत: सेल या बैटरी होती है वहाँ एक कुंजी जोड़ दी जाती है। इस विधि में ब्रिज की संतुलन की स्थिति वह है जिसमें कुंजी K को, जो $ADCKA$ परिपथ में जुड़ी है, चाहे बन्द रखा जाय या खुला, गैलवेनोमीटर G की कुण्डली का विक्षेप नहीं बदलता है, अर्थात् गैलवेनोमीटर की कुण्डली से धारा अपरिवर्तित रहती है।

(चित्र 8)

परिपथ $ABDA$ तथा परिपथ $BCDB$ में किरशॉफ के द्वितीय नियम के उपयोग से

$$(I-i_g-i)\,P-i_g\,r_g+(I-i_g)\,R=0 \quad .. \quad (1)$$

$$(I-i)\,Q+Ir+i_g\,r_g=E \quad .. \quad (2)$$

या
$$I(P+R)-i_g\,(P+r_g+R)-iP=0 \quad .. \quad (3)$$

$$I(Q+r)+i_g\,r_g-iQ=E \quad .. \quad (4).$$

(3) को $(Q+r)$ से तथा (4) को $(P+R)$ से गुणा करने पर

$$I\,(P+R)\,(Q+r)-i_g\,(P+r_g+R)\,(Q+r)-iP(Q+r)=0 \quad .. \quad (5)$$

$$I(P+R)\,(Q+r)+i_g\,r_g\,(P+R)-iQ\,(P+R)=E\,(P+R) \quad .. \quad (6).$$

(6) से (5) को घटाने पर

$$i_g\,[r_g\,(P+R)+(Q+r)\,(P+r_g+R)]-i\,[Q(P+R)-P\,(Q+r)]=E\,(P+R) \quad .. \quad (7)$$

या $$i_g = \frac{E(P+R)+i\,[Q(P+R)-P(Q+r)]}{r_g(P+R)+(Q+r)(P+r_g+Q)}.$$

K को बन्द रखने पर या खुला रखने पर i_g में परिवर्तन न होने का अर्थ है i_g का i के मान से स्वतंत्र होना। ऐसी स्थिति में i_g के ऊपर दिये गये सूत्र में i का गुणक निश्चय ही शून्य होना चाहिए।

अत: जब K के बन्द करने पर या खुला रखने पर गैलवेनोमीटर G की कुण्डली का विक्षेप एक ही रहता है, तब

$$Q\,(P+R)-P\,(Q+r)=0$$

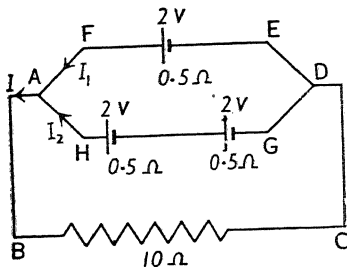
या $$\frac{P}{Q}=\frac{P+R}{Q+r}, \quad \text{या} \quad \frac{P+R}{P}=\frac{Q+r}{Q}$$

या $$\frac{R}{P}=\frac{r}{Q}, \quad \text{या} \quad \frac{P}{Q}=\frac{R}{r}, \quad \text{या} \quad r=\frac{Q}{P}\times R.$$

अत: संतुलन की स्थिति में Q, P तथा R ज्ञात होने पर r की गणना की जा सकती है।

साधित उदाहरण

1. तीन सेलों की बैटरी निश्चित परिपथ में इस प्रकार व्यवस्थित कर बनायी गयी है कि उसमें 1 तथा 2 सेलों की कतारें हैं। बैटरी के ध्रुवों को 10Ω के प्रतिरोध से जोड़ दिया गया है। यदि प्रत्येक सेल का वि० वा० ब० 2 वोल्ट हो और प्रत्येक सेल का आन्तरिक प्रतिरोध आधा ओम हो तो बैटरी की प्रत्येक श्रेणी में धारा का मान क्या होगा ?

(Three cells have been so arranged in a mixed grouping to form a battery that there are rows of one and two cells in it. The poles of the battery have been connected to a 10Ω resistance. If the e.m.f. of each cell be 2 volts, and the internal resistance of each cell be half a ohm, calculate the current in each branch of the battery.)

(चित्र 9)

किरशॉफ के प्रथम नियम से

$$I=I_1+I_2 \quad \ldots \quad (1)$$

किरशॉफ के द्वितीय नियम का उपयोग क्रमशः $ABCDEFA$ तथा $ABCDGHA$ खण्डों में करने पर,

$$I\times 10+I_1\times 0{\cdot}5=2 \quad \ldots \quad (2);$$

$$I\times 10+I_2\times 0{\cdot}5+I_2\times 0{\cdot}5=4 \quad \ldots \quad (3)$$

समीकरण (2) से, $20\,I+I_1=4$ .. (4)

तथा समीकरण (3) से

$$10I + I_2 = 4 \qquad .. \quad (5).$$

समीकरण (4) तथा (5) से

$$30I + (I_1 + I_2) = 8.$$

अतः समीकरण (1) से,

$$30I + I = 8.$$

$$\therefore \quad I = \frac{8}{31} = 0{\cdot}26 \text{ एम्पियर ।}$$

समीकरण (4) से,

$$I_1 = 4 - \frac{160}{31} = -1{\cdot}16 \text{ एम्पियर ।}$$

तथा समीकरण (5) से

$$I_2 = 4 - \frac{80}{31} = 1{\cdot}42 \text{ एम्पियर ।}$$

2. एक ही प्रकार के बारह तारों को जोड़ कर एक घन के आकार का ढाँचा बनाया गया है। यदि प्रत्येक तार का प्रतिरोध r हो तो दिखलाइए कि घन के किसी किनारे के दोनों कोनों के बीच का प्रतिरोध $\frac{7}{12} r$ होगा।

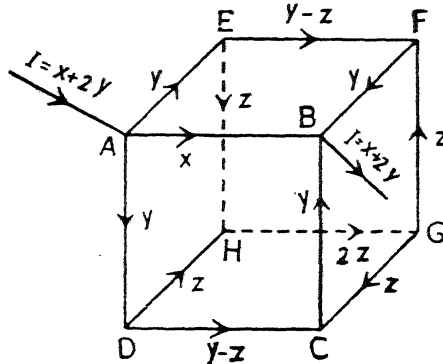
(A cubic structure has been made by connecting twelve similar wires. If every wire has a resistance r, show that the equivalent resistance between the corners of a side of the cube is $\frac{7}{12} r$.)

किरशॉफ के प्रथम नियम की सहायता से घन के ढाँचे के बारहों तारों में बहती धाराओं का वितरण चित्र 10 में दिखलाया गया है। यदि A तथा B के बीच का विभवान्तर V हो, तो

$V = xr$, (AB पथ) ..(1);

$V = yr + (y - z)r + yr$

$= 3yr - zr$,

($ADCB$ पथ पर) ..(2);

(चित्र 10)

$$V = yr + zr + 2zr + zr + yr = 2yr + 4zr,$$

($AEHGCB$ पथ पर) .. (3).

समीकरण (2) तथा (3) से

$$4V + V = 12yr - 4zr + 2yr + 4zr = 14yr$$

या $\quad V=\frac{14}{5}yr$

या $\quad xr=\frac{14}{5}yr$, समीकरण (1) से।

$$\therefore \quad x=\frac{14}{5}y.$$

यदि A तथा B के बीच समतुल्य प्रतिरोध R हो तो $V=RI$, जहाँ किरशॉफ के प्रथम नियम से,

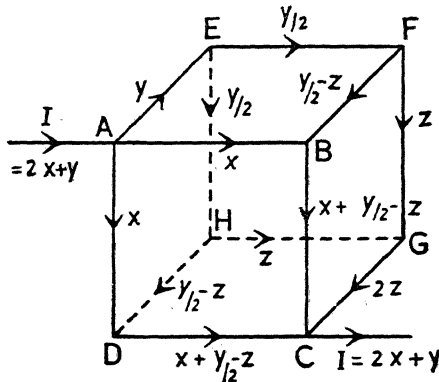
$I=x+2y=$ सम्पूर्ण धारा, जो A से प्रवेश कर B से निकलती है।

$$\therefore \quad V=R\,(x+2y)$$

या $$\frac{14}{5}yr=R\left(\frac{14}{5}y+2y\right)=Ry\frac{24}{5}$$

$$\therefore \quad R=\frac{7}{12}\,r.$$

3. एक ही प्रकार के बारह तारों को जोड़ कर घन के आकार का एक ढाँचा तैयार किया गया है। यदि प्रत्येक तार का प्रतिरोध r हो तो घन की किसी सतह के विपरीत कोनों के बीच समतुल्य प्रतिरोध क्या होगा ?

(A cubic structure has been built by connecting twelve similar wires. If every wire has a resistance r, calculate the equivalent resistance between the diagonally opposite corners of a face of the cube.)

(चित्र 11)

किरशॉफ के प्रथम नियम की सहायता से, घन के बारहों तारों में धारा का वितरण चित्र 11 में दिखलाया गया है। यदि A तथा C के बीच का विभवान्तर V हो, तो

$$V=xr+(x+y/2-z)r$$

$$=2xr+\frac{yr}{2}-zr \qquad (1)$$

(ADC पथ पर);

$$V=yr+\frac{y}{2}r+zr+2zr$$

$$=\tfrac{3}{2}yr+3zr \quad .. \qquad (2)$$

($AEHGC$ पथ पर).

समीकरण (1) तथा (2) से

$$3V+V=4V=6xr+3/2yr-3zr+3/2yr+3zr$$
$$=6xr+3yr.$$

$$\therefore \quad V=\frac{3}{2}xr+\frac{3}{4}yr \qquad \ldots (3).$$

AEHDA परिपथ-खण्ड में किरशॉफ के द्वितीय नियम का उपयोग करने पर,

$$yr+\frac{y}{2}r+\left(\frac{y}{2}-z\right)r-xr=0$$

या $$2yr-xr-zr=0$$

या $$2y-x=z \qquad \ldots (4).$$

FGCBF परिपथ-खण्ड में किरशॉफ के द्वितीय नियम का उपयोग करने पर,

$$zr+2zr-\left(x+\frac{y}{2}-z\right)r-\left(\frac{y}{2}-z\right)r=0$$

या $$5zr-xr-yr=0$$

या $$x+y=5z \qquad \ldots (5).$$

समीकरण (4) तथा (5) से

$$x+y=10y-5x$$

या $$x=\frac{3}{2}y.$$

अत: $$V=\frac{3}{2}xr+\frac{3}{4}yr$$

$$=\frac{9}{4}yr+\frac{3}{4}yr=3yr.$$

यदि A तथा C के बीच समतुल्य प्रतिरोध R हो तो $V=RI$, जहाँ, किरशॉफ के प्रथम नियम से $I=2x+y=$ सम्पूर्ण धारा जो A से प्रवेश कर C से निकलती है।

या $$V=R\,(2x+y)=R(3y+y)=4Ry$$

या $$3yr=3Ry$$

$$\therefore \quad R=\frac{3}{4}r.$$

4 बारह एक-से तारों का एक घन के आकार का ढाँचा बनाया गया है। इन तारों में प्रत्येक का प्रतिरोध r ओम है। घन के कर्ण पर स्थित विपरीत कोनों के बीच समतुल्य प्रतिरोध क्या होगा ?

(A cubic structure has been constructed by connecting twelve similar wires. The resistance of each of these wires is $r\Omega$. What will be the equivalent resistance between the opposite corners of the diagonal of the cube ?)

(चित्र 12)

किरशॉफ के प्रथम नियम की सहायता से घन के बारहों तारों में धाराओं का वितरण चित्र 12 में दिखलाया गया है। यदि A तथा G के बीच का विभवान्तर V हो तो

$$V = 2xr + xr + 2xr$$
$$= 5(xr),$$

($ABCG$ पथ पर)।

यदि A तथा G के बीच समतुल्य प्रतिरोध R हो तो

$$V = RI = R.6x$$

या

$$5xr = 6xR$$

$$\therefore R = \frac{5}{6} r.\Omega.$$

प्रश्नावली १

(अ)

1. किरशॉफ के नियमों का कथन तथा व्याख्या प्रस्तुत कीजिए।

(P. U. 1965 A; B. U. '65 A, '66 S; Bhag. U. 1965 A; M. U. 1965 A)

[State and explain Kirchhoff's laws]

2. किसी अन्य गैलवेनोमीटर के उपयोग विना किसी गैलवेनोमीटर के प्रतिरोध-मापन की जो विधि है, उसका वर्णन कीजिए।

(Bhag. U. 1964 S)

[Describe a method for determination of the resistance of a galvanometer without the use of another galvanometer.]

3. ह्विटस्टोन परिपथ में लगे गैलवेनोमीटर से प्रवाहित धारा के ज्ञापन के लिए किरशॉफ के नियमों का उपयोग कीजिए। (Bhag. U. 1965 A)

[Apply Kirchhoff's laws to calculate the current through the galvanometer in the Wheatstone's circuit.]

4. किरशॉफ के नियमों के उपयोग द्वारा ह्विटस्टोन-ब्रिज की संतुलन-स्थिति को प्राप्त करें।

(M. U. 1965 A)

[Apply Kirchhoff's laws to obtain the condition of balance in a Wheatstone network.]

5. ह्विटस्टोन-ब्रिज की सुग्राहिता का विवेचन कीजिए और बतलाइए कि सुग्राहिता को दृष्टि से ब्रिज में लगने वाले गैलवेनोमीटर की कुण्डली का सर्वोत्तम प्रतिरोध क्या होगा।

[Discuss the sensitivity of a Wheatstone bridge and show what will be the best resistance of the coil of the galvanometer used with the bridge from the point of view of its sensitivity.]

6. ह्विटस्टोन परिपथ का उपयोग सेलों के आन्तरिक प्रतिरोध नापने में कैसे होता है ?

[How is the Wheatstone-circuit used to determine the internal resistance of a cell ?]

(ब)

1. एक ही प्रकार के छः तारों से एक वर्ग तथा उसके कर्णों के रूप में एक परिपथ की रचना की गयी है। तार एक-दूसरे से वर्ग के कोनों तथा कर्ण के कटान-विन्दु पर मिलते हैं। किसी कर्ण के सिरों के बीच परिपथ का प्रतिरोध क्या होगा ?

[उत्तर : $(2-\sqrt{2})\times$ वर्ग की भुजा का प्रतिरोध]

[A network of six wires has been made in the form of a square and its diagonals. The wires meet at the corners of the square and at the intersection of the diagonals. What will be the resistance of the circuit between the ends of a diagonal ?]

2. चार चालक AB, BC, CD तथा DA, जिनके प्रतिरोध क्रमशः 10 ओम, 8 ओम, 15 ओम तथा 20 ओम हैं, क्रमशः जुटकर चतुर्भुज बनाते हैं। A तथा C 50 ओम प्रतिरोध वाले गैलवेनोमीटर के छोर से जुड़े हुए हैं। B तथा D 3 वोल्ट और 5 ओम प्रतिरोध की बैटरी से जुड़े हुए हैं। गैलवेनोमीटर होकर कितनी शक्ति की धारा प्रवाहित होती है ?

(B. U. 1965 A)

[उत्तर : $0{\cdot}508\times10^{-3}$ एम्पियर]

[Four conductors AB, BC, CD, DA of resistance 10 ohms, 8 ohms, 15 ohms, and 20 ohms respectively form the sides of a quadrilateral taken in order. A and C are connected to the terminals of a galvanometer of resistance 50 ohms. B and D are connected to the terminals of a 3 volt battery of resistance 5 ohms. Find the current flowing through the galvanometer.]

3. 1 ओम के चार तार $ABCD$ वर्ग बनाते हैं। एक वोल्ट का एक सेल, जिसका प्रतिरोध 2 ओम है, A तथा C के बीच जोड़ दिया गया है, और उसी प्रकार का दूसरा सेल B तथा D के बीच जोड़ दिया गया है। प्रत्येक सेल से प्रवाहित होने वाली धारा को ज्ञात कीजिए।

(B. U. 1966 S)

(उत्तर : $\frac{1}{3}$ एम्पियर)

[Four wires, each of resistance 1 ohm form a square $ABCD$. A cell of 1 volt e.m.f. and 2 ohms resistance is connected across A and C, and another similar cell across B and D. Determine the current flowing through each of the cells.]

4. 8 वोल्ट तथा 1 ओम आन्तरिक प्रतिरोध वाली एक बैटरी एक-दूसरी बैटरी के साथ जो 12 वोल्ट तथा 0·5 ओम आन्तरिक प्रतिरोध की है, समानान्तर क्रम से जुड़ी है। दोनों

का संयोग 15 ओम के बाह्य परिपथ से धारा प्रवाहित करता है। प्रत्येक बैटरी से कितनी धारा मिलती है ? (Bhag. U. 1966 A)

(उत्तर : $3\frac{2}{23}$ तथा $-2\frac{10}{23}$ एम्पियर)

[A battery of 8 volts and internal resistance 1 ohm is joined in parallel with another of 12 volts and internal resistance 0·5 ohm. The combination sends a current through an external resistance of 15 ohms. Find the current through each battery.]

5. 100 मिलीएम्पियर तक पठन देने वाले एक मिलीअम्मापी का प्रतिरोध 0·1 ओम है। इसे आप 100 वोल्ट तक के पठन के लिए वोल्टमापी में कैसे परिवर्तित करेंगे ? (M. U. 1965 A)

(उत्तर : 999·9 ओम प्रतिरोध श्रेणीक्रम में जोड़कर)

[A milliammeter reading up to 100 milliamperes has a resistance of 0·1 ohm. How would you convert it to a voltmeter up to 100 volts ?]

6. एक ह्विटस्टोन ब्रिज के AB, BC, CD तथा DA भुजाओं के प्रतिरोध 1, 2, 3 तथा 4 ओम हैं। 5 ओम के प्रतिरोध का गैलवेनोमीटर BD होकर जुड़ा हुआ है और एक एम्पियर की धारा A पर प्रवेश कर C से निकलती है। गैलवेनोमीटर से प्रवाहित होने वाली धारा को गणना कीजिए। (Gorakh. U. 1965)

(उत्तर : $\frac{1}{15}$ एम्पियर)

[The arms AB, BC, CD and DA of a Wheatstone's bridge have resistances 1, 2, 3, and 4 ohms. A galvanometer of 5 ohms resistance is placed across BD, and a current of 1 ampere enters A and leaves at C. Calculate the current in the galvanometer.]

२

विद्युत्-विच्छेदन
(ELECTROLYSIS)

2.1. विद्युत्-विच्छेदन (Electrolysis)

सुचालक (conducting) द्रव या घोल से विद्युत्-धारा प्रवाहित करने पर उसमें जो रासायनिक परिवर्तन की क्रिया होती है उसे विद्युत्-विच्छेदन कहा जाता है। जिस द्रव या घोल में विद्युत्-धारा के प्रवाहित होने पर विद्युत्-विच्छेदन होता है उसे विद्युत्-विश्लेष्य (electrolyte) कहा जाता है। विद्युत्-विश्लेष्य प्राय: अम्ल, क्षार तथा लवण के जलीय (aqueous) घोल होते हैं। जिस बरतन में विद्युत्-विश्लेष्य को रखकर विद्युत्-विच्छेदन की क्रिया करायी जाती है उसे 'ऐलेक्ट्रोलिटिक सेल' (electrolytic cell) या 'वोल्टामीटर' (voltameter) कहा जाता है। ऐलेक्ट्रोलिटिक सेल के जिन सिरों (terminals) से धारा प्रवेश करती है और बाहर निकलती है उन्हें विद्युतोद (electrode) कहा जाता है। जिस सिरे से धारा प्रवेश करती है उसे धनोद (anode) कहा जाता है तथा जिस सिरे से धारा बाहर निकलती है उसे ऋणोद (cathode) कहा जाता है।

विश्लेष्य में घुले अणु के विघटित (dissociated) धातु अथवा हाइड्रोजन वाले खण्ड पर धनात्मक आवेश होता है तथा उनके अम्ल-मूलक (acid radical) या आक्सीजन-खण्ड पर ऋणात्मक आवेश होता है। विश्लेष्य में वर्तमान अणु के इन खण्डों को 'आयन' (ions) कहा जाता है। विद्युत्-विच्छेदन की क्रिया में अणुओं के धनात्मक आवेश वाले खण्ड, अर्थात् धातु अथवा हाइड्रोजन वाले खण्ड, ऋणोद पर जमा होते हैं जिसका विभव ऋणात्मक होता है और ऋणात्मक आवेश वाले खण्ड, अर्थात् अम्ल-मूलक या आक्सीजन वाले खण्ड, धनोद पर जमा होते हैं, जिसका विभव धनात्मक होता है। ऋणोद पर जमा होने वाले आयनों को 'धनायन' (cations) और धनोद पर जमा होने वाले आयनों को 'ऋणायन' (anions) कहा जाता है।

2.2. फैराडे के विद्युत्-विच्छेदन के नियम

विद्युत्-विच्छेदन-सम्बन्धी फैराडे के दो नियम हैं—

पहला नियम— विद्युत्-विच्छेदन से प्रत्येक विद्युतोद पर मुक्त हुए आयनों की मात्राएँ विद्युत्-विश्लेष्य होकर प्रवाहित होने वाली विद्युत् के परिमाण के समानुपाती होती हैं।

यदि Q परिमाण की विद्युत् के प्रवाहित होने पर W ग्राम का आयन किसी विद्युतोद पर मुक्त होता है, तो इस नियम से

$$W \propto Q.$$

यदि Q मात्रा की विद्युत् t समय तक विद्युत्-विश्लेष्य से प्रवाहित होती है, तो विश्लेष्य होकर प्रवाहित धारा

$$I = \frac{Q}{t}$$

या $$Q = It.$$

अत: $$W \propto It$$

या $$W = ZIt$$

जहाँ Z एक स्थिरांक है जिसका मान मुक्त हुए आयन (पदार्थ) की प्रकृति पर निर्भर करता है। इस स्थिरांक को आयन (पदार्थ) का **विद्युत्-रासायनिक समतुल्यांक** (electro-chemical equivalent) कहा जाता है।

यदि $I=1$ एम्पियर तथा $t=1$ सेकेण्ड हो, तो

$$Z = W \text{ ग्राम}$$

अत: किसी तत्त्व का विद्युत्-रासायनिक समतुल्यांक ग्राम में तत्त्व की वह मात्रा है जो 1 सेकेण्ड तक 1 एम्पियर की धारा प्रवाहित होने पर मुक्त होती है।

विद्युत्-रासायनिक समतुल्यांक की इकाई 'ग्राम प्रति कूलम्ब', या 'ग्राम प्रति एम्पियर प्रति सेकण्ड' होती है।

दूसरा नियम— विद्युत्-विच्छेदन की क्रिया द्वारा विद्युत् के एक ही परिमाण से मुक्त किये गये भिन्न-भिन्न तत्त्वों की मात्राएँ क्रमश: उनके रासायनिक समतुल्यांक के समानुपाती होती हैं।

यदि Q परिमाण की विद्युत् क्रमश: $W_1, W_2, W_3 \ldots.$ ग्राम तत्त्वों को मुक्त करती है जिनके रासायनिक-समतुल्यांक क्रमश: $E_1, E_2, E_3 \ldots.$ हैं तो फैराडे के इस नियम से

$$W_1 : W_2 : W_3 : \ldots. = E_1 : E_2 : E_3 : \ldots.$$

या $$\frac{W_1}{E_1} = \frac{W_2}{E_2} = \frac{W_3}{E_3} = \ldots.$$

$$\because \quad W_1 = Z_1 Q,\ W_2 = Z_2 Q,\ W_3 = Z_3 Q, \ldots.$$

$$\therefore \quad \frac{Z_1}{E_1} = \frac{Z_2}{E_2} = \frac{Z_3}{E_3} = \ldots.$$

या $$Z_1 : Z_2 : Z_3 : \ldots. = E_1 : E_2 : E_3 : \ldots.$$

$$\therefore \quad Z \propto E$$

अर्थात्, तत्त्व का विद्युत्-रासायनिक समतुल्यांक उसके रासायनिक समतुल्यांक के समानुपाती होता है। अत: यह स्पष्ट है कि $\frac{E}{Z}=F$, जहाँ F एक स्थिरांक है। प्रयोग द्वारा इस स्थिरांक का मान 96490 प्राप्त होता है। अत: $E=Z\times 96490$, अर्थात् विद्युत्-विश्लेष्य से 96490 कूलम्ब विद्युत् के प्रवाहित होने पर एक ग्राम समतुल्यांक भार का तत्त्व मुक्त होता है। इस 96490 कूलम्ब विद्युत् के परिमाण को **एक फैराडे** कहा जाता है। अत: एक फैराडे विद्युत् का वह परिमाण है जो विद्युत्-विच्छेदन द्वारा एक ग्राम-समतुल्यांक तत्त्व मुक्त करता है।

हम जानते हैं कि सभी तत्त्वों के एक ग्राम-अणु में अणुओं की संख्या एक ही होती है जिसका मान $6{\cdot}022\times 10^{22}$ है। यह संख्या एवोगाड्रो संख्या है और इसे N अक्षर से प्रदर्शित किया जाता है। एकयोजी (mono-valent) तत्त्वों के लिए यह संख्या एक ग्राम-परमाणु में परमाणुओं की संख्या है। अत: जल-वोल्टामीटर में विद्युत्-विश्लेषण से यदि एक ग्राम-परमाणु हाइड्रोजन मुक्त होता हो, तो $6{\cdot}022\times 10^{22}$ परमाणुओं की मुक्ति से सम्बन्धित विद्युत् = 1 फैराडे = 96490 कूलम्ब = $96490\times 3\times 10^{9}$ स्थिर वि० इ० है। अत: यदि विद्युत्-आवेश मुक्त परमाणुओं के आयनीकरण के कारण मान लिया जाय तो प्रत्येक हाइड्रोजन आयन अथवा किसी एकयोजी तत्त्व के आयन का आवेश

$$=\frac{96490\times 3\times 10^{9}}{6{\cdot}022\times 10^{22}} \text{ स्थिर वि०इ०}$$

$$=4{\cdot}80\times 10^{-10} \text{ स्थिर वि०इ०।}$$

प्रकृति में किसी आवेशित वस्तु का इससे अल्प आवेश नहीं होता है। अतः इस आवेश को आवेश का परमाणु कहा जाता है; अर्थात् विद्युतीय आवेश की प्रकृति परमाणविक है।

2.3. विद्युत्-विश्लेषीय विघटन (Electrolytic Dissociation)

विद्युत्-विश्लेष्यों से विद्युत्-धारा की संवाहन (conduction) क्रिया की व्याख्या का श्रेय फैराडे के साथ ही साथ आरिनियस (Arrhenius) को भी है। फैराडे के अनुसार किसी भी विद्युत्-विश्लेष्य में धारा विश्लेष्य के भीतर आयनों की गति के कारण होती है। इन आयनों की उत्पादन-क्रिया की व्याख्या सर्वप्रथम आरिनियस ने किया। आरिनियस के अनुसार विद्युत्-विश्लेष्य में घोल के उदासीन (neutral) अणु आयनों में अंशत: अथवा पूर्णत: विघटित रहते हैं। घोल जितना ही अधिक पतला होता है उसके भीतर उतना ही अधिक अणु विघटित रहते हैं। इस प्रकार अत्यधिक पतले घोल में अणुओं का लगभग पूर्ण विघटन हो जाता है।

विघटन के परिणामस्वरूप जो हाइड्रोजन तथा धातुओं के आयन प्राप्त होते हैं उन पर धनात्मक आवेश होते हैं और जो अम्ल-मूलक (acid radical) आयन प्राप्त होते हैं उन पर ऋणात्मक आवेश होते हैं। इस प्रकार घोल में जब $CuSO_4$ का विघटन होता है तब धनात्मक आवेश वाले Cu^{++} आयन तथा ऋणात्मक आवेश वाले SO_4^{--} आयन उत्पन्न होते हैं।

आरिनियस के विद्युत्-विश्लेषीय विघटन सिद्धान्त से जो दो मुख्य निष्कर्ष प्राप्त होते हैं वे हैं—

(i) चूँकि विघटित होने वाला अणु विघटन के पहले आवेशरहित होता है, अत: जिन दो भागों में अणु का विघटन होता है उन पर मात्रा में बराबर किन्तु विपरीत प्रकृति के आवेश होते हैं।

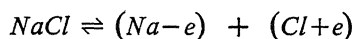
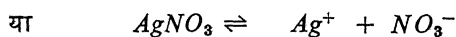
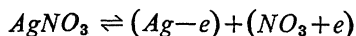
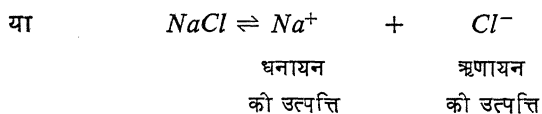
(ii) एक ही प्रकार के सभी आयन एक ही मात्रा की विद्युत् से आवेशित होते हैं।

आरिनियस ने सन् 1887 में विद्युत्-विश्लेषीय विघटन के जिस सिद्धान्त का प्रतिपादन किया उसका अनुमोदन परमाणविक रचना के आधुनिक विचार से भी होता है। आधुनिक विचार से अनावेशित परमाणु के भीतर धनात्मक विद्युत् से आवेशित केन्द्रक (nucleus) होता है जिसके चारों ओर भ्रमण करने वाले ऋणात्मक विद्युत् से आवेशित इलेक्ट्रॉनों की संख्या इतनी होती है जिससे परमाणु का कुल आवेश शून्य हो जाय। अत: इस विचार से $NaCl$ तथा $AgNO_3$ के विघटन का विन्यास (mechanism) निम्नलिखित होता है—

$$NaCl \rightleftharpoons \underset{\text{एक इलेक्ट्रॉन की हानि}}{(Na-e)} + \underset{\text{एक इलेक्ट्रॉन का लाभ}}{(Cl+e)}$$

या $$NaCl \rightleftharpoons \underset{\text{धनायन की उत्पत्ति}}{Na^+} + \underset{\text{ऋणायन की उत्पत्ति}}{Cl^-}$$

$$AgNO_3 \rightleftharpoons (Ag-e)+(NO_3+e)$$

या $$AgNO_3 \rightleftharpoons Ag^+ + NO_3^-$$

विद्युत्-विश्लेष्य के भीतर अनावेशित अणुओं के विघटन के साथ ही साथ विघटित आयनों का अनावेशित अणुओं में पुनर्मिलन (recombination) भी साथ ही साथ चलता रहता है। इसी क्रिया को ऊपर दोहरी दिशा वाले तीरों द्वारा दिखलाया गया है।

जब वोल्टामीटर के विद्युतोदों के बीच विभवान्तर स्थापित किया जाता है तब विद्युत्-विश्लेष्य के विघटित धनायन ऋणोद की ओर तथा ऋणायन धनोद की ओर अग्रसर होते हैं और इस प्रकार विद्युत्-विश्लेष्य में धारा प्रवाहित होती है।

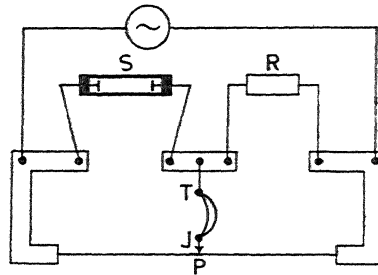
2.4. विद्युत्-विश्लेष्य की संवाहकता (Conductivity)

किसी विद्युत्-विश्लेष्य का **विशिष्ट प्रतिरोध** (specific resistance) अथवा **प्रतिरोधकता** (resistivity) उस विद्युत्-विश्लेष्य के एक वर्ग इंच के परिच्छेद तथा एक इंच की लम्बाई वाले अंश का प्रतिरोध होता है। यदि विद्युत्-विश्लेष्य की प्रतिरोधकता ρ से व्यक्त की जाय तो इसके उत्क्रम, $\frac{1}{\rho}=\kappa$ को विद्युत्-विश्लेष्य की **संवाहकता** (conductivity) अथवा **विशिष्ट संवाहकता** (specific conductivity) कहा जाता है।

किसी विद्युत्-विश्लेष्य की संवाहकता के ज्ञापन के लिए इलोक्ट्रोलिटिक सेल में विद्युत्-विश्लेष्य को रखा जाता है और मीटर-ब्रिज के दो रिक्त स्थानों (gaps) में एक में सेल को तथा दूसरे में एक प्रतिरोध बक्स को रखकर एक ह्विटस्टोन-ब्रिज-परिपथ की रचना की जाती है। ब्रिज का स्रोत कम शक्ति की धारा प्रदान करने वाला प्रत्यावर्ती धारा-स्रोत होता है। यहाँ एकदिशागामी (अपरिवर्ती) धारास्रोत का उपयोग इसलिए वाञ्छनीय है कि यदि एकदिशागामी धारा विद्युत्-विश्लेष्य से प्रवाहित होती है तो सामान्यतः ध्रुवण का एक विरोधी वि० वा० ब० उत्पन्न होता है जो विद्युत्-विश्लेष्य के प्रतिरोध में अप्रत्यक्ष वृद्धि कर देता है।

प्रयोग में प्रत्यावर्ती धारास्रोत के उपयोग के कारण परिपथ में निर्देशक (indicator) के रूप में साधारण गैलवेनोमापी के बदले टेलीफोन का उपयोग होता है।

(चित्र 13 अ)

यदि मीटर-ब्रिज का संतुलन तब होता हो जब जॉकी J ब्रिज के तार के P विन्दु पर हो और ऐसी स्थिति में P विन्दु के क्रमशः बायीं तथा दायीं ओर तार की लम्बाइयाँ l_1 तथा l_2 हों और प्रतिरोध बक्स में R ओम प्रतिरोध हो तो विद्युत्-विश्लेष्य का प्रतिरोध,

$$S=\frac{l_1}{l_2}\times R \text{ ओम होगा।}$$

अतः यदि विद्युत्-विश्लेष्य की संवाहकता κ हो तो, चूँकि संवाहकता प्रतिरोधकता का उत्क्रम है,

$\therefore\ \kappa=\frac{A}{S}$, जहाँ A सेल-स्थिरांक (cell-constant) है जिसका मान इलेक्ट्रोलिटिक

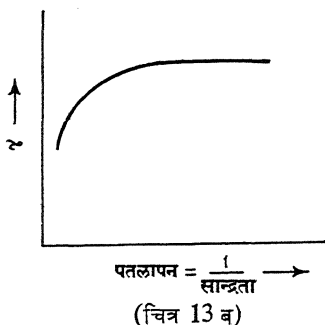
सेल के आकार पर निर्भर करता है। अतः यह स्पष्ट है कि ज्ञात मान की संवाहकता के विद्युत्-विश्लेष्य से अग्रिम प्रयोग कर A का मान यदि ज्ञात कर लिया जाय तो अज्ञात संवाहकता का ज्ञापन सरलता से किया जा सकता है।

विद्युत्-विश्लेष्य की संवाहकता तापक्रम के बढ़ने से बढ़ती है।

2.5. विद्युत-विश्लेष्य की ग्राम-समतुल्यांक संवाहकता (Gramme Equivalent Conductivity) तथा विघटनशीलता-कोटि (degree of dissociation)

किसी घोल की संवाहकता उसकी सांद्रता (concentration) पर निर्भर करती है। यदि सांद्रता को एक लीटर घोल में उपस्थित विलेय (solvent) के ग्राम-समतुल्यांक (gramme equivalent) से नापा जाय, तो

$\dfrac{\text{संवाहकता}}{\text{सांद्रता}}=\dfrac{\sigma}{m}=\lambda$ को घोल की **समतुल्य संवाहकता** (equivalent conductivity) कहा जाता है।

घोल की किसी सांद्रता पर, अर्थात् किसी समतुल्य संवाहकता पर, अणुओं के विघटन की स्थिति को उस सांद्रता अथवा समतुल्य संवाहकता पर घोल की **विघटनशीलता की कोटि** कहा जाता है और उसे γ से दरसाया जाता है। यदि किसी सांद्रता पर घोल की समतुल्य संवाहकता λ_c हो और घोल के अनन्त पतलापन (dilution) पर, जब अणुओं का पूर्ण विघटन हो जाता है, यदि उसकी समतुल्य संवाहकता λ_∞ हो, तो $\gamma=\dfrac{\lambda_c}{\lambda_\infty}$ होता है।

(चित्र 13 ब)

घोल के पतलापन के साथ उसकी विघटनशीलता की कोटि का विचरण (variation) चित्र 13 (ब) में दिखलाया गया है।

2.6. विद्युत-विश्लेषीय विघटन सिद्धान्त से फैराडे के विद्युत्-विश्लेषण के नियमों को प्राप्त करना

आरिनियस के सिद्धान्त से घोल में अणु के विघटन के कारण किसी दिये हुए समय में किसी विद्युतोद पर मुक्त किये गये तत्त्व की मात्रा विद्युत्-विश्लेष्य में तत्त्व के गतिशील आयनों द्वारा विद्युतोद पर उस समय में पहुँचाये गये आवेश के समानुपाती है। यही फैराडे का विद्युत्-विश्लेषण का प्रथम नियम है।

घोल में अणु के विघटन से उत्पन्न विभिन्न पदार्थों के एक ग्राम-समतुल्य आयनों पर आवेश का एक ही परिमाण होता है। अतः विद्युतोदों पर आवेश के एक ही परिमाण द्वारा मुक्त किये गये पदार्थों के भार उनके ग्राम-समतुल्यों (gramme-equivalents) के समानुपाती होंगे। यही फैराडे का विद्युत्-विश्लेषण का दूसरा नियम है।

इस प्रकार, आरिनियस के सिद्धान्त से फैराडे के विद्युत्-विश्लेषण के दोनों ही नियम प्राप्त हो जाते हैं।

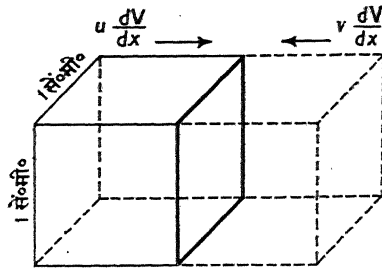
2.7. आयनों की गतिशीलता (Mobility or migration of Ions)

विद्युत्-विश्लेष्य में विद्युत्-धारा का प्रवाह धनायनों तथा ऋणायनों के विद्युतोदों की ओर गतिशीलता के कारण होती है। एक वोल्ट प्रति सेंटीमीटर विद्युतीय क्षेत्र की तीव्रता के कारण क्षेत्र में आयन का जो वेग होता है उसे 'आयन की गतिशीलता' कहा जाता है।

यदि आयनों का स्थानान्तरण सें०मी० में धनात्मक अथवा ऋणात्मक x से दरसाया जाय तथा x की दिशा में दो विन्दुओं के बीच का विभवान्तर (वोल्ट में) V से दरसाया जाय, और धनात्मक तथा ऋणात्मक आयनों की गतिशीलता क्रमशः u तथा v सें०मी० प्रति से० से दरसायी जायँ तो x दिशा में विभव की प्रवणता,

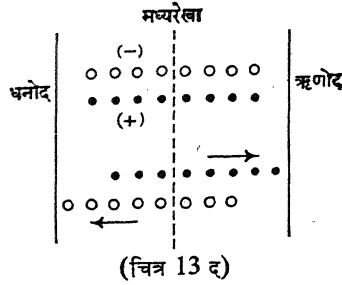
$$\frac{dV}{dx}=\frac{V}{l} \text{ होगी,}$$

जहाँ V=विद्युतोदों के बीच वोल्ट में विभवान्तर है, तथा l सें०मी० में विद्युतोदों के बीच की दूरी है। और $u\frac{dV}{dx}$, तथा $v\frac{dV}{dx}$ क्रमशः धनायन तथा ऋणायन के वेग होंगे।

यदि प्रत्येक आयन पर आवेश e कूलम्ब हो और प्रत्येक प्रकार के आयनों की संख्या प्रति घ०सें०मी० n हो तो सेल में धारा-घनत्व (current density), $J=x$ दिशा में दिशा के लम्बवत् स्थित इकाई क्षेत्रफल होकर प्रति सेकण्ड प्रवाहित होने वाला आवेश

(चित्र 13 स)

$$=neu\frac{dV}{dx}+nev\frac{dV}{dx}$$

$$=ne(u+v)\frac{dV}{dx} \text{ एम्पियर प्रति वर्ग सें०मी०।}$$

(चित्र 13 द)

यदि प्रत्येक विद्युतोद का क्षेत्र A वर्ग सें०मी० हो तो सेल होकर धारा,

$$I = Ane(n+v)\frac{V}{l}$$

$$= \frac{V}{\frac{l}{Ane(u+v)}} \text{ एम्पियर ।}$$

अत: $I \propto V$, जो ओम का नियम है ।

$$\therefore \quad R = \frac{l}{Ane(u+v)} \text{ ओम} = \text{सेल का प्रतिरोध}$$

$$= \rho\frac{l}{A} \text{ ओम, जहाँ } \rho = \frac{1}{ne(u+v)} \text{ ओम/सें०मी०}$$

= विद्युत्-विश्लेष्य का विशिष्ट-प्रतिरोध

यदि κ विद्युत्-विश्लेष्य की संवाहकता (conductivity) हो तो

$$\kappa = \frac{1}{\rho} = ne(u+v) \text{ ओम प्रति सें०मी० होगा ।}$$

2.8. परिवहन-संख्या (Transport No.)

विद्युत्-विश्लेष्य में प्रवाहित होने वाली धारा $u+v$ के समानुपाती है । अत: किसी विद्युतोद पर प्रति से० मुक्त किये गये पदार्थ की मात्रा भी $u+v$ के समानुपाती होगी । मान लें कि धारा तब तक प्रवाहित होती है जब तक $u+v$ ग्राम-समतुल्यांक विलेय (solute) घोल से अलग न हो जाय । इसमें u ग्राम अणु धनायन तथा v ग्राम अणु ऋणायन होंगे । अतः हिटॉर्फ (Hittorf) के अनुसार ऐसी स्थिति में ऋणोद के समीप पदार्थ के मुक्त होने के कारण धनायन की क्षति $= u+v$ ग्राम-परमाणु तथा आयन की गतिशीलता के कारण धनायन का लाभ $= u$ ग्राम-परमाणु ।

अत: ऋणोद के समीप धनायन की कुल क्षति $= v$ ग्राम-परमाणु ।

ऋणोद के समीप से आयन की गतिशीलता के कारण ऋणायन की क्षति भी $= v$ ग्राम-परमाणु होती है ।

अत: ऋणोद के समीप विलेय की क्षति $= v$ ग्राम-अणु होगी ।

इसी प्रकार इसी स्थिति में धनोद के समीप पदार्थ के मुक्त होने के कारण ऋणायन की क्षति $= u+v$ ग्राम-परमाणु;

तथा आयन की गतिशीलता के कारण ऋणायन का लाभ $=v$ ग्राम-परमाणु ।

अतः धनोद के समीप धनायन की कुल क्षति $=u$ ग्राम-परमाणु;

धनोद के समीप से आयन की गतिशीलता के कारण धनायन की क्षति भी $=u$ ग्राम-परमाणु होती है ।

अतः धनोद के समीप विलेय की क्षति $=u$ ग्राम-अणु होगी ।

अतः, $\dfrac{\text{ऋणोद के समीप सांद्रता की क्षति}}{\text{धनोद के समीप सांद्रता की क्षति}}=\dfrac{v}{u}=\dfrac{\text{ऋणायन की गतिशीलता}}{\text{धनायन की गतिशीलता}}$,

जिसे **हिटॉर्फ का सम्बन्ध कहा जाता है ।**

$$\frac{u}{u+v} \text{ तथा } \frac{v}{u+v}$$

राशियों को **हिटॉर्फ की परिवहन-संख्या** अथवा **परिवहन-अनुपात** अथवा क्रमशः **धनायन तथा ऋणायन की गतिशीलता स्थिरांक** (migration constant for anions and cations) कहा जाता है । यह स्पष्ट है कि इनकी गणना धनोद तथा ऋणोद के समीप से विद्युत्-विश्लेष्य के लिये गये नमूने की सांद्रताओं को नाप कर की जा सकती है ।

2.9. आयनीय गतिशीलताओं का ज्ञापन (Determination of ionic mobilities)

u तथा v के ज्ञापन के लिए $u+v$ तथा $\dfrac{v}{u}$ के ज्ञापन की आवश्यकता होती है ।

परिवहन-संख्या के ज्ञापन से $\dfrac{v}{u}$ का मान ज्ञात हो जाता है । $u+v$ के ज्ञापन का सिद्धान्त निम्नलिखित है—

$$\left.\begin{array}{l}\text{धनायन का वेग}=u\dfrac{dV}{dx}\\[2ex]\text{ऋणायन का वेग}=v\dfrac{dV}{dx}\end{array}\right\}$$

($\because$ u तथा v एक वोल्ट प्रति सें०मी० क्षेत्रीय तीव्रता के परितः आयनों के वेग हैं ।)

यदि घोल की सांद्रता m ग्राम-समतुल्यांक प्रति लीटर हो और प्रत्येक ग्राम-समतुल्यांक विलेय में प्रत्येक प्रकार के आयनों की संख्या N हो तो

प्रति घ०सें०मी० घोल में किसी प्रकार के आयन की संख्या $=mN\times10^{-3}$.

$\therefore$ प्रति घ०सें०मी० में आवेश $=mNe\times10^{-3}$ कूलम्ब, जहाँ $e=$ कूलम्ब में प्रत्येक आयन पर आवेश है ।

अतः धारा-घनत्व $=mNe\times10^{-3}\,(u+v)\dfrac{dv}{dx}=J$ एम्पियर प्रति वर्ग सें०मी०

तथा धारा, $I = mNe(u+v)\times 10^{-3}\frac{dV}{dx}A$ एम्पियर।

पुनः, धारा $I = \frac{\frac{dV}{dx}.l}{R} = \frac{\frac{dV}{dx}.l}{\rho\frac{l}{A}} = \kappa A\frac{dV}{dx}$ एम्पियर भी है।

$$\therefore \quad mNe\times 10^{-3}(u+v)\frac{dv}{dx}A = A\frac{dv}{dx}$$

या $u+v = \frac{\kappa}{m}.\frac{1}{Ne}\times 10^3$

$$= \frac{\lambda\times 10^3}{Ne} \text{ सें॰मी॰ प्रति से॰ जहाँ } \lambda = \frac{\kappa}{m}.$$

यदि घोल का पतलापन लगभग अनन्त हो तो विद्युत्विश्लेषीय विघटन भी लगभग शत-प्रतिशत होगा। ऐसी स्थिति में

$$\lambda = \lambda_\infty, \text{ तथा } u+v = \frac{\lambda_\infty\times 10^3}{Ne} \text{ सें॰मी॰ प्रति से॰।}$$

$\because$ Ne=एक ही प्रकार के एक ग्राम-समतुल्यांक आयनों द्वारा चालित आवेश =96500 कूलम्ब,

$$\therefore \quad u+v = \frac{\lambda_\infty}{96500} \text{ सें॰मी॰ प्रति से॰} = 0{\cdot}01032\lambda_\infty \text{सें॰मी॰/से॰।}$$

अतः λ_∞ (अनन्त पतलेपन पर समतुल्य संवाहकता) के ज्ञापन से $u+v$ का मान ज्ञात होता है।

2.10. आरिनियस के विद्युत्-विश्लेषीय विघटन के सिद्धान्त की कुछ कठिनाइयाँ

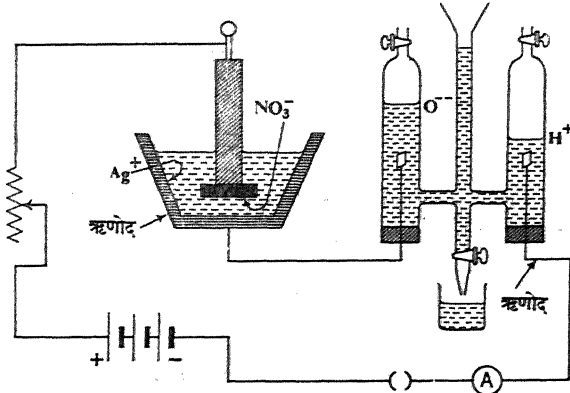
- आरिनियस के सिद्धान्त पर आधारित घोलों की संवाहकता के मापन से प्राप्त विघटन-कोटि के मान अन्य विधियों से प्राप्त मानों से बराबर मिलते-जुलते नहीं हैं। विघटन-कोटि के विचरण-सम्बन्धी फल भी अन्य विधि से इसी सम्बन्ध में प्राप्त फल से अल्प रूप में विघटित विद्युत्-विश्लेष्यों के लिए ही मिलते-जुलते हैं, किन्तु अत्यधिक रूप में विघटित विद्युत्-विश्लेष्यों के लिए वे भिन्न-भिन्न पाये जाते हैं।

अल्प रूप में घुलनशील लवणों की घुलनशीलता घोल में सदृश आयन के लवणों को डाल देने पर बढ़ जाती है। ऐसे प्रेक्षण की व्याख्या आरिनियस के सिद्धान्त पर नहीं हो पाती है।

2.11. विद्युत्-विश्लेष्य से विद्युत्-संवाहन में ओम के नियम से विचलन

विद्युत्-विश्लेष्य में अणु के विघटन के कारण आयनों का निर्माण होता है। इन आयनों पर आपस में बल कार्य करते हैं जिसके कारण इनकी गति पूर्णरूपेण स्वच्छन्द नहीं होती है। आयनों की गतिशीलता (mobility) पर घोल की सांद्रता का भी बहुत ही प्रभाव पड़ता है क्योंकि सांद्रता ही पर आयनों के आपसी बलों का प्रभाव निर्भर करता है। अतः यदि यह मान लिया जाय कि आयनों की गतिशीलता पर सांद्रता का प्रभाव नहीं पड़ता है तभी विद्युत्-विश्लेष्यों के लिए भी ओम का नियम लागू हो सकता है।

2.12. हाइड्रोजन आयन के आवेश का ज्ञापन

हाइड्रोजन आयन के आवेश के ज्ञापन के लिए ऐसे परिपथ की रचना की जाती है जिसमें एक जल-वोल्टामीटर तथा एक चाँदी वाला वोल्टामीटर श्रेणीक्रम में जुड़े रहते हैं। परिपथ को पूरा कर देने पर जल-वोल्टामीटर के ऋणोद पर हाइड्रोजन तथा चाँदी वाले वोल्टामीटर के ऋणोद पर चाँदी मुक्त होती है।

(चित्र 14)

परिपथ को पूरा करने के पहले चाँदी वाले वोल्टामीटर के प्लैटिनम की प्याली को साफ कर सुखाया जाता है और उसकी मात्रा तुला द्वारा ज्ञात की जाती है। इसके बाद उस प्याली में सिलवर नाइट्रेट का जलीय घोल डाला जाता है और घोल में चाँदी की चकती लगी हुई एक छड़ लटकायी जाती है जो चाँदी वाले वोल्टामीटर का धनोद होती है। परिपथ को पूरा कर किसी ज्ञात समय S सेकेण्ड तक परिपथ से धारा प्रवाहित की जाती है। इसके बाद परिपथ से चाँदी वाले वोल्टामीटर के प्लैटिनम की प्याली को निकाल लिया जाता है उसमें रखे घोल को हटाकर प्याली को स्रावित जल से धोकर सुखा लिया जाता है, और उसकी मात्रा तुला द्वारा ज्ञात की जाती है। प्याली की पहली मात्रा तथा इस मात्रा का अन्तर S सेकेण्ड में प्याली की भीतरी सतह पर मुक्त चाँदी की मात्रा देता है। मान लें कि यह मात्रा W ग्राम है।

अब जल-वोल्टामीटर के बीच वाली नली के द्रव को धीरे-धीरे नीचे रखे बरतन में गिराकर इस नली के द्रव की सतह को हाइड्रोजन वाली नली के द्रव की सतह के बराबर बनाया जाता है। इस स्थिति में हाइड्रोजन का दबाव वायुमण्डलीय दबाव के बराबर हो जाता है। जल-वोल्टामीटर की गैस वाली नलियाँ घ० सें०मी० में अंशांकित रहती हैं। अतः इस स्थिति में हाइड्रोजन वाली नली में एकत्रित हाइड्रोजन के आयतन का पठन आसानी से प्राप्त हो जाता है। मान लें कि यह पठन V घ०सें०मी० है। तापक्रममापी से वायुमण्डल के तापक्रम का पठन, $t^\circ C$, ले लिया जाता है और दबाव-मापी से वायुमण्डलीय दबाव का पठन, P सें०मी०, ले लिया जाता है।

आवेश का ज्ञापन— चाँदी का वि०रा० समतुल्यांक, $Z=0.001118$ ग्राम/कूलम्ब होता है। अतः t सेकेण्ड तक परिपथ से प्रवाहित आवेश,

$$Q=\frac{W}{0.001118} \text{ कूलम्ब}$$

$$=\frac{W\times 3\times 10^9}{0.001118} \text{ स्थिर वि० इ०}$$

$$=\frac{3W\times 10^3}{1118}=\frac{W}{373}\times 10^3 \text{ स्थि० वि० इ० ।}$$

मुक्त हाइड्रोजन आयनों की संख्या का ज्ञापन— यदि मुक्त हाइड्रोजन का, प्रसामान्य तापक्रम तथा दबाव पर, आयतन V_0 घ०सें० में 0 तो तो

$$\frac{76\times V_0}{273}=\frac{V\times P}{t+273}.$$

अतः
$$V_0=\frac{V\times P\times 273}{76(t+273)}.$$

यदि ρ_0 ग्राम/घ०सें०मी० प्रसामान्य तापक्रम तथा दबाव पर हाइड्रोजन का घनत्व हो तो मुक्त हाइड्रोजन की मात्रा

$$m=V_0\rho_0=\frac{V\times P\times 273}{76(t+273)}\ \rho_0 \text{ ग्राम ।}$$

हाइड्रोजन के प्रत्येक ग्राम-परमाणु में परमाणुओं की संख्या $=N=6.0228\times 10^{23}$ (एवोगाड्रो संख्या)।

अतः मुक्त हाइड्रोजन आयनों की संख्या

$$=m\times 6.0228\times 10^{23}$$

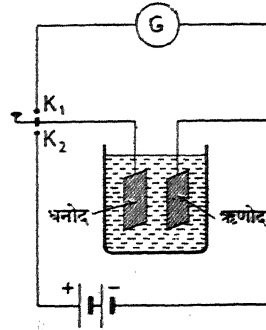
$$=\frac{V\times P\times 273\times 6.0228\times 10^{23}}{76(t+273)}\times \rho_0.$$

हाइड्रोजन आयन का आवेश— चूंकि आवेश का प्रवाह आयनों के प्रवाह द्वारा ही होता है, अत: प्रत्येक मुक्त हाइड्रोजन आयन पर आवेश

$$= \frac{W \times 10^3}{273} \Big/ \frac{V \times P \times \rho_0 \times 6{\cdot}0228 \times 10^{23}}{76(t+273)} \text{ स्थिर वि॰ इ॰ ।}$$

यह $4{\cdot}80 \times 10^{-10}$ स्थिर वि॰ इ॰ के लगभग होना चाहिए ।

2.13. विरोधी वि॰ वा॰ ब॰ (Back e.m.f.)

एक इलेक्ट्रोलिटिक सेल लें जिसका विद्युत्-विश्लेष्य तनु गंधकाम्ल है और जिसके विद्युतोद प्लैटिनम की पत्तियाँ हैं । सेल के विद्युतोदों को 4 वोल्ट वाली बैटरी B से कुंजी K_1 द्वारा जोड़ देने पर धनोद पर आक्सीजन तथा ऋणोद पर हाइड्रोजन मुक्त होता है । कंजी K_1 के खोलने पर विद्युतोदों की सतहों पर गैस की तहें जमी दीखती हैं । इसके बाद K_2 कुंजी को बन्द करने पर गैलवेनोमीटर G की कुण्डली विक्षेपित हो जाती है जिससे यह स्पष्ट होता है कि विद्युत्-विश्लेषण के बन्द होने पर इलेक्ट्रोलिटिक सेल गैलवेनोमीटर के परिपथ में एक धारा प्रवाहित करता है । गैलवेनोमीटर की कुण्डली के विक्षेप की दिशा से यह ज्ञात होता है कि इलेक्ट्रोलिटिक सेल एक अस्थायी वि॰ वा॰ ब॰ उत्पन्न करता है जो दिशा में सेल की प्राथमिक धारा का विरोध करता है । इस अस्थायी वि॰ वा॰ ब॰ को सेल का **विरोधी वि॰ वा॰ ब॰** कहा जाता है । विद्युत्-विश्लेषण के कारण सेल के विद्युतोदों के चारों ओर रासायनिक अवस्था-परिवर्तन के परिणामस्वरूप ही सेल विरोधी वि॰ वा॰ ब॰ उत्पन्न करता है। विद्युत्-विश्लेषण से सेल के विद्युतोदों के चारों ओर होने वाले रासायनिक अवस्था-परिवर्तन को सेल का **ध्रुवण** (polarisation) कहा जाता है । अत: सेल के विरोधी वि॰ वा॰ ब॰ को **ध्रुवण वि॰ वा॰ ब॰** (polarisation e.m.f.) भी कहा जाता है । तनु गंधकाम्ल के सेल में ध्रुवण सेल के ऋणोद पर हाइड्रोजन की तथा धनोद पर आक्सीजन की परतों के जमने के कारण होता है । ऐसे ही ध्रुवण से विरोधी वि॰ वा॰ ब॰ के उत्पादन के कारण बहुत से वोल्टाइक (voltaic) सेलों के वि॰ वा॰ ब॰ धीरे-धीरे घटने लगते हैं ।

(चित्र 15)

जब इलेक्ट्रोलिटिक सेल के विद्युतोद ऐसे पदार्थ के होते हैं जो विद्युत्-विश्लेषण में उसी प्रकार भाग नहीं लेते हैं जैसे ताँबे वाले इलेक्ट्रोलिटिक सेल में ताँबे के

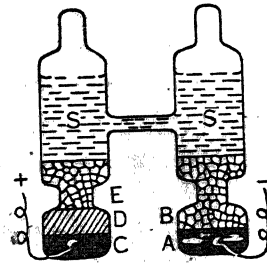
विद्युतोद सक्रिय भाग लेते हैं तब सेल में विरोधी वि० वा० ब० निश्चित रूप से उत्पन्न होता है। ऐसे अक्रिय (inert) विद्युतोद प्लैटिनम के होते हैं। अक्रिय विद्युतोद वाले इलेक्ट्रोलिटिक सेल से विद्युत्-धारा का प्रवाह तबतक आरम्भ नहीं होता है जबतक उसके बीच विभवान्तर एक चरम मान B को पार न कर जाय। यह चरम मान सेल का विरोधी अथवा ध्रुवण वि० वा० ब० होता है। अब यदि सेल का आन्तरिक प्रतिरोध r हो तो सेल से i धारा प्रवाहित करने के लिए सेल के विद्युतोदों के बीच आवश्यक विभवान्तर

$$e = ir + B.$$

जब i अत्यन्त ही अल्प होता है तब e लगभग B के बराबर होता है। अत: सेल से धारा प्राप्त करने के लिए न्यूनतम आवश्यक विभवान्तर B है जिसे सेल में रखे घोल का **विघटन-विभव** (decomposition potential) कहा जाता है। विघटन-विभव प्रयोग में प्राय: विरोधी अथवा ध्रुवण वि० वा० ब० से बड़ा होता है। विघटन-विभव तथा ध्रुवण अथवा विरोधी वि० वा० ब० के अन्तर को सेल की **अधिवोल्टता** (one voltage) कहा जाता है, बशर्ते विभवान्तर तथा वि० वा० ब० को वोल्ट में नापा जाता हो। प्लैटिनम-कालिख (platinum black) से पुते विद्युतोदों की अधिवोल्टता बहुत ही अल्प होती है।

2.14. प्रामाणिक सेल (Standard cell)

विद्युद्वाहक बल तथा विभवान्तर मापन के लिए ज्ञात विद्युद्वाहक बल का प्रामाणिक सेल बहुत ही आवश्यक है। किसी भी प्रामाणिक सेल के लिए यह आवश्यक है कि उसका विद्युद्वाहक बल काफी समय तक निश्चित रहे। तापक्रम के बदलने पर ऐसे सेल का वि० वा० ब० बहुत ही कम बदलना चाहिए और किसी विशेष कारण से यदि इससे अधिक धारा ली जाय तो बाद में इसका विद्युद्वाहक बल प्रामाणिक मान पर लौट आये। ऐसे गुण **क्लार्क सेल** तथा **वेस्टन कैडमियम सेल** में पाये जाते हैं। क्लार्क सेल की अपेक्षा वेस्टन कैडमियम सेल का तापगुणांक बहुत ही छोटा होता है और इसका वि० वा० ब० अपेक्षाकृत अधिक स्थिर रहता है। अत: प्रयोग में अधिकतर वेस्टन कैडमियम सेल ही प्रामाणिक सेल के रूप में व्यवहृत किये जाते हैं।

कैडमियम सेल की बनावट चित्र 16 में स्पष्ट किया गया है। सेल के रासायनिक पदार्थ H आकार के काँच के बरतन में रखे जाते हैं। इसकी पेंदी में प्लैटिनम के दो तार सील (seal) किये रहते हैं। सेल की एक नली की पेंदी में शुद्ध पारा (C) रहता है जिसके ऊपर मरक्यूरस सलफेट (D) का लेप रहता है। इस लेप के ऊपर कैडमियम सलफेट के रवे (E) रहते हैं। इसी नली की पेंदी पर धन-ध्रुव की उत्पत्ति होती है। उपकरण की दूसरी नली की पेंदी में पारा तथा कैडमियम का संरस (amalgam) (A) रहता है जिसके ऊपर कैडमियम सलफेट के रवे रहते हैं। इस नली की पेंदी

(चित्र 16)

ार ऋण-ध्रुव की उत्पत्ति होती है। दोनों नलियों के ऊपर वाले भाग में कैडमियम ुलफेट का संतृप्त घोल रहता है। सेल को प्रकाश तथा धक्के से बचने के लिए ातु के बक्से में रख दिया जाता है।

इस सेल के भीतर होने वाली प्रतिक्रिया को

$$CdSO_4+Hg_2SO_4=SO_4+CdSO_4+Hg_2$$

मीकरण से प्रदर्शित किया जाता है। इस प्रतिक्रिया से उत्पन्न SO_4 आयन Cd र प्रतिक्रिया करते हैं तथा Hg पारे के साथ मिल जाते हैं और इस प्रकार सेल ें ध्रुवण का दोष उत्पन्न नहीं होता है। 20°C पर इस सेल का वि० वा० ब० 1·0183 वोल्ट होता है तथा किसी अन्य तापक्रम t°C पर इसका विद्युद्वाहक बल

$$E_t = [1·0183-4·06\times10^{-5}]\ (t-20)$$ वोल्ट होगा।

कैडमियम सेल के विद्युद्वाहक बल को अन्तर्राष्ट्रीय रूप में वि० वा० ब० का निश्चित प्रमाण माना जाता है। यह सेल विद्युत्-ऊर्जा प्रदान करने के लिए कभी भी व्यवहृत नहीं होता है। इसके द्वारा वि० वा० ब० अथवा विभवान्तरों को ही संतुलित किया जाता है और इस प्रकार के प्रयोग में इससे नाममात्र की ही धारा ली जाती है।

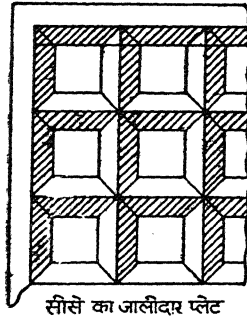
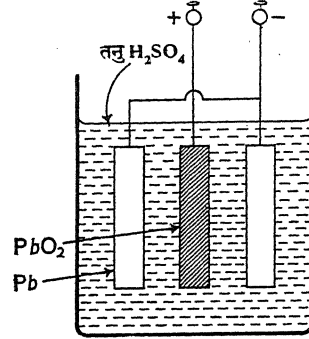
.15. संचायक सेल (Accumulator) या द्वितीयक सेल (Secondary cell)

संचायक सेल ऐसे सेल हैं जिनमें विद्युत्-ऊर्जा को रासायनिक ऊर्जा के रूप में जमा किया जा सकता है और जब सेल को किसी परिपथ से संलग्न कर दिया जाता है तब सेल के भीतर एकत्रित रासायनिक ऊर्जा विद्युत्-ऊर्जा में धीरे-धीरे परिवर्तित होती है।

संचायक सेल इस अर्थ में प्रतिवर्ती सेल होते हैं कि जब सेल के भीतर किसी दिशा में धारा प्रवाहित की जाती है तब सेल के भीतर जो प्रतिक्रिया होती है वह धारा की दिशा बदल जाने पर प्रतिवर्तित हो जाती है। ऐसे सेल की इस विशेषता के कारण सेल के भीतर विद्युत्-धारा भेजकर उसे आवेशित (charge) किया जा सकता है और आवेशित हो जाने पर उससे विद्युत्-धारा बाहर भेजी जा सकती है। सेल से विद्युत्-धारा लेने के कारण जब सेल अंशतः अनावेशित (discharge) हो जाता है तब उसके भीतर पुनः धारा भेजकर उसे पुनः आवेशित किया जा सकता है।

संचायक सेल दो प्रकार के होते हैं— **सीसा संचायक सेल** (lead accumulator) तथा **क्षारीय संचायक सेल** (alkaline accumulator)। प्रयोगशालाओं, मोटरगाड़ियों तथा ट्रेनों में अधिकतकर सीसा संचायक सेल का ही व्यवहार होता है।

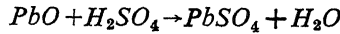
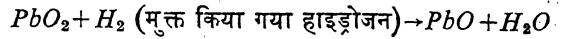
सीसा संचायक सेल— पूर्ण रूप में आवेशित होने पर सीसा संचायक सेल के सीसे के धन-ध्रुव वाली प्लेट पर लेड-पेरोक्साइड (PbO_2) का स्पंजी लेप चढ़ जाता है और

सीसे के ही ऋण-ध्रुव वाली प्लेट पर स्पंजी सीसे का लेप चढ़ जाता है। सेल की प्लेट सीसे की जालियों-जैसे आकार की बनी होती है जिसमें प्रारंभ में लेड-मोनोक्साइड (PbO) की लेई भर दी जाती है। प्लेटों को काँच अथवा प्लास्टिक के बरतन में रखे 1·280 विशिष्ट गुरुत्व (80°F पर) वाले तनु गंधकाम्ल (H_2SO_4) में डुबा दिया जाता है। पूर्ण आवेशित होने पर सेल का वि० वा० ब० 2·2 वोल्ट होता है।

(चित्र 17 अ) (चित्र 17 ब)

जब सेल से विद्युत्-धारा बाहर भेजी जाती है, तब सेल के भीतर निम्नलिखित प्रकार के रासायनिक परिवर्तन होते हैं—

धन-ध्रुव वाली प्लेट पर—

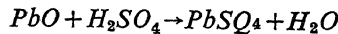
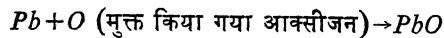
$$PbO_2+H_2 \text{ (मुक्त किया गया हाइड्रोजन)} \rightarrow PbO+H_2O$$

$$PbO+H_2SO_4 \rightarrow PbSO_4+H_2O$$

[धन-ध्रुव वाली प्लेट पर हाइड्रोजन (H_2) उत्पन्न होता है जो प्लेट पर चढ़े लेड-पेरोक्साइड से क्रिया कर लेड-मोनोक्साइड तथा जल बनाता है। फिर लेड-मोनोक्साइड तनु गंधकाम्ल (H_2SO_4) से क्रिया कर लेड-सल्फेट ($PbSO_4$) तथा जल (H_2O) बनाता है।]

जल के निर्माण के कारण गंधकाम्ल का विशिष्ट गुरुत्व घट जाता है।

ऋण-ध्रुव वाली प्लेट पर—

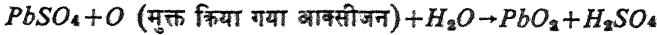
$$Pb+O \text{ (मुक्त किया गया आक्सीजन)} \rightarrow PbO$$

$$PbO+H_2SO_4 \rightarrow PbSQ_4+H_2O$$

[ऋणात्मक ध्रुव वाली प्लेट पर आक्सीजन (O) उत्पन्न होता है जो सीसे के साथ क्रिया कर लेड-मोनोक्साइड (PbO) बनाता है। फिर लेड-मोनोक्साइड तनु गंधकाम्ल से क्रिया कर लेड-सल्फेट तथा जल (H_2O) बनाता है।]

जल के निर्माण से गंधकाम्ल का विशिष्ट गुरुत्व घट जाता है।

सेल को आवेशित करने के लिए जब विद्युत्-धारा सेल के भीतर विपरीत दिशा में भेजी जाती है तब सेल के भीतर अग्रलिखित प्रकार के रासायनिक परिवर्तन होते हैं—

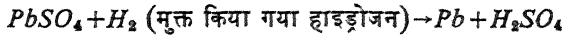
धन-ध्रुव वाली प्लेट पर—

$PbSO_4+O$ (मुक्त किया गया आक्सीजन) $+H_2O \rightarrow PbO_2+H_2SO_4$

[धन-ध्रुव वाली प्लेट पर आक्सीजन (O) उत्पन्न होता है जो सेल से धारा बाहर भेजते समय बने लेड-सल्फेट ($PbSO_4$) तथा जल से क्रिया कर लेड-पेरोक्साइड (PbO_2) तथा गंधकाम्ल (H_2SO_4) बनाता है।]

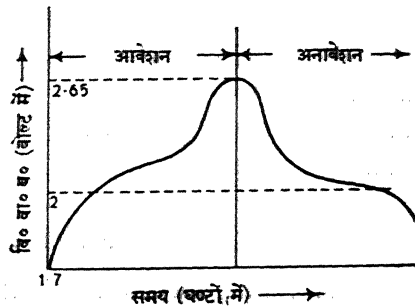
H_2SO_4 के निर्माण के कारण तनु गंधकाम्ल का विशिष्ट गुरुत्व बढ़ जाता है।

ऋण-ध्रुव वाली प्लेट पर—

$PbSO_4+H_2$ (मुक्त किया गया हाइड्रोजन) $\rightarrow Pb+H_2SO_4$

$PbO+H_2$ (,, ,,) $\rightarrow Pb+H_2O$

[ऋण-ध्रुव वाली प्लेट पर हाइड्रोजन (H_2) उत्पन्न होता है जो सेल से धारा बाहर भेजते समय बने लेड-सल्फेट ($PbSO_4$) से क्रिया कर सीसा (Pb) तथा गन्धकाम्ल (H_2SO_4) बनाता है। हाइड्रोजन लेड-मोनोक्साइड (PbO) से भी क्रिया करता है और सीसा (Pb) तथा जल (H_2SO_4) बनाता है।]

सीसा संचायक से धारा बाहर भेजने के परिणामस्वरूप इसके तनु गन्धकाम्ल का विशिष्ट गुरुत्व घटता है और जबतक इसका मान 1·18 से कम नहीं हो जाता है तब तक सेल स्थिर धारा प्रदान करता है। तनु गन्धकाम्ल का विशिष्ट गुरुत्व जब घट कर 1·18 से कम हो जाता है तब सेल का वि० वा० ब० घटकर 1·85 वोल्ट के लगभग हो जाता है। इसके बाद यदि सेल को आवेशित नहीं किया जाय तो सेल से धारा बाहर भेजने पर सेल के भीतर अघुलनशील तथा अक्रिय लेड-सल्फेट बनेंगे जिनके द्वारा सेल के क्रियाशील पदार्थों के घिर जाने पर सेल को आवेशित करना असम्भव हो जाता है। सेल की इस प्रकार की बिगड़ी स्थिति को **सलफेटिंग** कहा जाता है। सलफेटिंग की स्थिति सेल से अत्यधिक धारा निकालने पर तथा सेल को अनावेशित दशा में बहुत समय तक छोड़ देने पर भी उत्पन्न होती है।

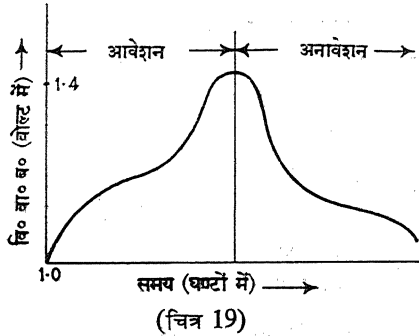
आवेशन तथा अनावेशन के समय सीसा संचायक सेल का वि० वा० ब० परिवर्तित होता रहता है; चित्र 18 में समय के साथ आवेशन तथा अनावेशन अवधि के वि० वा० ब० के मान के विचरण को दिखलाया गया है। यदि सेल को काफी समय तक आवेशित किया जाय तो सेल में उत्पन्न विरोधी वि० वा० ब० का मान 2·65 वोल्ट तक चला जाता है। किन्तु यह मान बहुत ही कम समय तक रह पाता है। आवेशित होने के बाद शीघ्र ही सेल का

(चित्र 18)

वि०वा०ब० 2·08 वोल्ट पर चला आता है। इसी वोल्टीयता पर सेल काफी समय तक स्थिर धारा (steady current) प्रदान करने की क्षमता रखता है।

सीसा संचायक सेल को आवेशित करते समय जितनी ऊर्जा उसे दी जाती है उसका 80% ही उससे ली जा सकती है। अत: इस सेल की दक्षता (efficiency) 80% होती है।

संचायक सेलों में ध्रुवण नहीं होने के कारण ऐसे सेलों का आन्तरिक प्रतिरोध भी बहुत कम (लगभग 0·01) ओम होता है। अत: इन सेलों से बहुत ही शक्तिशाली धारा प्राप्त हो सकती है।

कोई संचायक सेल विद्युत् का जितना परिमाण अपने भीतर संचित करता है वह उसकी 'धारिता' होती है। संचायक सेलों की धारिता एम्पियर-ऑवर की इकाई में व्यक्त की जाती है। किसी संचायक सेल से यदि 4 एम्पियर की धारा 15 घंटे तक लेने के बाद संचायक सेल को पुन: आवेशित करने की आवश्यकता हो, तो उस सेल की धारिता 4×15=60 एम्पियर-घंटा होती है।

क्षारीय संचायक सेल— क्षारीय संचायक सेल में धन-ध्रुव $Ni(OH)_3$ का तथा ऋण-ध्रुव लोहे का होता है और विद्युत्-विश्लेषण लिथियम हाइड्रोक्साइड मिश्रित KOH का घोल होता है। आवेशन तथा अनावेशन के समय इस सेल के वि०वा०ब० का समय के साथ जो विचरण होता है उसे चित्र 19 में दिखाया गया है।

(चित्र 19)

सीसा संचायक सेल की तुलना में यह सेल काफी मजबूत तथा टिकाऊ होता है। काफी समय तक बिना व्यवहार तथा आवेशित किये छोड़ देने पर भी यह नष्ट नहीं होता है। आवेशित करते समय सेल में अधिक धारा लेने पर इसमें कोई स्थायी हानि नहीं पहुँचती है। इसका भार भी अपेक्षाकृत कम ही होता है। किन्तु इन विशेषताओं के होते हुए भी सीसा संचायक सेल की तुलना में इसका वि०वा०ब० कम (1·35) वोल्ट होता है और जब इससे धारा ली जाती है तब इसका वि०वा०ब० काफी तेजी से घटता है। इसकी दक्षता भी अपेक्षाकृत कम (60%) होती है।

साधित उदाहरण

1. निम्नलिखित आँकड़ों से सामान्य तापक्रम तथा दाब पर किसी गैस के इकाई घन सेंटीमीटर में वर्तमान अणुओं की संख्या की गणना कीजिए—

(i) 96000 कूलम्ब द्वारा किसी तत्त्व का एक ग्राम-समतुल्यांक मुक्त किया जाता है।

(ii) इलेक्ट्रान पर $1{\cdot}6 \times 10^{-19}$ कूलम्ब आवेश होता है।

(iii) हाइड्रोजन का घनत्व सामान्य तापक्रम तथा दाब पर 0·00009 ग्राम होता है। (Bhag. 1964 A)

(Calculate from the following data the number of molecules in 1 c.c. of any gas at N.T.P.—

(i) One gramme equivalent of any element is liberated by 96000 coulombs.

(ii) The charge on an electron is $1{\cdot}6 \times 10^{-19}$ coulombs.

(iii) The density of hydrogen at N.T.P. is 0·00009 gramme/c.c.)

आयनीकृत हाइड्रोजन के एक ग्राम-समतुल्यांक में आयनों की संख्या

$$= \frac{96000}{1{\cdot}6 \times 10^{-19}} = \frac{96000}{16} \times 10^{20} = 6000 \times 10^{20}.$$

हाइड्रोजन का ग्राम-समतुल्यांक = 1.

अतः 1 ग्राम आयनीकृत हाइड्रोजन में आयनों की संख्या $= 6000 \times 10^{20}$.

$\therefore \quad \frac{1}{0{\cdot}00009}$ या $\frac{1}{9 \times 10^{-5}}$ घ०सें०मी० में हाइड्रोजन आयनों की संख्या

$$= 6000 \times 10^{20}.$$

$\therefore$ 1 घ०सें०मी० में हाइड्रोजन आयनों की संख्या $= 9 \times 10^{-5} \times 6000 \times 10^{20}$

$$= 54000 \times 10^{15}$$
$$= 5{\cdot}4 \times 10^{19}.$$

जब ये आयन आपस में प्रतिक्रिया करते हैं, तब $\frac{5{\cdot}4}{2} \times 10^{19} = 2{\cdot}7 \times 10^{19}$ हाइड्रोजन अणु बनाते हैं। एवोगाड्रो की परिकल्पना (hypothesis) से चूँकि एक ही तापक्रम तथा दाब पर सभी गैसों के समान आयतन में अणुओं की संख्या समान होती है, अतः सामान्य तापक्रम तथा दाब पर इकाई घन सें०मी० आयतन में किसी गैस के अणुओं की संख्या $= 2{\cdot}7 \times 10^{19}$ होती है।

2. KCl के $\frac{N}{10}$ घोल की विशिष्ट संवाहकता 0·01119 म्हो है। उसकी समतुल्य संवाहकता क्या होगी? यदि KCl के घोल के अनन्त पतलेपन पर समतुल्य-संवाहकता 0·130 हो तो $\frac{N}{10}$ घोल में KCl की विघटनशीलता की कोटि क्या होगी?

(The specific conductivity of $\frac{N}{10}$ solution of KCl is 0·01119 mhos.

What will be its equivalent conductivity ? If the equivalent conductivity of the KCl solution at infinite dilution be 0·130, what will be the degree of dissociation of KCl in $\frac{N}{10}$ solution ?)

$\frac{N}{10}$ घोल की सांद्रता, $m = 0·1$ ग्राम-समतुल्यांक प्रति लीटर ।

इस घोल की संवाहकता, $\kappa = 0·01119$ म्हो ।

अतः घोल की समतुल्य संवाहकता, $\lambda = \frac{0·01119}{0·1} = 0·1119$ इकाई ।

∵ अनन्त पतलेपन पर समतुल्य संवाहकता, $\lambda_{\infty} = 0·1300$,

∴ दी हुई सांद्रता पर KCl की विघटनशीलता की कोटि $= \frac{0·1119}{0·1300} = 0·861$

$= 86·1\%$.

प्रश्नावली २

(अ)

1. विद्युद्विश्लेषोय विघटन के सिद्धान्त की व्याख्या कीजिए और इससे फैराडे के विद्युत्-विश्लेषण सम्बन्धी नियमों का लेखा दीजिए । (Bhag. U. 1964 A)

[Explain the theory of electrolytic dissociation, and hence account for the Faraday's laws of electrolysis.]

2. 'समतुल्य संवाहकता' तथा 'विशिष्ट संवाहकता' से आप क्या समझते हैं ? विद्युत्-विश्लेष्य की विशिष्ट संवाहकता के ज्ञापन के लिए एक उपयुक्त प्रयोग का वर्णन करें ।

(Bhag. U. 1966 A)

[What do you understand by equivalent conductivity, and specific conductivity of an electrolyte ? Describe some suitable experiment to determine the specific conductivity of an electrolyte.]

3. सीसा संचायक सेल की बनावट का वर्णन कीजिए और इसके आवेशन तथा अनावेशन कालों में होने वाली रासायनिक प्रक्रियाओं को लिखिए । (B. U. 1964 A)

[Describe the construction of a lead accumulator and write down the chemical reactions which take place during its 'charge' and 'discharge'].

4. 'आयनों की गतिशीलता' तथा 'परिवहन संख्या' क्या हैं ? इनके वेग कैसे जाने जा सकते हैं ?

[What are the 'Mobility' and 'Transport numbers' of ions ? How can their velocities be known ?]

(ब)

1. प्राथमिक सेलों की एक बैटरी से 1 अश्व-शक्ति 15 मिनटों तक 120 वोल्ट पर प्रदान करायी जाती है। इस क्रिया में बैटरी में कितने जस्ते (zinc) की खपत होती है? (जस्ते का वि०रा०स० = 0·00034 ग्रा०/कूलम्ब)
[संकेत— एक अश्व-शक्ति = 746 वॉट।] (Bhag. U. 1964 S)
(उत्तर : 1·902 ग्राम)

[Find the amount of zinc consumed in a battery of primary cells which is required to supply 1 horse-power for 15 minutes at 120 volts. E. C. E of zinc = 0·00034 gram./coulomb.]

2. किसी लवण के $\frac{N}{10}$ घोल की विशिष्ट संवाहकता 0·0092 म्हो नापी गयी है। यदि अनन्त पतलेपन के घोल की समतुल्य संवाहकता 0·1089 हो तो $\frac{N}{10}$ सांद्रता पर लवण की विघटनशीलता की कोटि क्या है?
(उत्तर : 84·5%)

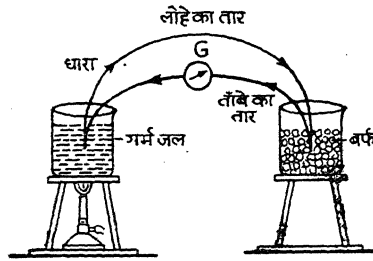
[The specific conductivity of a $\frac{N}{10}$ solution of a salt has been measured to be 9·0092 mho. If the equivalent conductivity of the solution at infinite dilution be 0·1089, calculate the degree of dissociation of the salt at $\frac{N}{10}$ concentration.]

3. किसी विद्युत्-विश्लेष्य के ऋणायनों की परिवहन संख्या 0·495 है तथा अनन्त पतलेपन पर विद्युत्-विश्लेष्य की विशिष्ट संवाहकता का मान 0·130 है। धनायन तथा ऋणायनों की गतिशीलताओं को ज्ञात कीजिए।
(उत्तर : $u = 682 \times 10^{-6}$ सें०मी० प्रति से०
तथा $v = 668 \times 10^{-6}$ सें०मी० प्रति से०)

[The transport number for the anions of an electrolyte is 0·495 and at infinite dilution its equivalent conductivity is 0·130. Determine the mobilities of the cations and the anions.]

३ तापीय विद्युत् [THERMO-ELECTRICITY]

3.1. सीबेक प्रभाव तथा तापीय युग्म (Seebeck Effect and Thermo-couple)

विद्युत्-धाराओं से ताप के उत्पादन से तो हम परिचित हैं ही, वास्तव में ताप भी तारों में विद्युत्-धाराएँ उत्पन्न करता है। तापीय विद्युत् विषय के अन्तर्गत ताप द्वारा उत्पादित विद्युत्-धाराओं का अध्ययन किया जाता है। इस प्रकार के अध्ययन का प्रथम श्रेय सीबेक को है जिसने पाया कि यदि दो भिन्न धातुओं के तारों के छोर जोड़ दिये जायँ और इनमें से किसी तार को कहीं काटकर तारों की श्रेणी में एक गैलवेनोमीटर जोड़ दिया जाय, तो तारों के जोड़ों को भिन्न तापक्रमों पर रखने पर गैलवेनोमीटर में विक्षेप होता है, अर्थात् तारों में एक विद्युत्-धारा प्रवाहित होने लगती है। इस प्रभाव का नाम **सीबेक प्रभाव** है और भिन्न-भिन्न धातुओं के जोड़े तारों की जिस व्यवस्था में सीबेक प्रभाव उत्पन्न होता है उसे तापीय युग्म (Thermo-couple) कहा जाता है। तापीय युग्म में प्रवाहित होने वाली विद्युत्-धारा को **तापीय विद्युत्-धार** (Thermo-electric current) कहा जाता है। तापीय-विद्युत्-धारा को जो वि०वा०ब० परिपथ में प्रवाहित करता है उसे तापीय वि० वा० ब० (Thermo-electric e. m. f.) कहा जाता है।

(चित्र 20)

प्रयोग द्वारा धातुओं को एक श्रेणी में इस प्रकार व्यवस्थित किया जा सकता है कि उनमें से किन्हीं दो धातुओं के तारों से तापीय युग्म बनाने पर श्रेणी में पहले आने वाले धातु के तार से श्रेणी में बाद में आने वाले धातु के तार में ठंढे जोड़ होकर विद्युत्-धारा प्रवाहित होती है। धातुओं की इस प्रकार की श्रेणी को **तापीय विद्युत्-श्रेणी** (Thermo-electric series) या **सीबेक श्रेणी** कहा जाता है। कुछ धातुओं की सीबेक श्रेणी नीचे दी जाती है—

1. *Sb*, 2. *Fe*, 3. *Zn*, 4. *Ag*, 5. *Pb*, 6. *Cu*, 7. *Pt-Ir* (Alloy), 8. *Pt*, 9. *Ni*, 10. Constantan, 11. *Bi*.

तापीय विद्युत्-श्रेणी में दो धातुएँ एक-दूसरे से जितना ही अधिक दूर होंगी उनसे बने तापीय विद्युत्-युग्म में तापीय विद्युत्-धारा उतनी ही अधिक शक्तिशाली

होगी। अतः *Sb-Bi* के तापीय युग्म से सबसे अधिक शक्तिशाली धारा प्राप्त होगी।

प्रयोग द्वारा तापीय युग्म के दो सरल नियम प्राप्त किये गये हैं—

(अ) माध्यमिक धातुओं का नियम (Law of intermediate metals)— यदि कई धातु एक के बाद दूसरे के सम्पर्क में आकर आपस में जुड़े तत्त्वों की एक शृंखला बनाती हैं, तो सीधे सम्पर्कित कर देने पर सबसे किनारे वाले तत्त्वों के बीच का वि० वा० ब० एक के बाद दूसरे से जुड़ी धातुओं के बीच के वि० वा० बलों के योग के बराबर होता है। अतः यदि $A, B, C, D \ldots . N$ धातुएँ एक के बाद दूसरे के सम्पर्क में हों, तो

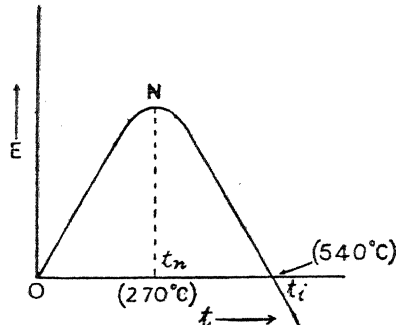
$$E_A{}^N = E_A{}^B + E_B{}^C + E_C{}^D + \ldots\ldots + E_M{}^N.$$

यहाँ यह आवश्यक है कि शृंखला के सभी जोड़ एक ही तापक्रम पर हों। इस नियम से यह स्पष्ट है कि चित्र 20 में दिखाये गये परिपथ में गैलवेनोमीटर को जोड़ देने से लोहे-ताँबे के तापीय युग्म के तापीय विद्युद्वाहक बल में कोई परिवर्तन नहीं होता है। अतः तापीय विद्युत्-परिपथ में मापक यंत्रों को जोड़ देने से परिपथ का वि० वा० ब० परिवर्तित नहीं होता है।

(ब) माध्यमिक तापों का नियम (Law of intermediate temperature)—किसी दिये हुए तापीय युग्म के लिए, युग्म के जोड़ों के तापक्रम, t_1 तथा t_n पर उत्पन्न वि० वा० ब० यदि $E_1{}^n$ हो और यदि t_1 से t_n के तापक्रम के क्षेत्र को t_1 तथा t_2, t_2 तथा $t_3, \ldots, t_{n-1}$ तथा t_n भागों में बाँटा जाय और यदि तापक्रम के इन भागों के लिए तापीय युग्म के वि० वा० ब० क्रमशः $E_1{}^2, E_2{}^3, \ldots, E^n{}_{n-1}$ हों, तो

$$E_1{}^n = E_1{}^2 + E_2{}^3 + \ldots + E^n{}_{n-1}.$$

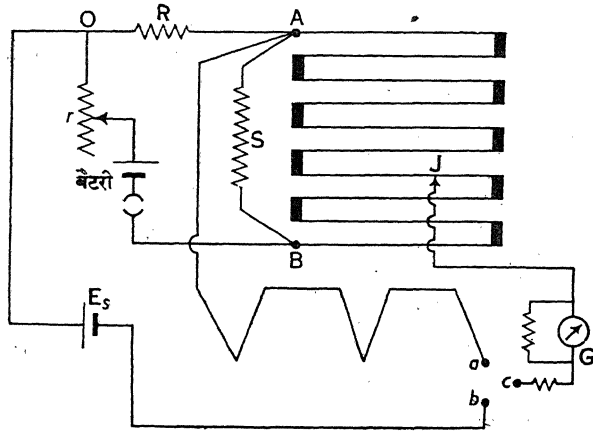
3.2. भिन्न-भिन्न तापक्रमों पर तापीय युग्म के वि० वा० ब० तथा युग्म का तापक्रममापी के रूप में उपयोग

लोहे-ताँबे का यदि एक तापीय विद्युत्-युग्म लिया जाय और उसके एक जोड़ के तापक्रम को 0°C पर स्थिर रखते हुए दूसरे जोड़ के तापक्रम को यदि धीरे-धीरे बढ़ाया जाय तो ऐसा देखा जाता है कि गर्म जोड़ के तापक्रम के बढ़ने पर 270°C के तापक्रम तक परिपथ का वि० वा० ब० बढ़ता है और तापक्रम को 270°C से अधिक बढ़ाने पर वि० वा० ब० घटने लगता है। इस 270°C तापक्रम को, जहाँ परिपथ का वि० वा० ब० **उच्चतम** हो जाता है, लोहे-ताँबे के युग्म के लिए **उदासीन विन्दु** (Neutral point) कहा जाता है। यदि युग्म के गर्म जोड़ का तापक्रम और बढ़ाया जाय तो देखा जायगा कि एक विशेष तापक्रम t_i पर युग्म का वि० वा० ब० शून्य हो जाता है। यदि तापक्रम को t_i से अधिक बढ़ाया जाय तो परिपथ में वि० वा० ब० की दिशा बदल जाती है। गर्म जोड़ के जिस तापक्रम के ठीक बाद वि० वा० ब० की दिशा बदल जाती है उसे **उत्क्रम-तापक्रम** (Temperature of

(चित्र 21)

inversion) कहा जाता है। यदि ठंढा जोड़ 0°C हो तो लोहा-ताँबा-युग्म का उत्क्रम-तापक्रम 540°C होता है। चित्र 21 में गर्म जोड़ के तापक्रम t, तथा युग्म के वि० वा०ब० E, के सम्बन्ध को उस स्थिति में दिखलाया गया है जब ठंढे जोड़ का तापक्रम 0°C है। वक्र परवलय (parabola) है। दी हुई स्थिति में E तथा t के सम्बन्ध को $E=at+bt^2$ समीकरण द्वारा व्यक्त किया जा सकता है, जहाँ a तथा b स्थिरांक हैं। युग्म के ठंढे जोड़ को 0°C पर रखते हुए यदि गर्म जोड़ के तापक्रम को t_1°C तथा t_2°C पर बारी-बारी से लाकर युग्म के क्रमशः E_1 तथा E_2 वि० वा० बलों को नापा जाय, तो

$$E_1=at_1+bt_1^2, \text{ तथा } E_2=at_2+bt_2^2.$$

इन दो समीकरणों से स्थिरांक, $a=(E_1t_2^2-E_2t_1^2)/t_1t_2(t_2-t_1)$, तथा $b=(E_1t_2-E_2t_1)/t_1t_2(t_1-t_2)$, के मान प्राप्त होते हैं।

अब यदि किसी वस्तु का तापक्रम विद्युत्-युग्म की सहायता से जानना हो तो युग्म के एक जोड़ को बर्फ में (0°C पर) रखकर युग्म के दूसरे जोड़ को वस्तु के सम्पर्क में रखना चाहिए और युग्म में उत्पन्न वि० वा० ब० को नापना चाहिए। स्थिरांक 'a' तथा 'b' ज्ञात हैं। अतः वस्तु का अज्ञात तापक्रम t°C का मान $E=at+bt^2$ समीकरण से प्राप्त हो जायगा। इस प्रकार तापीय युग्म को तापक्रम-मापी के रूप में व्यवहृत किया जाता है। यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि E प्रायः चन्द माइक्रोवोल्टों से अधिक नहीं होता है। अतः युग्म के E के मापन में विशेष रूप में व्यवस्थित फैलाये गये दस तारों वाले विभवमापक का उपयोग किया जाता है जिसके तार की प्रति सें०मी० लम्बाई पर एक माइक्रोवोल्ट का विभवान्तर उत्पन्न किया जाता है। इस मापन के लिए जिस परिपथ का उपयोग किया जाता है उसे चित्र 22 में दिखलाया गया है। E_s प्रामाणिक कैडमियम सेल है जिसका वि० वा० ब० 1·018 वोल्ट होता है। श्रेणी प्रतिरोध R, 1017Ω का होता है और समानान्तर प्रतिरोध S इतना है कि यह A से B के बीच के प्रतिरोध को 1Ω बना देता है। अतः O तथा B के बीच का कुल प्रतिरोध=1018 है। अब यदि b तथा c को बन्द

(चित्र 22)

कर जॉकी J को B पर लगा दिया जाय और परिवर्तनशील प्रतिरोध r को बदल कर R होकर जाने वाली धारा को इतना समंजित कर दिया जाय कि गैलवेनोमीटर का विक्षेप शून्य हो जाय तो O तथा B के बीच का विभवान्तर

$$=I\times 1018=1{\cdot}018$$

वोल्ट होगा, जहाँ I बैटरी से बहने वाली धारा है। अथवा,

$$I=\frac{1{\cdot}018}{1018}\text{ एम्पियर}=\frac{1}{1000}\text{एम्पियर ।}$$

अत: A तथा B (तार तथा पार्श्ववाही S) के बीच का विभवान्तर

$$=1\times\frac{1}{1000}\text{ वोल्ट}=0{\cdot}001\text{ वोल्ट ।}$$

$\because$ तार की कुल लम्बाई $=1000$ सें०मी० है,

$\therefore$ तार के प्रत्येक सें०मी० पर विभवान्तर

$$=\frac{0\ 001}{1000}\text{ वोल्ट}=10^{-6}\text{ वोल्ट}$$

$$=1\text{ माइक्रो-वोल्ट ।}$$

इसके बाद b तथा c को खोल दिया जाता है और a तथा c को जोड़ दिया जाता है। इससे परिपथ से प्रामाणिक सेल हट जाता है और उसके बदले तापीय विद्युत्-युग्म परिपथ में आ जाता है। जॉकी S को तार पर खिसकाकर ऐसे स्थान पर लाया जाता है जहाँ गैलवेनोमीटर G का विक्षेप शून्य हो जाता है। मान लें कि इस स्थान की A से दूरी l सें०मी० है; तो युग्म का वि० वा० बा० $=E=l\times 10^{-6}$ वोल्ट होगा। इस प्रकार E का मान मिल जाता है।

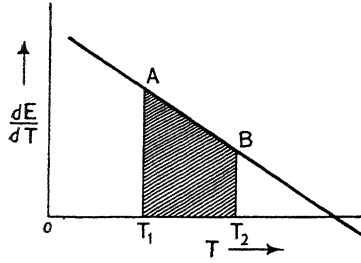
गर्म जोड़ के निरपेक्ष (absolute) तापक्रम के साथ तापीय वि० वा० ब० के परिवर्तन की दर $\frac{dE}{dT}$ को युग्म की **तापीय विद्युत्-सामर्थ्य** (thermo-electric power) कहा जाता है। तापीय विद्युत्-सामर्थ्य तथा तापक्रम के साथ खींचा गया ग्राफ, जो एक सरल रेखा होता है, **तापीय-विद्युत्-रेखा** (thermo-electric line) कहा जाता है। तापीय विद्युत्-रेखा का सरल रेखा होना आवश्यक है, क्योंकि यदि

$$E=at+bt^2,$$

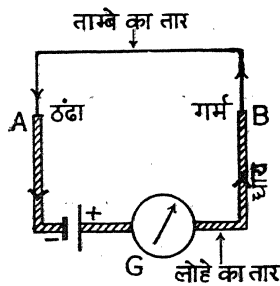
तो

$$\frac{dE}{dt}=a+2bt,$$

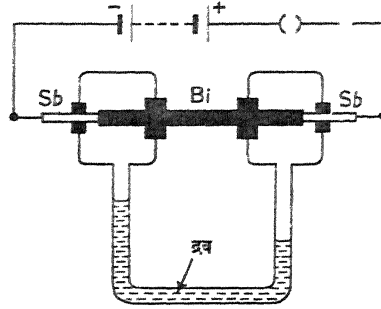
जो सरल रेखा का समीकरण है।

यह स्पष्ट है कि $\int_{T_2}^{T_1} \frac{dE}{dT}.dT$ (जो क्षेत्र ABT_2T_1 के बराबर है) राशि तापीय-युग्म का वि० वा० बल उस स्थिति में देती है जब उसके जोड़ के तापक्रम T_1 तथा T_2 होते हैं। जहाँ तापीय विद्युत्-रेखा तापक्रम-अक्ष को काटता है वहाँ $\frac{dE}{dT}=0$ होता है। अतः इस विन्दु पर तापीय वि० वा० बल उच्चतम होता है। यही विन्दु तापक्रम-अक्ष पर उदासीन विन्दु है। अत: उदासीन विन्दु पर युग्म तापीयविद्युत्-सामर्थ्य रहित होता है।

(चित्र 23)

3.3. पेल्टियर प्रभाव (Peltier Effect)

यह सीबेक प्रभाव का उत्क्रम (inverse) प्रभाव है। जब दो भिन्न धातुओं के जोड़ होकर एक धारा प्रवाहित होती है तब जोड़ पर या तो ताप का विकास (evolution) होता है या शोषण होता है। यह प्रभाव जूल-नियम के अनुसार उत्पन्न ताप से एकदम भिन्न है। किसी जोड़ होकर यदि एक दिशा में धारा के बहने से ताप का विकास होता है, तो दूसरी दिशा में धारा के बहने से ताप का शोषण होता है। चित्र 24 में लोहे तथा ताँबे के तार A तथा B विन्दुओं पर जुड़े हुए दिखलाये गये हैं। बैटरी को हटाकर यदि A को गर्म किया जाय और B को ठंढा, तो सीबेक प्रभाव के अनुसार ठंढे जोड़ होकर लोहे से ताँबे की दिशा में तापीय विद्युत्-धारा प्रवाहित होती है। अब यदि जोड़ों को गर्म या ठंढा नहीं किया जाय, लेकिन एक बैटरी से परिपथ में एक धारा उसी दिशा में प्रवाहित करायी जाय जिस दिशा में पहले तापीय विद्युत्-धारा प्रवाहित होती थी, तो यह देखा जायगा कि जो जोड़ पहले गर्म किया गया था वह ठंढा हो जाता है और जो जोड़ ठंढा किया गया था वह गर्म हो जाता है। यही पेल्टियर प्रभाव है।

(चित्र 24)

पेल्टियर प्रभाव के प्रदर्शन की व्यवस्था चित्र 25 में दिखलायी गयी है। बिसमथ (Bi) तथा ऐण्टीमनी (Sb) के जोड़ ताप-भेददर्शी (differential thermoscope) के

दो बल्बों के भीतर सील कर दिये जाते हैं। यदि दोनों जोड़ों के ताप समान मात्रा में बढ़ें तो ताप-भेददर्शी के द्रव की दोनों सतहों की ऊँचाई एक ही होगी किन्तु यदि एक जोड़ का ताप बढ़ जाय और दूसरे का ताप घट जाय तो ताप-भेददर्शी के द्रव की सतहों की ऊँचाई भिन्न होगी। जब *Bi–Sb* के जोड़ों से धारा प्रवाहित की जाती है तब देखा जाता है कि ताप-भेददर्शी के द्रव की सतहों की ऊँचाई एक नहीं है। यदि धारा की दिशा उलट दी जाती है तब ताप-भेददर्शी में द्रव की ऊँचाई जिस ओर पहले अधिक थी उस ओर कम हो जाती है और जिस ओर कम थी उस ओर अधिक हो जाती है। इस प्रकार इस प्रयोग द्वारा पेल्टियर प्रभाव का उत्तम प्रदर्शन हो जाता है।

(चित्र 25)

पेल्टियर प्रभाव प्रदर्शित करने के लिए एक और प्रयोग किया जा सकता है। *Bi* के छड़ को *Sb* की दो छड़ों के बीच जोड़ दिया जाता है। सिल्क से मढ़े ताँबे के एक ही लम्बाई के दो तार (*A* तथा *B*) अलग-अलग *Bi* की छड़ के आधे-आधे भागों में *Sb–Bi* के जोड़ की ओर लपेट दिये जाते हैं। *A* तथा *B* तारों को मीटर-ब्रिज के रिक्त स्थानों में जोड़ दिया जाता है और ब्रिज को संतुलित कर दिया जाता है ताकि ब्रिज के गैलवेनोमीटर में विक्षप शून्य हो। अब *Sb* तथा *Bi* की छड़ों से होकर बायीं से दायीं दिशा में एक विद्युत्-धारा प्रवाहित की जाती है। इससे *Sb–Bi* जोड़ के गर्म होने से तथा *Bi–Sb* जोड़ के ठंढा होने से ताँबे के तार *A* का तापक्रम बढ़ जाने से उसका प्रतिरोध बढ़ जाता है और तार *B* का तापक्रम घट जाने से उसका प्रतिरोध घट जाता है। ऐसी स्थिति में मीटर-ब्रिज का संतुलन भंग हो जाता है और ब्रिज के गैलवेनोमीटर की कुण्डली में एक विक्षेप हो जाता है। *Sb* तथा *Bi* की छड़ों से धारा की दिशा बदल देने से ब्रिज के गैलवेनोमीटर के विक्षेप की दिशा बदल जाती है। इन प्रेक्षणों से पेल्टियर प्रभाव का स्पष्ट प्रदर्शन हो जाता है।

(चित्र 26)

दो भिन्न धातुओं के जोड़ होकर इकाई आवेश के प्रवाहित होने से जोड़ पर जितनी ऊर्जा का शोषण अथवा विकास होता है उसी को पेल्टियर गुणांक (Peltier coefficient) **कहा जाता है।** यदि जोड़ से q कूलम्ब आवेश के प्रभाव से H जूल ऊर्जा

का विकास अथवा शोषण होता हो, तो

$$\text{पेल्टियर गुणांक, } \pi=\frac{H \text{ जूल}}{q \text{ कूलम्ब}} \text{ होगा ।}$$

$$\because \quad \text{जूल}=\text{वोल्ट}\times\text{कूलम्ब},$$

$$\therefore \quad \frac{\text{जूल}}{\text{कूलम्ब}}=\text{वोल्ट ।}$$

अतः पेल्टियर गुणांक की इकाई वोल्ट है और **यह वोल्ट में नापे गये जोड़ का वि० वा० ब० है** जिसे पेल्टियर वि० वा० ब० कहा जाता है । कैलोरीमिति की विधि से किसी दिये हुए समय में दी हुई धारा के प्रवाहित होने से जोड़ पर विकसित अथवा शोषित ताप को नाप कर पेल्टियर गुणांक की गणना की जा सकती है ।

34. टॉमसन प्रभाव (Thomson Effect) तथा तापीय युग्म का कुल वि० वा० ब०

तापीय युग्म को एक ताप-इंजिन माना जा सकता है जो गर्म जोड़ से शोषित तल के कुछ अंश को ठंढे जोड़ को लौटा देता है और बाकी को विद्युत्-ऊर्जा में परिवर्तित करता है । यदि जूल के नियमानुसार उत्पादित ताप नगण्य हो तो युग्म की क्रिया इस अर्थ में प्रतिवर्ती (reversible) भी है कि जो जोड़ तापीय विद्युत्-धारा के उत्पादन के लिए गर्म किया जाता है उस जोड़ होकर तापीय विद्युत्-धारा की दिशा में बाह्य स्रोत से एक धारा प्रवाहित करने से जोड़ ठंढा हो जाता है और जो जोड़ तापीय विद्युत्-धारा के उत्पादन के लिए ठंढा किया जाता है उस जोड़ होकर तापीय विद्युत्-धारा की दिशा में बाह्य स्रोत से एक धारा प्रवाहित करने पर जोड़ गर्म हो जाता है । अतः तापीय युग्म को प्रत्यावर्ती कार्नो-इंजिन (Carnot's engine) माना जा सकता है ।

यदि तापीय युग्म के गर्म जोड़ का तापक्रम T_2 तथा पेल्टियर गुणांक π_2 हो, और ठंढे जोड़ का तापक्रम T_1 तथा पल्टियर गुणांक π_1 हो, तो

T_2 तापक्रम पर q आवेश के प्रवाह से गर्म जोड़ पर शोषित ऊर्जा

$$=\pi_2 q=Q_2 \text{ होगी}$$

तथा T_1 तापक्रम पर q आवेश के प्रवाह से ठंढे जोड़ पर विकसित ऊर्जा

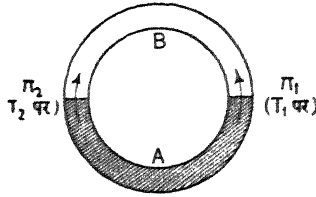
$$=\pi_1 q=Q_1 \text{ होगी ।}$$

अतः
$$\frac{Q_2}{Q_1}=\frac{T_2}{T_1}$$

या
$$\frac{\pi_2 q}{\pi_1 q}=\frac{T_2}{T_1}$$

या
$$\frac{\pi_2}{\pi_1}=\frac{T_2}{T_1}$$

या
$$\frac{\pi_2-\pi_1}{\pi_1}=\frac{T_2-T_1}{T_1}$$

π_2 गर्म जोड़ पर एक धातु से दूसरी धातु की ओर वि०वा०ब० है तथा π_1 ठंढे ोड़ पर धातुओं के उसी क्रम की दिशा में ि०वा०ब० है, जैसा चित्र 27 में दिखलाया या है। अतः, चूँकि π वोल्ट में नापे गये ुसी जोड़ का वि०वा० बल है, इसलिए े परिपथ में परिणामी वि०वा ब०

$e=\pi_2-\pi_1$ होगा।

(चित्र 27)

$$\therefore \quad e=\pi_1\left(\frac{T_2-T_1}{T_1}\right).$$

इससे यह स्पष्ट होता है कि

$e \propto T_2-T_1$, जो वास्तव में सत्य नहीं है।

यदि ऐसी बात होती तो e तथा (T_2-T_1) का ग्राफ एक सरल रेखा होता, न्तु यह परवलयाकार होता है। ऐसी गणना द्वारा टॉमसन महोदय इस निष्कर्ष पर हुँचे कि केवल पेल्टियर गुणांक द्वारा ही तलीय युग्म के सही वि०वा०ब० की गणना हीं हो सकती है। उन्हें यह आशंका हुई कि युग्म के धातुओं के भिन्न-भिन्न भाग (जिनके तापक्रम भी भिन्न-भिन्न होते हैं, अतिरिक्त (extra) वि०वा०ब० हो कते हैं।

टॉमसन महोदय को यह पता लगा कि यदि ताँबे की एक छड़ ली जाय और उसके क छोर को गर्म रखकर और दूसरे छोर को ठंढा रखकर छड़ की लम्बाई पर पक्रम की प्रवणता बनायी जाय तो छड़ के गर्म छोर से ठंढे छोर की ओर विद्युत्-ारा प्रवाहित करने पर ताप का विकास होता है और जब धारा की दिशा बदल ाती है तब ताप का शोषण होता है। इसी प्रतिवर्ती प्रभाव को **टॉमसन प्रभाव** कहा ाता है।

किसी वस्तु का टॉमसन गुणांक ताप की वह मात्रा है जो वस्तु के 1°C ताप-मान्तर वाले दो विन्दुओं के बीच एक कूलम्ब आवेश के प्रवाह के कारण शोषित ता है। यदि 1°C तापक्रमान्तर वाले दो विन्दुओं के बीच q कूलम्ब आवेश के ाह के कारण H जूल ऊर्जा का शोषण होता हो, तो

$$\textbf{टॉमसन गुणांक},\ \sigma=\frac{H \text{ जूल}}{q \text{ कूलम्ब}} \text{ है।}$$

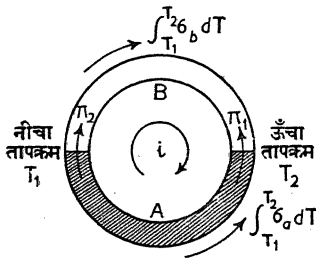
इससे यह स्पष्ट है कि टॉमसन गुणांक की इकाई वोल्ट है और **यह वोल्ट में नापा गया उन दो विन्दुओं का विभवान्तर है, जिनका तापक्रमान्तर** $1°C$ **है।** वस्तु में ताप के शोषण अथवा विकास के अनुसार टॉमसन गुणांक धनात्मक अथवा ऋणात्मक होता है। यदि टॉमसन गुणांक की अनुरूपता (analogy) विशिष्ट ताप से लगायी जाय तो हम टॉमसन गुणांक को इकाई आवेश का तापक्रम $1°C$ से बढ़ाने में लगा ताप कह सकते हैं और इस प्रकार इस गुणांक को दी हुई वस्तु में विद्युत् का विशिष्ट ताप भी कहा जा सकता है। *Cu, Cd, Zn, Ag* तथा *Sb* का टॉमसन गुणांक धनात्मक तथा *Fe, Pt, Bi, Co, Ni* तथा *Hg* का टॉमसन गुणांक ऋणात्मक होता है। *Pb* का टॉमसन गुणांक शून्य होता है।

यदि किसी धातु के दो विन्दु क्रमश: T_1 तथा T_2 तापक्रम पर हों और उस धातु का टॉमसन गुणांक σ हो तो चूँकि σ वोल्ट में नापा गया उन दो विन्दुओं का विभवान्तर है जिनका तापक्रमान्तर $1°C$ है, अत: इन दो विन्दुओं के बीच विभवान्तर

$$=\int_{T_1}^{T_2} \sigma dT \text{ होगा।}$$

अतः यदि किसी तापीय युग्म की दो धातुओं के टॉमसन गुणांक σ_a तथा σ_b हों और उनके जोड़ T_1 तथा T_2 तापक्रम पर हों तथा इन तापक्रमों पर जोड़ों के पेल्टियर गुणांक π_2 तथा π_1 हों तो युग्म के परिपथ में कुल वि० वा० ब०,

$$e=\pi_2-\pi_1-\int_{T_1}^{T_2} \sigma_a dT+\int_{T_1}^{T_2} \sigma_b dT,$$

$$=\pi_2-\pi_1-\int_{T_1}^{T_2} (\sigma_a-\sigma_b) dT.$$

(चित्र 28)

यहाँ दोनों धातुओं के टॉमसन गुणांक को धनात्मक माना गया है जिससे टॉमसन गुणांक द्वारा युग्म के अतिरिक्त वि० वा० बलों की गणना करने में ऊँचे तापक्रम से नीचे तापक्रम के विन्दु की ओर जाने में युग्म की एक धातु में जब विभव की प्रवणता घड़ी की सूई की दिशा में होती है तो दूसरी धातु में इसकी विपरीत दिशा में होती है। अतः यह स्पष्ट है कि यदि घड़ी की दिशा वाले विभव की प्रवणता को धनात्मक मान लिया जाय, तो धातुओं के भिन्न-भिन्न भागों के तापक्रम भिन्न होने के कारण उत्पन्न

अतिरिक्त वि० वा० ब० $\int_{T_1}^{T_2} \sigma_a dT$ का चिह्न ऋणात्मक तथा $\int_{T_1}^{T_2} \sigma_b dT$ का चिह्न धनात्मक लेना होगा।

यदि युग्म के जोड़ों के तापक्रमान्तर के प्रतिवर्तन के साथ उनके पेल्टियर गुणांक के अन्तर के परिवर्तन को $\frac{d\pi}{dT}$ से व्यक्त किया जाय तो

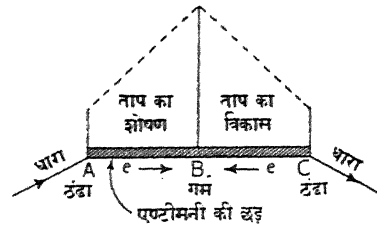
$$e=\int_{T_1}^{T_2}\frac{d\pi}{dT}dT-\int_{T}^{T_2}(\sigma_a-\sigma_b)dT$$

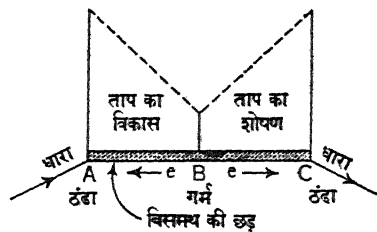
$$=\int_{T_1}^{T_2}\left[\frac{d\pi}{dT}-(\sigma_a-\sigma_b)\right]dT.$$

अत: $$\frac{de}{dT}=\frac{d\pi}{dT}-(\sigma_a-\sigma_b)$$

या तापीय युग्म की तापीय विद्युत्-सामर्थ्य,

$$P=\frac{d\pi}{dT}-(\sigma_a-\sigma_b) \text{ है।}$$

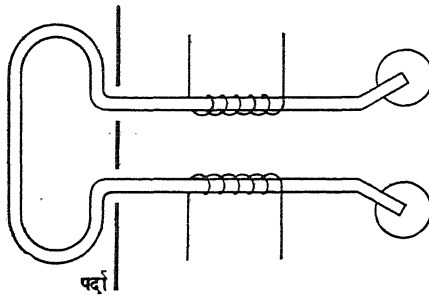
एण्टिमनी (Sb) का टॉमसन गुणांक धनात्मक होता है। अत: यदि एण्टिमनी की छड़ को मध्य भाग में गर्म किया जाय ताकि उसके छोर अपेक्षाकृत ठंढे रहें तो छड़ के एक छोर से दूसरे छोर तक धारा प्रवाहित होने पर जिस छोर से धारा छड़ में प्रवेश करती है छड़ के उस ओर के आधे भाग में ताप का शोषण होता है और दूसरे आधे भाग में ताप का विकास होता है।

(चित्र 29 अ)

बिसमथ (Bi) का टॉमसन गुणांक ऋणात्मक होता है। अत: यदि बिसमथ की छड़ को मध्य में गर्म किया जाय ताकि उसके छोर अपेक्षाकृत ठंढे रहें तो छड़ के एक छोर से दूसरे छोर तक धारा प्रवाहित होने पर जिस छोर से धारा छड़ में प्रवेश करती है, छड़ के

(चित्र 29 ब)

उस ओर के आधे भाग में ताप का विकास होता है और दूसरे आधे भाग में ताप का शोषण होता है ।

एण्टिमनी तथा बिसमथ की छड़ों में ऊपर वर्णित टॉमसन प्रभावों पर विचार करने पर किसी वस्तु की लम्बाई पर तापक्रम की प्रवणता (gradient) होने पर वि० वा० ब०, अर्थात् विभव की प्रवणता, के उत्पादन की व्याख्या दी जा सकती है। एण्टिमनी की छड़ में जब ठंढे छोर A से छड़ के गर्म मध्य-विन्दु B की ओर धारा प्रवाहित होती है तब ताप का शोषण इसलिए होता है कि तार में तापक्रम की प्रवणता के कारण एक वि०वा०ब० e, जिसे टॉमसन वि०वा०ब० कहा जा सकता है, की उत्पत्ति होती है जिसकी दिशा ऐसी होती है कि यह धारा को चालू रखने का प्रयास करता है और इस प्रकार परिपथ में ऊर्जा प्रदान करता है जो ऊर्जा छड़ के ताप से ही प्राप्त होती है। जब छड़ के गर्म मध्य-विन्दु B से छड़ के छोर C की ओर धारा प्रवाहित होती है तब ताप का विकास इसलिए होता है कि तार में तापक्रम की प्रवणता के कारण एक वि०वा०ब० e, की उत्पत्ति होती है जिसकी दिशा ऐसी होती है कि यह धारा के प्रवाह का विरोध करने का प्रयास करता है और इस प्रकार परिपथ से ऊर्जा लेता है जो ऊर्जा छड़ का ताप बढ़ाती है। इस विवरण से यह स्पष्ट है कि एण्टिमनी तथा एण्टि-मनी जैसे धनात्मक टॉमसन गुणांक वाली सभी धातुओं में टॉमसन वि०वा०ब० की दिशा धातु के ठंढे भाग से गर्म भाग की ओर होती है । इसी प्रकार यदि बिसमथ के टॉमसन प्रभाव पर विचार किया जाय तो यह स्पष्ट होगा कि बिसमथ तथा बिसमथ जैसे ऋणात्मक टॉमसन गुणांक वाली सभी धातुओं में टॉमसन वि०वा०ब० की दिशा गर्म भाग से ठंढे भाग की ओर होती हैं ।

सीसे (Pb) का टॉमसन गुणांक शून्य होता है। अत: यह धातु टॉमसन प्रभाव से रहित होती है। इसी कारण भिन्न-भिन्न धातुओं के तापीय विद्युत्-आरेख (thermo-electric diagrams) प्राप्त करने में प्रायोगिक धातु तथा सीसे के तापीय युग्म से प्रयोग किया जाता है ।

टॉमसन प्रभाव के प्रायोगिक प्रदर्शन के लिए लोहे की एक मोटी छड़ को U-आकार में मोड़ दिया जाता है और छोरों को बाहर झुकाकर उन्हें पारा भरी प्यालियों में डाल दिया जाता है। छड़ की दोनों भुजाओं पर प्लैटिनम के लगभग एक ही लम्बाई के दो विसंवाहित तार लपेट दिये जाते हैं और इन तारों को मीटर-ब्रिज के रिक्त स्थानों में डाल दिया जाता है। ब्रिज को संतुलित कर दिया जाता है जिससे ब्रिज के गैलवेनोमीटर की कुण्डली का विक्षेप शून्य हो। छड़ के बीच वाले भाग को बुन्सन ज्वालक से तब तक गर्म किया जाता है जब तक कि यह

(चित्र 30)

भाग गर्म होकर लाल न हो जाय। इसके बाद जब छड़ से एक काफी शक्तिशाली विद्युत्-धारा प्रवाहित की जाती है तब देखा जाता है कि ब्रिज का संतुलन बिगड़ गया है और गैलवेनोमीटर की कुण्डली में किसी दिशा में विक्षेप हो गया है। छड़ से प्रवाहित धारा की दिशा जब बदल दी जाती है तब गैलवेनोमीटर के विक्षेप की दिशा बदल जाती है। इससे यह स्पष्ट है, जब छड़ के मध्य भाग को गर्म कर उससे धारा प्रवाहित की जाती है तब छड़ का एक भाग गर्म हो जाता है तो दूसरा भाग ठंढा रहता है जिससे एक तार का प्रतिरोध बढ़ जाता है और दूसरे तार का प्रतिरोध घट जाता है और धारा की दिशा बदल देने पर यह प्रभाव अन्त:परिवर्तित (interchanged) हो जाता है जिससे गैलवेनोमीटर की कुण्डली के विक्षेप की दिशा बदल जाती है।

3.5. तापीय विद्युत् परिपथों में ऊष्मागतिकी का प्रयोग (Application of Thermodynamics to thermoelectric circuits)

A तथा B धातुओं के एक तापीय युग्म पर विचार करें जिसके जोड़ $T+dT$ तथा T तापक्रमों पर हैं, जहाँ dT दोनों जोड़ों के तापक्रमों में अत्यन्त ही अल्प अन्तर है। मान लें कि $T+dT$ तापक्रम पर पेल्टियर गुणांक $\pi+d\pi$ है तथा T तापक्रम पर पेल्टियर गुणांक π है, जहाँ $d\pi$ अत्यन्त ही अल्प राशि है। यह भी मान लें कि युग्म की धातुओं के टॉमसन गुणांक क्रमश: σ_a तथा σ_b हैं।

$T+dT$ तापक्रम पर एक कूलम्ब आवेश के प्रवाह से जोड़ पर शोषित ऊर्जा

$$=\pi+d\pi \text{ जूल।}$$

T तापक्रम पर एक कूलम्ब आवेश के प्रवाह से दूसरे जोड़ पर विकसित ऊर्जा

$$=\pi \text{ जूल।}$$

$T+dT$ तथा T तापक्रमों के बीच A धातु में विकसित ऊर्जा$=\sigma_a dT$ जूल।

T तथा $T+dT$ तापक्रमों के बीच B धातु में शोषित ऊर्जा$=\sigma_b dT$ जूल।

पेल्टियर तथा टॉमसन प्रभावों के प्रतिवर्ती होने के कारण एक कूलम्ब आवेश के परिणामस्वरूप परिपथ प्रतिवर्ती रूप में ताप का शोषण तथा ताप का विकास कर बाकी ऊर्जा को विद्युत्-ऊर्जा में परिणत करता है। इस प्रतिवर्ती क्रिया के एक पूरे चक्र (cycle of operation) में व्यवस्था की एण्ट्रापी (entropy) का कुल परिवर्तन ऊष्मागतिकी के नियमानुसार $\int \frac{dQ}{T}=0$ होता है। अत: ऊपर की प्रतिवर्ती क्रिया में एण्ट्रापी का कुल परिवर्तन,

$$\frac{\int dQ}{T}=\frac{\pi+d\pi}{T+dT}-\frac{\pi}{T}-\frac{{}_a dT}{T}+\frac{\sigma_b dT}{T}=0$$

या $$\frac{Td\pi-\pi dT}{T(T+dT)}=\frac{(\sigma_a-\sigma_b)dT}{T}=0.$$

$\because$ $T(T+dT)$ लगभग T^2 के बराबर माना जा सकता है, अतः

$$\frac{Td\pi-\pi dT}{T^2}-\frac{(\sigma_a-\sigma_b)dT}{T}=0$$

या $$\frac{d\pi}{dT}.\ dT-\frac{\pi}{T}dT-(\sigma_a-\sigma_b)dT=0 \quad .. \quad (1).$$

हम जानते हैं कि तापीय युग्म की तापीय विद्युत्-सामर्थ्य

$$\frac{dE}{dT}=\frac{d\pi}{dT}-(\sigma_a-\sigma_b)$$

अतः $$dE=\frac{d\pi}{dT}.\ dT-(\sigma_a-\sigma_b)dT \quad .. \quad (2).$$

समीकरण (1) तथा (2) से

$$dE-\frac{\pi}{T}dT=0$$

या $$\frac{\pi}{T}=\frac{dE}{dT}$$

$$\therefore \quad \pi=T\frac{dE}{dT} \quad .. \quad (3),$$

जो T तापक्रम पर युग्म की तापीय विद्युत्-सामर्थ्य $\frac{dE}{dT}$ तथा पेल्टियर गुणांक π में सम्बन्ध है। T तापक्रम पर $\frac{dE}{dT}$ का मान ज्ञात कर इस समीकरण से π का मान ज्ञात किया जा सकता है।

पुनः समीकरण (1) से

$$(\sigma_a-\sigma_b)dT=\frac{d\pi}{dT}.\ dT-\frac{\pi}{T}.\ dT$$

या $$\sigma_a - \sigma_b = \frac{d\pi}{dT} - \frac{\pi}{T} \quad .. \quad (4).$$

समीकरण (3) से

$$\frac{d\pi}{dT} = T\frac{d^2E}{dT^2} + \frac{dE}{dT} \quad .. \quad (5).$$

अतः समीकरण (4) तथा (5) से

$$\sigma_a - \sigma_b = T\frac{d^2E}{dT^2} + \frac{dE}{dT} - \frac{\pi}{T}$$

$$= T\frac{d^2E}{dT^2} + \frac{dE}{dT} - \frac{dE}{dT}, \text{ समीकरण (3) से}$$

$$= T\frac{d^2E}{dT^2} \quad .. \quad (6).$$

यदि धातु A सीसा हो तो

$\sigma_a = 0$ होगा ।

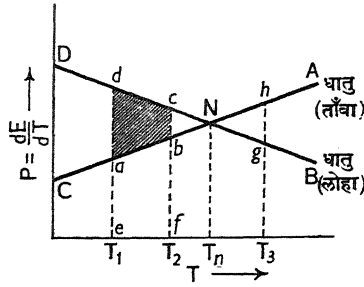
ऐसी स्थिति में $\sigma_b = -T\frac{d^2E}{dT^2}$ .. (7)

$$= -T\frac{dP}{dT}.$$

अतः किसी धातु का टॉमसन गुणांक निरपेक्ष तापक्रम तथा तापक्रम के साथ उस धातु एवं सीसे के तारों से बने तापीय युग्म की तापीय विद्युत्-सामर्थ्य के परिवर्तन की दर का गुणनफल है ।

3.6. तापीय विद्युत्-आरेख (Thermo-electric diagram)

सीसे के टॉमसन गुणांक के शून्य होने के कारण धातुओं के तापीय विद्युत्-आचरण (behaviour) का अध्ययन धातु तथा सीसे के बने तापीय युग्म द्वारा किया जाता है। इस प्रकार के तापीय युग्म के एक जोड़ को 0°C पर रखते हुए दूसरे जोड़ के तापक्रम को बदल-बदल कर युग्म के वि० वा० ब० को नापा जाता है और निरपेक्ष तापक्रम T के साथ वि० वा० ब० E के विचरण (variation) को एक लेखा-चित्र द्वारा प्रदर्शित किया जाता है । इसी लेखा-चित्र से भिन्न-भिन्न तापक्रमों पर वक्र की ढाल $\left(\frac{dE}{dT}\right)$ को ज्ञात किया जाता है और यह उन तापक्रमों पर युग्म की तापीय विद्युत्-

सामर्थ्य है और तब उसके अनुरूपी तापीय विद्युत्-सामर्थ्य का जो लेखा-चित्र प्राप्त होता है उसे ही धातु का तापीय विद्युत्-आरेख कहा जाता है। यह आरेख सरल रेखा होता है। अतः इसे तापीय विद्युत्-रेखा भी कहा जाता है। जिस धातु का टॉमसन गुणांक धनात्मक होता है उसके तापीय विद्युत्-आरेख की ढाल (slope) धनात्मक होती है तथा जिस धातु का टॉमसन गुणांक ऋणात्मक होता है उसके तापीय विद्युत्-आरेख की ढाल ऋणात्मक होती है।

(चित्र 31)

चित्र 31 में *CA* रेखा *A* धातु (ताँबा) का तापीय विद्युत्-आरेख है जिसका टॉमसन गुणांक धनात्मक है, तथा *DB* रेखा *B* धातु (लोहा) का तापीय विद्युत्-आरेख है जिसका टॉमसन गुणांक ऋणात्मक है।

यदि *A* तथा सीसे के युग्म के जोड़ों के तापक्रम T_1 तथा T_2 हों तो युग्म का वि० वा० ब०

$$E_A=\int_{T_1}^{T_2}\frac{dE}{dT}.dT=\text{क्षेत्र } abfe \text{ होगा।}$$

इसी प्रकार यदि *B* तथा सीसे के युग्म के जोड़ों के तापक्रम T_1 तथा T_2 ही हों तो युग्म का वि० वा० ब०

$$E_B=\int_{T_1}^{T_2}\frac{dE}{dT}.dT=\text{क्षेत्र } dcfe,$$

जो ऋणात्मक होगा क्योंकि *B* धातु की तापीय विद्युत्-रेखा की ढाल ऋणात्मक है।

अतः तापीय युग्म के माध्यमिक धातु के नियम से यदि *A* तथा *B* धातु का तापीय युग्म बनाया जाय और यदि युग्म के जोड़ों के तापक्रमों को T_1 तथा T_2 ही रखा जाय तो, ऐसे युग्म का वि० वा० ब०

$$\begin{aligned}E_{AB}&=E_A+(-E_B)\\&=\text{क्षेत्र } abfe-\text{क्षेत्र } dcfe\\&=-(\text{क्षेत्र } dcba) \text{ होगा।}\end{aligned}$$

दो धातुओं की तापीय विद्युत्-रेखाएँ *N* विन्दु पर एक-दूसरे को काटती हैं। इस विन्दु के अनुरूप दोनों ही धातुओं के लिए $\frac{dE}{dT}$ का मान एक ही है किन्तु चिह्न में

विपरीत होता है। यह स्थिति एक ही तापक्रम पर प्राप्त होती है। चूंकि $\pi = T\frac{dE}{dT}$, अत: इस विन्दु के अनुरूप सीसे की अपेक्षा दोनों धातुओं के पेल्टियर गुणांक मान में एक ही किन्तु चिह्न में भिन्न होते हैं। इससे यह भी सिद्ध होता है कि एक-दूसरे की अपेक्षा उस विन्दु के अनुरूप धातुओं का पेल्टियर गुणांक शून्य होता है और इस विन्दु के अनुरूप धातुओं के तापीय युग्म की तापीय विद्युत्-सामर्थ्य $\frac{dE}{dT}$ शून्य होती है, अर्थात् E उच्चतम होता है। अत: इस विन्दु का अनुरूपी तापक्रम दोनों धातुओं के युग्म का उदासीन तापक्रम है। यहाँ हम इस निष्कर्ष पर भी पहुँचते हैं कि उदासीन विन्दु पर पेल्टियर गुणांक के शून्य होने के कारण किसी युग्म के जोड़ पर उदासीन विन्दु पर पेल्टियर प्रभाव युग्म के कुल वि० वा० ब० में कोई योगदान नहीं होता है।

A तथा B धातुओं के तापीय युग्म के जोड़ों को यदि T_1 तथा T_n (उदासीन विन्दु) तापक्रमों पर रखा जाय तो युग्म वि० वा० बल,

$$\left(E_{AB}\right)_{T_1}^{T_n} = -\text{क्षेत्र } dNa \text{ होगा,}$$

और यदि जोड़े T_n तथा T_3 तापक्रमों पर रखे जायँ तो उसी युग्म का वि० वा० बल,

$$\left(E_{AB}\right)_{T_n}^{T_3} = +\text{क्षेत्र } hNg \text{ होगा।}$$

यदि $T_n = \frac{T_1 + T_3}{2}$, या $T_n - T_1 = T_3 - T_n$ हो तो क्षेत्र dNa=क्षेत्र hNg होगा। ऐसी स्थिति में उस युग्म के जोड़ यदि T_1 तथा T_3 तापक्रम पर हों तो युग्म के माध्यमिक तापक्रम के नियम से

$$\left(E_{AB}\right)_{T_1}^{T_3} = \left(E_{AB}\right)_{T_1}^{T_n} + \left(E_{AB}\right)_{T_n}^{T_3}$$

$$= -\text{क्षेत्र } dNa + \text{क्षेत्र } hNg$$

$$= -\text{क्षेत्र } dNa + \text{क्षेत्र } dNa$$

$$= 0.$$

अत: जब युग्म के जोड़ों के तापक्रमों का समानान्तर माध्य (arithmetic mean) उदासीन विन्दु के बराबर होता है तब युग्म का वि० वा० ब० शून्य हो जाता है।

जब $T_3-T_n > T_n-T_1$, तब क्षेत्र $dNa <$ क्षेत्र hNg,

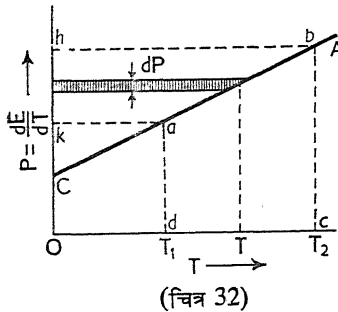
और $\left(E_{AB}\right)_{T_1}^{T_3}$ का चिह्न धनात्मक होता है।

जब $T_3-T_n < T_n-T_1$, तब क्षेत्र $dNa >$ क्षेत्र hNg,

और $\left(E_{AB}\right)_{T_1}^{T_3}$ का चिह्न ऋणात्मक होता है।

इससे यह स्पष्ट है कि $T_n-T_1=T_3-T_n$ के अनुरूप T_3 का जो मान होता है उससे उसका मान जैसे ही बड़ा होता है वैसे ही युग्म के वि० वा० बल की दिशा बदल जाती है। अत: $T_n-T_1=T_3-T_n$ के अनुरूप युग्म के गर्म जोड़ का जो तापक्रम होता है उसे उत्क्रम-तापक्रम (temperature of reversal) कहा जाता है। किसी युग्म का उत्क्रम-तापक्रम प्राय: युग्म के ठंढे जोड़ के 0°C तापक्रम की स्थिति में व्यक्त किया जाता है।

तापीय विद्युत्-आरेखों की मदद से किन्हीं दो धातुओं के युग्म का उदासीन विन्दु पर्याप्त शुद्ध रूप में ज्ञात किया जा सकता है। इस कार्य के लिए दोनों धातुओं की तापीय विद्युत्-रेखाएँ अलग-अलग प्राप्त की जाती हैं। इन रेखाओं के कटान के अनुरूप जो तापक्रम होता है वही दोनों धातुओं के युग्म का उदासीन विन्दु है।

(चित्र 32)

तापीय विद्युत्-आरेख से पेल्टियर वि०वा०बल तथा टॉमसन वि०वा०बल की गणना निम्नलिखित रूप में हो सकती है—

गर्म जोड़ पर पेल्टियर वि० वा० ब०,

$$\pi_2 = T_2\left(\frac{dE}{dT}\right)_{T=T_2}$$

$=$ क्षेत्र $hbco$.

ठंढे जोड़ पर पेल्टियर वि० वा० ब०,

$$\pi_1 = T_1\left(\frac{dE}{dT}\right)_{T=T_1} = \text{क्षेत्र } kado.$$

A धातु में टॉमसन वि० वा० ब०,

$$\int_{T_2}^{1} \sigma_a dT = \int_{T_2}^{T_1} -T\frac{d^2E}{dT^2}\,dT = \int_{T_1}^{T_2} T\frac{dP}{dT}\,.\,dT$$

$$= \int_{T_1}^{T_2} TdP = \text{क्षेत्र } abhk.$$

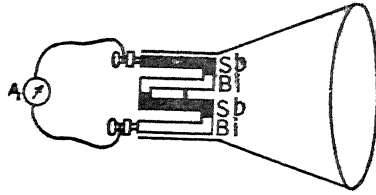
∴ सीसे तथा धातु के तापीय युग्म का कुल वि० वा० ब०

$$E = \text{क्षेत्र } hbco - \text{क्षेत्र } kado - \text{क्षेत्र } abhk$$

$$= \text{क्षेत्र } abcd.$$

3.7. तापीय पुंज (Thermopile)

तापीय पुंज एक ऐसा यंत्र है जिससे गर्म वस्तुओं के तापक्रम नापे जाते हैं। यह यंत्र सीबेक-प्रभाव के सिद्धान्त पर कार्य करता है।

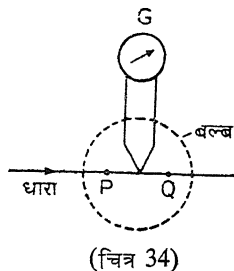
तापीय पाइल में एण्टिमनी-बिसमथ के 20 तापीय विद्युत्-युग्म श्रेणीक्रम में जुड़ कर एक समूह के रूप में पीतल के एक शंकु की गर्दन के समीप व्यवस्थित रहते हैं। शंकु पर पड़ने वाला ताप युग्म के समूह के उस ओर पड़ता है जिस ओर शंकु का मुँह है। अतः युग्म के समूह का यह रुख गर्म हो जाता है। इसका दूसरा रुख ठंढा ही रहता है। युग्म के समूह के दोनों किनारे वाले तत्त्वों में पेंच लगे रहते हैं जिनसे एक अम्मापी जुड़ा रहता है।

(चित्र 33)

ज्ञात तापक्रमों की वस्तुओं को एक के बाद दूसरे को यंत्र के शंकु से निश्चित दूरी पर रखा जाता है जिसके कारण शंकु के मुँह की ओर वाले रुख पर भिन्न-भिन्न परिमाण का ताप पड़ता है। इसके परिणामस्वरूप सीबेक-प्रभाव के अनुसार युग्मों के समूह में भिन्न-भिन्न तापीय विद्युद्वाहक बल उत्पन्न होते हैं और अम्मापी से प्रवाहित होने वाली धाराओं के भिन्न-भिन्न पठन प्राप्त होते हैं। वस्तुओं के तापक्रम तथा संगत अम्मापी के पठनों से एक लेखा-चित्र बनाया जाता है जिसकी सहायता से इस यंत्र द्वारा वस्तुओं के अज्ञात तापक्रमों को ज्ञात किया जाता है।

3.8. वेकुओ जंकशन (Vacuo junction)

यह कम मान वाली प्रत्यावर्ती अथवा अपरिवर्ती धारा नापने वाला सूक्ष्मग्राही यंत्र है। इस यंत्र में कैंसटैंटन का एक तार PQ होता है जो धारा के प्रवाहित होने

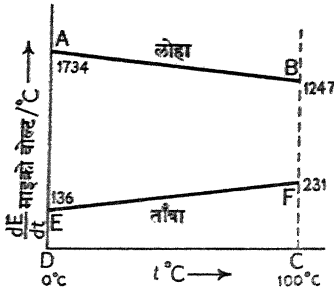
पर गर्म हो जाता है। तार का ताप टेलुरियम-बिसमथ (tellurium-bismuth) युग्म के एक जोड़ को गर्म करता है। तार तथा युग्म काँच के बल्ब के भीतर में उत्पन्न शून्य (vacuum) में व्यवस्थित रहते हैं। युग्म की श्रणी में गैलवेनोमीटर जोड़ा जाता है। जब तार का ताप युग्म के जोड़ को गर्म करता है तब सीबेक-प्रभाव से परिपथ में तापीय विद्युत्-धारा उत्पन्न होती है जिसके कारण गैलवेनोमीटर में विक्षेप होता है। चूँकि तार में उत्पन्न ताप धारा की दिशा पर निर्भर नहीं करता है, इसलिए *PQ* तार में प्रत्यावर्ती धारा के प्रवाहित होने पर भी गैलवेनोमीटर में विक्षेप होता है। तार में उत्पन्न ताप इसमें प्रवाहित होने वाली धारा के वर्ग के समानुपाती होता है और युग्म द्वारा परिपथ में उत्पादित धारा उसके गर्म जोड़ के तापक्रम (बशर्ते तापक्रम युग्म के उदासीन विन्दु से काफी कम हो) के समानुपाती होती है। अतः गैलवेनोमीटर का विक्षेप *PQ* तार में प्रवाहित धारा के वर्ग के समानुपाती होता है; अर्थात् *PQ* में प्रवाहित होने वाली धारा सरल हो या प्रत्यावर्ती, धारा की शक्ति गैलवेनोमीटर के विक्षेप के वर्गमूल के समानुपाती होती है। तार से ज्ञात धाराओं को प्रवाहित कराकर यंत्र के गैलवेनोमीटर को अंश-शोधित (calibrate) किया जा सकता है और तब यंत्र द्वारा किसी अज्ञात शक्ति वाली धारा की शक्ति जानी जा सकती है।

(चित्र 34)

उच्च-कम्पनांक (high frequency) की कम शक्ति वाली धाराओं की शक्तियों को मापने में इसी यंत्र का प्रयोग किया जाता है क्योंकि अन्य प्रकार के अम्मापी ऐसी धाराओं के नापने में असमर्थ होते हैं।

साधित उदाहरण

1. लोहे की तापीय विद्युत्-सामर्थ्य 0°C पर 1734 माइक्रोवोल्ट प्रति डिग्री है तथा 100°C पर 1247 है; ताँबे का 0°C पर 136 तथा 100°C पर 231 है। 0°C तथा 100°C के बीच लोहे-ताँबे के युग्म के वि०वा०ब० की गणना कीजिए।

(R. U. 1963 A)

(The thermo-electric power of iron is 1734 micro-volts per degree at 0°C and 1247 at 100°C; that of copper is 136 at 0°C and 231 at 100°C. Calculate the e.m.f. of an iron-copper couple between the temperatures 0°C and 100°C.)

(चित्र 35)

चित्र से,

लोहे-सीसे के युग्म का वि०वा०ब० = – क्षेत्र $ABCD$ तथा ताँबे-सीसे के युग्म का वि०वा०ब० = + क्षेत्र $EFCD$.

अतः माध्यमिक धातुओं के नियम से लोहे-ताँबे के युग्म का वि०वा०ब०

$$= -\text{क्षेत्र } ABCD + \text{क्षेत्र } EFCD$$
$$= -\text{क्षेत्र } ABFE$$
$$= -\tfrac{1}{2}[(1734-136) + (1247-231)] \times 100$$

$$= -\tfrac{1}{2} \times (1598+1016) \times 100 = \tfrac{1}{2} \times 2614 \times 100$$
$$= 130700 \text{ माइक्रोवोल्ट}$$
$$= 130{\cdot}7 \text{ मिलीवोल्ट ।}$$

2. किसी तापीय युग्म का एक जोड़ $0°C$ तथा दूसरा $t°C$ पर है और उसका वि०वा०ब० $= at + bt^2$ है, जहाँ a तथा b स्थिरांक हैं । युग्म के उदासीन तापक्रम, पेल्टियर गुणांक, तथा टॉमसन गुणांक की गणना कीजिए । (Delhi 1953)

(The junctions of a thermo-couple are at 0°C and t°C and its e.m.f. $= at + bt^2$, where 'a' and 'b' are constants. Calculate this neutral temperature, Peltier coefficient and Thompson coefficient of the couple.)

यदि गर्म जोड़ का निरपेक्ष तापक्रम T हो तो

$$E = a(T-273) + b(T-273)^2.$$

$$\therefore \quad \frac{dF}{dT} = a + 2b(T-273) \text{ जो उदासीन तापक्रम पर शून्य होगा ।}$$

अतः यदि निरपेक्ष उदासीन तापक्रम T_n हो तो

$$a + 2b\ (T_n - 273) = 0$$

या

$$2b(T_n - 273) = -a.$$

$$\therefore \quad T_n = 273 - \frac{a}{2b}.$$

अतः उदासीन तापक्रम, $t_n = 273 - \frac{a}{2b} - 273$

$$= -\frac{a}{2b}\ °C.$$

$$\text{पेल्टियर गुणांक} = \pi = T\frac{dE}{dT}$$
$$= T[a + 2b(T-273)]$$

$$=(273+t)[a+2b(273+t-273)]$$
$$=(t+273)(a+2bt).$$

टॉमसन गुणांक $=T\frac{d^2E}{dt^2}=T[2b]=2b(t+273).$

प्रश्नावली ३

(अ)

1. समझाइए कि सीबेक, पेल्टियर तथा टॉमसन प्रभावों से आप क्या समझते हैं। इन्हें प्रदर्शित करने वाले प्रयोगों का वर्णन करें।

तापीय विद्युत् के कुछ उपयोगों का वर्णन करें।

(Bhag. 1965 A; M. U. '63 A, '65 S; P. U. '65 A, '64 S)

[Explain what you understand by Seebeek, Peltier and Thompson effects and describe experiments to demonstrate them.

Describe some of the applications of thermo-electricity.]

2. पेल्टिर गुणांक, टॉमसन गुणांक तथा तापीय विद्युत्-सामर्थ्य की परिभाषा दीजिए। समझाइए कि तापीय विद्युत्-आरेख के लिए प्रयोग द्वारा आँकड़े कैसे प्राप्त किये जा सकते हैं।

(P. U. 1964 A; Bhag. U. '65 S)

[Define Peltier coefficient, Thompson coefficient and Thermo-electric power. Explain how the data for thermo-electric diagram may be obtained experimentally.]

3. तापीय विद्युत्-सामर्थ्य तथा तापीय विद्युत्-आरेख के सम्बन्ध में समझाइए और दिखलाइए कि पेल्टियर वि०वा०ब०, टॉमसन वि०वा०ब०, उदासीन तापक्रम, तथा उत्क्रम-तापक्रम तापीय विद्युत्-आरेख में प्रदर्शित किये जा सकते हैं। (R. U. 1963 A)

[Explain thermo-electric power and thermo-electric diagram and show that Peltier e.m.f., Thompson e.m.f., neutral temperature and temperature of reversal can all be represented in a thermo-electric diagram.]

4. तापीय युग्म के वि०वा०ब० के मापन के लिए एक प्रायोगिक व्यवस्था का वर्णन कीजिए और युग्म के जोड़ों के तापक्रमों के साथ इसके विचरण का विवेचन कीजिए। ताँबे-लोहे के युग्म के उदासीन तापक्रम का ज्ञापन आप कैसे करेंगे ?

(P. U. 1966 A; B. U. '65 A; M. U. '63 A)

(ब)

1. लोहे-सीसे के तापीय युग्म के जोड़ों के तापक्रम 0°C तथा 100°C पर होने पर युग्म का वि०वा०ब० 149 मिली वोल्ट होता है। ताँबे-सीसे के तापीय युग्म के जोड़ों के तापक्रम उतने होने पर युग्म का वि०वा० ब० 18 मिली वोल्ट होता है। 0°C तथा 100°C के बीच ताँबे-लोहे के तापीय युग्म का वि०वा०ब० क्या होगा ?

(उत्तर : 131 मिली वोल्ट)

[The e.m.f. of a iron-lead thermocouple, when its junctions are maintained at 0°C and 100°C, is 149 milli-volts. The e.m.f. of a copper-lead couple when its junctions are maintained at the same temperatures, is 18 milli-volt. What will be the e.m.f. of a copper-iron thermocouple between 0°C and 100°C ?]

2. 0°C तथा 100°C पर जब किसी तापीय युग्म के जोड़ होते हैं तब युग्म का वि० वा०ब० 130 मिली वोल्ट होता है। जब इसके जोड़ 0°C तथा 200°C पर होते हैं तब युग्म का वि०वा०ब० 180 मिली वोल्ट होता है। युग्म का उदासीन तापक्रम, तथा 100°C पर पेल्टियर तथा टॉमसन गुणांक क्या होंगे ?

(उत्तर : 212·5°C, 335·7, −2·984)

[When the junctions of a thermocouple are at 0°C and 100°C its e.m.f. is 130 milli-volts. When they are at 0°C and 200°C then the e.m.f. of the couple is 180 milli volts. What will be the neutral temperature and Peltier and Thompson coefficients at 100°C ?]

---

४ विद्युत्-चुम्बकी तथा विद्युत्-चुम्बकीय प्रेरण
[ELECTROMAGNETICS AND ELECTROMAGNETIC INDUCTION]

4.1. एम्पियर का साध्य (Ampere's theorem)

प्रत्येक रेखीय चालक, जिससे विद्युत्-धारा प्रवाहित होती है, एक साधारण चुम्बकीय पट्टिका (shell) के तुल्य होता है जिसकी सीमा चालक के संपाती होती है तथा जिसकी शक्ति धारा की शक्ति के बराबर होती है। यही एम्पियर का साध्य है जो विद्युत्-धारा तथा चुम्बकीय पट्टिका में तुल्यता दिखाती है। चुम्बकीय पट्टिका की शक्ति पट्टिका के प्रति इकाई क्षेत्रफल के चुम्बकीय घूर्ण से परिभाषित की जाती है। अत: यदि पट्टिका का क्षेत्रफल 'a' हो और उसकी शक्ति σ हो तो पट्टिका का चुम्बकीय घूर्ण $a\sigma$ होगा। अत: $a\sigma$ धारा-शक्ति किसी बाह्य विन्दु पर वही चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है जो धारा के संपाती सीमा वाली $a\sigma$ शक्ति की चुम्बकीय पट्टिका उत्पन्न करती है।

एम्पियर के साध्य की मदद से विद्युत्-चुम्बकीय सें०ग्रा०से० (C.G.S.) पद्धति में इकाई धारा का परिभाषा निम्नलिखित रूप में दी जा सकती है—

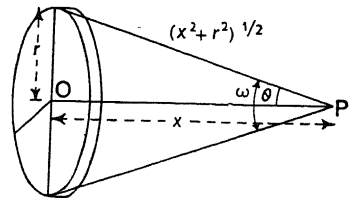
विद्युत्-चुम्बकी सें०ग्रा०से० इकाई धारा वह धारा है जो किसी बाह्य विन्दु पर वही चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करती है जो उस विन्दु पर इकाई शक्ति वाली वह चुम्बकीय पट्टिका उत्पन्न करती हैं जिसकी सीमा धारा के संपाती है।

पुस्तक के चुम्बकत्व भाग में यह दिखलाया जा चुका है कि σ शक्ति वाली चुम्बकीय पटिका के कारण किसी विन्दु पर चुम्बकीय विभव $V=\sigma\omega$, जहाँ ω उस विन्दु पर पूरी पट्टिका द्वारा ठोस कोण है। इस सामान्य फल से यह स्पष्ट है कि किसी विन्दु पर किसी चुम्बकीय पट्टिका के कारण चुम्बकीय विभव केवल चुम्बकीय पट्टिका की शक्ति तथा उस विन्दु पर पट्टिका द्वारा बनाये गये ठोस कोण पर ही निर्भर करता है, तथा यदि पट्टिका की सीमा निश्चित हो तो यह पट्टिका के आकार पर निर्भर नहीं करता है।

4.2. वृत्तीय धारा के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र (Field on the axis of Circular Current)

एक वृत्तीय धारा की त्रिज्या r है और केन्द्र से x दूरी पर अक्ष पर कोई बाह्य विन्दु P है; धारा का मान I वि० चु० इ० है।

(चित्र 36)

एम्पियर के साध्य के अनुसार यह धारा एक ऐसी चुम्बकीय वृत्ताकार

पट्टिका के तुल्य होगी जिसकी त्रिज्या r होगी तथा जिसकी शक्ति I होगी।

ऐसी पट्टिका द्वारा बाह्य विन्दु P पर बनाया गया ठोस कोण,

$\omega=2\pi(1-\cos\theta)$, जहाँ θ कोण P विन्दु पर पट्टिका की त्रिज्या द्वारा अन्तरित (subtended) कोण है

$$=2\pi\left[1-\frac{x}{(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}\right].$$

अत: P विन्दु पर चुम्बकीय विभव,

$$V=2\pi I\left[1-\frac{x}{(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}\right].$$

यदि पूरे वृत्त को बहुत ही छोटे-छोटे भागों में खण्डित कर उनमें से प्रत्येक के कारण बाह्य विन्दु पर के चुम्बकीय क्षेत्र पर विचार किया जाय तो यह पता चलेगा कि अक्ष की लम्ब दिशा में पूरी वृत्तीय धारा के कारण चुम्बकीय क्षेत्र शून्य होता है, तथा पूरी वृत्तीय धारा के कारण चुम्बकीय क्षेत्र पूर्णरूपेण अक्ष की दिशा में ही होता है। इसलिए वृत्तीय धारा के कारण अक्ष के P विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र का मान

$$H=-\frac{dv}{dx}$$

$$=-\frac{d}{dx}\left[2\pi I\left\{1-\frac{x}{(x^2+r^2)^{\frac{1}{2}}}\right\}\right]$$

$$=2\pi I\{-\tfrac{1}{2}.x.2x(x^2+r^2)^{-\frac{3}{2}}+(x^2+a^2)^{-\frac{1}{2}}\}$$

$$=\frac{2\pi I}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}\{x^2+a^2-x^2\}$$

$$=\frac{2\pi a^2 I}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

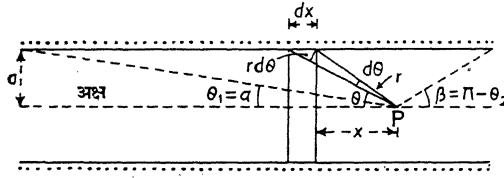
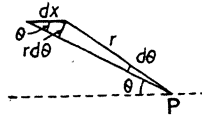
यदि P विन्दु वृत्तीय धारा के केन्द्र पर हो, तो, $x=0$, तथा

$$H=\frac{2\pi I}{a}.$$

यदि धारा n घुमावों की वृत्तीय कुण्डली से प्रवाहित होती हो, तो कुण्डली के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र,

$$H=\frac{2\pi n a^2 I}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

4.3. परिनालिकीय धारा के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र (Field on the axis of a solenoidal current)

यदि किसी बेलन पर बहुत ही कम त्रिज्या के विसंवाहित तार को सटाकर लपेटा जाय तो ऐसे तार में प्रवाहित होने वाली धारा I को परिनालिकीय धारा कहा जाता है। यदि परिनालिका की प्रति इकाई लम्बाई में n घुमाव हों तो उसके बहुत ही पतले परिच्छेद dx में घुमाव-संख्या ndx होगी जिसके कारण P विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$=\frac{2\pi a^2 Indx}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \text{ होगा}$$

जहाँ P विन्दु की दूरी परिच्छेद dx से x है। चित्र 37 (ब) से

$$\sin\theta=\frac{rd\theta}{dx}$$

(चित्र 37 अ)

(चित्र 37 ब)

$$\therefore \quad dx=\frac{rd\theta}{\sin\theta}.$$

$\therefore$ dx परिच्छेद के कारण P पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$=\frac{2\pi a^2 nIrd\theta}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}\sin\theta}=\frac{2\pi a^2 nIrd\theta}{(r^2)^{\frac{3}{2}}\frac{a}{r}},$$

$$\left(\because \quad \frac{a}{r}=\sin\theta \text{ तथा } r^2=x^2+a^2\right)$$

$$=2\pi nI\frac{a}{r}d\theta$$

$$=2\pi nI\sin\theta d\theta.$$

अत: सम्पूर्ण परिनालिकीय धारा के कारण P विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$H=2\pi nI\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta \, d\theta,$$

जहाँ θ_2 तथा θ_1 परिनालिका के छोरों P पर θ के मान हैं

$$=2\pi nI(-\cos\theta_2+\cos\theta_1)=2\pi nI(\cos\theta_1-\cos\theta_2)$$
$$=2\pi nI(\cos\alpha+\cos\beta).$$

यदि परिनालिका की लम्बाई अनन्त हो, तो $\alpha=0$, तथा $\beta=0$;

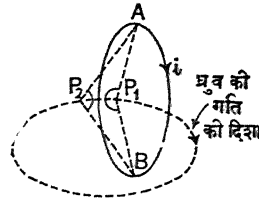
और $$H=2\pi nI(1+1)=4\pi nI \text{ होगा ।}$$

परिनालिका के केन्द्र के लिए, $\alpha=\beta$; तथा परिनालिका के किसी छोर के लिए,

$$\alpha=\alpha \text{ तथा } \beta=\frac{\pi}{2}.$$

अतः परिनालिका के केन्द्र पर $H=4\pi nI\cos\alpha$; तथा छोर पर $H=2\pi nI\cos\alpha$, जो केन्द्र के H के मान का आधा है ।

4.4. किसी धारा के चारों ओर इकाई उत्तरी ध्रुव को ले जाने में किया गया कार्य

मान लें कि P_1 तथा P_2 किसी धारा के दोनों ओर दो विन्दु हैं जो एक-दूसरे के बहुत ही समीप हैं । P_1 से P_2 तक एक इकाई उत्तरी ध्रुव के गति-पथ को चित्र में बिन्दीदार वक्र से दिखलाया गया है । जब P_1 विन्दु P_2 विन्दु से मिल जाता है तब ध्रुव का गति का पथ धारा के चारों ओर बन्द हो जाता ।

(चित्र 38)

धारा i को एक तुल्य चुम्बकीय पट्टिका से बदल दीजिए जिसकी शक्ति i है । इस प्रकार P_1 तथा P_2 पट्टिका के बहुत ही समीप इसके दोनों ओर दो विन्दु होंगे । चूँकि P_1 की ओर पट्टिका का उत्तरी ध्रुव (दिये हुए चित्र के लिए) है तथा P_2 की ओर उसका दक्षिणी ध्रुव है, अतः P_1 तथा P_2 के लिए इसकी शक्ति क्रमशः $+i$ तथा $-i$ होगी ।

$\therefore$ P_1 विन्दु पर विभव$=+i\omega_1$ जहाँ ω_1, पट्टिका द्वारा P_1 विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण है ।

तथा P_2 विन्दु पर विभव$=-i\omega_2$ जहाँ ω_2, पट्टिका द्वारा P_2 विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण है ।

अतः P_1 तथा P_2 के बीच विभवान्तर

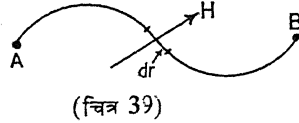
$$=i\omega_1-(-i\omega_2)$$
$$=i(\omega_1+\omega_2).$$

P_1 विन्दु जैसे-जैसे P_2 विन्दु के समीप आता जाता है वैसे-वैसे $\omega_1+\omega_2$ का मान किसी विन्दु को चारों ओर से पूरी तरह घेरने वाली सतह द्वारा विन्दु पर बनाये गये ठोस कोण 4π के बराबर होता जाता है ।

अत: जब P_1 विन्दु P_2 से लगभग मिल जाता है, अर्थात् जब ध्रुव की गति का पथ लगभग बन्द हो जाता है, तब $\omega_1 - \omega_2$ लगभग 4π हो जाता है और P_1 तथा P_2 में बीच विभवान्तर $= 4\pi i$ होता है।

जब P_2 विन्दु P_1 से लगभग मिल जाता है तब इकाई ध्रुव धारा के चारों ओर लगभग एक बार पूरा-पूरा भ्रमण कर लेता है। अत:, चूँकि दो विन्दुओं के बीच का विभवान्तर एक विन्दु से दूसरे विन्दु तक किसी भा पथ से इकाई ध्रुव को ले जाने में किया गया कार्य होता है, इसलिए किसी धारा i के चारों ओर इकाई उत्तरी ध्रुव को ले जाने में किया गया कार्य $4\pi i$ है।

4.5. चुम्बकीय क्षेत्र का रेखा-समाकल (Line integral)

किसी चुम्बकीय क्षेत्र में इकाई उत्तरी ध्रुव को किसी पथ से एक विन्दु से दूसरे विन्दु तक ले जाने में किये गये कार्य को इन विन्दुओं के बीच का रेखा-समाकल कहा जाता है। मान लें कि किसी दो विन्दु A तथा B के बीच के पथ में एक बहुत ही अल्प दूरी dr तक चुम्बकीय क्षेत्र H है। मान लें कि H तथा dr के बीच का कोण θ है अत: dr की दिशा में H का अवयव $H\cos\theta$ है। अत: इकाई उत्तरी ध्रुव को dr दूरी तक ले जाने में किया गया कार्य $= H\cos\theta dr$ होगा। इसलिए इकाई उत्तरी ध्रुव को A से B तक ले जाने में किया गया कार्य

(चित्र 39)

$$= \int^{B} H \cos\theta \, dr,$$

जो A तथा B के बीच चुम्बकीय क्षेत्र का रेखा-समाकल है।

यदि A तथा B के बीच का पथ किसी धारा को घेरने वाला बन्द पथ है, त बन्द पथ के चारों ओर का रेखा-समाकल $\oint H\cos\theta dr = 4\pi i$,

जहाँ $\oint$ बन्द पथ के चारों ओर के समाकल को व्यक्त करता है।

यदि यह बन्द पथ किसी धारा को नहीं घेरता हो, तो

$$\oint H\cos dr = 0$$

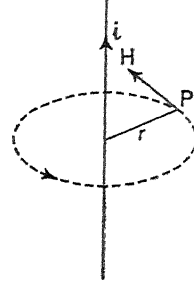
इकाई क्षेत्र को घेरने वाले बन्द पथ के चारों ओर किसी क्षेत्र के रेखा-समाक को उस क्षेत्र का कुण्डल (curl) भी कहा जाता है।

अत: $\oint H\cos\theta dr =$ कुण्डल (curl) $H = 4\pi \times$ इकाई क्षेत्र होकर जाने वाली धा

$= 4\pi \times$ धारा-घनत्व है।

4.6. ऋजु-धारा (Linear Current) के कारण चुम्बकीय क्षेत्र

हमलोग जानते हैं कि ऋजु-चालक से धारा के प्रवाहित होने पर जो चुम्बर्क

बल-रेखाएँ उत्पन्न होती हैं वे धारा के परित: एककेन्द्रीय (concentric) वृत्त होती हैं जिनके तल धारा की दिशा पर लम्बवत् होते हैं। किसी विन्दु पर क्षेत्र की दिशा उस विन्दु से गुजरने वाली चुम्बकीय बल-रेखा पर स्पर्शज्या होती है। अत: ऋजु-धारा से उत्पन्न क्षेत्र की दिशा सभी स्थान पर वृत्ताकार चुम्बकीय बल रेखा पर स्पर्शज्या है और इसलिए धारा की दिशा के लम्बवत् है। यदि इकाई चुम्बकीय ध्रुव को किसी वृत्ताकार बल-रेखा पर जिसकी त्रिज्या r है, चारों ओर एक बार पूरा-पूरा घुमाया जाय तो इस क्रिया में किया गया कार्य

(चित्र 40)

$$= \oint H\cos\theta dr = 2\pi rH = 4\pi i,$$

चूँकि यहाँ पथ के प्रत्येक विन्दु पर $\theta = 0$ है तथा H का मान समान है।

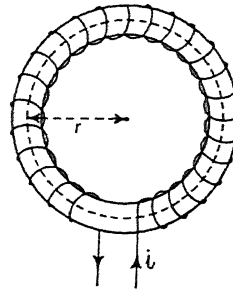
$$\therefore \quad H = \frac{2i}{r}.$$

अर्थात्, ऋजु-धारा से r दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र $\frac{2i}{r}$ है जिसकी दिशा धारा के लम्बवत् है।

4.7. वलयाकार अथवा छोर-रहित परिनालिकीय धारा के कारण चुम्बकीय क्षेत्र

मान लें कि ऐसी परिनालिका की त्रिज्या r है और i धारा के प्रवाह के कारण इसके अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र H है। अत: इकाई उत्तरी ध्रुव को अक्ष के चारों ओर एक बार घुमाने में किया गया कार्य

$$= H \times 2\pi r = 2\pi rH.$$

यदि परिनालिका की इकाई परिधि पर तार के घुमावों की संख्या n हो तो जब इकाई उत्तरी ध्रुव अक्ष पर एक बार घूम जाता है तब वह $2\pi rn$ घुमावों को पार करता है। इस प्रकार, ध्रुव के पथ के साथ धारा i की सम्बद्धता $2\pi rn$ बार होती है।

(चित्र 41)

अत: इकाई उत्तरी ध्रुव को अक्ष होकर एक बार घुमाने में किया गया कार्य

$$= 4\pi i \times 2\pi rn = 8\pi^2 irn.$$

यह कार्य $\oint H\cos\theta dr = 2\pi rH$ के भी बराबर है

अतः $$2\pi rH = 8\pi^2 irn.$$

$$\therefore \quad H = 4\pi ni.$$

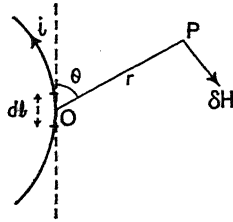
यदि परिनालिका के भीतर के माध्यम की चुम्बकत्वशीलता μ हो तो अक्ष पर चुम्बकीय प्रेरकता (induction)

$$= B = \mu 4\pi ni \text{ होगी ।}$$

यदि H का मान परिनालिका के परिच्छेद पर सर्वत्र एक-सा मान लिया जाय तो वलयाकार परिनालिका होकर फ्लक्स,

$$\oint = \mu 4\pi^2 a^2 ni \text{ होगा,}$$

जहाँ a वलय के परिच्छेद की त्रिज्या है ।

4.8. लाप्लास का नियम (Laplace's Law) : विद्युत्-धारा का चुम्बकीय क्षेत्र

(चित्र 42)

लाप्लास के नियम के अनुसार, किसी चालक के अण्वंश (element) dl में धारा i के कारण किसी विन्दु P पर चुम्बकीय क्षेत्र

$\delta H \propto \delta l$, (चालक के अण्वंश की लम्बाई के समानुपाती है)

$\propto i$, (धारा के समानुपाती है)

$\propto \frac{l}{r}$, (अण्वंश से P विन्दु की दूरी के व्युत्क्रमानुपाती है)

$\propto \sin\theta$, (अण्वंश के मध्यविन्दु O तथा P विन्दु को मिलाने वाली रेखा और अण्वंश की दिशा के बीच के कोण की ज्या के समानुपाती है) ।

अतः $$\delta H \propto \frac{idl\sin\theta}{r^2}$$

या $$\delta H = K\frac{idl\sin\theta}{r^2}.$$

अब हमलोग इकाई त्रिज्या वाली वृत्ताकार धारा की इकाई लम्बाई वाले चाप (arc) पर विचार करें । इस इकाई लम्बाई वाले चाप की धारा के कारण वृत्त के केन्द्र पर क्षेत्र

$$= K\frac{i \times 1 \times \sin 90^\circ}{1^2} = Ki \text{ है ।}$$

इस समीकरण की सहायता से हमलोग इकाई धारा उस धारा को कहेंगे जो इकाई त्रिज्या वाले वृत्ताकार चालक की इकाई लम्बाई के चाप से प्रवाहित होकर वृत्त के केन्द्र पर इकाई चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करता है। इस परिभाषा के अनुसार इस स्थिति में जब i इकाई है, तब चुम्बकीय क्षेत्र भी इकाई है; अत: $K=1$ है। धारा की इस इकाई को वि० चु० इ० कहा जाता है। इस इकाई में,

$$\delta H=\frac{idl\sin\theta}{r^2}.$$

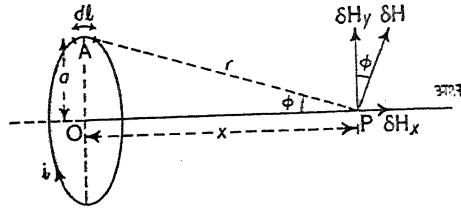
अण्वंश तथा अण्वंश का P विन्दु से मिलाने वाली रेखा जिस समतल पर है, δH की दिशा उस समतल के लम्बवत् है।

4.9. अ. लाप्लास के नियम के उपयोग से वृत्ताकार धारा के चुम्बकीय क्षेत्र का व्यंजक

वि० चु० इ० में, P विन्दु पर धारा चालक के A विन्दु पर dl अण्वंश के कारण चुम्बकीय क्षेत्र

(चित्र 43 अ)

$$\delta H=\frac{idl\sin\theta}{r^2}$$

$$=\frac{dl\sin 90^\circ}{r^2}$$

$(\because$ यहाँ $\theta=90^\circ)$

$$=\frac{idl}{r^2}.$$

δH का अवयव अक्ष की दिशा में $\delta H_x=\delta H\sin\varphi$ होगा, तथा अक्ष के लम्बवत् $\delta H_y=\delta H\cos\varphi$ होगा।

यदि पूरे वृत्ताकार धारा-चालक को बहुत-से छोटे-छोटे dl लम्बाई के अण्वंशों में बाँटकर समस्या पर विचार किया जाय तो हम पायेंगे कि अक्ष के एक ओर के सभी अण्वंशों के δH के अक्ष के लम्बवत् अवयव अक्ष के दूसरी ओर के सभी अनुरूपी अण्वंशों के δH के अक्ष के लम्बवत् अवयव से संयुक्त होकर अक्ष के लम्बवत् शून्य चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करते हैं। अत: पूरी वृत्ताकार धारा के कारण चुम्बकीय क्षेत्र केवल अक्ष ही की दिशा में होता है।

$\therefore$ वृत्ताकार धारा के कारण अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र,

$$H=\int_0^{l=2a} dH_x=\int_0^{2\pi a}\frac{idl\sin\varphi}{r^2}$$

$$= \int_0^{2\pi a} \frac{i}{r^2} . \frac{a}{r}\, dl$$

$$= \frac{ia}{r^3} . 2\pi a = \frac{2\pi a^2 i}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}$$

$$[\because \quad (x^2+a^2)^{\frac{1}{2}} = r]$$

यदि वृत्ताकार धारा n घुमावों से प्रवाहित होती हो, तो

$$H = \frac{2\pi n a^2 i}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

धारा-पथ के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र प्राप्त करने के लिए $x=0$ बनाना होगा; यह क्षेत्र

$$H = \frac{2\pi n i}{a} \text{ होगा ।}$$

एम्पियर के साध्य से भी वृत्ताकार धारा के कारण वृत्त के अक्ष पर तथा केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र के यही व्यंजक प्राप्त होते हैं । इस प्रकार एम्पियर के साध्य तथा लाप्लास के नियम की सत्यता प्रमाणित होती है ।

4.9. ब. लाप्लास के नियम के उपयोग से ऋज-धारा के चुम्बकीय क्षेत्र का ज्ञापन

धारा i के पथ के अण्वंश δs के कारण किसी विन्दु P पर, जिसका स्थान r, θ से व्यक्त किया गया है, चुम्बकीय क्षेत्र,

(चित्र 43 ब)

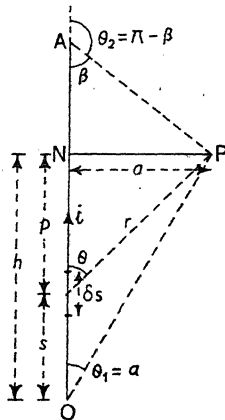
$$\delta F = \frac{i\delta s \sin\theta}{r^2}.$$

$\because \quad s = h - p = h - a\cot\theta,$

$\therefore \quad \delta s = a\operatorname{cosec}^2\theta . \delta\theta.$

पुनः, $\because \quad r = a\operatorname{cosec}\theta,$

$$\therefore \quad \delta F = \frac{ia\operatorname{cosec}^2\theta . \delta\theta . \sin\theta}{a^2\operatorname{cosec}^2\theta}$$

$$= \frac{i}{a} \sin\theta . \delta\theta.$$

$\therefore \quad OA$ पथ में i धारा के कारण P विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र $= F$

$$=\frac{i}{a}\int_{\theta_1}^{\theta_2}\sin\theta d\theta=\frac{i}{a}[\cos\theta_1-\cos\theta_2]$$

$$=\frac{i}{a}[\cos\alpha+\cos\beta].$$

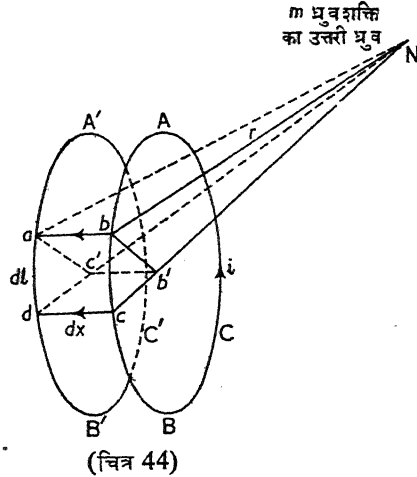
यदि पथ की लम्बाई अनन्त हो तो α तथा β शून्य मान को प्राप्त होगा। ऐसी स्थिति में,

$$F=\frac{2i}{a}.$$

क्षेत्र की दिशा OA तथा NP के समतल के लम्बवत् होती है।

4.10. चुम्बकीय क्षेत्र में स्थित धारावाही चालक पर बल (Force on a Conductor carrying current in a magnetic field)

ABC एक धारावाही चालक है जिससे i धारा प्रवाहित होती है। ABC को एक तुल्य चुम्बकीय पट्टिका द्वारा बदल दिया जा सकता है जिसकी शक्ति i है। N विन्दु पर m ध्रुव-शक्ति का उत्तरी ध्रुव है जिसके क्षेत्र में चालक को रखा गया है। ABC को dx दूरी पर अपने समानान्तर $A'B'C'$ की नली की स्थिति में स्थानान्तरित किया गया है। मान लें कि चालक के अण्वंश dl की प्रति इकाई लम्बाई पर cd की दिशा में बल F है। अतः cd की दिशा में dl पर बल $=Fdl$ होगा और परिपथ के dl अण्वंश को dx पर स्थानान्तरित करने में किया गया कार्य $=F.dl.dx$ होगा। पूरे परिपथ के स्थानान्तरण में किया गया कार्य $=\Sigma Fdldx$ होगा।

(चित्र 44)

[$abcd$ क्षेत्र $=ds$, $\angle bcd=\phi$.
$\angle cbb'=\theta, \angle bb'c=90°$
$\angle bcb'=90-\theta=\alpha$]

dl अण्वंश ABC से $A'B'C'$ की स्थिति में आने पर एक क्षत्र

$$ds = abcd = dx \times dl\sin\varphi = dl\delta x\sin\varphi$$

को पार करता है। इस क्षेत्र द्वारा N विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण

$$= \frac{ds\cos\theta}{r^2} = \frac{dldx\sin\varphi\cos\theta}{r^2} = d\omega.$$

अत: ABC तथा $A'B'C'$ के बीच वक्र सतह $ABCC'B'A'$ द्वारा N विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण $= \sum \frac{dldx\sin\varphi\cos\theta}{r^2}$.

यदि ABC द्वारा N विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण ω हो तथा $A'B'C'$ द्वारा N विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण ω' हो, तो $\omega - \omega' = ABC$ तथा $A'B'C'$ के बीच के $ABCA'B'C'$ द्वारा N विन्दु पर बनाया गया ठोस कोण

$$= \sum \frac{dldx\sin\varphi\cos\theta}{r^2}.$$

N विन्दु पर ABC पट्टिका के कारण विभव $= i\omega$.

तथा N विन्दु पर $A'B'C'$ पट्टिका के कारण विभव $= i\omega'$.

$\therefore$ पट्टिका को ABC से $A'B'C'$ पर स्थानान्तरित होने से N विन्दु पर विभव में अन्तर

$$= i(\omega - \omega')$$

$$= i\sum \frac{dldx\sin\varphi\cos\theta}{r^2}.$$

N विन्दु पर विभव का यह अन्तर इकाई उत्तरी ध्रुव को अनन्त से N विन्दु तक परिपथ अथवा पट्टिका को ABC की स्थिति में लाने में किये गये कार्य तथा इकाई उत्तरी ध्रुव को अनन्त से N विन्दु पर परिपथ अथवा पट्टिका की $A'B'C'$ की स्थिति में लाने में किये गये कार्य के अन्तर के बराबर होगा। अत: यदि N विन्दु पर इकाई उत्तरी ध्रुव हो तो ABC परिपथ के स्थानान्तरित होकर $A'B'C'$ की स्थिति में आने में व्यवस्था की स्थितिज ऊर्जा में अन्तर

$$= i\sum \frac{dldx\sin\varphi.\cos\theta}{r^2} \text{ होगा।}$$

इसलिए जब N विन्दु पर m ध्रुव-शक्ति का उत्तरी ध्रुव है तब परिपथ को ABC स्थिति से स्थानान्तरित होकर $A'B'C'$ स्थिति में आने में व्यवस्था की स्थितिज ऊर्जा में अन्तर

$=mi\Sigma \dfrac{dldx\sin\varphi\cos\theta}{r^2}$ होगा, जो $\Sigma Fdldx$ कार्य के बराबर होगा।

अत:
$$\Sigma Fdldx=mi\ \Sigma \frac{dldx\sin\varphi\cos\theta}{r^2}.$$

इस समीकरण के संतुष्ट होने के लिए यह आवश्यक है कि

$$F=\frac{mi\sin\varphi\cos\theta}{r^2}$$

$$=\frac{mi\sin\varphi\sin\alpha}{r^2}.$$

जब $\varphi=90^\circ$, अर्थात् धारा की लम्बवत् दिशा में,

$$F=\frac{mi\sin90^\circ\sin\alpha}{r^2}=\frac{mi\sin\alpha}{r^2},$$

जो F का उच्चतम मान है।

α स्पष्टत: अण्वंश dl के समीप धारा i की दिशा तथा N पर स्थित उत्तरी ध्रुव के कारण चुम्बकीय क्षेत्र H की दिशा के बीच का कोण है। यदि माध्यम का चुम्बकशीलता μ हो तो dl के समीप चुम्बकीय क्षेत्र

$$\frac{m}{\mu r^2}=H.$$

$\therefore$ चालक के अण्वंश की प्रति इकाई लम्बाई पर (धारा की लम्बवत् दिशा में) बल

$$F=\mu\frac{m}{\mu r^2}.\ i\sin\alpha=\mu Hi\sin\alpha$$

$$=Bi\sin\alpha,$$

जहाँ $B=\mu H$, dl के समीप चुम्बकीय प्रेरण है।

यह स्पष्ट है कि जब $\alpha=90^\circ$ है, अर्थात् चुम्बकीय क्षेत्र धारा से लम्बवत् है, तब चालक के अण्वंश की प्रति इकाई लम्बाई पर बल, $F=\mu Hi=Bi$ है, जिसकी दिशा धारा तथा क्षेत्र दोनों ही के लम्बवत् होती है। अत: अण्वंश यदि गति के लिए स्वतन्त्र हो तो वह धारा तथा क्षेत्र दोनों ही की लम्बवत् दिशा में चलायमान हो जायगा। इसका प्रतिपादन बार्लो के पहिये वाले प्रयोग (Barlow's wheel experiment) से होता है।

4.11. दो समानान्तर ऋजु-धाराओं के बीच बल

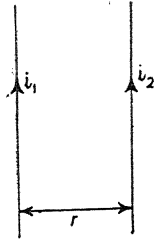
मान लें कि दो समानान्तर धारा, i_1 तथा i_2, के बीच की दूरी r है। i_1 धारा

(चित्र 45)

के कारण उसकी लम्ब दिशा में r दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$H=\frac{2i_1}{r} \text{ है।}$$

इस क्षेत्र में i_2 धारावाही ऋजुचालक के प्रति इकाई लम्बाई पर

$$\text{बल } F=Hi_2=\frac{2i_1i_2}{r}.$$

यहाँ यह मान लिया गया है कि धारावाही चालकों की लम्बाई अनन्त है।

एक ही दिशा में प्रवाहित होने वाली धाराएँ एक-दूसरे को आकर्षित करती हैं तथा विपरीत दिशा में प्रवाहित होने वाली धाराएँ एक-दूसरे को विकर्षित करती हैं।

अब एक ही त्रिज्या r की दो समानान्तर एकाक्षीय धारावाही कुण्डलियों के बीच के बल पर विचार करें जो एक-दूसरे से d दूरी से विलग हैं। मान लें कि पहली कुण्डली में धारा i_1 है तथा दूसरी कुण्डली में धारा i_2 है। अत: पहली कुण्डली के चुम्बकीय क्षेत्र के कारण दूसरी कुण्डली की प्रति इकाई लम्बाई पर $\frac{2i_1i_2}{d}$ बल का अनुभव होता है तथा दूसरी कुण्डली के चुम्बकीय क्षेत्र के कारण पहली कुण्डली की प्रति इकाई लम्बाई पर $\frac{2i_1i_2}{d}$ बल का अनुभव होता है। अत: प्रत्येक कुण्डली पर $\frac{2\pi r.\,2i_1i_2}{d}=\frac{4\pi ri_1i_2}{r}$ बल का अनुभव होता है जो कुण्डलियों के बीच का पारस्परिक बल है।

यह स्पष्ट है कि कुण्डलियों के बीच का पारस्परिक बल उनकी धाराओं के गुणन-फल के समानुपाती होता है। यदि दोनों कुण्डलियों में एक ही धारा प्रवाहित हो, तो उनके बीच का पारस्परिक बल धारा के वर्ग के समानुपाती होगा।

4.12. टैंजेण्ट गैलवेनोमीटर (Tangent Galvanometer)

मान लें कि एक वृत्ताकार कुण्डली है जिसके समतल को उदग्र रूप में चुम्बकीय याम्योत्तर में व्यवस्थित कर दिया गया है। कुण्डली की मध्यमान त्रिज्या a है, तथा घुमावों की संख्या n है। कुण्डली में एक विद्युत्-धारा i प्रवाहित होती है जिसके कारण कुण्डली के अक्ष पर अक्ष की ही दिशा में किसी विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$F=\frac{2\pi na^2i}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}} \text{ है,}$$

जहाँ x कुण्डली के केन्द्र से विन्दु की दूरी है।

इस व्यंजक की मदद से यदि भिन्न-भिन्न x के लिए F के मान को लेखा-चित्र द्वारा प्रदर्शित किया जाय (चित्र 46) तो लेखा-चित्र से यह स्पष्ट होगा कि $x=0$ के समीप, अर्थात् कुण्डली के केन्द्र के चारों ओर चुम्बकीय क्षेत्र लगभग समरूप (uniform) है। अतः यदि कुण्डली के केन्द्र पर एक छोटी-सी चुम्बकीय सूई को कीलित (pivoted) अथवा निलम्बित (suspended) कर दिया जाय तो यह लगभग समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में घूमेगी। धारा निर्देशन अथवा मापन की इसी प्रकार की व्यवस्था को टैंजेण्ट गैलवेनोमीटर कहा जाता है जिसे चित्र 47 में दिखलाया गया है। इस यंत्र में चुम्बकीय सूई से लम्बवत् लगा हुआ अलुमीनियम का एक हल्का सूचक होता है जिससे क्षैतिज पैमाने पर सूई का विक्षेप पढ़ा जाता है। यंत्र की कुण्डली उदग्र अक्ष पर घुमायी जा सकती है। कुण्डली के छोर दो पेंचों से जोड़ दिये जाते हैं।

(चित्र 46)

(चित्र 47)

कुण्डली के केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

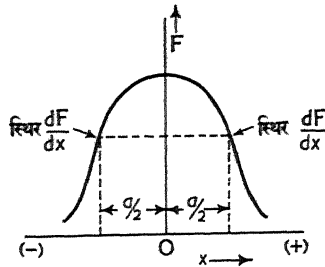
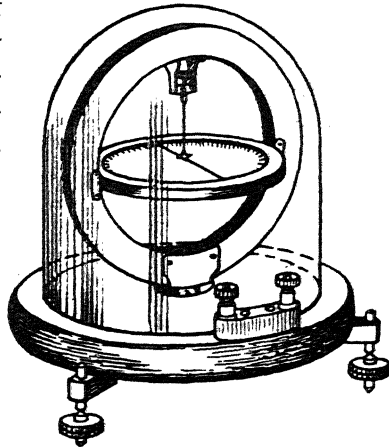
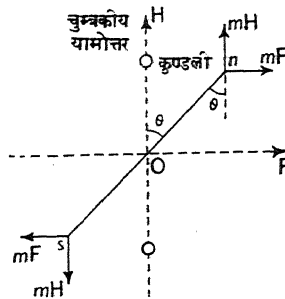
$$F=\frac{2\pi ni}{a} \text{ है।}$$

इस क्षेत्र तथा पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के कारण चुम्बकीय सूई पर क्रमशः विक्षेपक बल-युग्म तथा प्रतिविस्थापक बल-युग्म लगते हैं जो सूई को क्रमशः चुम्बकीय याम्योत्तर से दूर तथा चुम्बकीय याम्योत्तर में ले जाने की कोशिश करते हैं। मान लें कि इन प्रतिद्वन्द्वी बल-युग्मों के प्रभाव से जब सूई स्थिर हो जाती है तब उसका अक्ष चुम्बकीय याम्योत्तर के साथ θ कोण बनाता है। अतः बल-युग्मों के संतुलन की इस अवस्था में

(चित्र 48)

सूई के विक्षेपक बल-युग्म का घूर्ण $=mF.ns\cos\theta$

$=$सूई के प्रतिविस्थापक बल-युग्म का घूर्ण $=mH.ns\sin\theta$.

अतः, $$F=H\tan\theta$$

या
$$\frac{2\pi ni}{a}=H\tan\theta.$$

$$\therefore\ i=\frac{H}{\frac{2\pi n}{a}}\tan\theta=\frac{H}{G}\tan\theta=K\tan\theta,$$

जहाँ $G=\frac{2\pi n}{a}$ = गैलवेनोमीटर-स्थिरांक (galvanometer constant)

तथा $K=\frac{H}{G}$ = गैलवेनोमीटर का परिवर्तन गुणांक (reduction factor o galvanometer) है।

यहाँ i वि० चु० इ० में है। यदि i को एम्पियर में नापा जाय तो
$$i=10K\tan\theta$$
जो यंत्र द्वारा धारा की माप है।

इस व्यंजक से
$$\frac{di}{d\theta}=10K\sec^2\theta$$

या
$$\frac{di}{i}=\frac{\sec^2\theta}{\tan\theta}\,d\theta$$
$$=\frac{2}{\sin 2\theta}d\theta$$
$$\therefore\ d\theta=\frac{\sin 2\theta}{2}.\frac{dI}{I}.$$

अतः धारा-परिवर्तन dI के कारण विक्षेप में परिवर्तन $d\theta$, उस स्थिति महत्तम होता है जब $\sin 2\theta$ महत्तम, अर्थात् 1 होता है,

या $2\theta=90^\circ$ होता है,

या $\theta=45^\circ$ होता है।

इसका अर्थ यह है कि $\theta=45^\circ$ विक्षेप के समीप ही टैंजेण्ट गैलवेनोमीटर द्वारा लिये गये पठन सर्वाधिक सटीक है।

4.13. हेल्महोल्टज टैंजेण्ट गैलवेनोमीटर (Helmholtz Tangent Galvanomet

धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष के किसी विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र
$$F=\frac{2\pi na^2i}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}=2\pi na^2i(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}$$
होता है, जहाँ x कुण्डली के केन्द्र से विन्दु की दूरी है।

अतः अक्ष पर क्षेत्र-परिवर्तन की दर

$$\frac{dF}{dx}=2\pi na^2 i\times -\frac{3}{2}(x^2+a^2)^{-\frac{5}{2}}\times 2x$$

$$=-6\pi na^2 i(x^2+a^2)^{-\frac{5}{2}}x.$$

अक्ष का वह स्थान जहाँ चुम्बकीय क्षेत्र के परिवर्तन की दर स्थिर हो जाती है, वहाँ $\frac{d}{dx}\left(\frac{dF}{dx}\right)$ शून्य हो जाता है।

अतः ऐसे स्थान के लिए $\frac{d^2F}{dx^2}=\frac{d}{dx}\left[-6\pi na^2 i(x^2+a^2)^{-\frac{5}{2}}x\right]=0$

या $$-6\pi na^2 ix\left[x\times -\frac{5}{2}(x^2+a^2)^{-\frac{7}{2}}2x+(x^2+a^2)^{-\frac{5}{2}}\right]=0$$

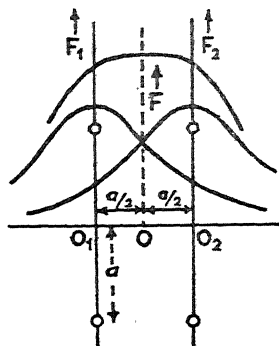
या $$(x^2+a^2)^{-\frac{5}{2}}-5x^2(x^2+a^2)^{-\frac{5}{2}}=0$$

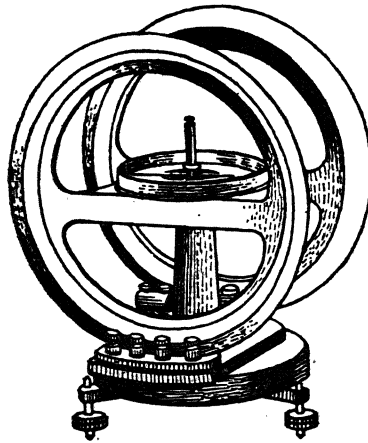
या $$1-5x^2(x^2+a^2)^{-1}=0$$

या $$\frac{5x^2}{(x^2+a^2)}=1,\quad \text{या}\quad 5x^2=x^2+a^2$$

या $$4x^2=a^2,\quad \text{या}\quad x^2=\frac{a^2}{4}$$

या $$x=\pm\frac{a}{2}.$$

अतः केन्द्र से $x=\pm\frac{a}{2}$ के समीप चुम्बकीय क्षेत्र के परिवर्तन की दर स्थिर हो जाती है। मान लें कि एक ही त्रिज्या 'a' तथा घुमाव-संख्या 'n' की दो कुण्डलियों को, जिसमें एक ही धारा i प्रवाहित होती हो, एक-दूसरे के समानान्तर समाक्षीय रूप में कुण्डली की त्रिज्या के बराबर की दूरी पर व्यवस्थित किया गया है। इस व्यवस्था में दोनों ही कुण्डली के लिए अक्ष का $x=\frac{a}{2}$ विन्दु उभयनिष्ठ (common) होगा।

(चित्र 49)

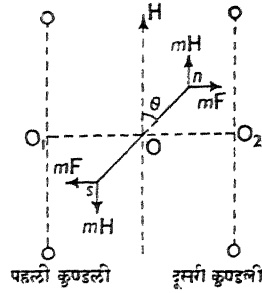
चित्र 49 में यह् विन्दु O है तथा O_1 और O_2 कुण्डलियों के केन्द्र हैं। यह चित्र दोनों कुण्डली के कारण अक्ष पर F_1 तथा F_2 चुम्बकीय क्षेत्रों के मानों को लेखाचित्र द्वारा अलग-अलग दिखलाता है। $x=\frac{a}{2}$ विन्दु, अर्थात् O, के समीप प्रत्येक कुण्डली के चुम्बकीय क्षेत्र के परिवर्तन की दर स्थिर होती है। अत: इस विन्दु के समीप लेखाचित्र के (F_1-x) तथा (F_2-x) वक्र लगभग सरल रेखा हैं किन्तु इनकी ढाल (slope) विपरीत दिशा में हैं। इससे यह स्पष्ट है कि दोनों कुण्डलियों से उत्पन्न क्षेत्र F_1 तथा F_2 के परिणामी क्षेत्र F का मान $x=\frac{a}{2}$, अर्थात् O, के समीप स्थिर होगा क्योंकि $x=\frac{a}{2}$, अर्थात् O, के किसी ओर एक कुण्डली के कारण क्षेत्र की जितनी उन्नति (increase) होगी दूसरी कुण्डली के कारण क्षेत्र की अवनति (decrease उतनी ही होगी। O के समीप के इस स्थिर चुम्बकीय क्षेत्र की सीमा किसी एक ही कुण्डली के कारण केन्द्र के समीप के स्थिर चुम्बकीय क्षेत्र की सीमा से कहीं अधिक होती है। अत: O विन्दु पर यदि एक छोटी-सी चुम्बकीय सूई को चूलित अथवा निलम्बित कर दिया जाय तो यह टैंजेण्ट गैलवेनोमीटर की अपेक्षा स्थिर चुम्बकीय क्षेत्र की विस्तृत सीमा में घूमेगी और ऐसी स्थिति में सूई के ध्रुवों के समीप के चुम्बकीय क्षेत्र को सूई के केन्द्र के समीप के चुम्बकीय क्षेत्र के बराबर मानना अपेक्षाकृत अधिक उचित होगा। धारा-निर्देशन अथवा मापन के लिए इसी प्रकार की व्यवस्था को हेल्महोल्ट्ज टैंजेण्ट गैलवेनोमीटर कहा जाता है। यह स्पष्ट है कि यह गैलवेनोमीटर साधारण टैंजेण्ट गैलवेनोमीटर की अपेक्षा धारा की अधिक शु माप देगा। हेल्महोल्ट्ज गैलवेनोमीटर का रूप चित्र 50 से स्पष्ट है।

(चित्र 50)

O तथा O के समीप धारा के कार

$$\text{चुम्बकीय क्षेत्र, } F=2\times\frac{\pi na^2 i}{\{(a/2)^2+a$$

$$=\frac{4\pi na^2 i}{\left(\frac{5a^2}{4}\right)^{\frac{3}{2}}}=\frac{32}{\sqrt{125}}\cdot\frac{\pi}{}$$

चुम्बकीय सूई की स्थिरावस्था में जब विक्षेपक बल-युग्म तथा प्रति-विस्थापक बल-युग्म युग्म-संतुलन की अवस्था में रहते हैं, तब यदि सूई का अक्ष चुम्बकीय याम्योत्तर के साथ θ कोण बनाता हो, तो

$F=H \tan\theta$ होगा।

(चित्र 51)

अतः
$$\frac{32}{\sqrt{125}}.\frac{\pi n}{a}\ i=H\tan\theta.$$

$$\because \quad i=\frac{\sqrt{125}\ aH}{32\pi n}\tan\theta=K\tan\theta$$

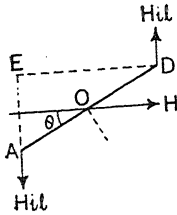
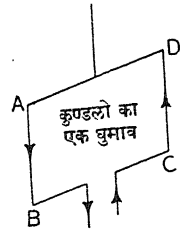
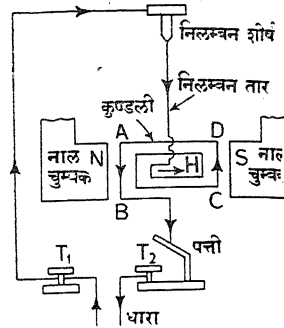
जहाँ $K=\dfrac{\sqrt{125a}}{32\pi H}$ गैलवेनोमीटर का परिवर्तन-गुणांक है। यहाँ i वि०चु०इ० में है। यदि i को एम्पियर में नापा जाय, तो $i=10K\tan\theta$, जो यंत्र द्वारा धारा की माप है।

4.14. चल-कुण्डली अनावर्ती गैलवेनोमीटर (Moving Coil Aperiodic Galvanometer)

यह विद्युत्-परिपथों में प्रवाहित होने वाली विद्युत्-धाराओं की सूचना तथा माप देने वाला यंत्र है। यंत्र द्वारा धारा की सूचना अथवा माप चल-कुण्डली में प्रवाहित होने वाली धारा तथा यंत्र के स्थायी स्थिर चुम्बक की पारस्परिक क्रिया (interaction) से उत्पन्न कुण्डली के विक्षेप से प्राप्त होती है।

ताँबे के तार की आयताकार कुण्डली को यदि फॉस्फर ब्रांज (Phosphor Bronze) के बारीक तार से एक शक्तिशाली नाल-चुम्बक के ध्रुवों के बीच लटका दिया जाय तो हमें एक साधारण चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर मिल जायगा। ऐसे यंत्र की कुण्डली में धारा निलम्बन-तार (suspension wire) से प्रवेश करती है तथा यंत्र के नीचे लगी अलुमीनियम की पत्ती से निकलती है जिसे कुण्डली का एक छोर स्पर्श करता है।

मान लें कि जब गैलवेनोमीटर की कुण्डली से धारा प्रवाहित नहीं हो रही है

उस समय कुण्डली के समतल को चुम्बकीय क्षेत्र के समानान्तर बना दिया गया है।

(चित्र 52 स) (चित्र 52 ब) (चित्र 52 अ)

गैलवेनोमीटर को इस प्रकार व्यवस्थित कर दिया गया है कि चुम्बक का चुम्बकीय क्षेत्र क्षैतिज दिशा में है, फलतः कुण्डली की बाँहें AB तथा CD चुम्बकीय क्षेत्र के साथ समकोण बनाती हैं।

यदि कुण्डली में i धारा प्रवाहित हो तो AB तथा DC पर धारा i तथा क्षेत्र H के लम्बवत् लगा बल $= Hil \sin 90^\circ = Hil$ है। AB तथा CD पर लगे ये बल समान तथा समानान्तर हैं, किन्तु AB तथा CD में धारा की दिशाएँ विपरीत होने के कारण इन बलों की दिशाएँ विपरीत हैं। अतः ये एक बल-युग्म की रचना करते हैं, जिसे विक्षेपक बल-युग्म (deflecting couple) कहा जाता है। इसके कारण कुण्डली का विक्षेप होता है। विक्षेप होने में निलम्बन-तार में ऐंठन (twist) पड़ती है जिससे कुण्डली पर एक विपरीत दिशा का बल-युग्म लगता है जिसे प्रतिविस्थापक-युग्म (restoring couple) कहा जाता है। इसके कारण कुण्डली अपनी पूर्वावस्था में आना चाहती है। जब दोनों युग्मों के मान बराबर हो जाते हैं तब कुण्डली साम्यावस्था में आ जाती है। मान लें कि इस स्थिति में कुण्डली चुम्बकीय क्षेत्र के साथ θ कोण बनाती हुई स्थिर है, तो कुण्डली के प्रत्येक घुमाव पर विक्षेपक बल-युग्म का घूर्णन $= Hil \times b\cos\theta = HiA\cos\theta$ होगा, जहाँ $A = l \times b$ है।

$\therefore$ n घुमावों की कुण्डली पर विक्षपक बल-युग्म का कुल घूर्ण $= nHiAc$[osθ] होगा।

यदि निलम्बन-तार के छोरों के बीच प्रति रेडियन ऐंठन के कारण उत्पन्न प्रतिविस्थापक-युग्म C हो, तो साम्यावस्था में कुण्डली पर प्रतिविस्थापक-युग्म $= C\theta$ है।

अतः साम्यावस्था में

$$nHiA\cos\theta = C\theta;$$

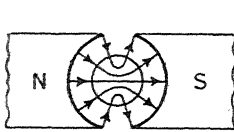
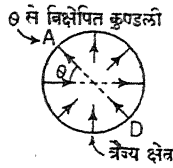
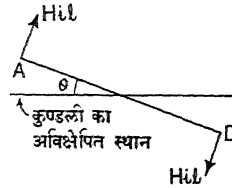
$$\therefore \quad i = \frac{C}{nAH} \cdot \frac{\theta}{\cos\theta}.$$

यदि कुण्डली का विक्षेप कम ही होता हो, तो

$$\cos\theta = 1,$$

और $$i = \frac{C}{nAH}\theta = K\theta, \text{ जहाँ } K = \frac{C}{nAH},$$ जो एक स्थिरांक है।

यदि n, A, H तथा C ज्ञात हों तो K का मान ज्ञात हो जायगा। इस प्रकार ऊपर के समीकरणों की सहायता से यंत्र द्वारा i को नापा जा सकता है।

चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर में साधारण चुम्बकीय क्षेत्र के बदले त्रैज्य (radial) चुम्बकीय क्षेत्र की व्यवस्था कर देने पर यंत्र का उपयोग बहुत ही सहल हो जाता है। नाल-चुम्बक के ध्रुवों की सतहें समतल न होकर यदि अवतल हों और यदि ध्रुवों के बीच नर्म लोहे के एक बेलन को ध्रुवों की अपेक्षा संकेन्द्रीय रूप में व्यवस्थित कर दिया जाय तो ध्रुवों के बीच त्रैज्य चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होगा। ऐसे चुम्बकीय क्षेत्र का रूप चित्र 53 (अ) में दिखलाया गया है।

(चित्र 53 स) (चित्र 53 ब) (चित्र 53 अ)

त्रैज्य चुम्बकीय क्षेत्र में कुण्डली कितना भी विक्षेपित क्यों न हो इसकी AB तथा DC भुजाओं पर चुम्बकीय क्षेत्र, H, बराबर कुण्डली के समतल में ही रहता है। अत: AB तथा CD बाहुओं पर उत्पन्न होने वाले बल बराबर कुण्डली के समतल पर लम्बवत् होते हैं। इसलिए इस स्थिति में

$$\text{विक्षेपक युग्म का घूर्ण} = nHil \times b = nHiA \text{ है,}$$

और θ रेडियन के विक्षेप के बाद साम्यावस्था में

$$\text{प्रतिविस्थापक बल-युग्म का घूर्ण} = C\theta \text{ है।}$$

अत: कुण्डली की साम्यावस्था में

$$nHiA = C\theta.$$

$$\therefore \quad i = \frac{n}{nAH} \cdot \theta$$

$$= K\theta, \text{ जहाँ } K = \frac{C}{nAH} \text{ स्थिरांक है।}$$

इस प्रकार ऐसी व्यवस्था में कुण्डली का विक्षेप θ, बराबर धारा i के समानुपाती होता है।

व्यवहार में, गैलवेनोमीटर के निलम्बन-तार पर प्राय: एक छोटा दर्पण चिपका दिया जाता है और इस दर्पण से प्रकाश की एक पतली किरणावली को परावर्तित कराकर तथा परावर्तित किरणावली को एक अल्प पारदर्शी पैमाने पर फोकस कर कुण्डली के विक्षेप का पठन प्राप्त किया जाता है।

गैलवेनोमीटर की चल-कुण्डली विक्षेपित होने पर साधारणत: अपने अक्ष पर काफी देर तक दोलन करने के बाद स्थिर होती है। अत: ऐसी स्थिति में विक्षेप के पठन में असुविधा होती है। इस असुविधा को दूर करने के लिए आवश्यक है कि कुण्डली के दोलन को अवमंदित (damp) किया जाय। इस कार्य के लिए कुण्डली को धातु के फ्रेम पर लपेटा जाता है। ऐसा करने से जब कुण्डली दोलित होती है तब उसका फ्रेम जिन चुम्बकीय-बल रेखाओं का आलिंगन करता है उनमें कमी-बेशी होने के कारण उसमें भँवर-धाराएँ प्रेरित होती हैं जो कुण्डली की गति (दोलन) का विरोध करती हैं। इस प्रकार के अवमंदन को विद्युत्-चुम्बकीय अवमंदन (electromagnetic damping) कहा जाता है

चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर की सुग्राहिता (Sensitiveness)— यदि यंत्र में I धारा प्रवाहित होती हो और कुण्डली का विक्षेप θ हो, तो

$$I=\frac{C}{nAH}\theta.$$

अत:
$$\frac{\theta}{I}=\frac{nAH}{C}=\frac{1}{K}.$$

$\frac{\theta}{I}$ को जो इकाई धारा के लिए कुण्डली का विक्षेप है, चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर की सुग्राहिता कहा जाता है। यह स्पष्ट है कि धारामापी की सुग्राहिता को बढ़ाने के लिए

(अ) H को बढ़ाना आवश्यक है। शक्तिशाली स्थायी चुम्बक की सहायता से इस आवश्यकता की पूर्ति की जा सकती है।

(ब) A तथा n को अधिक होना आवश्यक है। किन्तु A तथा n को अधिक करने की भी एक सीमा है। इन्हें बहुत अधिक बढ़ाने के लिए चुम्बक के आकार को बढ़ाना होगा। फिर इनके बढ़ाने से कुण्डली का भार, जड़त्व-घूर्ण, वायु के साथ घर्षण तथा विद्युत्-चुम्बकीय अवमंदन आदि हानिकारक रूप में बढ़ जायँगे।

(स) C का मान कम होना आवश्यक है। इस स्थिति को प्राप्त करने के लिए बहुत ही बारीक निलंबन-तार का व्यवहार करना आवश्यक है।

चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर का योग्यतांक (Figure of merit)— यंत्र का योग्यतांक एम्पियर में नापी गयी वह धारा है जो कुण्डली में जाने पर यंत्र से एक मीटर की दूरी पर स्थित पैमाने पर निलम्बन-तार पर लगे दर्पण से परावर्तित किरण को एक मिलीमीटर से विक्षेपित करता है। चूंकि $I=\frac{C}{nAH}\theta$, अत: यंत्र का योग्यतांक C, n, A तथा H पर निर्भर करता है।

चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर की विशेषताएँ : चल-चुम्बक यंत्र से तुलना— यंत्र की निम्नलिखित विशेषताएँ हैं—

(i) यह बहुत ही सुग्राही यंत्र है। चल-चुम्बक गैलवेनोमीटर की तुलना में इसकी सुग्रहिता बहुत ही अधिक होती है।

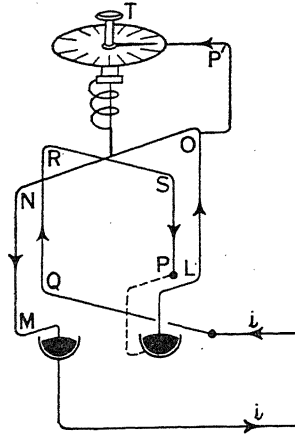
(ii) यंत्र की कुण्डली में प्रवाहित होने वाली धारा कुण्डली के विक्षेप के समानुपाती होने के कारण यंत्र के पैमाने के भाग समान होते हैं। चल-चुम्बक गैलवेनो-मीटर के लिए यंत्र में प्रवाहित होने वाली धारा तथा यंत्र के चल भाग के विक्षेप में इतना सरल सम्बन्ध नहीं होता है।

(iii) यंत्र का कार्य बाहरी चुम्बकीय क्षेत्र (जैसे पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र) के प्रभाव से स्वतंत्र होता है। चल-चुम्बक गैलवेनोमीटर का कार्य बाह्य चुम्बकीय क्षेत्र पर निर्भर करता है।

(iv) उचित अवमंदन के साधन होने पर कुण्डली का विक्षेप दोलन-रहित रहता है जिससे पठन शीघ्रता से ली जा सकती है। चल-चुम्बक गैलवेनोमीटर में चल-भाग के दोलन को अवमंदित करने का वैसा प्रभावशाली साधन नहीं रहता है जैसा चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर में रहता है।

चल-कुण्डली अम्मापी तथा वोल्टमापी— ये यंत्र चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर के विशेष रूप-भेद (modifications) हैं जिनसे क्रमशः धारा तथा विभान्तर की मापें प्राप्त की जाती हैं। गैलवेनोमीटर में कम प्रतिरोध का पार्श्ववाही (shunt) जोड़ कर अम्मापी बनाया जाता है और श्रेणीक्रम के उच्च प्रतिरोध को जोड़कर वोल्टमापी बनाया जाता है। इनके विशेष वर्णन के लिए स्नातक भौतिकी, भाग-१ का द्वितीय संस्करण देखें।

4.15. सीमेंज का विद्युत्-डाइनेमोमापी (Siemens Electrodynamometer)

यह धारा मापने का एक यंत्र है जो धाराओं की पारस्परिक क्रिया (mutual inter-action) के सिद्धान्त पर कार्य करता है। यंत्र में एक आयताकार कुण्डली,

(चित्र 54)

$PQRS$, होती है और दूसरी चल (moveable) आयताकार कुण्डली, $LMNO$, होती है जो एक रेशम के धागे और हल्के सर्पिल स्प्रिंग से निलंबित रहती है, और उसका तल अचल कुण्डली के तल पर लम्बवत् होता है। स्प्रिंग का ऊपर वाला छोर निलम्बन-शीर्ष (suspension head) T से जुड़ा रहता है जिसके साथ एक सूचक भी लगा रहता है। चल-कुण्डली के साथ भी एक सूचक P' लगा रहता है जो कुण्डली के स्थान की सूचना देता है। इस कुण्डली के छोर पारा से भरी प्यालियों में डूबे रहते हैं। चल तथा अचल दोनों ही कुण्डलियाँ श्रेणीक्रम में जुड़ी रहती हैं जिसके कारण उनसे एक ही धारा प्रवाहित होती है।

जैसा चित्र 54 में दिखलाया गया है, कुण्डलियों की SP तथा OL भुजाओं में धारा विपरीत दिशा में है और RQ तथा OL भुजाओं में एक ही दिशा में है। अतः SP तथा OL में विकर्षण, और RQ तथा OL में आकर्षण होता है। इसी तरह RQ तथा NM में विकर्षण और NM तथा SP में आकर्षण होता है। इन पारस्परिक बलों के कारण चल-कुण्डली में अचल-कुण्डली के समानान्तर होने की प्रवृत्ति होती है। निलम्बन-शीर्ष T को घुमाकर चल-कुण्डली को अपनी पूर्वस्थिति में रखा जाता है। यदि चल-कुण्डली को अपनी पूर्वस्थिति में रखने के लिए निलम्बन-शीर्ष को θ कोण से घुमाना पड़ता हो, तो

कुण्डलियों के बीच के बल-युग्म का घूर्ण $\propto \theta$ होगा,

और चूंकि कुण्डलियों के बीच के बल-युग्म का घूर्ण बल-युग्म के बल के समानुपाती होता है और बल-युग्म का बल धारा i के वर्ग के समानुपाती होता है, इसलिए

$$i^2 \propto \theta$$

या
$$i = K\sqrt{\theta},$$

जहाँ K एक स्थिरांक है जिसे कुण्डलियों से ज्ञात धारा प्रवाहित कराकर ज्ञात किया जा सकता है।

चूँकि $\theta \propto i^2$, अतः धारा की दिशा के बदल देने पर भी बल-युग्म के बलों की दिशाएँ अपरिवर्तित रहती हैं। अतः धारा प्रत्यावर्ती होने पर भी चल-कुण्डली एक ही दिशा में घूमना चाहती है। इस प्रकार यंत्र द्वारा प्रत्यावर्ती धारा को भी नापा जा सकता है।

सीमेंज का विद्युत्-डाइनेमोमीटर कभी-कभी वाटमापी के जैसा भी व्यवहार किया जाता है। इस कार्य के लिए यंत्र की अचल कुण्डलियों में अनेक घुमाव रहते हैं ताकि इसका प्रतिरोध काफी अधिक हो। यह कुण्डली वाटमापी की विभव-

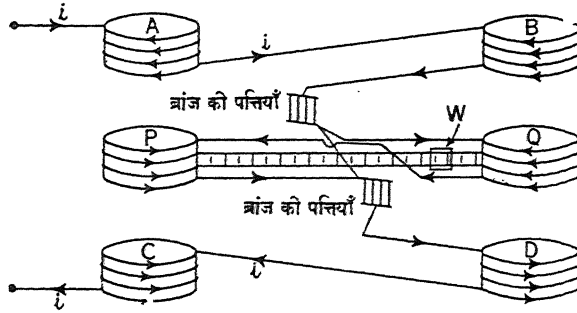
कुण्डली होती है और यंत्र की चल-कुण्डली धारा-कुण्डली होती है। जिस उपकरण की वाटीयता (wattage) नापनी होती है उसकी श्रेणी में यंत्र की धारा-कुण्डली को जोड़ दिया जाता है और विभव-कुण्डली को उपकरण के समानान्तर जोड़ा जाता है। यदि उपकरण पर विभवान्तर E वोल्ट हो और यंत्र की विभव-कुण्डली का प्रतिरोध R ओम हो, तो विभव-कुण्डली से धारा $I=\frac{E}{R}$ एम्पियर होगी। यदि धारा-कुण्डली से धारा i एम्पियर हो, तो यंत्र की कुण्डलियों के बीच के बल-युग्म का घूर्ण

$$\propto Ii \propto \frac{E}{R} i \propto \theta,$$

जहाँ θ वह कोण है जिससे निलम्बन-शीर्ष को घुमाने पर चल-कुण्डली अपनी पूर्वस्थिति में आ जाती है।

$$\therefore \quad Ei = \text{उपकरण की वाटीयता} = K\theta \text{ है।}$$

4.16. केल्विन की एम्पियर तुला (Kelvin's Ampere-Balance)

इस यंत्र में तीन-तीन समान्तर कुण्डलियों की दो कतारें होती हैं जो श्रेणीक्रम में जुड़ी होने के कारण एक ही धारा ग्रहण करती हैं। बीच वाली कुण्डलियाँ, P तथा Q, एक तुला की हल्की डंडी के किनारों पर व्यवस्थित रहती हैं जिस डंडी पर पैमाना बना रहता है, और जिस पर एक चलायमान भार W रखा रहता है।

(चित्र 55)

चित्र 55 से स्पष्ट है कि A तथा P कुण्डलियों में विकर्षण होगा, और P तथा C कुण्डलियों में आकर्षण होगा। इसी प्रकार B तथा Q कुण्डलियों में आकर्षण होगा, और Q तथा D कुण्डलियों में विकर्षण होगा। अतः तुला की डंडी P की ओर नीचे झुक जायगी। कुण्डलियों से जब धारा प्रवाहित नहीं होती है तब भार W को तुला के आलम्ब रखने से इसकी डंडी क्षैतिज रहती है। जब कुण्डलियों से धारा प्रवाहित होती है तब भार को आलम्ब से d दूरी पर रखने पर डंडी क्षैतिज हो जाती है।

कुण्डलियों के बीच बल के कारण डंडी पर बल-युग्म का घूर्ण $=Ki^2$ होता है।

अत: जब भार W के स्थान को समंजित कर डंडी को क्षैतिज कर दिया जाता है, तब

$$Ki^2 = W.d$$

या

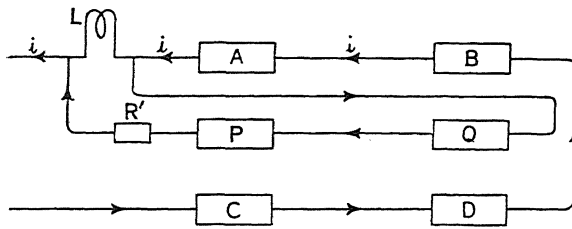
$$i^2 = \frac{Wd}{K}.$$

$$\therefore \quad i = \sqrt{\frac{W}{K}} \cdot \sqrt{d} = R\sqrt{d},$$

जहाँ $R = \sqrt{\frac{W}{K}}$ = एक स्थिरांक है।

यंत्र से ज्ञात धारा को भेजकर स्थिरांक R का मान ज्ञात कर लेने पर यंत्र द्वारा अज्ञात धाराओं को नापा जा सकता है। चूंकि यंत्र की डंडी पर बल-युग्म का घूर्ण धारा के वर्ग के समानुपाती होता है, अत: धारा की दिशा बदलने पर भी बल-युग्म की दिशा नहीं बदलती है जिसके कारण इस यंत्र से प्रत्यावर्ती धाराओं को भी नापा जा सकता है।

4.17. केल्विन की वाट-तुला (Kelvin's Watt-Balance)

केल्विन की वाट-तुला बनावट में केल्विन की एम्पियर-तुला से इतना ही भिन्न है कि इसकी चल-कुण्डलियाँ अचल-कुण्डलियों की श्रेणी में जुड़ी नहीं रहती हैं। ये कुण्डलियाँ एक उच्च प्रतिरोध R' ओम के साथ उपकरण L के समानान्तर जुड़ी

(चित्र 56)

रहती हैं जिसके कारण इनमें उपकरण के ऊपर के विभवान्तर E वोल्ट के समानुपाती धारा प्रवाहित होती है। अत: इन कुण्डलियों को यंत्र की विभव-कुण्डलियाँ कहा जाता है। अचल-कुण्डलियाँ A, B, C तथा D, उपकरण की श्रेणी में जुड़ी रहती हैं। अत: इनमें वही धारा i एम्पियर प्रवाहित होती है जो उपकरण में प्रवाहित होती है। यंत्र की इन कुण्डलियों को धारा-कुण्डलियाँ कहा जाता है। यदि विभव-कुण्डलियों के परिपथ में कुल प्रतिरोध R ओम हो तो इनमें धारा

$$i' = \frac{E}{R} \text{ एम्पियर होगी।}$$

अत: कुण्डलियों के पारस्परिक बलों के कारण यंत्र की डंडी पर बल-युग्म का घूर्ण

$$=Kii'=Ki\frac{E}{R}=\frac{K}{R}.\ iE$$

है। अत: यदि यंत्र के आलम्ब से भार W को d दूरी पर रखने पर यंत्र की डंडी क्षैतिज हो जाती हो, तो

$$\frac{K}{R}iE=W.d.$$

$\therefore$ $iE=$ उपकरण L द्वारा ली गयी शक्ति (वाट में)

$$=\frac{WR}{K}.\ d$$

$=G.d,$ जहाँ $G=\frac{WR}{K}=$ एक स्थिरांक है।

यदि प्रामाणिक अम्मापी तथा वोल्टमापी से i तथा E को नाप लिया जाय तो ज्ञात वाटीयता Ei से यंत्र के स्थिरांक G की गणना की जा सकती है। G के ज्ञात हो जाने पर इस यंत्र द्वारा किसी भी उपकरण से ली गयी वाटीयता नापी जा सकती है।

4.18. विद्युत्-चुम्बकीय प्रेरण (Electromagnetic induction)

फैराडे ने सन् 1831 ई० में कुछ ऐसे प्रयोग किये (देखें स्नातक भौतिकी, भाग-१) जिनसे यह निष्कर्ष निकला कि जब किसी परिपथ से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है तो यदि परिपथ बन्द है तब उसमें एक विद्युत्-धारा उत्पन्न होती है। परिपथ के खुला रहने पर उसमें केवल एक वि० वा० ब० उत्पन्न होता है जिसके कारण परिपथ के बन्द होते ही उसमें धारा प्रवाहित होने लगती है। परिपथ से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स के परिवर्तन के कारण परिपथ में वि० वा० ब० तथा धारा के उत्पादन की क्रिया को **विद्युत्-चुम्बकीय प्रेरण** कहा जाता है। इस प्रकार से उत्पादित वि० वा० ब० को **प्रेरित वि० वा० ब०** (induced e.m.f.) कहा जाता है तथा धारा को **प्रेरित धारा** (induced current) कहा जाता है।

प्रयोगों की सहायता से फैराडे ने विद्युत्-चुम्बकीय प्रेरण के सम्बन्ध में दो निष्कर्ष प्राप्त किये जिन्हें **फैराडे के विद्युत्-चुम्बकीय प्रेरण** के नियम कहा जाता है। ये नियम हैं—

(i) किसी कुण्डली अथवा परिपथ से गुजरने वाली चुम्बकीय बल-रेखाओं, अर्थात् चुम्बकीय फ्लक्स में जब भी परिवर्तन होता है, तब कुण्डली या परिपथ में वि०वा०ब० प्रेरित होता है, जो कुण्डली या परिपथ में उतने ही समय तक रहता है, जितने समय तक उसमें गुजरने वाली बल-रेखाओं, अर्थात् चुम्बकीय फ्लक्स, में परिवर्तन होता रहता है।

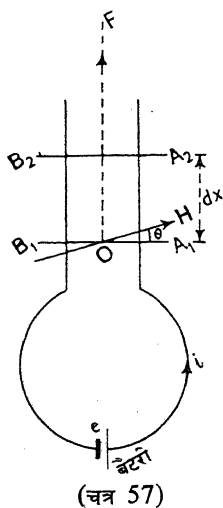
(ii) कुण्डली या परिपथ में प्रेरित वि०वा०ब० कुण्डली या परिपथ से गुजरने वाली बल-रेखाओं, अर्थात् चुम्बकीय फ्लक्स, के परिवर्तन की दर के समानुपाती होता है।

4.19. लेंज का नियम (Lenz's Law)

प्रयोगों की सहायता से (देखें स्नातक भौतिकी, भाग-१) प्रेरित धारा की दिशा का ज्ञान प्राप्त किया जा सकता है। लेंज का नियम प्रेरित धारा की दिशा के इसी ज्ञान को निम्नलिखित रूप में प्रस्तुत करता है—

विद्युत्-चुम्बकीय प्रेरण में प्रेरित धारा की दिशा इस प्रकार की होती है कि वह उस कारण का विरोध करती है जिस कारण वह स्वयं उत्पन्न होती है।

लेंज के नियम की सहायता से यह बतलाया जा सकता है कि विद्युत्-चुम्बकीय प्रेरण में विद्युत्-ऊर्जा किस स्रोत से आती है। मान लें कि किसी कुण्डली के समीप किसी चुम्बक का कोई ध्रुव लाया जाता है जिसके कारण जबतक चुम्बकीय ध्रुव में गति रहती है तबतक कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता है और कुण्डली में प्रेरित धारा उत्पन्न होती है। लेंज के नियम के अनुसार प्रेरित धारा के कारण कुण्डली के किनारे पर जो चुम्बकीय ध्रुव बनता है वह चुम्बक के ध्रुव पर चुम्बक की गति के विपरीत दिशा में बल उत्पन्न करता है। अत: प्रेरित धारा के उत्पादन के लिए जब चुम्बक को गतिमान किया जाता है तब बल के विपरीत कार्य किया जाता है। इस प्रकार यांत्रिक ऊर्जा खर्च कर विद्युत्-ऊर्जा प्राप्त की जाती है। अत: यहाँ ऊर्जा स्वयं उत्पन्न नहीं होती है, इसका केवल एक रूप से दूसरे रूप में परिवर्तन होता है।

4.20. प्रेरित वि० वा० ब० की गणना

(चित्र 57)

$A_1\, B_1$ एक चालक है जो चित्र 57 में दिखाये गये एक परिपथ के समानान्तर रेलों पर (जो कागज के समतल में मानी गयी हैं) गतिमान हो सकता है। परिपथ से सम्बद्ध चुम्बकीय क्षेत्र H चालक A_1B_1 तथा कागज के समतल के साथ θ कोण बनाता है।

कागज के समतल, तथा $A_1\, B_1$ के लम्बवत् H का अवयव $=H \sin\theta$;

$\therefore$ A_1B_1 पर बल, $F=H\sin\theta \times i \times e$,

जहाँ A_1B_1 से धारा i है, और A_1B_1 **की लम्बाई** l है। इस बल की दिशा रेलों के समानान्तर होगी।

अत: इस बल द्वारा A_1B_1 को एक अत्यन्त ही छोटी दूरी dx से रेलों पर हटाने में किया गया कार्य $=Fdx=Hil\sin\theta\, dx$ है।

i धारा प्रदान करने में e वि० वा० ब० वाली बैटरी द्वारा एक अत्यन्त ही अल्प अवधि dt में दी गयी ऊर्जा $= eidt$ है। यह ऊर्जा A_1B_1 चालक को इस अवधि में dx की दूरी से विस्थापित करने में किये गये कार्य तथा परिपथ के प्रतिरोध r को निष्प्रभावित (overcome) करने में ताप के रूप में व्यय होती है। प्रतिरोध r को निष्प्रभावित करने में dt समय में ऊर्जा का व्यय $= i^2rdt$ है। अत:

$$eidt = Hil \sin\theta dx + i^2rdt$$

या $$i = \frac{e - Hl \sin\theta \frac{dx}{dt}}{r} = \frac{e - (H \sin\theta)\frac{ldx}{dt}}{r}$$

$$= \frac{e - (H \sin\theta)\frac{dA}{dt}}{r} = \frac{e - \frac{d\varphi}{dt}}{r},$$

जहाँ $ldx = \delta A$, तथा $d\varphi = dt$ समय में A_1B_1 के dx से विस्थापित होने के कारण परिपथ से सम्बद्ध फ्लक्स में परिवर्तन है।

$$\because \text{ धारा} = \frac{\text{वि० वा० ब०}}{\text{प्रतिरोध}},$$

$$\therefore \text{ परिपथ में सार्थक वि० वा० ब०} = e - \frac{d\varphi}{dt} \text{ है।}$$

अत: $-\frac{d\varphi}{dt}$ राशि परिपथ में उत्पन्न वह अतिरिक्त (extra) वि० वा० ब० है जो निश्चय ही A_1B_1 की गति से परिपथ से सम्बद्ध फ्लक्स के परिवर्तन के कारण परिपथ में प्रेरित वि० वा० ब० है।

$\therefore$ परिपथ में प्रेरित वि० वा० ब० $= -\frac{d\varphi}{dt}$ है। यह आंकिक रूप में परिपथ से सम्बद्ध फ्लक्स के परिवर्तन की दर के बराबर है।

हम देख चुके हैं कि

$$\frac{d\varphi}{dt} = H \sin\theta \frac{dA}{dt} = H \sin\theta \frac{ldx}{dt} \text{ है।}$$

यहाँ $\frac{dx}{dt}$, चालक का जिसकी लम्बाई l है, अपनी लम्बाई के लम्बवत् दिशा में वेग है जिसे हम v से व्यक्त कर सकते हैं। अत:

परिपथ में प्रेरित वि० वा ब० $= -(H \sin\theta) lv$.

यदि परिपथ μ चुम्बकशीलता के मध्य में हो, तो

प्रेरित वि० वा० ब० $= -\mu H \sin\theta lv = -Bvl \sin\theta$.

यदि किसी चालक के एक अण्वंश dl की गति चुम्बकीय क्षेत्र में, क्षेत्र तथा अण्वंश की लम्बाई को अन्तर्विष्ट रखने वाले (containing) समतल के साथ φ कोण में, v वेग से हो और यदि चुम्बकीय क्षेत्र की दिशा अण्वंश की लम्बाई के साथ θ कोण बनाती हो तो अण्वंश में प्रेरित वि० वा० ब०

$de = -Bvdl \sin\theta \cos\varphi$ होगा ।

4.21. वि० चु० प्रेरण के कारण आवेश का परिचालन (Circulation)

परिपथ में प्रेरित वि० वा० बल $= -\dfrac{d\varphi}{dt}$ होता है । यदि परिपथ का प्रतिरोध r हो तो किसी समय परिपथ में प्ररित धारा

$$i = -\frac{1}{r}.\frac{d\varphi}{dt}.$$

अत: एक अत्यन्त ही अल्प अवधि dt में परिपथ के धारावाही तार के अनुच्छेद से परिचालित आवेश

$$= i\,dt = -\frac{1}{r}\frac{d\varphi}{dt}.\,dt = -\frac{d\varphi}{r}.$$

$\therefore$ जितने समय में सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स शून्य से φ मान को प्राप्त होता है उतने समय में परिचालित आवेश,

$$q = -\frac{1}{r}\int_0^{\varphi} d\varphi = -\frac{\varphi}{N};$$

और जितने समय में सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स φ से शून्य मान को प्राप्त होता है उतने समय में परिचालित आवेश,

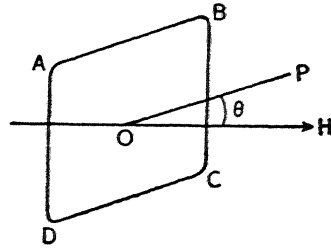
$$q = -\frac{1}{r}\int_{\varphi}^{0} d\varphi = \frac{\varphi}{r} \text{ होता है ।}$$

4.22. समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में कुण्डली का परिभ्रमण (Rotation of a Coil in a uniform magnetic field)

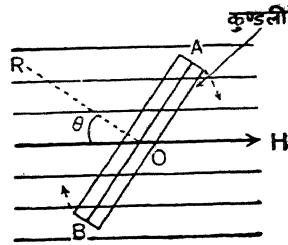
$ABCD$ एक कुण्डली है जो समरूप (uniform) चुम्बकीय क्षेत्र में रखी गयी है । कुण्डली पर डाला गया अभिलम्ब OP चुम्बकीय क्षेत्र H के साथ θ कोण

बनाता है। अभिलम्ब की दिशा में क्षेत्र H का अवयव $H\cos\theta$ है। यदि कुण्डली का क्षेत्रफल A हो तो कुण्डली से सम्बद्ध फ्लक्स $\varphi = AH\cos\theta$ होगा।

(चित्र 58)

यदि कुण्डली में n घुमाव (turns) हों, तो कुण्डली के n घुमावों में फ्लक्स-बन्धन (flux linkage),' $N = n\varphi = nAH\cos\theta$ होगा।

यदि किसी समय कुण्डली के घुमावों में फ्लक्स-बन्धन N हो और उससे बहुत ही अल्प समय dt के बाद यदि फ्लक्स-बन्धन एक बहुत ही अल्प मात्रा dN से परिवर्तित हो जाय, तो कुण्डली में प्रेरित वि० वा० ब०

$$e = -\frac{dN}{dt}.$$

अब मान लें कि कुण्डली एक नियमित कोणीय वेग ω से क्षेत्र H की दिशा के लम्बवत् अक्ष पर परिभ्रमण कर रही है और एक बहुत ही अल्प समय dt में कुण्डली एक बहुत ही अल्प कोण $d\theta = \omega dt$ से घूम जाती है। dt समय के आरम्भ में फ्लक्स-बन्धन $= N_1 = nAH\cos\theta$, तथा इस समय के अन्त में फ्लक्स-बन्धन

$$= N_2 = nAH\cos(\theta + d\theta)$$
$$= nAH(\cos\theta\cos d\theta - \sin\theta\sin d\theta)$$
$$= nAH(\cos\theta - d\theta\sin\theta),$$

$[\because \cos d\theta = 1$ तथा $\sin d\theta = d\theta]$.

(चित्र 59)

$\therefore$ dt समय में फ्लक्स-बन्धन में परिवर्तन

$$= N_2 - N_1 = -nAHd\theta\sin\theta = dN \text{ (बहुत ही अल्प)।}$$

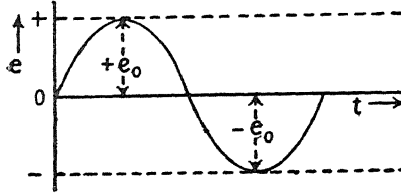
$\therefore$ प्रेरित वि० वा० ब०, $e = -\dfrac{dN}{dt}$

$$= -nAH\sin\theta\frac{d\theta}{dt}$$

$$= -nAH\omega\sin\theta, \left(\because \frac{d\theta}{dt} = \omega\right).$$

e का मान उच्चतम तब होगा जब $\sin\theta$ का मान इकाई होगा। यह उच्चतम मान $nAH\omega = e_0$ होगा।

अत: $$e = e_0 \sin\theta.$$

मान लें कि θ की गणना तब से किया जाता है जब कुण्डली चुम्बकीय क्षेत्र पर लम्बवत् रहती है। ऐसी स्थिति में $\theta = 0$, जब $t = 0$, और t समय के बाद $\theta = \omega t$ होता है।

(चित्र 60)

अत: $$e = e_0 \sin\omega t,$$

जो प्रेरित वि० वा० ब० का तात्कालिक मान (instantaneous value) देता है। चित्र 60 में समय के साथ प्रेरित वि० वा० ब० के मान तथा दिशा के परिवर्तन को दिखलाया गया है। ऊपर के समीकरण से स्पष्ट है कि

$e = 0$, जब $\omega t = 0$, या $t = 0$ (कुण्डली के घुमाव का प्रारम्भ),

$e = +e_0$, जब $\omega t = \frac{\pi}{2}$, या $t = \frac{\pi}{2\omega}$.

पुन: $e_0 = 0$, जब $\omega t = \pi$, या $t = \frac{\pi}{\omega}$,

$e = -e_0$, जब $\omega t = \frac{3\pi}{2}$, या $t = \frac{3\pi}{2\omega}$.

पुन:, $e = 0$, जब $\omega t = 2\pi$, या $t = \frac{2\pi}{\omega}$ (कुण्डली के एक पूरे घुमाव का अन्त)।

अतः कुण्डली के प्रत्येक पूरे घुमाव के समय प्रेरित वि० वा० ब० की दिशा दो बार परिवर्तित होती है। इन दोनों परिवर्तनों के ठीक पहले कुण्डली चुम्बकीय क्षेत्र के साथ समकोण बनाती है।

यदि कुण्डली एक पूरा चक्कर T समय में लगाती है या एक सेकेण्ड में f चक्कर लगाती है, तो

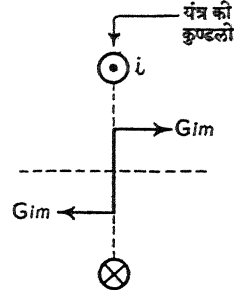
$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \text{ रेडियन/सेकेण्ड}।$$

$$\therefore\ e = e_0 \sin \frac{2\pi}{T} t$$
$$= e_0 \sin 2\pi ft.$$

4.23 अ. चल-चुम्बक प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर (Suspended Magnet Ballistic Galvanometer)

चल-चुम्बक प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर साधारण निलम्बित अथवा चूलित चुम्बकीय गैलवेनोमीटर है जिसके चल-भाग का अवमंदन यथासंभव कम कर दिया जाता है।

(चित्र 61 अ)

मान लें कि यंत्र की अचल कुण्डली में किसी समय धारा i है, तथा कुण्डली के केन्द्र पर प्रति इकाई धारा से G चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। यदि यंत्र के चुम्बकीय सूई के ध्रुव की शक्ति m हो तो इस पर तात्कालिक बल $=mGi$ होगा। अत: धारा के प्रारम्भ से समाप्ति की एक अल्प अवधि $\triangle T$ में चुम्बकीय सूई पर कुल आवेग (impulse)

$$= \int_0^{\triangle T} Gim dt = Gm \int_0^{\triangle T} i dt = Gmq,$$

जहाँ $\triangle T$ के आरम्भ से समाप्ति तक कुण्डली में भेजा गया कुल आवेश q है।

यदि यंत्र की चुम्बकीय सूई की लम्बाई $2l$ हो तो सूई के दोनों ध्रुवों के लिए निलम्बन-अक्ष के परित: आवेग का घूर्ण

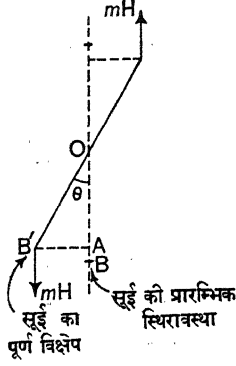
$$=2Gmql=MGq$$

होगा, जहाँ M चुम्बकीय सूई का चुम्बकीय घूर्ण है।

यह $\triangle T$ समय में यंत्र के चल-भाग के कोणीय प्रवेग (momentum) में परिवर्तन, $I(\omega_0-0)=I\omega_0$, के बराबर होगा, जहाँ I घूर्णन-अक्ष के परित: सूई का जड़त्वघूर्ण है तथा समय $\triangle T$ के प्रारम्भ में चुम्बकीय सूई का कोणीय वेग ω_0 है और अन्त में यह वेग शून्य हो जाता है।

अत: $$MGq=I\omega_0 \quad \ldots (1).$$

पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज अवयव H के कारण चुम्बकीय सूई पर जो प्रतिविस्थापक बल-युग्म कार्य करता है उसके कारण प्रक्षेपित होने पर यह एक विशेष स्थान पर कुछ समय के लिए स्थिर हो जाता है।

अतः गति के कारण चुम्बक को जो $\frac{1}{2}I\omega_0^2$ ऊर्जा होती है वह सूई पर लगे प्रतिविस्थापक बल-युग्म के बलों के विरोध-कार्य में व्यय होकर सूई के पूर्ण प्रक्षेपित होने पर स्थिर होते ही समाप्त होता है। पूर्ण प्रक्षेपण के समय किसी प्रतिविस्थापक बल के विरुद्ध किया गया कार्य, चित्र 61 (ब) से,

(चित्र 61 ब)

$$=mH\times BA=mH(OB-OA)$$

$$=mH.OB\left(1-\frac{OA}{OB}\right)$$

$$=mH.l\left(1-\frac{OA}{OB'}\right)$$

$$=mHl\,(1-\cos\theta).$$

अतः प्रतिविस्थापक युग्म के विरुद्ध किया गया कार्य

$$=2mHl(1-\cos\theta)=MH(1-\cos\theta).$$

अतः

$$MH(1-\cos\theta)=\tfrac{1}{2}\,I\omega_0^2 \qquad \ldots \quad (2).$$

समीकरण (1) तथा (2) से

$$\frac{2MH(1-\cos\theta)}{G^2M^2q^2}=\frac{1}{I}.$$

अतः

$$q^2=\frac{I}{G^2M^2}\times 2MH(1-\cos\theta)$$

$$=\frac{I}{MH}\cdot\frac{4H^2}{G^2}\,\frac{(1-\cos\theta)}{2}$$

$$=\frac{I}{MH}\cdot\frac{4H^2}{G^2}\,\sin^2\theta/2.$$

यदि चुम्बकीय सूई के दोलन का दोलन-काल T हो तो

$$T=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{I}{MH}}, \qquad \text{या} \quad \frac{I}{MH}=\frac{T^2}{4\pi^2}.$$

$$\therefore\ q^2=\frac{H^2T^2}{\pi^2G^2}\,\sin^2\frac{\theta}{2}$$

या

$$q=\frac{HT}{\pi G}\cdot\,\sin\tfrac{1}{2}\theta=K\sin\tfrac{1}{2}\theta,$$

जहाँ $K=\frac{HT}{\pi G}$ है, जो दिये गये यंत्र के लिए एक स्थिरांक है।

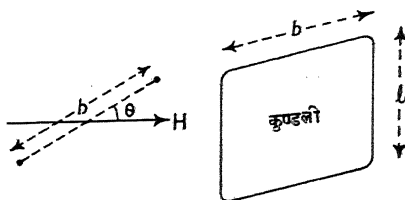
$$\text{अत: } q \propto \sin\tfrac{1}{2}\theta,$$

अर्थात् यंत्र की सूई के विक्षेप के आधे की ज्या यंत्र की अचल कुण्डली से परिचालित आवेश के समानुपाती होती है। अत: यंत्र के स्थिरांक K को ज्ञात कर यंत्र द्वारा आवेशों को नापा जा सकता है।

4.23 ब. चल-कुण्डली प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर (Suspended Coil Ballistic Galvanometer)

चल-कुण्डली प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर बनावट में अपरिवर्ती (steady) अनावर्ती चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर के ही सदृश होती है, अन्तर केवल इतना ही होता है कि इसकी चल-कुण्डली के परिपथ का प्रतिरोध अपेक्षाकृत अधिक होता है और कुण्डली काठ अथवा बाँस के फ्रेम पर लपेटी जाती है ताकि कुण्डली की गति में विद्युत्-चुम्बकीय अवमंदन अत्यन्त ही अल्प हो और यह ऐंठनशील (tortional) दोलन कर सके। प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर सिद्धान्तत: आवेश नापने वाला यंत्र है।

मान लें कि l यंत्र की कुण्डली की लम्बाई है तथा b यंत्र की कुण्डली की चौड़ाई है। यदि कुण्डली में घुमावों की संख्या n हो तो कुण्डली की प्रत्येक उदग्र भुजा पर बल

$= nHil$ होगा।

(चित्र 61 स)

एक अत्यन्त ही अल्प समय dt के अन्दर इन दो बलों में से प्रत्येक का कुण्डली पर आवेग (impulse)$=nHildt$ होगा। अत: एक अल्प समय $\triangle t$ के भीतर, जिसमें कुण्डली से q आवेश प्रवाहित होती है, आवेग

$$= \int_0^{\triangle t} nHidt = nHl \int_0^{\triangle t} idt = nHl \int_0^{q} dq = nHlq \text{ होगा।}$$

अत: कुण्डली पर लगे दोनों बलों के आवेग का कुण्डली के घूर्णन-अक्ष के परित:

कुल घूर्ण$=2\times nHlq.\frac{b}{2}=nHlbq=nAHq$ होगा, जहाँ $A=l\times b$ है।

यह $\triangle t$ समय में कोणीय प्रवेग (momentum) में परिबर्तन, $I(\omega_0-0)=I\omega_0$, के बराबर होगा, जहाँ I घूर्णन-अक्ष के परित: कुण्डली का जड़त्वघूर्ण है, तथा $\triangle t$

के प्रारम्भ में कुण्डली का कोणीय वेग ω_0 है और अन्त में यह वेग शून्य हो जाता है। अत:

$$nAHq = I\omega_0 \qquad \ldots \quad (1).$$

यदि कुण्डली के निलम्बन-तार की प्रति इकाई ऐंठन के कारण बल-युग्म C हो तो कुण्डली के θ प्रक्षेप के कारण कुण्डली पर लगे प्रतिविस्थापक बल-युग्म का घूर्ण $= C\theta$ होगा। अत: प्रतिविस्थापक बल-युग्म के विरुद्ध निलम्बन को एक अत्यन्त ही अल्प कोण $d\theta$ द्वारा विक्षेपित करने में किया गया कार्य

$$= C\theta d\theta.$$

अत: निलम्बन-तार को $\theta = 0$ से $\theta = \theta_0$ कोण (जब कुण्डली स्थिर हो जाती है) से ऐंठन में किया गया कार्य

$$= \int_{\theta=0}^{\theta=\theta_0} C\theta d\theta = \tfrac{1}{2} C\theta_0^2 \text{ होगा ।}$$

व्यवस्था की प्रारम्भिक गतिज ऊर्जा $= \frac{1}{2} I\omega_0^2$ है। यदि q आवेश के कारण कुण्डली का प्रक्षेप θ_0 होता हो तो यह ऊर्जा ऐंठन के प्रतिविस्थापक बल-युग्म के विरुद्ध कार्य में व्यय होती है, जो कार्य $\frac{1}{2} C\theta_0^2$ के बराबर है।

अत:
$$\tfrac{1}{2} C\theta_0^2 = \tfrac{1}{2} I\omega_0^2$$

या
$$C\theta_0^2 = I\omega_0^2 \qquad \ldots \quad (2).$$

यदि कुण्डली के ऐंठनशील दोलन का आवर्तकाल T हो तो

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{C}}$$

या
$$I = C \frac{T^2}{4\pi^2} \qquad \ldots \quad (3).$$

समीकरण (1) तथा (3) से

$$nAHq = C \frac{T^2}{4\pi^2} \omega_0 \qquad \ldots \quad (4).$$

अत: समीकरण (3) तथा (2) से

$$C\theta_0^2 = \frac{CT^2}{4\pi^2} \omega_0^2.$$

$$\therefore \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T} \theta_0 \qquad \ldots \quad (5).$$

समीकरण (4) तथा (5) से

$$nAHq = \frac{CT^2}{4\pi^2} \cdot \frac{2\pi}{T}\theta_0$$

या

$$nAHq = \frac{CT}{2\pi}\theta_0.$$

$$\therefore \quad q = \frac{CT}{2\pi nAH}\theta_0$$

$$= K\theta_0,$$

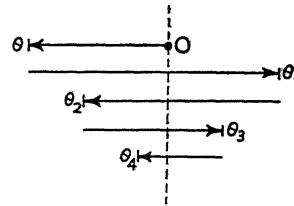
जहाँ $K = \frac{CT}{2\pi nAH}$ = एक स्थिरांक है जिसे प्राक्षेपिक स्थिरांक (ballistic constant) कहा जाता है।

अतः, $q \propto \theta_0$, अर्थात् यंत्र की कुण्डली का प्रक्षेप कुण्डली से परिचालित आवेश के समानुपाती होता है।

अवमंदन के लिए संशोधन (Damping correction)— कुण्डली का ऐंठनशील दोलन प्रायः तीन कारणों से अवमंदित होता है—

(i) वायु का घर्षण, (ii) निलम्बन-तार में श्यानता, तथा (iii) कुण्डली के समीपवर्ती धातु-पिंडों में प्रेरित धारा का उत्पादन। इन कारणों से कुण्डली की गति का विरोध होता है। इन्हें दूर करने के सभी सम्भव उपायों के प्रयोग करने पर भी कुण्डली के दोलन में कुछ-न-कुछ अवमंदन अवश्य ही होता है। अतः जब इससे कोई आवेग परिचालित होता है तब इसका जो प्रक्षेप होता है वह अवमंदन-रहित प्रक्षेप θ_0 से कम होता है।

मान लें कि कुण्डली का पठित (observed) प्रक्षेप θ होता है। यदि θ_1, θ_2, θ_3.... आदि कुण्डली के प्रथम प्रक्षेप θ के बाद दोलित होने पर दाहिनी और बायीं ओर क्रमिक (successive) प्रक्षेप हों तो यह देखा जायगा कि

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\theta_2}{\theta_3} = \frac{\theta_3}{\theta_4} = \ldots = d,$$ जो एक स्थिरांक होगा। इस स्थिरांक को **अपक्षय** (decrement) कहा जाता है। $\log_e d = \lambda$ राशि एक दूसरा स्थिरांक होती है, जिसे **लघुगणकीय अपक्षय** (logarithmic decrement) कहा जाता है।

(चित्र 62)

$\because \quad \log_{\epsilon} d = \lambda,$

$\therefore \quad d = \epsilon^{\lambda}$ लिखा जाय, तो

$$\frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\theta_2}{\theta_3} = \frac{\theta_3}{\theta_4} = \ldots . = \epsilon^{\lambda} \text{ होगा,}$$

या
$$\frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{\theta_3}{\theta_2} = \frac{\theta_4}{\theta_3} = \ldots . = \epsilon^{-\lambda};$$

अत:
$$\frac{\theta_1}{\theta_3} = \frac{\theta_1}{\theta_2} \cdot \frac{\theta_2}{\theta_3} = \epsilon^{\lambda} . \epsilon^{\lambda} = \epsilon^{2\lambda}$$

या
$$\frac{\theta_3}{\theta_1} = \epsilon^{-2\lambda}.$$

θ_1 से चलकर θ_3 पर आने में कुण्डली एक पूर्ण दोलन करती है और इसमें प्रक्षेप $\epsilon^{-2\lambda}$ अंश से घट जाता है। अत: पूर्ण दोलन के एक-चौथाई में प्रक्षेप $\epsilon^{-\frac{\lambda}{2}}$ अंश से घट जाता है।

0 से θ पर जाने में कुण्डली पूर्ण दोलन का चौथाई प्रक्षेप करती है। अत: कुण्डली का अवमंदन-रहित प्रक्षेप θ_0, $\epsilon^{-\lambda/2}$ अंश से घटकर पठित प्रक्षेप θ के बराबर होता है,

अर्थात्
$$\frac{\theta}{\theta_0} = \epsilon^{-\lambda/2}$$

या
$$\theta_0 = \theta \ (\epsilon^{+\lambda/2})$$

$$= \theta(1 + \lambda/2 + \frac{\lambda^2}{4\lfloor 2} + \ldots .).$$

यंत्र की बनावट प्राय: इस प्रकार की रहती है कि कुण्डली के दोलन का अवमंदन न्यूनतम हो। अतः d लगभग इकाई में बराबर होता है जिससे λ शून्य के लगभग रहता है। ऐसी स्थिति में λ के उच्च घात वाले पदों को, जो अत्यन्त ही छोटे होते हैं, छोड़ देने पर

$$\theta_0 = \theta\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) \text{ होगा।}$$

$$\therefore \quad q = \frac{CT}{2\pi nAH} \ \theta_0 = K\theta\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right)$$

λ का मान ज्ञात करने के लिए यदि प्रक्षेप θ_1 तथा θ_{11} को ज्ञात कर लिया जाता है, तो $\frac{\theta_1}{\theta_{11}}=\frac{\theta_1}{\theta_2}\cdot\frac{\theta_2}{\theta_3}\cdot\frac{\theta_3}{\theta_4}\cdot\frac{\theta_4}{\theta_5}\cdot\frac{\theta_5}{\theta_6}\cdot\frac{\theta_6}{\theta_7}\cdot\frac{\theta_7}{\theta_8}\cdot\frac{\theta_8}{\theta_9}\cdot\frac{\theta_9}{\theta_{10}}\cdot\frac{\theta_{10}}{\theta_{11}}=\epsilon^{10\lambda}$

या $$\log_\epsilon \frac{\theta_1}{\theta_{11}}=10\lambda.$$

$$\therefore \quad \lambda=\frac{1}{10}\log_\epsilon\frac{\theta_1}{\theta_{11}}=0{\cdot}23026\ \log_{10}\frac{\theta_1}{\theta_{11}}$$

प्राक्षेपिक स्थिरांक का ज्ञापन— K के ज्ञापन के लिए एक नापी हुई अपरिवर्ती धारा I_0 को गैलवेनोमीटर से भेजा जाता है और इससे यंत्र की कुण्डली का जो अपरिवर्ती विक्षेप θ_1 होता है, उसे लिख लिया जाता है। अब

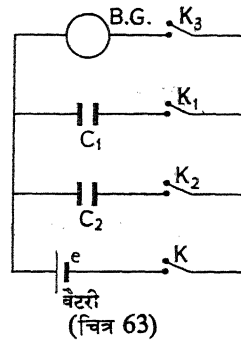
$$\because \quad I_0=\frac{C}{nAH}\theta_1,$$

$$\therefore \quad \frac{C}{nAH}=\frac{I_0}{\theta_1}$$

इसके बाद कुण्डली के घूर्णनशील दोलन के दोलनकाल T को विराम-घड़ी की मदद से ज्ञात कर $K=\frac{CT}{2\pi nAH}=\frac{I_0T}{2\pi\theta_1}$ से K की गणना की जाती है।

4.24. प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर की मदद से होने वाले कुछ प्रयोग

(i) धारिताओं की तुलना— C_1 तथा C_2 दो धारिता हैं जिनकी तुलना करनी है। इनसे तथा e वि० वा० ब० की बैटरी और प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर से एक परिपथ की रचना की जाती है जिसे चित्र 63 में दिखलाया गया है। K_2, K_3 कुंजियों को खुला रखकर और K तथा K_1 कुंजियों को कुछ समय तक दबाकर C_1 को आवेशित किया जाता है। इसके बाद K को खोलकर K_1 को बन्द रखते हुए K_3 को दबाया जाता है। इससे C_1 का आवेश प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर की कुण्डली से परिचालित होता है और कुण्डली θ_1 से प्रक्षेपित होती है।

(चित्र 63)

अत: C_1 का आवेश $= C_1 e = K\theta_1$ .. (1).

इसी प्रकार K_3, K_1 कुंजियों को खुला रखकर, तथा K_2 और K कुंजियों को कुछ समय तक बन्द कर C_2 धारिता को आवेशित किया जाता है। इसके बाद K_2 को बन्द रखते हुए K_3 को दबाया जाता है। इससे C_2 का आवेश प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर की कुण्डली से परिचालित होता है और कुण्डली θ_2 से प्रक्षेपित होती है। अत:

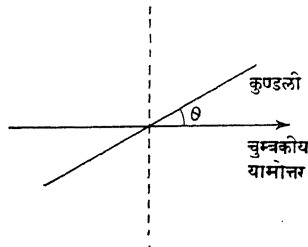
C_2 का आवेश $= C_2 e = K\theta_2$ .. (2).

समीकरण (1) तथा (2) से

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{\theta_1}{\theta_2}.$$

यदि C_2 प्रामाणिक धारिता हो तो इस प्रयोग द्वारा C_1 का मान ज्ञात किया जा सकता है।

(ii) उच्च प्रतिरोध का क्षरण विधि से मापन— यह परिवर्ती धारा के अध्याय में वर्णित है।

(iii) पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र तथा नमन (dip) **का ज्ञापन : भू-प्रेरक** (Earth Inductor)— हम जानते हैं कि उदग्र अक्ष पर परिभ्रमित होने वाली कुण्डली से पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का क्षैतिज अवयव H सम्बद्ध होगा। यदि कुण्डली का समतल चुम्बकीय याम्योत्तर से θ कोण पर स्थित हो, तो कुण्डली के प्रत्येक घुमाव से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स $\varphi = AH \sin\theta$,

(चित्र 64)

जहाँ A कुण्डली के समतल का क्षेत्रफल है। अत: जब कुण्डली परिभ्रमित होती है, तब किसी समय उसके प्रत्येक घुमाव में प्रेरित वि० वा० बल $= -\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{d}{dt}(AH\sin\theta)$.

अत: कुण्डली के n घुमावों में प्रेरित वि० वा० ब०

$$= -n\frac{d}{dt}(AH\sin\theta).$$

यदि कुण्डली का प्रतिरोध r हो, तो किसी समय इससे प्रवाहित धारा

$$i = -\frac{nAH}{r} \cdot \frac{d}{dt}(\sin\theta).$$

अतः एक अत्यन्त ही अल्प अवधि dt में कुण्डली में परिचालित आवेश

$$dq = idt = -\frac{nHA}{r} d(\sin\theta).$$

यदि $t=0$ समय पर कुण्डली की स्थिति $\theta=\pi/2$ हो और $t=t$ समय पर इसकी स्थिति $\theta=-\pi/2$ हो तो t समय में कुण्डली से परिचालित आवेश

$$q = -\frac{nHA}{r}\int_{\theta=\pi/2}^{\theta=-\pi/2} d(\sin\theta) = -\frac{nHA}{r}\Big[\sin\theta\Big]_{\pi/2}^{-\pi/2}$$

$$= \frac{2nHA}{r}.$$

यदि कुण्डली के छोर एक प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर से जुड़े हों तो यह आवेश इसकी कुण्डली से परिचालित होगा और कुण्डली का प्रक्षप, मान लें, θ होगा।

अतः $$q = \frac{2nHA}{r} = K\theta$$

या $$H = \frac{rK}{2nA}\theta.$$

पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र में परिभ्रमण करने वाली जिस कुण्डली में सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स के परिवर्तन से वि०वा०ब० प्रेरित होता है, उसे **भू-प्रेरक** कहा जाता है। यह स्पष्ट है कि गैलवेनोमीटर का प्राक्षेपिक स्थिरांक K ज्ञात होने पर इस यंत्र से पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के क्षैतिज अवयव का मान ज्ञात किया जा सकता है।

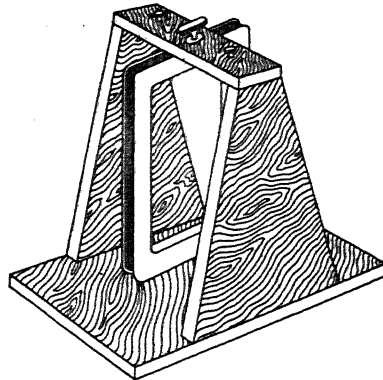
(चित्र 65)

भू-प्रेरक के अक्ष को क्षैतिज रूप में व्यवस्थित कर पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र के उदग्र अवयव V का भी मान ज्ञात किया जा सकता है। इस स्थिति में यदि कुण्डली को $\theta=\pi/2$ से $\theta=-\pi/$ तक परिभ्रमित किया जाय, और इससे गैलवेनोमीटर की कुण्डली θ' से प्रक्षेपित हो तो

$$V = \frac{rK}{2nA}\theta'.$$

यदि पृथ्वी का परिणामी चुम्बकीय क्षेत्र I हो और इसकी दिशा क्षैतिज तल के साथ δ कोण बनाती हो तो

$$I=\sqrt{H^2+V^2}=\frac{rK}{2nA}\sqrt{\theta^2+\theta'^2}$$

तथा $$\delta=\text{नमनकोण (dip.)}=\tan^{-1}\frac{V}{H}=\tan^{-1}\frac{\theta'}{\theta}.$$

(iv) **विद्युत्-चुम्बक** (Electromagnet) **के चुम्बकीय क्षेत्र का ज्ञापन**— इस कार्य के लिए विद्युत्-चुम्बक के ध्रुवों के बीच एक छोटी-सी कुण्डली लटकायी जाती है जिसका क्षेत्रफल तथा घुमावों की संख्या ज्ञात होती है। इस कुण्डली को **शोध-कुण्डली** (search coil) कहा जाता है। इस कुण्डली को एक परिनालिकीय प्रेरक की द्वितीयक कुण्डली S से एक प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर के साथ जोड़ दिया जाता है।

(चित्र 66)

सर्वप्रथम विद्युत्-चुम्बक की उत्तेजक धारा (exciting current) को बन्द कर दिया जाता है। इसके बाद परिनालिका के परिपथ को कुंजी K को दबा कर बन्द किया जाता है। इसके कुछ देर बाद कुंजी K को एकाएक खोल दिया जाता है जिससे गैलवेनोमीटर की कुण्डली में एक आवेश q_1 के परिचालन के कारण कुण्डली θ_1 से प्रक्षेपित हो जाती है।

परिनालिका का चुम्बकीय क्षेत्र $=4\pi n_1 i$ है, जहाँ n_1 परिनालिका की प्रति सें० मी० लम्बाई पर घुमावों की संख्या है।

$\therefore$ द्वितीयक S से फ्लक्स का बन्धन $=4\pi n_1 n_2 iA$ है, जहाँ n_2 द्वितीयक के घुमावों की संख्या है, तथा A परिनालिका के अनुच्छेद का क्षेत्रफल है।

अत: कुंजी K को बन्द करने पर द्वितीयक के फ्लक्स-बन्धन में अन्तर

$$=4\pi n_1 n_2 iA-0=4\pi n_1 n_2 iA=\varphi \text{ है।}$$

∴ परिपथ में, अर्थात् गैलवेनोमीटर की कुण्डली में, परिचालित आवेश की मात्रा

$$q_1 = \frac{4\pi n_1 n_2 A i}{r} = K\theta_1 \quad .. \quad (1),$$

जहाँ r परिपथ का प्रतिरोध है, तथा K प्राक्षेपिक स्थिरांक है।

इसके बाद कुंजी K को खोल दिया जाता है और विद्युत्-चुम्बक की उत्तेजक धारा को चालू कर दिया जाता है। इसके कुछ देर बाद शोध-कुण्डली को एकाएक विद्युत्-चुम्बक से हटाया जाता है। इससे प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर से एक आवेश q_2 के परिचालन से उसकी कुण्डली θ_2 से प्रक्षेपित हो जाती है।

यदि विद्युत्-चुम्बक के ध्रुवों के बीच का क्षेत्र H हो, शोध-कुण्डली का क्षेत्रफल a हो तथा n शोध-कुण्डली में घुमावों की संख्या हो तो

शोध-कुण्डली से फ्लक्स-बन्धन $= naH.$

अतः शोध-कुण्डली को विद्युत्-चुम्बक से दूर हटा लेने पर उसके फ्लक्स-बन्धन में अन्तर

$$= naH - 0 = naH = \varphi'.$$

∴ परिपथ में, अर्थात् गैलवेनोमीटर की कुण्डली में परिचालित आवेश की मात्रा

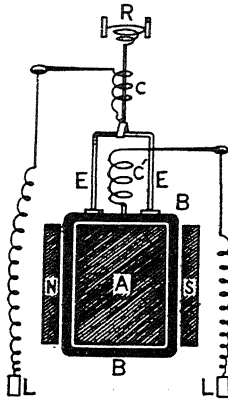
$$q_2 = \frac{naH}{r} = K\theta_2 \quad .. \quad (2).$$

अतः समीकरण (1) तथा (2) से

$$\frac{naH}{4\pi n_1 n_2 i A} = \frac{\theta_2}{\theta_1}.$$

$$\therefore \quad H = \frac{4\pi n_1 n_2 i A}{na} \cdot \frac{\theta_2}{\theta_1}.$$

4.25. ग्रेस्सौट का फ्लक्समापी

बनावट में यह यंत्र अनावमन्दित चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर जैसा होता है। इस यंत्र द्वारा चुम्बकीय फ्लक्स की माप की जा सकती है। प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर की तुलना में इस यंत्र द्वारा फ्लक्स-मापन में विशेष लाभ यह है कि यंत्र के साथ व्यवहृत होने वाली शोध-कुण्डली में फ्लक्स का परिवर्तन किसी विशेष दर से अथवा अचानक

(चित्र 67)

होना आवश्यक नहीं है। यंत्र का चल-भाग फ्लक्स के परिवर्तन के पूर्व तथा बाद दोनों ही स्थितियों में स्थिर रहता है और इसके स्थान का परिवर्तन परिपथ के फ्लक्स के परिवर्तन के समानुपाती होता है।

यंत्र की कुण्डली ऐंठन-रहित रेशमी धागे तथा सर्पिल स्प्रिंग R से निलंबित रहती है। इसमें धारा का प्रवेश तथा निकास चाँदी के दो बारीक सर्पिलों (spirals) C तथा C' से होता है। कुण्डली एक स्थायी चुम्बक के क्षेत्र में झूलती रहती है। इसके छोर L तथा L' एक शोध-कुण्डली से जुड़े रहते हैं।

जब शोध-कुण्डली के फ्लक्स-बन्धन में परिवर्तन होता है, तब परिपथ में एक वि० वा० ब० e कार्य करता है जिसके कारण एक धारा i का प्रवाह होता है। यह धारा

$$i=\frac{e}{r}, \text{ जहाँ } r \text{ परिपथ का प्रतिरोध है।}$$

इस धारा के कारण फ्लक्समापी की कुण्डली पर एक बलयुग्म लगता है जिसका घूर्ण iAH है, जहाँ A फ्लक्समापी की कुण्डली का सार्थक क्षेत्रफल है, तथा H स्थायी चुम्बक का क्षेत्र है। यदि घूर्णन-अक्ष के परित: कुण्डली का जड़त्व-घूर्ण I हो तो

$$\text{कुण्डली पर लगे बल-युग्म का घूर्णन} = I\frac{d^2\theta}{dt^2} = iAH$$

$$= \frac{eAH}{r} \quad \ldots \quad (1),$$

जहाँ θ किसी समय कुण्डली का बिक्षेप है, $\frac{d\theta}{dt}$ उस समय कुण्डली का कोणीय वेग है

और $\frac{d^2\theta}{dt}$ कोणीय त्वरण है।

$\frac{d\theta}{dt}$ वेग से फ्लक्समापी की कुण्डली की गति के कारण कुण्डली के परिपथ में वि०वा०बल

$$= -n \times 2 \times H\left(\frac{1}{2}.\frac{d\theta}{dt}\right) l = -AH\frac{d\theta}{dt},$$

जहाँ l तथा b कुण्डली की क्रमश: लम्बाई तथा चौड़ाई हैं, n कुण्डली के घुमावों

की संख्या है, और $A = nlb$ कुण्डली का सार्थक क्षेत्रफल है।

यदि शोध-कुण्डली के फ्लक्स-बन्धन के परिवर्तन की दर $\frac{dN}{dt}$ हो तो फ्लक्स-बन्धन के इस परिवर्तन की दर के कारण परिपथ में वि० वा० ब० $= -\frac{dN}{dt}$ होगा। परिपथ में जो परिणामी वि० वा० ब० e, धारा i प्रदान करता है वह फ्लक्समापी की कुण्डली तथा शोध-कुण्डली से फ्लक्स-बन्धन के परिवर्तनों की दर के कारण उत्पन्न वि० वा० बलों के अन्तर के बराबर होगा। अत:

$$e = -AH\frac{d\theta}{dt} - \left(-\frac{dN}{dt}\right)$$

$$= \frac{dN}{dt} - AH\frac{d\theta}{dt}.$$

$\therefore$ समीकरण (1) से

$$\frac{AH}{r}\left(\frac{dN}{dt} - AH\frac{d\theta}{dt}\right) = I\frac{d^2\theta}{dt^2}.$$

यदि फ्लक्स के परिवर्तन का समय, जिसमें फ्लक्समापी की कुण्डली θ से घूमकर स्थिर हो जाती है और शोध-कुण्डली का फ्लक्स-बन्धन शून्य से N हो जाता है, t हो तो

$$\frac{AH}{r}\int_0^t \left(\frac{dN}{dt} - AH\frac{d\theta}{dt}\right)dt = I\int_0^t \frac{d^2\theta}{dt^2}.\ dt = I\int_0^t d\omega,$$

$$\text{जहाँ } \frac{d\theta}{dt} = \omega = \text{कोणीय वेग}$$

$$= I\int_{\omega=0}^{\omega=0} d\omega,$$

[चूंकि $\omega = 0$ जब $t = 0$ तथा $\omega = 0$ जब $t = t$]

$$=I\Big[\omega\Big]_0^0=0.$$

$$\therefore \quad \int_0^t \left(\frac{dN}{dt}-AH\frac{d\theta}{dt}\right)dt=0$$

या $$\int_0^N dN-AH\int_0^\theta d\theta=0,$$ [∵ $N=N$ जब $t=t$, तथा $N=0$ जब $t=0$, और $\theta=\theta$ जब $t=t$, तथा $\theta=0$ जब $t=0$]

या $$N-AH\theta=0.$$

$$\therefore \quad N=AH\theta=K\theta,$$

जहाँ $K=AH$=एक स्थिरांक है।

अत: फ्लक्समापी की कुण्डली का विक्षेप शोध-कुण्डली के फ्लक्स-बन्धन के समानुपाती होता है। इससे स्पष्ट है कि θ फ्लक्स के परिवर्तन के समय पर निर्भर नहीं करता है और किसी फ्लक्स को नापने के लिए शोध-कुण्डली को केवल फ्लक्स वाले क्षेत्र में लाकर फ्लक्समापी की कुण्डली के विक्षेप का पठन ले लेना है।

यंत्र के स्थिरांक K का मान जानने के लिए शोध-कुण्डली को ज्ञात मान के फ्लक्स-क्षेत्र में रखा जाता है और यंत्र की कुण्डली के विक्षेप का पठन लेकर K की गणना की जाती है। यंत्र के साथ गैलवेनोमीटर जैसी बत्ती तथा पैमाने (lamp and scale) की व्यवस्था कर पैमाने को फ्लक्स की माप के लिए अंशशोधित भी किया जा सकता है।

साधित उदाहरण

1. 5 सें०मी० त्रिज्या तथा 24 सें०मी० लम्बाई वाली एक परिनालिका में 1200 घुमाव हैं। अक्ष के मध्य-विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र के मान की गणना कीजिए जब परिनालिका में 0·5 एम्पियर की धारा प्रवाहित होती है।

(Bhag. U. 1964 A)

(A solenoid of radius 5 cm. and length 24 cm. has 1200 turns. Calculate the value of the magnetic field at the middle point of the axis, when the current in the solenoid is 0·5 amperes.)

यहाँ $\alpha=\beta$,

$$\cos\alpha=\frac{12}{\sqrt{12^2+5^2}}=\frac{12}{13}.$$

∴ परिनालिका के अक्ष के मध्य-विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$=2\pi nI\times 2\cos\alpha$$

$$=2\times\frac{22}{7}\times\frac{1200}{24}\times\frac{0\cdot5}{10}\times 2\times\frac{12}{13}$$

$$=29\cdot01$$ ऑर्स्टेड ।

2. समबाहु षट्भुज के रूप में मुड़े एक तार में 1 एम्पियर की धारा प्रवाहित होती है। षट्भुज के केन्द्र पर जो चुम्बकीय क्षेत्र है उसकी गणना कीजिए।

(Bhag. U. 1965 A)

(A wire shaped into a regular hexagon of side '*a*' carries a current of 1 ampere. Calculate the strength of the magnetic field at the centre of the hexagon.)

षट्भुज की प्रत्येक भुजा की धारा से उत्पन्न केन्द्र पर चुम्बकीय क्षेत्र

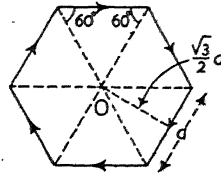
$$=\frac{i}{\frac{\sqrt{3}}{2}a}[\cos\alpha+\cos\beta]$$

$$=\frac{1}{10}\times\frac{2}{\sqrt{3}a}[\cos 60^\circ+\cos 60^\circ]$$

$$=\frac{2}{5\sqrt{3}a}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{5\sqrt{3}a}.$$

(चित्र 68)

अतः षट्भुज के केन्द्र पर सभी छः भुजाओं की धाराओं के कारण चुम्बकीय क्षेत्र

$$=6\times\frac{1}{5\sqrt{3}a}=\frac{2\sqrt{3}}{5a}$$ ऑर्स्टेड ।

3. दो लम्बे समानान्तर सीधे तार *A* तथा *B* जो 10 सें०मी० दूरी पर हैं, एक ही धारा 40 एम्पियर एक ही दिशा में प्रवाहित करते हैं। *B* तार के कारण *A* तार के एक मीटर पर जो बल लगता है उसकी गणना डाइन में कीजिए।

(B. U. 1966 A)

(Two long parallel straight wires *A* and *B*, 10 cm. apart, are each carrying a current of 40 amperes in the same direction. Calculate the force in dynes experienced by one meter of the wire *A* due to the wire *B*.)

B के कारण *A* के प्रति सें०मी० लम्बाई पर बल

$$=\frac{2i_1\times i_2}{r}$$ डाइन

$$=\frac{2\times\frac{40}{10}\times\frac{40}{10}}{10}$$ डाइन $=3\cdot2$ डाइन ।

अतः B के कारण A के एक मीटर पर बल

$$=3{\cdot}2\times100=320 \text{ डाइन ।}$$

4. एक चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर का प्रतिरोध 20 ओम है। 40 मिली एम्पियर की धारा के अनुरूप यह पूर्ण-पैमाने का विक्षेप करता है। 0·06 ओम का एक पार्श्ववाही भी दिया गया है। यंत्र की कुण्डली की श्रेणी में कितना प्रतिरोध लगाया जाय कि वह 20 एम्पियर तक के पठन के लायक अम्मापी बन जाय ?

(Raj. U. 1954)

(A moving coil galvanometer has a resistance of 20 ohms and gives a full scale deflection with a current of 40 milli-amperes. A shunt of 0·06 ohm is made available. Calculate the resistance which will be required to be put in series with the coil of the galvanometer to convert it into an ammeter reading up to 20 amperes.)

मान लें कि आवश्यक श्रेणी-प्रतिरोध R है तो

$$I_g=\frac{S}{(G+R)+S}I$$

या
$$40\times10^{-3}=\frac{0{\cdot}06}{(20+R)+0{\cdot}06}\times20$$

या
$$20{\cdot}06+R=\frac{60\times10^{-3}\times20}{40\times10^{-3}}=30.$$

$$\therefore\quad R=30-20{\cdot}06=9{\cdot}94 \text{ ओम ।}$$

5. 10 सें॰मी॰ त्रिज्या तथा 50 घुमावों की दो एकाक्षीय वृत्ताकार कुण्डलियाँ एक-दूसरे से 10 सें॰मी॰ से विलग हैं। यदि इनसे 0·1 एम्पियर धारा प्रवाहित होती हो तो इनके बीच अक्ष के मध्यविन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र ज्ञात कीजिए।

(Two circular coils having radius of 10 cm., and 50 turns have a common axis and are 10 cm. apart. Find the magnetic field between them at a point midway between them on their common axis when a current of 0·1 ampere is passed through them.)

यहाँ
$$x=\frac{a}{2}.$$

$$\therefore\quad F=2\times\frac{2\pi na^2i}{(x^2+a^2)^{\frac{3}{2}}}=\frac{4\pi na^2i}{\{(\frac{a}{2})^2+a^2\}^{\frac{3}{2}}}$$

या
$$F=\frac{32\pi n}{\sqrt{125}a}i=\frac{32}{\sqrt{125}}\times\frac{22}{7}\times\frac{50}{10}\times\frac{0{\cdot}1}{10}$$

$$=0{\cdot}45 \text{ ऑर्स्टेड ।}$$

6. एक चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर, जिसकी धारा-सुग्राहिता 5 विभाग प्रति माइक्रो-एम्पियर है, प्राक्षेपिक रूप में व्यवहृत हो रहा है। यदि चल-भाग का दोलन-काल 5 से० हो तो यंत्र का प्रक्षेप प्रति माइक्रो-कूलम्ब ज्ञात कीजिए।

(M. U. 1965 S)

(A moving coil galvanometer having sensitivity of 5 divisions per micro-amperes is used ballistically. Find the deflection per micro-coulombs if the period of oscillation of the moving system is 5 seconds.)

अनावर्ती गैलवेनोमीटर के लिए

$$i=\frac{C}{nAH}\theta.$$

यदि यंत्र में लैम्प तथा पैमाने का व्यवहार होता हो

तो $i=\frac{C}{nAH}\cdot\frac{d}{2L}$,

जहाँ d पैमाने पर प्रकाश के धब्बे का विक्षेप है तथा L, पैमाने एवं यंत्र के बीच की दूरी है।

अतः $$\frac{d}{i}=\frac{2nAHL}{C}.$$

प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर के लिए,

$$Q=\frac{CT}{2\pi nAH}\theta_0=\left(\frac{C}{nAH}\right)\frac{T}{2\pi}\cdot\frac{d_0}{2L}$$

या $$Q=\left(\frac{C}{2nAHL}\right)\cdot\frac{T}{2\pi}\cdot d_0.$$

$$\therefore \quad \frac{d_0}{Q}=\left(\frac{2nAHL}{C}\right)\cdot\frac{2\pi}{T}$$

$$=\frac{d}{i}\cdot\frac{2\pi}{T}.$$

यहाँ $\frac{d}{i}=5$ विभाग प्रति माइक्रो-एम्पियर, $T=5$ से०;

अतः $\frac{d_0}{Q}$ विभाग प्रति माइक्रो-कूलम्ब में

$$=5\times\frac{2\times 22}{7\times 5}$$

$$=\frac{44}{7}=6\cdot 3$$ (लगभग)।

7. एक संचक को 2 वोल्ट से आवेशित कर एक प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर होकर जब अनावेशित किया जाता है तब 9·6 सें०मी० का विशुद्ध प्रक्षेप प्राप्त किया जाता है। यदि यंत्र की धारा-सुग्राहिता $2·2 \times 10^{-8}$ एम्पियर/सें०मी० हो और चल-भाग का दोलनकाल 12 से० हो तो संचक की धारिता की गणना कीजिए।

(Utkal U. 1963, P. U. '62 A)

(When a condenser charged to 2 volts is discharged through a ballistic galvanometer of $2·2 \times 10^{-8}$ amp./cm. current sensitivity, a corrected deflection of 9·6 cm. is obtained. If the period of oscillation of the moving system of the instrument be 12 sec., calculate the capacity of the condenser.)

आवेश-सुग्राहिता = धारा-सुग्राहिता $\times \frac{T}{2\pi}$, (देखिए उदाहरण 6)।

अतः आवेश-सुग्राहिता

$$= 2·2 \times 10^{-8} \times \frac{12 \times 7}{22 \times 2}$$

$= 42 \times 10^{-9}$ कूलम्ब/सें०मी०।

यंत्र से प्रवाहित आवेश

= यंत्र की आवेश-सुग्राहिता × प्रक्षेप

$= 42 \times 10^{-9} \times 9·6$ कूलम्ब।

∴ संचक की धारिता $= \frac{\theta}{V}$

$$= \frac{42 \times 10^{-9} \times 9·6}{2}$$

= 0·2032 फैराड

= 0·2032 माइक्रो फैराड।

8. 80 किलोमीटर प्रति घं० के समरूप वेग से समतल पृथ्वी पर चलते हुए रेल के डिब्बे की 1·25 मीटर लम्बी धुरी के छोरों के बीच प्रेरित वि० वा० ब० की गणना कीजिए। पृथ्वी के क्षेत्र का उदग्र अवयव 0·50 ऑर्स्टेड है।

(P. U. 1962 A)

(Calculate the e.m.f induced between the ends of an axle, 1·25 meter long, of a railway carriage travelling on level ground with a uniform velocity of 50 kilometers per hour. The vertical component of earth's field is 0·50 oersted.)

यहाँ $v = 50$ कि०मी०/घं० $= \frac{50 \times 10^5}{60 \times 60}$ सें०मी०/से०,

$l = 1{\cdot}25$ मीटर $= 125$ सें॰मी॰,

$V = 0{\cdot}5$ ऑर्स्टेड ।

अतः धुरी के छोरों के बीच प्रेरित वि॰ वा॰ ब॰

$$= V \times lv$$

$$= 0{\cdot}5 \times 125 \times \frac{50 \times 10^5}{60 \times 60} \text{ वि॰ चु॰ इ॰}$$

$$= \frac{0{\cdot}5 \times 125 \times 50 \times 10^5}{60 \times 60 \times 10^8} \text{ वोल्ट}$$

$$= 868 \times 10^{-6} \text{ वोल्ट}$$

$$= 0{\cdot}868 \text{ मिली वोल्ट ।}$$

9. **8 सें॰मी॰ की त्रिज्या की चकती को 50 घुमाव प्रति सें॰मी॰ वाली एक लम्बी परिनालिका के भीतर परिभ्रमित कराया जाता है । चकती का परिभ्रमण-अक्ष परिनालिका का अक्ष है । यदि चकती प्रति मिनट 600 परिभ्रमण करती हो और परिनालिका में धारा 1 एम्पियर की हो तो चकती के केन्द्र तथा परिधि के बीच विभवान्तर ज्ञात कीजिए ।** (B. U. 1964 A)

(A disc of radius 8 cm. is rotated inside a long solenoid of 50 turns per c.m., the axis of rotation of the disc coinciding with the axis of the solenoid. If the disc makes 600 revolutions per minute and the current in the solenoid is 1 amp., find the p.d. between the centre and the circumference of the disc.)

परिनालिका के अक्ष पर चुम्बकीय क्षेत्र

$$H = 4\pi n \frac{i}{10}$$

$$= 4\pi \times 50 \times \tfrac{1}{10}$$

$$= 20\pi \text{ ऑर्स्टेड;}$$

$$\text{चकती का क्षेत्रफल} = \pi r^2$$

$$= \pi \times 8 \times 8$$

$$= 64\pi \text{ वर्ग सें॰मी॰ ।}$$

चकती की को त्रिज्याई प्रत्येक पूरे परिभ्रमण में 64π वर्ग सें॰मी॰ क्षेत्र को पार करती है।

अतः त्रिज्या द्वारा प्रति सेकण्ड पार किया गया क्षेत्र

$$= \text{चकती की प्रति सेकण्ड परिभ्रमण-संख्या} \times 64\pi$$

$$= \frac{600}{60} \times 64\pi = 640\pi.$$

अतः त्रिज्या के परिभ्रमण से प्रति सेकेण्ड फ्लक्स-परिवर्तन $= 640\pi \times 20\pi$.

अतः चकती के केन्द्र तथा परिधि के बीच विभवान्तर

$$= 640\pi \times 20\pi \text{ वि॰ चु॰ इ॰}$$

$$= \frac{640 \times 22 \times 20 \times 22}{7 \times 7 \times 10^8} \text{ वोल्ट}$$

$$=\frac{64\times22\times2\times22\times10^{-6}}{7\times7} \text{ वोल्ट}$$

$=1264\times10^{-6}$ वोल्ट

$=1{\cdot}26$ मिली वोल्ट।

10. 200 **घुमावों वाली एक वृत्ताकार कुण्डली उदग्र अक्ष पर प्रति से० 10 पूर्ण परिभ्रमण करती है। यदि कुण्डली का मध्यमान व्यास 25 सें० मी० हो और** $H=0{\cdot}36$ **सें०मी० ग्रा० से० इकाई हो, तो जब कुण्डली चुम्बकीय याम्योत्तर से** 30° **पर होगी तब उसमें कितना तात्कालिक वि० वा० ब० प्रेरित होगा ?**

(B. U. 1966 A)

(The rate of revolution of a circular coil of 200 turns of wine which revolves round a vertical axis is 10 per second. If the coil be of mean diameter 25 cm., and $H=0{\cdot}36$ c. g. s units, what will be the instanteneous e.m.f. induced in the coil when it is 30° to the magnetic meridian ?)

जब कुण्डल चुम्बकीय याम्योत्तर से $\beta=\frac{\pi}{2}-\theta$ कोण पर रहती है तब उसमें तात्कालिक प्रेरित वि० वा० ब०

$$=-nAH\omega\sin\theta.$$

यहाँ

$$n=200,$$

$$A=\pi r^2=\pi\frac{25}{2}\times\frac{25}{2},$$

$$H=0{\cdot}36,$$

$$\omega=\frac{d\theta}{dt}=2\pi\times10=20\pi,$$

$$\theta=\frac{\pi}{2}-\beta=60^\circ.$$

अत:, $\beta=30^\circ$ के अनुरूप तात्कालिक वि० वा० ब०

$$=-200\times\pi\times\frac{25}{2}\times\frac{25}{2}\times\frac{36}{100}\times20\pi\times\frac{\sqrt{3}}{2} \text{ वि० चु० इ०}$$

$$=\frac{0{\cdot}5445\times10^8\times\sqrt{3}}{49\times10^8} \text{ वोल्ट}$$

$=0{\cdot}01925$ वोल्ट

$=19{\cdot}25$ मिली वोल्ट।

प्रश्नावली ४

(अ)

1. अनावर्ती तथा प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर किन-किन बातों में एक-दूसरे से भिन्न हैं ? सिद्ध करें कि प्राक्षेपिक प्रकार के चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर होकर जाने वाला आवेश कुण्डली के प्रक्षेप के समानुपाती होता है। (B. U. 1964 A; M. U. '63 A)

[What are the points of difference between an aperiodic galvanometer and a ballistic galvanometer ?

Prove that the charge passing through a moving coil galvanometer of the ballistic type is proportional to the ballistic throw.]

2. एक धारावाही वृत्ताकार कुण्डली के अक्ष के किसी विन्दु पर जो चुम्बकीय क्षेत्र होता है उसका व्यंजक प्राप्त करें।

सिद्ध करें कि दो सदृश एकाक्षीय कुण्डलियों के बीच के केन्द्रीय भाग में एक समरूप क्षेत्र प्राप्त किया जा सकता है बशर्ते उनके बीच की दूरी उनमें से किसी की त्रिज्या के बराबर हो।

(B. U. 1964 S; R. U. '66 A; Bhag. U. '64 A)

[Obtain expression for the intensity of magnetic field at any point on the axis of a circular coil carrying current

Prove that a uniform field can be secured in the central region between two similar circular coils if the distance between them is equal to the radius of the either.]

3. एक लम्बे सीधे तार में एक अपरिवर्ती धारा प्रवाहित होती है। तार से r दूरी पर चुम्बकीय क्षेत्र की जो तीव्रता है उसका व्यंजक प्राप्त करें।

(B. U. 1966 A; Bhag. U. '66 A)

[A long straight wire is carrying a steady current. Deduce an expression for the strength of magnetic field at a point distance r from the centre.]

4. लम्बी परिनालिका में धारा के प्रवाह के कारण उसके अक्ष के किसी विन्दु पर जो चुम्बकीय क्षेत्र होता है उसके लिए एक व्यंजक प्राप्त करें। दिखलाएँ कि परिनालिका के छोरों पर तीव्रता मध्य-विन्दु की तीव्रता की आधी होती है।

(M. U. 1965 S; Bhag. U. '65 A)

[Obtain expression for the magnetic field at a point on the axis of a long solenoid due to a current flowing in it. Show that the intensity at the ends of the solenoid is half that in the middle.]

5. सिद्धान्त के साथ चल-चुम्बक प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर का वर्णन करें। अवमन्दन का शुद्धिकरण किस प्रकार होता है ? (M. U. 1965 S)

[Describe, with theory, a moving magnet ballistic galvanometer. How is the damping accounted for ?]

6. सिद्धान्त के साथ चल-कुण्डली प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर का वर्णन करें और चल-चुम्बक

प्रकार के यंत्र की तुलना में इसके लाभों का विवेचन करें। किसी संचक की धारिता को नापने के लिए ऐसे गैलवेनोमीटर का प्रयोग आप कैसे करेंगे ?

(Bhag. U. 1964 S, '66 A; P. U. '64 A)

[Describe with theory a suspended coil type ballistic galvanometer and discuss its advantage over suspended magnet type. How will you use such a galvanometer to measure the capacity of a condenser ?]

7. चल-कुण्डली गैलवेनोमीटर का सिद्धान्त बतलाएँ और उन सभी कारकों का विवेचन करें जो इसकी सुग्राहिता को प्रभावित करते हैं। चल-चुम्बक गैलवेनोमीटर को अपेक्षा इससे कौन-कौन से लाभ हैं ? (Bhag. U. 1965 S)

[Give the theory of a moving coil galvanometer, and discuss the factors which affect its sensitivity. What are its advantages over a moving magnet galvanometer ?]

8. व्याख्या करें कि भू-प्रेरक तथा प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर की सहायता से किसी स्थान का नमन कोण कैसे ज्ञात किया जा सकता है।

(P. U. 1962 A, '64 A, '66 A)

[Explain how the dip at a place can be measured with the help of an earth inductor and a ballistic galvanometer.]

9. हेल्महोल्ट्ज टैञ्जेण्ट गैलवेनोमीटर की बनावट का वर्णन करें और उसका सिद्धान्त दें।

(P. U. 1964 S)

[Describe the construction, and give the theory of the Helmholtz tangent galvanometer.)

10. ग्रेसौट के फ्लक्समापी का वर्णन सिद्धान्त के साथ करें, और प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर की तुलना में फ्लस्कमापक में इससे जो लाभ हैं उनका विवेचन करें।

[Describe with theory, Grassot's Fluxmeter, and discuss its advantages over a Ballistic galvanometer in flux measurement.)

(ब)

1. एक एम्पियर धारावाही वर्गाकार कुण्डली के केन्द्र पर के चुम्बकीय क्षेत्र की गणना कीजिए वर्ग की प्रत्येक भुजा की लम्बाई 4 सें०मी० है।

(M. U. 1965 S) (उत्तर : 0·283 ऑर्स्टेड)

[Calculate the magnetic field at the centre of a square coil carrying a current of one ampere, the length of each side of the square is 4 cm.]

2. एक प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर का प्रतिरोध 125 ओम है। 0·0003 वोल्ट के अपरिवर्ती विभवान्तर के कारण 16 सें०मी० का विक्षेप प्राप्त होता है। व्यवस्था अनावमंदित थी, और उसका दोलनकाल 10 से० था। जब गैलवेनोमीटर होकर एक संचक को अनावेशित किया गया तब 5·0 सें०मी० का विक्षेप प्राप्त हुआ। अनावेशित किये गये आवेश को ज्ञात कीजिए।

(Bhag. U. 1965 S) (उत्तर : 1·19 माइक्रो कूलम्ब)

[The resistance of a Ballistic galvanometer is 125 ohms. A steady

potential difference of 0·0003 volt gives a deflection of 16 cm. The system was undamped, and had a periodic time of 10 sec. When a condenser was discharged through the galvanometer a throw of 5 cm. was obtained. Find the quantity discharged.)]

3. एक रेल-पथ की लाइनें 1 मीटर विलग हैं। यदि लाइन पर गाड़ी 60 किलोमीटर प्रति घं० की गति से चल रही हो तो लाइनों के बीच के वि० वा० ब० की गणना कीजिए। पृथ्वी के क्षेत्र का क्षैतिज अवयव 0·36 है और नमन कोण 45° है। (उत्तर : 0·6 मिलीवोल्ट)

[The rails of a railway track are 1 metre apart. If a train is passing over the track with a speed of 60 kilometers per hour, calculate the e.m.f. that will exist between the rails. The horizontal component of earth's field is 0·36 and the dip is 45°.]

4. 10 सें०मी० त्रिज्या की एक ताँबे की चकती प्रति मिनट 600 बार परिभ्रमण करती है और इसका समतल एक चुम्बकीय क्षेत्र के लम्बवत् है। यदि चकती के केन्द्र तथा परिधि के बीच प्रेरित वि०वा०ब० 6·28 मिली वोल्ट हो तो क्षेत्र की तीव्रता की गणना कीजिए।

(Agra. U. 1962; cf. B. U. '53 S) (उत्तर : 200 ऑर्स्टेड)

[A copper disc of radius 10 cm. rotates 600 times per minute with its plane perpendicular to a magnetic field. If the induced e.m.f. between the centre and the edge of the disc be 6·28 millivolt, calculate the intensity of the field.]

5 एक भू-प्रेरक प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर से जुड़ा है, जिसकी कुण्डली को क्षैतिज रखकर जब क्षैतिज अक्ष पर 180° से घुमाया जाता है तब 6·3 सें०मी० का प्रक्षेप प्राप्त होता है। जब कुण्डली को चुम्बकीय याम्योत्तर के लम्बवत् रखकर उदग्र अक्ष पर 180° से घुमाया जाता है तब 7 सें०मी० का प्रक्षेप प्राप्त होता है। नमन कोण की गणना कीजिए। (उत्तर : 42°)

[An Earth inductor is connected to a Ballistic galvanometer. When its coil is rotated about a horizontal axis by 180° from its horizontal position, a throw of 6·3 cm. is recorded, and when its coil is rotated about a vertical axis by 180° from a position in which the coil is perpendicular to the magnetic meridian, a throw of 7 cm. is recorded. Calculate the dip at the place.]

५

परिवर्ती धाराएँ
[VARYING CURRENTS]

5.1. विषय-प्रवेश

परिवर्ती धारा अपरिवर्ती (steady) धारा से इस अर्थ में भिन्न है कि इस प्रकार की धारा की शक्ति अथवा दिशा में परिवर्तन के कारण परिपथ से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स का परिवर्तन होता है जिससे परिपथ में एक दूसरा वि० वा० बल उत्पन्न होता है जिसे प्रेरित वि० वा० बल कहा जाता है। इस प्रकार परिवर्ती धारा के परिपथ में जो वि० वा० बल होता है वह प्राथमिक तथा प्रेरित वि० वा० बल का परिणामी होता है। परिवर्ती धारा के कारण विशेष स्थितियों में परिपथ के किसी भाग में आवेश का संचय भी हो जा सकता है और इससे भी परिपथ के वि० वा० बल में परिवर्तन आ सकता है। ऐसी स्थिति परिपथ में संचक के जुटे रहने पर आती है।

5.2. आत्मप्रेरकत्व (Self inductance)

जब किसी विद्युतीय कुण्डली से सम्बद्ध चुम्बकीय फ्लक्स में परिवर्तन होता रहता है तब कुण्डली में एक वि० वा० बल कार्य करता है जिसका मान उससे सम्बद्ध फ्लक्स के परिवर्तन की दर के बराबर होता है, अर्थात्

$$e=-\frac{dN}{dt}.$$

यदि किसी समय परिपथ में धारा i हो तो इस धारा के कारण कुण्डली से सम्बद्ध फ्लक्स

$$N=Li \qquad .. \quad (1),$$

जहाँ L स्थिरांक है बशर्ते परिपथ के समीप परिवर्तनशील चुम्बकत्व का पदार्थ न हो।

तथा,
$$e=-\frac{d}{dt}\ (Li)=-L\frac{di}{dt} \qquad .. \quad (2).$$

कुण्डली में जब धारा का मान बढ़ता रहता है तब उसमें प्रेरित वि० वा० बल की दिशा धारा के विपरीत होती है। अत: कुण्डली में ei अर्ग की दर से कार्य होता है जो परिपथ में ही ऊर्जा के रूप में उत्पन्न होता है। कार्य की यह दर

$$ei=-L\frac{di}{dt}\ =-Li\frac{di}{dt}$$ अर्ग प्रति से० है।

अत: जितने समय में धारा धीरे-धीरे बढ़कर अपरिवर्ती मान i_0 पर पहुँच जाती है, उतने समय में वि० वा० बल के विरोध में किया गया कुल कार्य

$$=-\int_0^t Li\frac{di}{dt}\,dt=-L\int_0^{i_0} idt=-\frac{1}{2}Li_0^2 \qquad .. \quad (3).$$

ऊपर के तीनों समीकरणों में एक राशि L वर्तमान है। इस राशि को कुण्डली का **आत्मप्रेरण गुणांक** (coefficient of self induction) या **आत्मप्रेरकत्व** (self inductance) कहा जाता है जिसकी परिभाषा निम्नलिखित रूपों में दी जा सकती है—

(i) किसी कुण्डली का आत्मप्रेरकत्व आंकिक रूप में (numerically) उस फ्लक्स के बराबर है जो कुण्डली से इकाई धारा प्रवाहित होने पर सम्बद्ध होता है।

(ii) किसी कुण्डली का आत्मप्रेरकत्व आंकिक रूप में उस वि० वा० बल के बराबर होता है जो उसमें इकाई धारा-परिवर्तन की दर के समय प्रेरित होता है।

(iii) किसी कुण्डली का आत्मप्रेरकत्व आंकिक रूप में कुण्डली में इकाई धारा पर उत्पन्न कुण्डली से सम्बद्ध फ्लक्स को स्थापित करने में किये गये कार्य का दुगुना होता है।

आत्मप्रेरकत्व की ये परिभाषाएँ L का एक ही मान देती हैं बशर्ते धारा से उत्पन्न फ्लक्स ऐसे माध्यम में है जिसका चुम्बकत्व स्थिर है।

आत्मप्रेरकत्व की दूसरी परिभाषा से आत्मप्रेरकत्व की इकाई को निम्नलिखित रूप में परिभाषित किया जाता है—

आत्मप्रेरकत्व की निरपेक्ष वि० चु० इ० एक ऐसी कुण्डली का आत्मप्रेरकत्व है जिसमें प्रवाहित धारा का प्रति सेकण्ड एक वि० चु० इ० परिवर्तन एक वि० चु० इ० का वि० वा० बल प्रेरित करता है।

आत्मप्रेरकत्व की व्यावहारिक इकाई **हेनरी** है। **एक हेनरी एक ऐसी कुण्डली का आत्मप्रेरकत्व है जिसमें प्रवाहित धारा का प्रति सेकण्ड एक एम्पियर परिवर्तन एक वोल्ट का वि० वा० बल प्रेरित करता है।**

$$1 \text{ हेनरी}=\frac{1 \text{ वोल्ट}}{1 \text{ एम्पियर प्रति से०}}=\frac{10^8 \text{ वि० चु० इ० का वि० वा० बल}}{10^{-1} \text{ वि० चु० इ० की धारा प्रति से०}}$$

$$=10^9 \text{ वि० चु० इ० का आत्मप्रेरकत्व।}$$

5.3. परिनालिका (Solenoid) का आत्मप्रेरकत्व

मान लें कि परिनालिका स्थिर चुम्बकत्व μ के एक क्रोड (core) पर तार के n घुमावों द्वारा बना है। परिनालिका की लम्बाई l है तथा उसके अनुच्छेद (cross-section) का क्षेत्रफल a है।

यदि परिनालिका के प्रत्येक घुमाव में i धारा बहती हो, तो इसके भीतर का

चुम्बकीय क्षेत्र $=\frac{4\pi ni}{l}$.

परिनालिका की कुण्डली के प्रत्येक घुमाव के साथ सम्बद्ध फ्लक्स

$$=\frac{4\pi\mu nia}{e}=N.$$

यह फ्लक्स परिनालिका की कुण्डली के n घुमावों में से प्रत्येक घुमाव के साथ सम्बद्ध है। अतः धारा i के परिवर्तन से फ्लक्स का परिवर्तन परिपथ को n बार सम्बन्धित करता है जिसके कारण

$$\text{प्रेरित वि० वा० ब०}=e=-n\frac{d}{dt}\left(\frac{4\pi\ \mu nia}{l}\right)$$

$$=-\frac{4\pi\mu n^2a}{e}\cdot\frac{di}{dt}.$$

$e=-L\frac{di}{dt}$ भी है, जहाँ L परिनालिका का आत्मप्रेरकत्व है।

अतः $$-L\frac{di}{dt}=-\frac{4\pi\mu n^2a}{l}\cdot\frac{di}{dt}.$$

$$\therefore\quad L=\frac{4\pi\mu n^2a}{\quad}\text{ वि० चु० इ०}$$

$$=\frac{4\pi\mu n^2a}{l}\times10^{-9}\text{ हेनरी}$$

$$=\frac{4\pi\mu n^2a}{10^9 l}\text{ हेनरी।}$$

5.4. प्रेरकत्व तथा प्रतिरोध युक्त परिपथ में धारा का विकास (growth) तथा क्षय (decay)

धारा का विकास— प्रेरकत्व L तथा प्रतिरोध R युक्त पथ में e वि० वा० बल की बैटरी को जोड़ते ही परिपथ में सम्बद्ध फ्लक्स के परिवर्तन के कारण एक आत्मप्रेरित वि० वा० बल $-L\frac{di}{dt}$ उत्पन्न होता है। अतः परिपथ में परिणामी

वि० वा० बल $e-L\frac{di}{dt}$ हो जाता है। अतः ओम के नियम से

$$e-L\frac{di}{dt}=Ri,$$

जहाँ i परिपथ में किसी समय धारा है।

या $$L\frac{di}{dt}+Ri=e$$

या $$\frac{di}{\frac{e-Ri}{L}}=dt$$

या $$-\frac{1}{R}\frac{d(e-Ri)}{\frac{e-Ri}{L}}=dt$$

या $$-\frac{L}{R}\frac{d\left(\frac{e-Ri}{L}\right)}{\frac{e-Ri}{L}}=dt$$

या $$\frac{L}{R}\int\frac{d\left(\frac{e-Ri}{L}\right)}{\frac{e-Ri}{L}}=-\int dt$$

या $$\frac{L}{R}\log_{\epsilon}\left(\frac{e-Ri}{L}\right)=-t+K,$$

जहाँ K समाकलन-अचर (constant of integration) है।

मान लें कि जब $t=0$, $i=0$, तो ऐसी स्थिति में

$$\frac{L}{R}\log_{\epsilon}\frac{e}{L}=k.$$

$$\therefore\quad \frac{L}{R}\log_{\epsilon}\left(\frac{e-Ri}{L}\right)-\frac{L}{R}\log_{\epsilon}\frac{e}{L}=-t$$

या $$\log_{\epsilon}\left(\frac{e-Ri}{L}\Big/\frac{e}{L}\right)=-\frac{R}{L}t$$

या $$\log_\epsilon \frac{e-Ri}{e} = -\frac{R}{L}t$$

या $$\frac{e-Ri}{e} = \epsilon^{-\frac{R}{L}t}$$

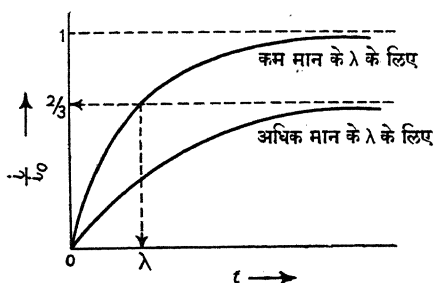
या $$i = \frac{e}{R}\left(1-\epsilon^{-\frac{R}{L}t}\right).$$

$\frac{e}{R}$ धारा का वह अपरिवर्ती मान है जिस पर धारा अन्त में पहुँच जाती है और जिसे i_0 लिखने पर किसी समय पर धारा का मान

$$i = i_0\left(1-\epsilon^{-\frac{R}{L}t}\right) = i_0\left(1-\epsilon^{-\frac{t}{\lambda}}\right),$$

या $$\frac{i}{i_0} = 1-\epsilon^{-\frac{t}{\lambda}}, \qquad \text{जहाँ } \lambda = \frac{L}{R} \text{ है ।}$$

यह समीकरण समय t के साथ परिपथ में धारा के विकास का ढंग (mode) बतलाता है। चित्र 69 में इसे लेखाचित्र द्वारा दिखलाया गया है। धारा को अपरिवर्ती रूप $i=i_0$ में आने में लगे समय की गणना

$$\frac{i}{i_0} = 1 = 1-\epsilon^{-\frac{R}{L}t}$$

या $\epsilon^{-\frac{R}{L}t} = 0$ समीकरण से की जा सकती है। अतः i_0 मान पर पहुँचने में लगा समय

(चित्र 69)

$$t = \infty.$$

धारा के विकास की दर

$$= \frac{di}{dt}$$

$$= \frac{d}{dt}\left[i_0\left(1-\epsilon^{-\frac{t}{\lambda}}\right)\right]$$

$$=\frac{i_0}{\lambda}\epsilon^{-\frac{t}{\lambda}}=\frac{1}{\lambda}i_0\left(1-\frac{i}{i_0}\right)=\frac{i_0-i}{\lambda}.$$

अत: जिस परिपथ का $\lambda=\frac{L}{R}$ से अधिक होगा उसमें धारा का विकास मंद गति से होगा। यहाँ यह भी स्पष्ट है कि धारा के विकास की दर $\lambda=\frac{L}{R}$ पर निर्भर करता है, L तथा R के पृथक् मान पर नहीं। L तथा R के इस अनुपात, λ, को परिपथ का **समय-स्थिरांक** (time constant) कहा जाता है।

$t=\lambda$ समय के बाद धारा का मान

$$i=i_0(1-\epsilon^{-\lambda/\lambda})=i_0\left(\frac{\epsilon-1}{\epsilon}\right)$$

$$=i_0\frac{1.718}{2.718}=0.63i_0$$

$$\simeq\frac{2}{3}\,i_0.$$

अत: परिपथ का समय-स्थिरांक वह समय है जिसमें परिपथ में धारा का मान शून्य से अन्तिम अपरिवर्तित मान के दो-तिहाई के बराबर हो जाता है।

यदि किसी परिपथ का प्रेरकत्व $L=0.1$ हेनरी तथा प्रतिरोध $R=10$ ओम हो तो परिपथ का $\lambda=\frac{0.1}{10}=0.01$ से० $=10$ मिली सेकेण्ड होगा। प्रेरकत्व तथा प्रतिरोध युक्त एक सामान्य परिपथ का समय-स्थिरांक इस कोटि से अधिक का नहीं होगा। अत: परिपथ में धारा इतनी शीघ्रता से बढ़ती है कि किसी साधारण धारामापी द्वारा परिपथ की धारा के विकास की परीक्षा नहीं की जा सकती है।

धारा की क्षति— प्रेरकत्व तथा प्रतिरोधयुक्त परिपथ में धारा के अपरिवर्तित मान i_0 पर पहुँचने पर परिपथ से वि० वा० ब० e को हटाकर परिपथ को बन्द कर देने पर धारा का क्षय आरम्भ हो जाता है। ऐसी स्थिति में परिपथ में चूँकि वि० वा० ब० e शून्य होता है, अत:

$$0-L\,\frac{di}{dt}=Ri \text{ होगा।}$$

इससे $$L\frac{di}{dt}+Ri=0$$

या $$-\frac{L}{R}.\frac{di}{i}=dt$$

या $$\frac{L}{R}\int\frac{di}{i}=-\int dt$$

या $$\frac{L}{R}\log_{\epsilon}{}^{i}=-t+k.$$

जब $t=0$, तब $i=i_0$ है।

अत: ऐसी स्थिति में, $$\frac{L}{R}\log_{\epsilon}{}^{i_0}=k.$$

$$\therefore \quad \log_{\epsilon}\frac{i}{i_0}=-\frac{R}{L}t=-\frac{t}{\lambda}$$

या $$i=i_0\epsilon^{-\frac{R}{L}t}=i_0\epsilon^{-\frac{t}{\lambda}}, \text{ जहाँ पुन: } \frac{R}{L}=\lambda.$$

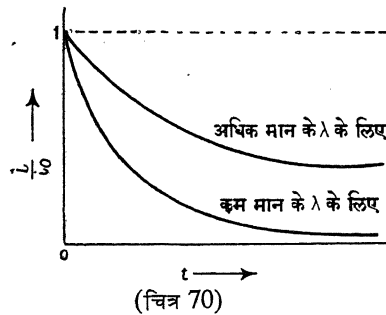
यह t के साथ परिपथ में धारा के क्षय का अन्य ढंग बतलाता है।

(चित्र 70)

धारा का विकास-समीकरण

$$i=i_0\left(1-\epsilon^{-\frac{t}{\lambda}}\right)$$

तथा क्षय समीकरण

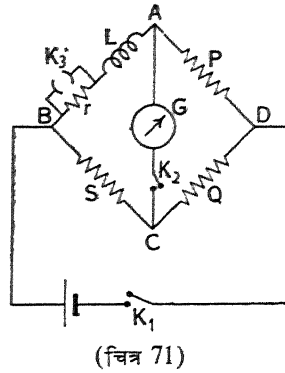
$$i=i_0\epsilon^{-\frac{t}{\lambda}}$$

को जोड़ने पर योगफल धारा के अपरिवर्ती मान i_0 के बराबर आता है। अत: विकासशील (growing) तथा क्षयशील (decaying) धाराएँ कोटिपूरक (complementary) होती हैं।

यह स्पष्ट है कि अधिक मान के समय-स्थिरांक वाले परिपथ में धारा के विकास तथा क्षय अधिक मंद गति से होते हैं।

5.5. आत्मप्रेरकत्व का ज्ञापन

आत्मप्रेरकत्व का ज्ञापन रैले (Rayleigh) की विधि से किया जा सकता है। इस

विधि में आत्मप्रेरकत्व L को ह्विटस्टोन-ब्रिज की AB भुजा में रखा जाता है जिसमें एक छोटा प्रामाणिक प्रतिरोध r भी रहता है। r प्रतिरोध के समानान्तर एक कुंजी K_3 को लगाकर सर्वप्रथम r को लघु-परिपथित (short-circuit) कर दिया जाता है। इसके बाद बैटरी-परिपथ की कुंजी K_1 को बन्द करने के बाद गैलवेनोमीटर G की कुंजी K_2 को बन्द कर P, Q तथा S प्रतिरोधों को समंजित कर ब्रिज को संतुलित कर दिया जाता है ताकि गैलवेनोमीटर शून्य विक्षेप दिखलाए।

(चित्र 71)

इसके बाद गैलवेनोमीटर की कुंजी K_2 को खोल देने के बाद बैटरी की कुंजी K_1 को खोल दिया जाता है। अब सर्वप्रथम गैलवेनोमीटर-परिपथ की कुंजी K_2 को बन्द कर बैटरी की कुंजी K_1 को बन्द किया जाता है। ऐसी स्थिति में बैटरी की कुंजी को बन्द करते ही प्रेरकत्व के परिपथ AB में धारा का विकास होना आरम्भ होता है जिससे उस परिपथ में एक अतिरिक्त वि० वा० ब० $L\frac{di}{dt}$ प्रेरित हो जाता है। अतः ब्रिज का संतुलन नहीं रह पाता है। यदि गैलवेनोमीटर की कुण्डली का प्रतिरोध अधिक है और यह काठ के फ्रेम पर लिपटा है तो ऐसी स्थिति में गैलवेनोमीटर प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर (ballistic galvanometer) के रूप में कार्य करेगा और बैटरी की कुंजी K_1 को दबाते ही उसकी कुण्डली में एक प्रक्षेप θ होगा।

ब्रिज की भुजा AB में $L\frac{di}{dt}$ वि० वा०ब० उत्पन्न होने से ब्रिज के प्रत्येक भाग में इस वि० वा० ब० के अनुरूप धारा प्रवाहित होती है। अतः इसके कारण गैलवेनोमीटर के परिपथ में किसी समय धारा$=kL\frac{di}{dt}$ होगी, जहाँ k एक स्थिरांक है। अतः ऐसी धारा के प्रवाह के कारण AB परिपथ में अन्तिम अपरिवर्तित धारा i_0 स्थापित होने के पहले तक गैलवेनोमीटर से प्रवाहित कुल आवेश

$$=\int_0^t kL\frac{di}{dt}\,dt=kL\int_0^{i_0} di=kLi_0.$$

अत: प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर के सिद्धान्त से

$$kLi_0 = \frac{CT}{2\pi AH}\theta\ (1+\lambda/2),$$

जहाँ θ गैलवेनोमीटर की कुंडली का प्रक्षप है, λ लघुगणकीय अपक्षय (logarithmic decrement) तथा $\frac{CT}{2\pi AH}$ प्राक्षेपिक स्थिरांक (ballistic constant) है।

अत:
$$L = \frac{CT}{2\pi AHki_0}\theta\ (1+\lambda/2).$$

$\frac{Ki_0AH}{C}$ को ज्ञात करने के लिए AB परिपथ के छोटे प्रतिरोध r के समानान्तर जुटी कुंजी को खोलकर AB के प्रतिरोध को r सें बढ़ा दिया जाता है। चूँकि r बहुत ही छोटा है $(0 \cdot 01\Omega)$, अत: AB में अपरिवर्ती धारा i_0 नगण्य मात्रा में घटती है। r प्रतिरोध के जुटने से AB भुजा में एक अतिरिक्त विभव ri_0 उत्पन्न हो जाता है जिसके कारण गैलवेनोमीटर से एक अपरिवर्तीधारा ki_0r प्रवाहित होती है। इससे गैलवेनोमीटर में θ_1 विक्षेप होता है, जो

$$ki_0r = \frac{C}{AH}\theta_1$$ समीकरण से प्राप्त होता है।

अत:
$$\frac{ki_0AH}{C} = \frac{\theta_1}{r}.$$

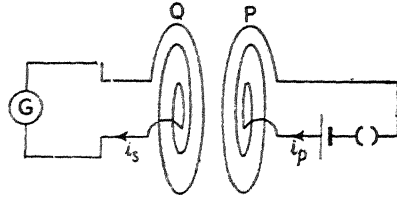
$$\therefore \quad L = \frac{C}{ki_0AH}\cdot\frac{T}{2\pi}\theta\left(1+\frac{\lambda}{2}\right)$$

$$= \frac{rT}{2\pi\theta_1}\theta\left(1+\frac{\lambda}{2}\right).$$

प्रयोग में ब्रिज का पूर्ण संतुलन, जो आवश्यक है, प्राप्त करने के लिए प्रतिरोध बक्सों का व्यवहार किया जाता है और ब्रिज की एक भुजा में प्रतिरोध-बक्स के अतिरिक्त ज्ञात प्रतिरोध का एक मैंगानिन (manganin) का तार जोड़ दिया जाता है ताकि संतुलन प्राप्त करने की अन्तिम व्यवस्था में परिपथ में तार की विशेष लम्बाई जोड़कर पूर्ण संतुलन प्राप्त किया जाय।

5.6. अन्योन्य प्रेरकत्व (Mutual inductance)

P तथा Q दो कुण्डलियाँ हैं जिनकी स्थिति एक-दूसरे की अपेक्षा स्थिर हैं। जब P कुण्डली में एक धारा i_p प्रवाहित होती है तब इस धारा द्वारा उत्पन्न फ्लक्स का कुछ भाग Q कुण्डली से सम्बद्ध होता है। यदि Q से सम्बद्ध फ्लक्स N_s है, तो

$N_s = M_s i_p$, जहाँ M_s एक स्थिरांक है।

(चित्र 72)

इसी प्रकार जब Q कुण्डली में एक धारा i_s प्रवाहित है तब इस धारा द्वारा उत्पन्न फ्लक्स का कुछ भाग P कुण्डली से सम्बद्ध होता है। यदि मान लें कि P से सम्बद्ध फ्लक्स N_p है, तो

$N_p = M_p i_s$, जहाँ M_p एक स्थिरांक है।

यह दिखलाया जा सकता है कि $M_p = M_s = M$ है।

अतः यदि एक कुण्डली में i धारा प्रवाहित होती है तब दूसरी कुण्डली से सम्बद्ध होने वाला फ्लक्स

$$N = Mi \quad \text{.. (1).}$$

जब एक कुण्डली की धारा परिवर्तित होती रहती है, तब दूसरी कुण्डली में प्रेरित वि० वा० ब०

$$e = -\frac{dN}{dt} = -\frac{d}{dt}(Mi) = -M\frac{di}{dt} \quad \text{.. (2).}$$

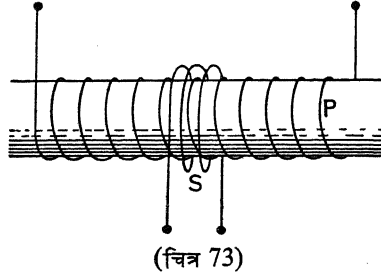
ऊपर के दोनों समीकरणों में एक राशि M वर्तमान है, इस राशि को कुण्डलियों का **अन्योन्य प्रेरण गुणांक** (coefficient of mutual induction) अथवा **अन्योन्य प्रेरकत्व** (Mutual inductance) कहा जाता है जिसकी परिभाषा निम्नलिखित रूपों में दी जा सकती है—

(i) दो कुण्डलियों का अन्योन्य प्रेरकत्व आंकिक रूप में उस फ्लक्स के बराबर है जो एक कुण्डली में इकाई धारा प्रवाहित होने पर दूसरी कुण्डली से सम्बद्ध होता है।

(ii) दो कुण्डलियों का अन्योन्य प्रेरकत्व आंकिक रूप में उस वि० वा० बल के बराबर है जो एक कुण्डली में इकाई धारा परिवर्तन के समय दूसरी कुण्डली में प्रेरित होता है।

अन्योन्य प्रेरकत्व तथा आत्म-प्रेरकत्व की एक ही इकाई होती है।

5.7. परिनालिक प्रेरक का अन्योन्य प्रेरकत्व (Mutual inductance of Solenoidal inductor)

एक लम्बी परिनालिका के ठीक बिचले भाग में कुछ घुमावों की एक दूसरी कुण्डली को समाक्षीय (co-axial) रूप में व्यवस्थित कर देने पर परिनालिक प्रेरक की रचना होती है। इस दूसरी कुण्डली को द्वितीयक तथा परिनालिका की कुण्डली को प्राथमिक कहा जाता है। परिनालिका की कुण्डली में धारा के परिवर्तन के कारण द्वितीयक में प्रेरित वि० वा० बल की उत्पत्ति होती है।

(चित्र 73)

मान लें कि प्राथमिक कुण्डली में घुमावों की संख्या $=n_1$,

परिनालिका की लम्बाई $=l$,

परिनालिका के अनुच्छेद का क्षेत्रफल $=a$,

तथा द्वितीयक कुण्डली में घुमावों की संख्या $=n_2$ है।

यदि किसी समय परिनालिका के प्रत्येक घुमाव में i धारा बहती हो, तो इसके भीतर का चुम्बकीय क्षेत्र

$$=\frac{4\pi n_1 i}{l}.$$

अत: परिनालिका पर ही लिपटे द्वितीयक के प्रत्येक घुमाव के साथ सम्बद्ध फ्लक्स

$$=\frac{4\pi\mu n_1 ia}{l}=N.$$

यह फ्लक्स द्वितीयक की कुण्डली के n_2 घुमावों में प्रत्येक घुमाव के साथ सम्बद्ध है। अत: i के परिवर्तन से फ्लक्स का परिवर्तन द्वितीयक के परिपथ से n_2 बार सम्बन्धित है, जिसके कारण प्रेरित वि० वा० ब०

$$=e=-n_2\frac{d}{dt}\left(\frac{4\pi\mu n_1 ia}{l}\right)$$

$$=-\frac{4\pi\mu n_1 n_2 a}{l}\frac{di}{dt}.$$

$e=-M\frac{di}{dt}$ भी है, जहाँ M परिनालिका तथा द्वितीयक का अन्योन्य प्रेरकत्व है।

अतः
$$-M\frac{di}{dt}=-\frac{4\pi\mu n_1 n_2 a}{l}.\frac{di}{dt}.$$

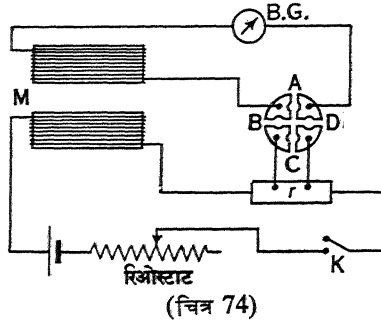
$$\therefore \quad M=\frac{4\pi\mu n_1 n_2 a}{l} \text{ वि० चु० इ०}$$

$$=\frac{4\pi\mu n_1 n_2 a}{l}\times 10^{-9} \text{ हेनरी}$$

$$=\frac{4\pi\mu n_1 n_2 a}{10^9 l} \text{ हेनरी ।}$$

5.8. अन्योन्य प्रेरकत्व का ज्ञापन

प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर की सहायता से अन्योन्य प्रेरकत्व के ज्ञापन के लिए जिस परिपथ की रचना की जाती है उसे चित्र 74 में दिखलाया गया है। प्राथमिक कुण्डली के परिपथ में r एक प्रामाणिक प्रतिरोध है जिसका मान बहुत ही कम है (0·01Ω)।

(चित्र 74)

प्रयोग करते समय सर्वप्रथम कुंजी A को बन्द कर द्वितीयक के परिपथ को पूरा किया जाता है। तब प्राथमिक कुण्डली के परिपथ की कुंजी K को बन्द किया जाता है। K के बन्द होते ही प्राथमिक में धारा का विकास प्रारम्भ होता है और द्वितीयक से क्रमशः बढ़ता हुआ फ्लक्स सम्बद्ध होता है जिससे उसमें वि० वा० ब०

$$e=-M\frac{di}{dt}$$

प्रेरित होता है। इस वि० वा० ब० के कारण किसी समय द्वितीयक में प्रवाहित धारा

$$i=\frac{e}{R}=\frac{M}{R}.\frac{di}{dt},$$

जहाँ R द्वितीयक के परिपथ का प्रतिरोध है। अतः प्राथमिक में जितनी देर में अन्तिम

अपरिवर्ती धारा i_0 प्रकट होती है, उतनी देर में प्राक्षेपिक धारामापी से प्रवाहित आवेश

$$=Q=\int_0^t idt=\int_0^t \frac{M}{R}\cdot\frac{di}{dt}\cdot dt$$

$$=\frac{M}{R}\int_0^{i_0} di=\frac{Mi_0}{R} \text{ होता है ।}$$

अत: प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर के सिद्धान्त से

$$\frac{Mi_0}{R}=\frac{CT}{2\pi AHt}\theta\ (1+\lambda/2),$$

जहाँ Q आवेश के प्रवाह के कारण गैलवेनोमीटर की कुण्डली का प्रक्षेप θ है, λ लघुगणकीय-अपक्षय, तथा $\frac{CT}{2\pi AH}$ प्राक्षेपिक स्थिरांक है ।

अत: $$M=\frac{CTR}{2\pi AHi_0}\theta\ (1+\lambda/2).$$

$\frac{C}{AHi_0}$ को ज्ञात करने के लिए A कुंजी को निकालकर B तथा D कुंजियों को बन्द कर दिया जाता है । K कुंजी को बन्द करने पर r पर उत्पन्न विभव द्वितीयक के परिपथ में लगता है जिससे द्वितीयक के परिपथ में एक स्थिर धारा प्रवाहित होती है और गैलवेनोमीटर में एक अपरिवर्ती (steady) विक्षेप होता है ।

मान लें कि प्राथमिक के परिपथ में स्थिर धारा i_0 प्रवाहित है । अतः r पर विभव$=i_0r$, जिससे द्वितीयक के परिपथ में प्रवाहित धारा$=\frac{i_0r}{R}$ है । यदि इस धारा के कारण गैलवेनोमीटर की कुण्डली का विक्षेप θ_1 हो तो

$$\frac{i_0r}{R}=\frac{C}{AH}\theta_1$$

या $$\frac{C}{AHi_0}=\frac{r}{R}\cdot\frac{1}{\theta_1}.$$

$$\therefore \quad M=\frac{C}{AHi_0}\cdot\frac{TR}{2\pi}\theta\ (1+\lambda/2)$$

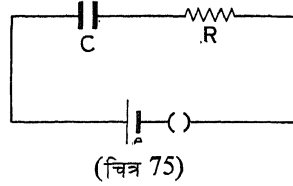
$$=\frac{r}{R\theta_1}\cdot\frac{TR}{2\pi}\theta\ (1+\lambda/2)$$

$$=\frac{rT}{2\pi\theta_1}\theta\ (1+\lambda/2).$$

अत: T तथा λ का मान ज्ञात होने पर इस सूत्र से M का मान ज्ञात हो जायगा ।

5.9. धारिता का आवेशन तथा अनावेशन (Charge and discharge of Condenser)

आवेशन— परिपथ में वि० वा० ब० e लगाने पर एक धारा प्रवाहित होती है जिसके कारण धारिता पर आवेश इकट्ठा होता है । मान लें कि किसी समय धारिता पर आवेश q है । उस समय उसकी प्लेटों का विभवान्तर $\frac{q}{C}$ होगा । यदि उस समय परिपथ में धारा i है तो R प्रतिरोध पर विभवान्तर $=Ri$ होगा । इन दोनों विभवान्तरों का योग वि० वा० ब० e के बराबर होगा ।

(चित्र 75)

अत:, $$\frac{q}{C}+Ri=e.$$

और चूँकि $$i=\frac{dq}{dt},$$

$$\therefore \quad R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=e, \quad \text{या} \quad \frac{dq}{dt}=\frac{e-\frac{q}{C}}{R}$$

या $$\frac{dq}{\frac{e-\frac{q}{C}}{R}}=dt$$

या
$$\frac{-CRd\left(\frac{e-q/C}{R}\right)}{\left(\frac{e-q/C}{R}\right)}=dt$$

या
$$CR\int\frac{d\left(\frac{e-q/C}{R}\right)}{\left(\frac{e-q/C}{R}\right)}=-\int dt$$

या
$$CR\log_{\epsilon}\left(e-\frac{q/C}{R}\right)=-t+K,$$ जहाँ K एक स्थिरांक है।

यदि $q=0$, जब $t=0$, तो

$$CR\log_{\epsilon}\frac{e}{R}=K.$$

$$\therefore\quad \log_{\epsilon}\frac{e-\frac{q}{C}}{e}=-\frac{t}{CR}$$

या
$$q=Ce\left(1-\epsilon^{-\frac{t}{CR}}\right).$$

धारिता के पूर्णरूपेण आवेशित होने पर उस पर आवेश $=Ce$ । मान लें कि धारिता का यह अपरिवर्ती आवेश $Ce=q_0$ है।

$$\therefore\quad q=q_0\left(1-\epsilon^{-\frac{t}{CR}}\right).$$

यह स्पष्ट है कि यहाँ CR परिपथ का समय-स्थिरांक λ है।

अतः
$$q=q_0\left(1-\epsilon^{-\frac{t}{\lambda}}\right).$$

अनावेशन— धारिता का विभवान्तर आवेश अपरिवर्ती मान q_0 के उपयुक्त हो जाने पर परिपथ से वि० वा० ब० e को हटाकर परिपथ को बन्द कर देने पर धारिता का अनावेशन आरम्भ हो जाता है। ऐसी स्थिति में चूँकि परिपथ में

वि० वा० ब० e शून्य होता है, अतः

$$\frac{q}{C}+Ri=0$$

या $$R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0, \quad \text{या} \quad \frac{dq}{q}=-\frac{dt}{CR}$$

या $$\int\frac{dq}{q}=-\frac{1}{CR}\int dt$$

या $$\log_\epsilon q=-\frac{t}{CR}+k,$$ जहाँ k स्थिरांक है।

यदि $q=q_0$, जब $t=0$, तो

$$\log_\epsilon q_0=k.$$

$$\therefore \log_\epsilon\frac{q}{q_0}=-\frac{t}{CR}$$

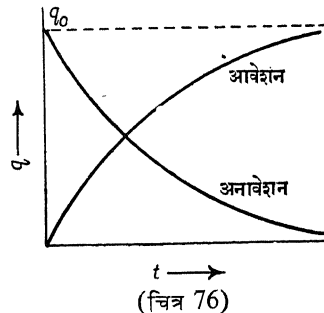
या $$\frac{q}{q_0}=\epsilon^{-\frac{t}{CR}}, \quad \text{या} \quad q=q_0\epsilon^{-\frac{t}{\lambda}}.$$

आवेशित या अनावेशित होते समय धारिता का आवेश किस प्रकार क्रमशः बढ़ता या घटता है उसे चित्र 76 में दिखलाया गया है।

(चित्र 76)

धारिता के आवेशित होते समय परिपथ में तात्कालिक धारा

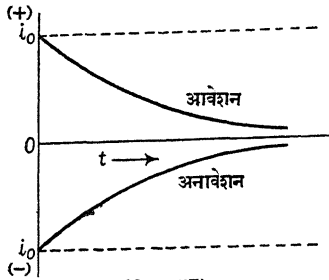
$$i=\frac{dq}{dt}=q_0\frac{d}{dt}\left(1-\epsilon^{-\frac{t}{CR}}\right)$$

$$=\frac{q_0}{CR}\epsilon^{-\frac{t}{CR}}=\frac{e}{R}\epsilon^{-\frac{t}{CR}}=i_0\epsilon^{-\frac{t}{CR}}$$

जहाँ $i=i_0$, जब $t=0$ है।

तथा, धारिता के अनावेशित होते समय परिपथ में तात्कालिक धारा

$$i = \frac{dq}{dt} = -\, q_0 \frac{d}{dt}\left(\epsilon^{-\frac{t}{CR}}\right)$$

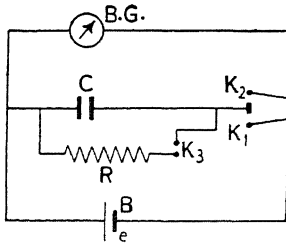
$$= -\left(\frac{q_0}{CR}\epsilon^{-\frac{t}{CR}}\right)$$

$$= -\frac{e}{R}\epsilon^{-\frac{t}{CR}} = -i_0\epsilon^{-\frac{t}{CR}},$$

(चित्र 77)

जहाँ $i = i_0$, जब $t = 0$ है ।

अत: यह स्पष्ट है कि आवेशक तथा अनावेशक दोनों ही धाराएँ एक ही उच्चतम मान की होती हैं और समय के साथ दोनों ही मान में एक ही रूप में क्षीण होती हैं । किन्तु अनावेशक धारा की दिशा आवेशक धारा की दिशा के विपरीत होती है ।

5.10. क्षरण विधि से उच्च प्रतिरोध का मापन (Measurement of high resistance by the method of leakage)

इस प्रयोग के लिए जिस परिपथ की रचना करनी पड़ती है उसे चित्र 78 में दिखलाया गया है । C एक उच्च मान की ज्ञात धारिता है, R उच्च मान वाला अज्ञात प्रतिरोध है । K_2 तथा K_3 कुंजियों को खुला रखकर यदि K_1 कुंजी को कुछ समय तक बन्द रखा जाय तो C धारिता, $q_0 = Ce$ अपरिवर्ती आवेश से युक्त हो जायगी, जहाँ e बैटरी B का वि० वा० ब० है ।

(चित्र 78)

अब यदि K_1 तथा K_3 कुंजियों को खुला रखकर K_2 कुंजी को बन्द कर दिया जाय तो q_0 आवेश प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर से प्रवाहित होकर उसकी कुण्डली को θ_0 से प्रक्षेपित कर देगा । प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर के सिद्धान्त से

$$q_0 = Ce = k\theta_0\left(1 + \frac{\lambda}{2}\right) \qquad \ldots (1),$$

जहाँ λ = लघुगणकीय अपक्षय, तथा k = प्राक्षेपिक स्थिरांक है ।

अब पुन: K_2 तथा K_3 कुंजियों को खुला रखकर तथा K_1 कुंजी को दबाकर धारिता को अपरिवर्ती आवेश q_0 तक आवेशित किया जाता है । इसके बाद K_1 कुंजी को खोलकर और सिर्फ K_3 कुंजी को एक नियत समय t से० तक बन्द रख

कर धारिता को प्रतिरोध R होकर t से० तक अनावेशित किया जाता है। t से० के अन्त में कुंजी K_3 को खोल दिया जाता है और कुंजी K_2 को बन्द कर धारिता पर बचे आवेश q को प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर होकर प्रवाहित किया जाता है जिससे उसकी कुण्डली में θ प्रक्षेप होता है। प्राक्षेपिक गैलवेनोमीटर के सिद्धान्त से

$$q=Ce'=k\theta\left(1+\frac{\lambda}{2}\right) \qquad \ldots (2)$$

जहाँ e'=धारिता पर t से० के बाद विभवान्तर है।

अतः $$\frac{q}{q_0}=\frac{e'}{e}=\frac{\theta}{\theta_0}.$$

हम जानते हैं कि

$$q=q_0\epsilon^{-\frac{t}{CR}}$$

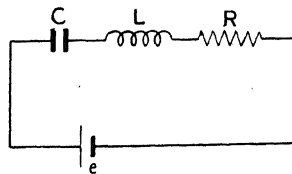
या $$\log_\epsilon\frac{q}{q_0}=-\frac{t}{CR}$$

या $$\log_\epsilon\frac{\theta}{\theta_0}=-\frac{t}{CR}, \text{ या } \log_\epsilon\frac{\theta_0}{\theta}=\frac{t}{CR}.$$

या $$\therefore \quad R=\frac{t}{C\log_\epsilon\frac{\theta_0}{\theta}}=\frac{t}{2{\cdot}3026C\log_{10}\frac{\theta_0}{\theta}}.$$

अतः प्रयोग द्वारा t, θ_0 तथा θ को ज्ञात कर R की गणना की जा सकती है।

5.11. प्रेरकत्व तथा प्रतिरोध होकर धारिता का आवेशन तथा अनावेशन (Charge and discharge of a Condenser through inductance and resistance)

आवेशन— प्रेरकत्व तथा प्रतिरोध होकर धारिता के आवेशन में धारिता पर तात्कालिक आवेश का सूत्र

(चित्र 79)

$$q = q_0\left\{1 - \tfrac{1}{2}\left(1 + \frac{b}{\sqrt{b^2-k^2}}\right)\epsilon^{(-b+\sqrt{b^2-k^2})t} - \tfrac{1}{2}\left(1 - \frac{b}{\sqrt{b^2-k^2}}\right)\epsilon^{-(-b-\sqrt{b^2-k^2})t}\right\}$$

पाया जाता है, जहाँ

$$2b = \frac{R}{L} \text{ तथा } k^2 = \frac{1}{LC} \text{ है ।}$$

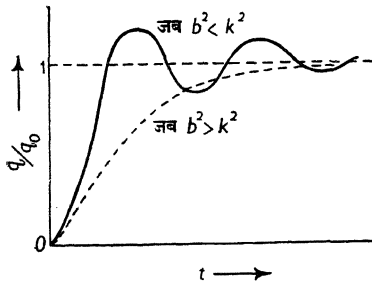
जब $b^2 > k^2$ होता है, तब धारिता पर आवेश धीरे-धीरे अपने अपरिवर्ती मान q_0 पर पहुँच जाता है। चित्र 80 में इस स्थिति को बिन्दीदार वक्र से दिखलाया गया है।

जब $b^2 < k^2$ होता है, तब आवेश का सूत्र

$$q = q_0\{1 - \frac{k\epsilon^{-bt}}{\sqrt{k^2-b^2}} \cos(\sqrt{k^2-b^2}\ \ t - \theta)\}$$

हो जाता है, जहाँ

$$\theta = \tan^{-1}\frac{b}{\sqrt{k^2-b^2}} \text{ है ।}$$

(चित्र 80)

चित्र 80 में ही इस स्थिति को पूर्ण वक्र द्वारा दिखलाया है। यह स्पष्ट है कि इस स्थिति में आवेशन दोलनमय (oscillatory) होता है। इसका अर्थ यह है कि धारिता के आवेशन के समय उसके आवेश में घटाव-बढ़ाव होता है। यहाँ यह भी स्पष्ट है कि धारिता का दोलनमय आवेशन अवमंदित (damped) भी होता है, अर्थात् आवेशन का दोलन-विस्तार (amplitude) धीरे-धीरे घटता जाता है।

$b^2 < k^2$ की स्थिति में परिपथ में तात्कालिक आवेशक धारा

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{q_0 k^2 \epsilon^{-bt}}{\sqrt{k^2-b^2}} \ \sin\sqrt{k^2-b^2}.t.$$

यह स्पष्ट है कि धारा प्रत्यावर्त्ती है जिसका शिखर-मान (Peak value) धीरे-धीरे तब तक घटता जाता है जब तक धारा शून्य न हो जाय।

यह स्पष्ट है कि जब

$$t=0, \frac{\pi}{\sqrt{k^2-b^2}}, \quad \frac{2\pi}{\sqrt{k^2-b^2}}, \ldots \text{ आदि,}$$

तब धारा का मान शून्य होता है। अतः धारा का अर्द्धकम्पन-काल $\frac{\pi}{\sqrt{k^2-b^2}}$ है,

तथा कम्पन-काल $T=\frac{2\pi}{\sqrt{k^2-b^2}}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}}$ है।

$$\therefore \quad \text{कम्पनांक } f=\frac{1}{T}=\frac{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}}{2\pi}.$$

यदि R बहुत ही छोटा हो, तो

$$T=2\pi\sqrt{LC}, \text{ तथा } f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

अनावेशन— अनावेशन में धारिता पर तात्कालिक आवेश का सूत्र

$$q=q_0\left\{\frac{1}{2}\left(1+\frac{b}{\sqrt{b^2-k^2}}\right)\epsilon^{-(-b+\sqrt{b^2-k^2})t}\right.$$

$$\left.+\frac{1}{2}\left(1-\frac{b}{\sqrt{b^2-k^2}}\right)\epsilon^{-(-b-\sqrt{b^2-k^2})t}\right\}$$

पाया जाता है, जहाँ $2b=\frac{R}{L}$, तथा $k^2=\frac{1}{\sqrt{LC}}$ है।

जब $b^2>k^2$ होता है, तब धारिता पर आवेश धीरे-धीरे शून्य हो जाता है। चित्र 81 में इस स्थिति को बिन्दीदार वक्र से दिखलाया गया है।

जब $b^2<k^2$ होता है, तब आवेश का सूत्र

$$q=\frac{q_0k\epsilon^{-bt}}{\sqrt{k^2-b^2}}\cos\left(\sqrt{k^2-b^2}.t-\theta\right)$$

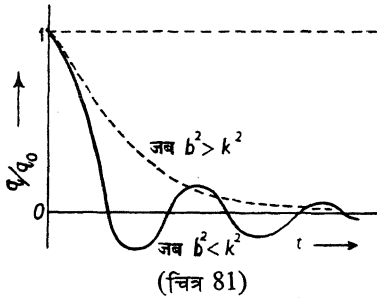
हो जाता है, जहाँ $\theta=\tan^{-1}\frac{b}{\sqrt{k^2-b^2}}$ है।

चित्र 81 में ही इस स्थिति को पूर्ण वक्र द्वारा दिखलाया गया है।

यह स्पष्ट है कि इस स्थिति में अनावेशन दोलनमय होता है और दोलन का विस्तार अवमंदित होता है।

$b^2<k^2$ की स्थिति में परिपथ में अनावेशक धारा

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{q_0k^2\epsilon^{-bt}}{\sqrt{k^2-b^2}}\sin\sqrt{k^2-b^2}\,.t \text{ होती है।}$$

(चित्र 81)

यह स्पष्ट है कि धारा प्रत्यावर्त्ती है जिसका शिखर-मान धीरे-धीरे घटकर शून्य हो जाता है।

जब $t=0, \dfrac{\pi}{\sqrt{k^2-b^2}}, \dfrac{2\pi}{\sqrt{k^2-b^2}}, \ldots$ आदि, तब धारा का मान शून्य होता है।

अत: धारा का कम्पन-काल

$$T=\frac{2\pi}{\sqrt{k^2-b^2}}=\frac{2\pi}{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}}.$$

$$\therefore \quad \text{कम्पनांक } f=\frac{\sqrt{\frac{1}{LC}-\frac{R^2}{4L^2}}}{2\pi}.$$

यदि R बहुत ही छोटा हो, तो

$$T=2\pi\sqrt{LC}, \text{ तथा } f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}.$$

मान लें कि परिपथ का $R=0$ है। ऐसी स्थिति में अनावेशक धारा (discharge current)

$$i=q_0k\sin kt, \text{ तथा आवेश } q=q_0\cos kt.$$

अतः जब धारा अपने शिखर पर रहती है तब धारिता पर आवेश शून्य होता है। अत: ऐसे समय,

$$\text{प्रेरकत्व } L \text{ में ऊर्जा} = \tfrac{1}{2}Li_0^2 = \tfrac{1}{2}Lq_0^2k^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot \frac{q_0^2}{C},$$

तथा धारिता C में ऊर्जा $= \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = 0,$

और परिपथ में कुल ऊर्जा $= \frac{1}{2} \cdot \frac{q_0^2}{C} + 0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_0^2}{C}$.

जब धारा का मान शून्य रहता है, तब धारिता पर आवेश का मान q_0 रहता है।

अत: ऐसे समय प्रेरकत्व L में ऊर्जा $= \frac{1}{2}Li^2 = 0,$

तथा धारिता C में ऊर्जा $= \frac{1}{2} \cdot \frac{q^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_0^2}{C},$

और परिपथ में कुल ऊर्जा $= 0 + \frac{1}{2} \cdot \frac{q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{q_0^2}{C}$.

इस प्रकार हम देखते हैं कि जब R शून्य होता है तब परिपथ की कुल ऊर्जा प्रेरकत्व तथा धारिता के बीच प्रत्यावर्तित (alternate) होती रहती है।

R का मान शून्य न होने पर परिपथ में प्रतिरोध पर धारा के प्रवाहित होने से ऊर्जा की क्षति (dissipation of energy) निरन्तर ऊष्मा के रूप में होती रहती है। इससे आवेश की ऊर्जा प्रत्येक दोलन में घटते-घटते शून्य हो जाती है। जब अनावेशक धारा का कम्पनांक काफी अधिक होता है तब ऊर्जा की क्षति उष्मा के अतिरिक्त, परिपथ से विकीर्ण ऊर्जा के रूप में भी होती है।

साधित उदाहरण

1. यदि 5×10^{-3} हेनरी के आत्म-प्रेरकत्व वाली कुण्डली में समरूप से 0·1 से० में धारा 0 से 1 एम्पियर बढ़ जाती हो तो आत्म-प्रेरित वि०वा०ब० का मान और दिशा ज्ञात कीजिए। (B. U. 1965 A)

(If the current in a coil of self inductance 5×10^{-3} henry increases

uniformly from 0 to 1 ampere in 0·1 second, find the magnitude and direction of the self induced e.m.f.)

यहाँ $\delta i = 1 - 0 = 1$ एम्पियर

तथा $\delta t = 0{\cdot}1$ सेकण्ड।

$\therefore$ आत्म-प्रेरित वि०वा०ब० $= e = -\dfrac{d\varphi}{dt} = -L\dfrac{di}{dt}$.

$$\therefore \quad e = -5 \times 10^{-3} \times \frac{1}{0{\cdot}1}$$

$$= -5 \times 10^{-2} \text{ वोल्ट} = -50 \text{ मिलीवोल्ट}$$

जिसकी दिशा ऐसी है कि धारा का विरोध हो।

2. 50 हेनरी की एक कुण्डली को 2 वोल्ट वि०वा०ब० की बैटरी से 10 ओम के प्रतिरोध होकर जोड़ दिया गया है। इस परिपथ के समय-स्थिरांक का क्या अर्थ होगा ? इस परिपथ में अन्त में कितनी उच्चतम धारा उत्पन्न होगी ?

(R. U. 1963 A)

(A coil of 10 henries is connected to the terminals of a battery of 2 volts e.m.f. through a resistance of 2 ohms. What do you mean by the time constant of this circuit ? How much current is finally established in the circuit ?)

परिपथ का समय स्थिरांक $= \dfrac{L}{R} = \dfrac{10}{2} = 5$ से०;

परिपथ में t से० के बाद धारा,

$$i = i_0\left(1 - \epsilon^{-\frac{t}{\lambda}}\right), \text{ जहाँ } i_0 \text{ धारा का अन्तिम मान है।}$$

जब $t \to \infty$, तब $i = i_0 = \dfrac{e}{R} = \dfrac{2}{10} = 0{\cdot}2$ एम्पियर।

जब $t = \dfrac{L}{R} = 5$ से०, तब

$$i = 0{\cdot}2\left(1 - \epsilon^{-\frac{5}{5}}\right) = \left(1 - \frac{1}{\epsilon}\right) \times 0{\cdot}2$$

$$= \left(\frac{\epsilon - 1}{\epsilon}\right) \times 0{\cdot}2 = 0{\cdot}63 \times 0{\cdot}2 \simeq \tfrac{2}{3} \times 0{\cdot}2 \text{ एम्पियर।}$$

अत: इस परिपथ के समय-स्थिरांक $\frac{2}{3}$ से० का अर्थ यह है कि $\frac{2}{3}$ से० के बाद इस परिपथ में धारा अपने अन्तिम मान, 0·2 एम्पियर के $\frac{2}{3}$ भाग पर पहुँच जाती है।

3. 16 सें०मी० लम्बी एक परिनालिका में 1280 घुमाव हैं और उसका परिच्छेद

10 वर्ग सें०मी० है। परिनालिका के मध्यभाग पर सटकर लिपटी एक दूसरी 1000 घुमावों की कुण्डली है। कुण्डलियों के पारस्परिक प्रेरकत्व की गणना हेनरी में कीजिए। (P. U. 1949; B. U. 1959 S)

(A solenoid 16 cm. long, has 1280 turns and its cross-section is 10 sq. cm. There is another coil of 1000 turns closely wound on the central part of the solenoid. Find the mutual inductance of the coils in henries.)

$$M = \frac{4\pi n_1 n_2 a}{10^9 l} \text{ हेनरी}$$

$$= \frac{4 \times 22 \times 1280 \times 1000 \times 10}{7 \times 10^9 \times 16} \text{ हेनरी}$$

$$= 0{\cdot}01006 \text{ हेनरी।}$$

प्रश्नावली ५

(अ)

1. 'पारस्परिक प्रेरकत्व' को परिभाषित कीजिए और आवश्यक सिद्धान्त तथा चित्र के साथ इसके नापने की विधि का वर्णन कीजिए। (P. U. 1965 A)

[Define 'mutual inductance' and describe with necesary theory and diagram a method of measuring it.]

2. समझाएँ कि आत्म-प्रेरण के गुणांक का अर्थ क्या है।

दिखलाएँ कि अपरिवर्ती वि०वा०ब० तथा प्रेरकत्वयुक्त प्रतिरोध वाले परिपथ से वि०वा०ब० को एकाएक हटा लेने पर धारा का क्षय समय के साथ घातीय रूप में होता है। (R. U. 1963 A)

[Explain what is meant by the coefficient of self-induction.

Show that in a circuit with a steady e. m. f. and inductive resistance, the current decays exponentially with time when the e. m. f. is suddenly withdrawn.]

3. 'आत्म-प्रेरण के गुणांक' को परिभाषित कीजिए और एक कुण्डली के लिए इसके मान को ज्ञात करने के लिए एक प्रयोग का वर्णन कीजिए। (R. U. 1966 A)

[Define coefficient of self-induction and describe an experiment to determine its value for a coil.]

4. आत्म-प्रेरकत्व तथा धारा-परिवर्तन की दर के पदों में परिपथ में आत्म-प्रेरित वि०वा०ब० का व्यंजक प्राप्त करें। इस प्रकार हेनरी की परिभाषा को भी प्राप्त करें। (B. U. 1965 A)

[Deduce an expression for the self induced e.m.f. in a circuit in terms of the self-inductance and the rate of change of current. Hence also obtain the definition of henry.]

(ब)

1. 5 ओम प्रतिरोध तथा 4 हेनरी प्रेरकत्व की एक परिनालिका को 10 वोल्ट तथा नगण्य प्रतिरोध की बैटरी से जोड़ा जाता है। कितनी देर के बाद इसमें धारा 1 एम्पियर पर पहुँच जायगी ? (Utkal 1963) (उत्तर : 0·55 से०)

[A solenoid having a resistance of 5 ohms and self-inductance of 4 henries is connected to a battery of e.m.f. 10 volts and negligible resistance. After how long will the current rise to 1 amp. ?]

2. 30 सें०मी० लम्बी तथा 150 घुमावों वाली 5 सें०मी० त्रिज्या की वायु-क्रोडित परिनालिका के आत्म-प्रेरकत्व की गणना कीजिए।

(Gorakh. U. 1964) (उत्तर : 0·74 मिली-हेनरी)

[Calculate the self inductance of a solenoid with air core of length 30 cm. comprising 150 turns of radius 5 cm.]

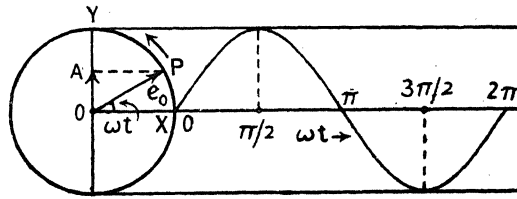
3. 0·1 माइक्रो फैराड तथा 10 मेग ओम की धारिता को एक विशेष विभव तक आवेशित कर विसंवाहित कर दिया जाता है। धारिता का विभव प्रारंभिक मान के आधे पर कितने समय के बाद उतर आयेगा ? (Delhi. U. 1959) (उत्तर : 0·69 सेकण्ड)

[A condenser of capacity 0·1 microfarad and resistance 10 megohms is charged to a certain potential and then insulated. Find the time the potential will take to fall to half the original value.]

६

प्रत्यावर्ती धाराएँ
(ALTERNATING CURRENTS)

6.1. प्रत्यावर्ती धारा

यह दिखलाया जा चुका है कि यदि किसी कुण्डली को समरूप गति से किसी समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में घुमाया जाय, तो कुण्डली में वि० वा० ब० का उत्पादन होता है जिसका किसी समय (instant) t के अन्त में तात्कालिक (instantaneous) मान $e=e_0\sin\omega t$ होता है, जहाँ $e_0=$ वि०वा०ब० का अधिकतम मान (peak value) है, तथा ω कुण्डली का कोणीय वेग है। इस विद्युत्वाहक बल की प्रकृति को समझने के लिए e_0 लम्बाई की एक सरल रेखा OP की कल्पना करें (चित्र 82) जिसका O छोर स्थिर है, और OP अपने स्थिर छोर O की चारों ओर एक समरूप कोणीय वेग ω से घड़ी की सूई की चाल की विपरीत दिशा में चक्कर काट

(चित्र 82)

रही है। किसी समय t के अन्त में Y-अक्ष पर OP का प्रक्षेप (projection), $OA=OP\sin\omega t$ तात्कालिक वि० वा० ब० e का मान (magnitude) है। भिन्न-भिन्न समयों में इस प्रक्षेप की लम्बाई क्या होगी यह चित्र 82 से स्पष्ट है। प्रक्षेप के मान तथा दिशा समय के साथ सरल आवर्त्य रूप में बदलते हैं। अतः यह स्पष्ट है कि प्रेरित (induced) वि० वा० ब० प्रत्यावर्ती (alternating) है।

जितने समय के बाद वि० वा० ब० की कोई विशेष दशा या कला (state or phase) पुनः लौट आती है, उसे आवर्त्य काल (periodic time) कहा जाता है और उसे T अक्षर से दरसाया जाता है। अतः $e=e_0\sin\omega t=e_0\sin\omega(t+T)$ जिसके लिए यह आवश्यक है कि

$$\omega(t+T)=\omega t+2\pi$$

या $$\omega T=2\pi$$

या $$T=\frac{2\pi}{\omega}.$$

चित्र 82 में $\omega t=0$ से $\omega t=\omega T=2\pi$ तक वि० वा० ब० की एक पूर्ण स्थिति दिखलायी गयी है। ऐसी पूर्ण स्थिति को वि० वा० ब० का एक **चक्र** (cycle) कहा जाता है। प्रत्येक सेकण्ड में वि० वा० ब० के इस प्रकार के चक्रों की जो संख्या होती है उसे वि० वा० ब० का **कम्पनांक** (frequency) कहा जाता है और उसे f अक्षर से दरसाया जाता है। स्पष्टत:

$$f=\frac{1}{T}, \text{ या } T=\frac{1}{f}.$$

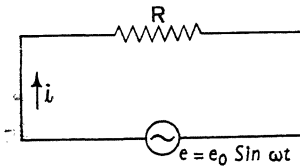
$$\therefore \quad \frac{2\pi}{\omega}=T=\frac{1}{f}, \quad \text{या} \quad \omega=2\pi f.$$

अत:

$$e=e_0\sin\omega t$$
$$=e_0\sin 2\pi ft$$

यदि किसी प्रतिरोध R को $e=e_0\sin\omega t$ के वि० वा० ब० वाले स्रोत से जोड़ दिया जाय तो ओम के नियम के अनुसार R प्रतिरोध में किसी समय t के अन्त में तात्कालिक धारा

$$i=\frac{e_0}{R}\sin\omega t=I_0\sin 2\pi ft$$

(चित्र 83)

प्रवाहित होगी, जहाँ $I_0=\frac{e_0}{R}$ = धारा का अधिकतम मान (peak value) है जिसे **शिखर-धारा** (peak current) कहा जाता है। धारा का स्वरूप वही है जो वि० वा० ब० का है। अत: यह धारा प्रत्यावर्ती धारा है, जिसका कम्पनांक f है। एकदिशागामी सरल धारा (अपरिवर्ती धारा) से यह धारा भिन्न है क्योंकि इसके मान तथा दिशा परिवर्तनशील हैं।

6.2. प्रतीयमान धारा तथा प्रतीयमान वि० वा० ब० (Virtual current and Virtual e.m.f.)

प्रत्यावर्ती धारा तथा प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० के परिवर्तनशील होने के कारण एक साधारण विद्युच्चुम्बकीय अम्मापी अथवा वोल्टमापी धारा अथवा वि० वा० ब० के पूर्ण चक्र के मध्यमान (average) को निर्देशित करेगा। प्रत्यावर्ती धारा का तात्कालिक रूप

$i=I_0\sin\omega t=I_0\sin\alpha$ होता है, जहाँ $\alpha=\omega t$ है।

अतः धनात्मक अर्द्धचक्र पर की धारा का मध्यमान (average)

$$=\frac{\int_0^{\pi} i d\alpha}{\int_0^{\pi} d\alpha}=\frac{\int_0^{\pi} I_0 \sin\alpha d\alpha}{\pi}$$

$$=-\frac{I_0}{\pi}\Big[\cos\alpha\Big]_0^{\pi}=\frac{2I_0}{\pi}.$$

इसी प्रकार ऋणात्मक अर्द्ध-चक्र पर धारा का मध्यमान $=-\dfrac{2I_0}{\pi}$.

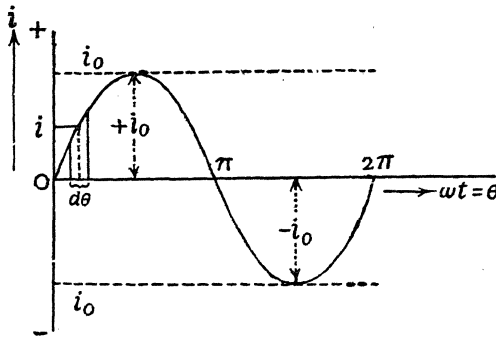
अतः पूर्ण-चक्र की धारा का मध्यमान

$$=\frac{2I_0}{\pi}-\frac{2I_0}{\pi}=0.$$

इसी प्रकार धनात्मक तथा ऋणात्मक अर्द्धचक्र पर वि० वा० ब० के मध्यमान क्रमशः $\dfrac{2E_0}{\pi}$ तथा $-\dfrac{2E_0}{\pi}$ होंगे और पूर्ण चक्र के वि० वा० ब० का मध्यमान शून्य होगा।

अतः साधारण विद्युच्चुम्बकीय अम्मापी अथवा वोल्टमापी प्रत्यावर्ती धारा अथवा प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० का निर्देश शून्य देगा। किसी धारा अथवा वि० वा० बल का प्रायोगिक उपयोग तभी संभव है जब इसका नापना संभव हो। एकदिशागामी धारा (अपरिवर्ती धारा) को नापना आसान है, किन्तु हम देख चुके हैं कि प्रत्यावर्ती धारा की दिशा में बार-बार परिवर्तन होने के कारण इसे उतनी आसानी से नापा नहीं जा सकता है। धाराओं के तापीय प्रभाव धारा की दिशा पर निर्भर नहीं करते हैं। अतः इस प्रभाव का उपयोग कर प्रत्यावर्ती धारा को नापा जा सकता है।

मान लें कि एक प्रत्यावर्ती धारा एक प्रतिरोध में एक विशेष समय तक प्रवाहित होती है और इसके परिणामस्वरूप एक विशेष परिमाण के ताप का उत्पादन होता है। अब मान लें कि इसी प्रतिरोध से एक एकदिशागामी (अपरिवर्ती) धारा (d.c.) उतने ही विशेष समय तक प्रवाहित की जाती है। इस सरल धारा का मान इतना ही है कि यह ठीक उतने ही विशेष परिमाण का ताप उत्पादित करती है। एकदिशा-गामी (अपरिवर्ती) धारा का यही विशेष मान प्रत्यावर्ती धारा की माप माना जा सकता है और इसी को **प्रतीयमान धारा** कहा जाता है। ठीक इसी प्रकार प्रतीयमान वि० वा० ब० की परिभाषा दी जा सकती है। यदि माप की इकाइयाँ क्रमशः एम्पियर तथा वोल्ट हों तो इस धारा की माप **प्रतीयमान एम्पियर** और वि० वा० ब० या विभवान्तर की माप **प्रतीयमान वोल्ट** होगी।

अब प्रत्यावर्ती धारा के आधे चक्र के समय $\frac{T}{2}=T'$ से० की धारा पर विचार करें। इस समय T' को बहुत ही छोटे-छोटे बराबर भागों में बाँटें। इस प्रकार यदि n भाग बनाये गये हों तो इनमें से प्रत्येक का मान $\frac{T'}{n}$ से० होगा। चित्र 84 में समय या $\theta=\omega t$ अक्ष पर प्रत्येक भाग के मध्य में एक लम्ब सरल रेखा की कल्पना करें जिसका एक छोर वक्र को छूता है (चित्र में यह रेखा टूटी रेखा के रूप में दिखायी गयी है)। मान लें कि ये रेखाएँ जहाँ वक्र से मिलती हैं वहाँ धारा के पठन i_1, i_2, i_3..हैं। यदि प्रतिरोध का मान R ओम हो, तो

(चित्र 84)

समय के पहले भाग में उत्पन्न ताप $=0{\cdot}24\times i_1^2\times R\times\frac{T'}{n}$ कैलोरी;

समय के दूसरे भाग में उत्पन्न ताप $=0{\cdot}24\times i_2^2\times R\times\frac{T'}{n}$ कैलोरी आदि।

अतः n भाग में, अर्थात् T' समय में उत्पन्न ताप

$$=0{\cdot}24RT'\left(\frac{i_1^2+i_2^2+i_3^2+\ldots}{n}\right)$$ कैलोरी होगा।

यदि धारा का प्रतीयमान मूल्य I एम्पियर हो तो I मान की एकदिशागामी (अपरिवर्ती) धारा द्वारा T' से० में R ओम के प्रतिरोध में उत्पन्न ताप,

$$=0{\cdot}24I^2RT'$$ होगा।

प्रतीयमान धारा की परिभाषा से

$$0{\cdot}24I^2RT'=0{\cdot}24RT'\left(\frac{i_1^2+i_2^2+i_3^2+\ldots\ldots}{n}\right).$$

$$\therefore \quad I=\sqrt{\left(\frac{i_1^2+i_2^2+i_3^2+\ldots}{n}\right)} \text{ एम्पियर ।}$$

प्रतीयमान धारा के इस मान से यह स्पष्ट है कि इसे **मूल-मध्यमान-वर्ग** (root mean square or R. M. S.) धारा भी कहा जा सकता है ।

यदि ऊपर दिये गये बहुत ही छोटे-छोटे समय वाले भाग का मान dt से० हो तो इस अल्प समयान्तर (interval) में उत्पन्न ताप

$$=0{\cdot}24 i^2 R dt \text{ कैलोरी}$$
$$=0{\cdot}24 i_0^2 R(\sin 2\pi f t)^2 dt, \quad (\because \quad i=i_0 \sin 2\pi f t)$$
$$=0{\cdot}24 i_0^2 R \sin^2 \omega t dt.$$
$$=\frac{0{\cdot}24 i_0^2 R}{\omega} \sin^2 \omega t d(\omega t)$$
$$=\frac{0{\cdot}24 i_0^2 R}{\omega} \sin^2 \theta d\theta, \quad (\because \quad \omega t=\theta)$$
$$=\frac{0{\cdot}24 i_0^2 R}{2\omega}(1-\cos 2\theta) d\theta \text{ कैलोरी होगा ।}$$

$\therefore$ आधे चक्र में उत्पन्न कुल ताप

$$=0{\cdot}24 \frac{i_0^2 R}{2\omega} \int_0^{\pi} (1-\cos 2\theta) d\theta \text{ कैलोरी}$$
$$=0{\cdot}24 R \frac{i_0^2}{2\omega}\left[\theta-\frac{\sin 2\theta}{2}\right]_0^{\pi}$$
$$=\frac{\pi}{2} \cdot \frac{i_0^2}{\omega} \times 0{\cdot}24 R \text{ कैलोरी ।}$$

I एम्पियर की प्रतीयमान धारा T' सेकण्ड में $0{\cdot}24 I^2 R T'$ कैलोरी ताप उत्पन्न करती है ।

अब,
$$0{\cdot}24 I^2 R T'=0{\cdot}24 I^2 R \frac{T}{2}$$
$$=0{\cdot}24 I^2 R \frac{\omega T}{2\omega}$$
$$=0{\cdot}24 I^2 R \frac{\pi}{\omega} \text{ कैलोरी ।}$$

अतः, पुनः I की परिभाषा से

$$0.24 I^2 R \frac{\pi}{\omega} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{i_0^2}{\omega} \times 0{\cdot}24R$$

या

$$I^2 = \frac{i_0^2}{2}.$$

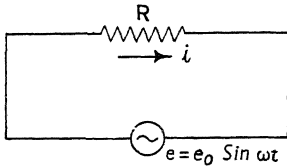
$$\therefore \quad I = \frac{i_0}{\sqrt{2}}.$$

अर्थात् प्रतीयमान धारा या मूल मध्यमान वर्ग धारा

$$= \frac{\text{शिखर (peak) धारा}}{\sqrt{2}}\ ।$$

इसी प्रकार, प्रतीयमान वि०वा०ब० या मूल मध्यमान वि० वा० ब०

$$= \frac{\text{शिखर (peak) वि० वा० ब०}}{\sqrt{2}}\ ।$$

6.3. भिन्न-भिन्न प्रकार के परिपथों से प्रत्यावर्ती धारा का प्रवाह

(चित्र 85)

(i) केवल प्रतिरोधयुक्त परिपथ—मान लें कि ऐसे परिपथ में प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० लगाने पर किसी समय प्रतिरोध से प्रवाहित होने वाली धारा i है। अतः ओम के नियमानुसार

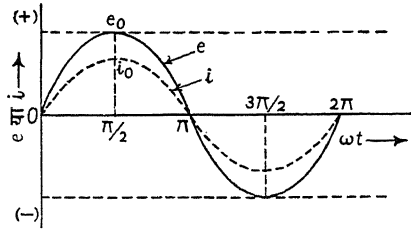
$$Ri = e = e_0 \sin\omega t.$$

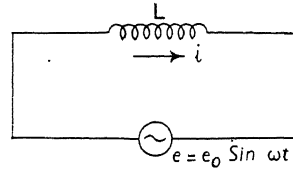
$$\therefore \quad i = \frac{e_0}{R} \sin\omega t$$

$$= I_0 \sin\omega t, \quad \text{जहाँ } I_0 = \frac{e_0}{R},$$

अर्थात् $$\text{शिखर-धारा} = \frac{\text{शिखर वि० वा० ब०}}{\text{प्रतिरोध}}\ ।$$

इससे यह स्पष्ट है कि शिखर-धारा शिखर वि० वा० ब० का $\frac{1}{R}$ वाँ भाग है और

जिस समय वि० वा० ब० का मान शिखर पर रहता है उसी समय धारा का भी मान शिखर पर रहता है। अतः ऐसी स्थिति में धारा तथा वि० वा० ब० एक ही कला (phase) में होते हैं। धारा तथा वि० वा० ब० की इस स्थिति का सदिश (vector) आरेख (diagram) चित्र 86 (अ) में दिया गया है।

(चित्र 86 अ) (चित्र 86 ब)

(ii) केवल आत्म-प्रेरकत्व (self-inductance) **कुण्डली युक्त परिपथ**— मान लें कि ऐसे परिपथ में प्रत्यावर्ती वि० वा० बल लगाने पर किसी समय आत्म-प्रेरकत्व कुण्डली से प्रवाहित होने वाली धारा i है। अतः कुण्डली में आत्मप्रेरित वि० वा० ब० $= -L\dfrac{di}{dt}$ है। इस लिए परिपथ में किसी समय कुल वि० वा० ब०

L
i
$e = e_0 \sin \omega t$

(चित्र 87)

$$e - L\frac{di}{dt} \text{ है।}$$

यदि परिपथ में कोई प्रतिरोध R हो तो ओम के नियमानुसार

$$Ri = e - L\frac{di}{dt}$$

के रूप में वि० वा० ब० का समीकरण प्राप्त होता है। अतः जब R शून्य है, तब वि० वा० ब० का आवश्यक समीकरण

$$L\frac{di}{dt} = e = e_0 \sin\omega t \text{ होगा।}$$

अतः
$$\frac{di}{dt} = \frac{e_0}{L}\sin\omega t,$$

जिससे
$$\int di = \frac{e_0}{\omega L}\int \sin\omega t\, d(\omega t).$$

$$\therefore \quad i = -\frac{e_0}{\omega L}\cos\omega t$$

$$= -\frac{e_0}{\omega L} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \omega t\right).$$

$$= \frac{e_0}{\omega L} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \frac{e_0}{X} \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \text{ जहाँ } X = \omega L = 2\pi f L$$

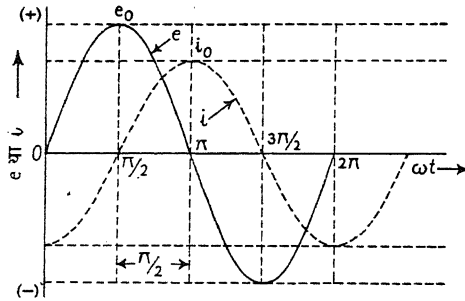
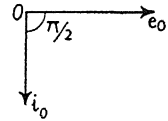
$$= i_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right), \text{ जहाँ } i_0 = \frac{e_0}{X}.$$

इससे यह स्पष्ट है कि शिखर-धारा शिखर विद्युत्वाहक बल का $\frac{1}{X}$ वाँ भाग है।

यह X ऐसी राशि है जिससे वि० वा० ब० में भाग देने पर धारा का मान प्राप्त होता है और जिसका मान वि० वा० ब० अथवा धारा के कम्पनांक f तथा आत्म-प्रेरकत्व दोनों ही का समानुपाती है। इस राशि को परिपथ की **प्रतिबाधा** (reactance) कहा जाता है और यहाँ यह केवल आत्म-प्रेरकत्व के कारण उत्पन्न हो रहा है।

धारा के रूप,

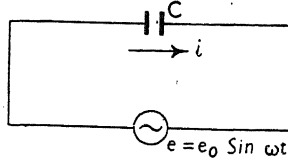
$$i = i_0 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

की विशेष परीक्षा करने पर यह स्पष्ट है कि जब वि० वा० ब० अपने शिखर पर

(चित्र 88 अ) (चित्र 88 ब)

रहता है तब धारा मान में उससे पीछे शून्य ही पर रहती है। इस अवस्था से $\frac{T}{4}$

सेकण्ड के बाद धारा अपने शिखर पर पहुँचती है। अतः ऐसे परिपथ में धारा कला में वि० व० बल से $\frac{\pi}{2}$ पीछे रहती है। चित्र 88 (ब) इस स्थिति का सदिश आरेख है।

(iii) केवल धारितायुक्त परिपथ— मान लें कि ऐसे परिपथ में प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० लगाने पर किसी समय संचक होकर धारा i है। यदि अत्यन्त ही अल्प कला dt में संचक का आवेश अत्यन्त ही अल्प मात्रा dq से बदल जाता है, तो

$$dq = idt, \text{ जिससे } i = \frac{dq}{dt}.$$

(चित्र 89)

यदि संचक की धारिता C हो और किसी समय उस पर q आवेश हो तो

$$q = Ce$$

$$\therefore \quad \frac{dq}{dt} = i = C\frac{de}{dt}$$

या

$$i = Ce_0 \frac{d}{dt}(\sin\omega t)$$

$$= C\omega e_0 \cos\omega t$$

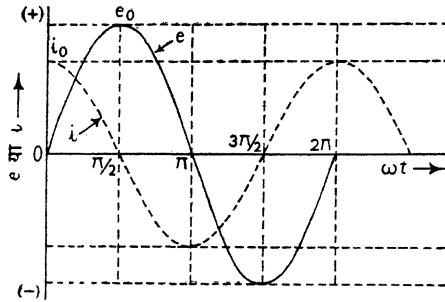
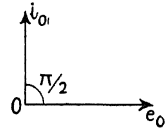
$$= \frac{e_0}{\frac{1}{C\omega}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= \frac{e_0}{X} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \text{ जहाँ } X = \frac{1}{C\omega} = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$= i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right), \quad \text{जहाँ } i_0 = \frac{e_0}{X}.$$

इससे यह स्पष्ट है कि शिखर-धारा शिखर वि० वा० ब० का $\frac{1}{x}$ भाग है। यह

X ऐसी राशि है जिससे वि० वा० ब० में भाग देने पर धारा का मान प्राप्त होता है और जिसका मान वि० वा० ब० अथवा धारा के कम्पनांक f तथा धारिता दोनों ही का व्युत्क्रमानुपाती है। इस राशि को भी परिपथ की **प्रतिबाधा** (reactance) कहा जाता है। यहाँ यह केवल धारिता के कारण उत्पन्न हो रही है।

धारा के रूप $i = i_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$ से यह स्पष्ट है कि जब वि० वा० ब० शून्य

(चित्र 90 अ) (चित्र 90 ब)

रहता है तब धारा मान में उससे आगे शिखर पर पहुँची रहती है। इस अवस्था के $\frac{T}{4}$ सेकण्ड बाद धारा शून्य होती है। अत: ऐसे परिपथ में धारा कला में वि० वा० ब० से $\frac{\pi}{2}$ आगे रहती है। चित्र 90 (ब) इस स्थिति का सदिश आरेख है।

(iv) आत्म-प्रेरकत्व कुण्डली तथा प्रतिरोधयुक्त परिपथ— मान लें कि परिपथ में प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० लगाने पर किसी समय धारा i है। अत: कुण्डली में उस समय

आत्म-प्रेरित वि० वा० ब० $= -L\frac{di}{dt}$ है।

L R i $e = e_0 \sin \omega t$

(चित्र 91)

इसलिए परिपथ में कुल वि० वा० ब०

$$e - L\frac{di}{dt} \text{ है।}$$

अत: ओम के नियमानुसार $Ri = e - L\frac{di}{dt}$

या $$L\frac{di}{dt}+Ri=e=e_0\sin\omega t \quad \ldots \quad (1).$$

हम इस समीकरण का हल
$$i=A\sin(\omega t+\varphi) \quad \ldots \quad (2).$$
के रूप में प्राप्त करने का प्रयास करेंगे, जहाँ A तथा φ स्थिरांक है।

ऐसी स्थिति में, $$\frac{di}{dt}=A\omega\cos(\omega t+\varphi) \quad \ldots \quad (3).$$

अत: $$LA\omega\cos(\omega t+\varphi)+RA\sin(\omega t+\varphi)=e_0\sin\omega t$$
या $$RA(\sin\omega t\cos\varphi+\cos\omega t\sin\varphi)$$
$$+LA\omega(\cos\omega t\cos\varphi-\sin\omega t\sin\varphi)=e_0\sin\omega t$$
या $$\sin\omega t(RA\cos\varphi-LA\omega\sin\varphi)+\cos\omega t(RA\sin\varphi+LA\omega\cos\varphi)$$
$$=e_0\sin\omega t,$$ जो t के सभी मानों के लिए सत्य है।

अत: जब $t=0$, या $\omega t=0$, तब $\sin\omega t=0$, तथा $\cos\omega t=1$

ऐसी स्थिति में;

$$RA\sin\varphi+LA\omega\cos\varphi=0.$$

$$\therefore \quad \tan\varphi=-\frac{\omega L}{R}, \text{ या } \varphi=\tan^{-1}\left(-\frac{\omega L}{R}\right)$$

जिससे $$\sin\varphi=\frac{-L\omega}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}$$

तथा $$\cos\varphi=\frac{R}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}.$$

जब $\omega t=\frac{\pi}{2}$, तब $\sin\omega t=1$, तथा $\cos\omega t=0$;

ऐसी स्थिति में,
$$RA\cos\varphi-LA\omega\sin\varphi=e_0$$

या $$R^2A\frac{1}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}+L^2A\omega^2\frac{1}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}=e_0.$$

$$\therefore \quad A=\frac{e_0}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}.$$

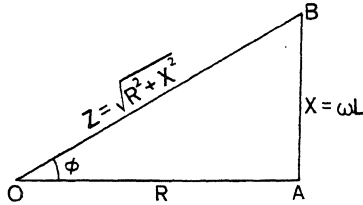
$\tan\varphi=-\frac{\omega L}{R}$ के ऋणात्मक होने के कारण φ ऋणात्मक है।

अतः $$i=\frac{e_0}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\sin(\omega t-\varphi) \quad \ldots (3),$$

जहाँ $$\varphi=\tan^{-1}\frac{\omega L}{R} \quad \ldots (4)$$

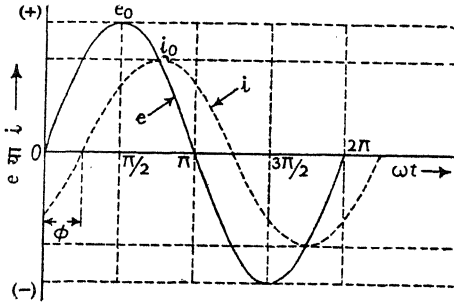
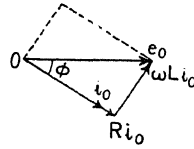
$$=i_0\sin(\omega t-\varphi) \quad \ldots (5),$$

जहाँ $$i_0=\frac{e_0}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}=\frac{e_0}{Z} \quad \ldots (6).$$

इससे स्पष्ट है कि शिखर धारा शिखर वि० वा० ब० का $\frac{1}{Z}=\frac{1}{\sqrt{R^2+(\omega L)^2}}$ भाग है। $Z=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}$ एक ऐसी राशि है जिससे वि० वा० बल के मान में भाग देने पर धारा का मान प्राप्त होता है। इस राशि को परिपथ की **अवबाधा** (impedance) कहा जाता है और इसे Z द्वारा प्रदर्शित किया जाता है। अवबाधा में निहित $\omega L=X$ राशि को पुनः **प्रतिबाधा** (reactance) कहा जाता है। किसी प्रत्यावर्ती धारा परिपथ के प्रतिरोध, प्रतिबाधा, तथा अवबाधा को एक समकोण त्रिभुज की भुजाओं से प्रदर्शित किया जा सकता है, क्योंकि $Z^2=R^2+X^2$ सम्बन्ध समकोण त्रिभुज के कर्ण तथा अन्य दो भुजाओं के आपस के सम्बन्ध जैसा है। यह त्रिभुज चित्र 92 में दिखलाया गया है और इसे **अवबाधा त्रिभुज** कहा जाता है।

(चित्र 92)

धारा के रूप,

$i=i_0\sin(\omega t-\varphi)$ से यह स्पष्ट है कि धारा वि० वा० ब० की अपेक्षा कला में $\varphi=\tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$ से पीछे है। समय के साथ परिपथ के e तथा i के विचरण (variation) को चित्र 93(अ) में दिखलाया गया है, तथा चित्र 93 (ब) परिपथ के वि० वा० ब० तथा धारा का सदिश आरेख है। चूँकि $e_0^2=i_0^2(R^2+\omega^2L^2)=(Ri_0)^2+(\omega Li_0)^2$, इसलिए सदिश आरेख में Ri_0 तथा ωLi_0 को एक समकोण त्रिभुज की भुजाओं से दरसाया जा सकता है जो एक-दूसरे के लम्बवत् हैं, तथा e_0 को उस समकोण त्रिभुज के कर्ण से दरसाया जा सकता है। सदिश आरेख से स्पष्ट है कि e_0 दो विभवान्तरों, Ri_0 तथा ωLi_0, का सदिश योग (vector sum) हैं और ये एक-दूसरे से कला में $\frac{\pi}{2}$ से भिन्न हैं। इन दो अवयवी विभवान्तरों में

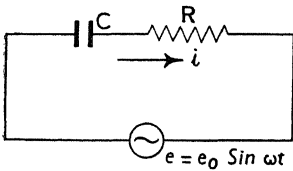
Ri_0 प्रतिरोध पर विभवान्तर है जो धारा के साथ एक ही कला में है, तथा

(चित्र 93 अ)

(चित्र 93 ब)

$\omega Li_0 = Xi_0$ प्रतिबाधा (प्रेरकत्व) पर विभवान्तर है जो धारा से कला में $\frac{\pi}{2}$ से आगे है। यह निष्कर्ष गणित द्वारा भी निम्नलिखित विधि से प्राप्त होता है—

$$i = i_0 \sin (\omega t - \varphi)$$

$$\therefore \quad \frac{di}{dt} = i_0 \omega \cos (\omega t - \varphi) = i_0 \omega \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

या
$$L\frac{di}{dt} = L\omega i_0 \sin\left(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

(v) धारिता तथा प्रतिरोधयुक्त परिपथ— मान लें कि परिपथ में प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० लगाने पर किसी समय धारा i है। यदि अत्यन्त ही अल्पकाल dt में संचक पर आवेश की मात्रा अत्यन्त ही अल्प मात्रा dq में बढ़ जाती है, तो

$$dq = i\, dt, \quad \text{या} \quad i = \frac{dq}{dt}.$$

(चित्र 94)

यदि किसी समय संचक पर आवेश q हो तो $q = Ce'$, जहाँ C संचक की धारिता है तथा e' संचक की प्लेटों के बीच उस समय विभवान्तर है। इस विभवान्तर, $e' = \frac{q}{C}$, तथा प्रतिरोध पर उत्पन्न विभवान्तर $= Ri$ का योग वि० वा० ब० e के बराबर होगा।

अतः
$$\frac{q}{C} + Ri = e = e_0 \sin \omega t$$

या $$Ri+\frac{1}{C}\int idt=e_0\sin\omega t.$$

हम इस समीकरण का हल $i=A\ \sin(\omega t+\varphi)$ के रूप में प्राप्त करने का प्रयास करेंगे, जहाँ A तथा φ स्थिरांक हैं।

ऐसी स्थिति में

$$\int idt=-\frac{A}{\omega}\cos(\omega t+\varphi)$$

अतः $$RA\sin(\omega t+\varphi)-\frac{A}{C\omega}\cos(\omega t+\varphi)=e_0\sin\omega t$$

या $$RA(\sin\omega t\cos\varphi+\cos\omega t\sin\varphi)-\frac{A}{C\omega}\ (\cos\omega t\cos\varphi-\sin\omega t\ \sin\varphi)=e_0\sin\omega t$$

या $$(RA\cos\varphi+\frac{A}{C\omega}\sin\varphi)\sin\omega t+(RA\sin\varphi-\frac{A}{C\omega}\cos\varphi)\cos\omega t=e_0\sin\omega t,$$

जो t के सभी मानों के लिए सत्य है।

अतः जब $t=0$, या $\omega t=0$, तब $\sin\omega t=0$, तथा $\cos\omega t=1$;

ऐसी स्थिति में,

$$RA\sin\varphi-\frac{A}{C\omega}\cos\varphi=0.$$

$$\therefore\quad \tan\varphi=\frac{\frac{1}{C\omega}}{R},\quad \text{या}\quad \varphi=\tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{C\omega}}{R}\right)$$

जिससे $$\sin\varphi=\frac{\frac{1}{C\omega}}{\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}},$$

तथा $$\cos\varphi=\frac{R}{\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}}.$$

जब $\omega t=\pi/2$, तब $\sin\omega t=1$, तथा $\cos\omega t=0$

ऐसी स्थिति में $RA\cos\varphi+\frac{A}{C\omega}\sin\varphi=e_0$

या
$$R^2A\frac{1}{\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}}+\frac{1}{C^2\omega^2}A\frac{1}{\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}}=e_0$$

या
$$\frac{A}{\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}}\left(R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}\right)=e_0$$

$$\therefore\quad A=\frac{e_0}{\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}}$$

$\tan\varphi=\frac{\frac{1}{C\omega}}{R}$ के धनात्मक होने के कारण φ धनात्मक है।

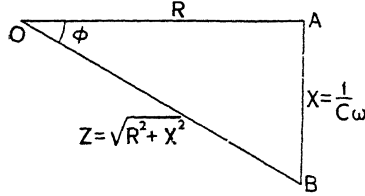
अत:
$$i=\frac{e_0}{\sqrt{R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}}}\sin(\omega t+\varphi),$$

जहाँ $\varphi=\tan^{-1}\frac{\frac{1}{C\omega}}{R}$

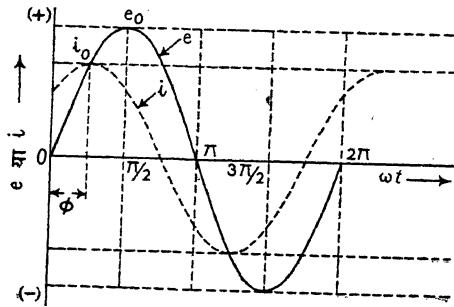
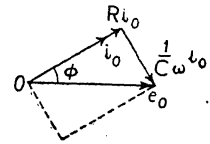
$$=i_0\sin(\omega t+\varphi),$$

जहाँ
$$i_0=\frac{e_0}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}}=\frac{e_0}{Z}.$$

इससे यह स्पष्ट है कि शिखर धारा शिखर वि० वा० ब० का $\frac{1}{Z}=\frac{1}{\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}}$ भाग है। $Z=\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$ एक ऐसी राशि है जिससे वि० वा०

बल के मान में भाग देने पर धारा का मान प्राप्त होता है। इस राशि को परिपथ की **अवबाधा** (Impedance) कहा जाता है। अवबाधा में निहित $\frac{1}{C\omega}=x$ राशि को पुनः **प्रतिबाधा** (reactance) कहा जाता है। Z, R तथा X के आपसी सम्बन्ध को बतलाने वाला **अवबाधा** त्रिभुज चित्र 93 में दिखलाया गया है।

(चित्र 95)

धारा के रूप, $i=i_0 \sin(\omega t+\varphi)$ से यह स्पष्ट है कि धारा वि० वा० ब० की अपेक्षा कला में $\varphi=\tan^{-1}\frac{\frac{1}{C\omega}}{R}$ से आगे है। समय के साथ परिपथ के e तथा i के विचरण को चित्र 96 (अ) में दिखलाया गया है, तथा चित्र 96 (ब) परिपथ के वि० वा० ब० तथा धारा का सादिश आरेख है।

चूँकि $e_0^2=i_0^2\left(R^2+\frac{1}{C^2\omega^2}\right)=(Ri_0)^2+\left(\frac{1}{C\omega}i_0\right)^2$,

(चित्र 96 ब)

(चित्र 96 अ)

इसलिए सदिश आरेख में Ri_0 तथा $\frac{1}{C\omega}i_0$ को एक समकोण त्रिभुज की उन भुजाओं से दरसाया जा सकता है जो एक-दूसरे के लम्बवत् हैं, तथा e_0 को उस समकोण

त्रिभुज के कर्ण से दरसाया जा सकता है। सदिश आरेख से स्पष्ट है कि e_0 दो विभवान्तरों, Ri_0 तथा $\frac{1}{C\omega}i_0$, का सदिश योग है और ये एक-दूसरे से कला में $\frac{\pi}{2}$ से भिन्न हैं। इन दो अवयवी विभवान्तरों में से Ri_0 प्रतिरोध पर विभवान्तर है जो धारा के साथ एक ही कला में है, तथा $\frac{1}{C\omega}i_0 = Xi_0$ प्रतिबाधा (धारिता) पर विभवान्तर है जो धारा से कला में $\frac{\pi}{2}$ पीछे है। यह निष्कर्ष गणित द्वारा भी निम्नलिखित विधि से प्राप्त होता है—

$$i = i_0 \sin(\omega t + \varphi);$$

$$\therefore \quad \frac{q}{C} = \frac{1}{C}\int i dt = \frac{i_0}{C}\int \sin(\omega t + \varphi) dt$$

$$= \frac{i_0}{C\omega}\int \sin(\omega t + \varphi)\ d(\omega t)$$

$$= -\frac{i_0}{C\omega} \cos(\omega t + \varphi)$$

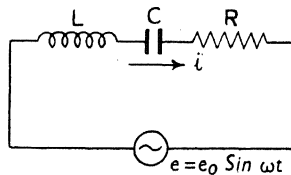
$$= \frac{i_0}{C\omega} \sin\left(\omega t + \varphi - \frac{\pi}{2}\right)$$

धारिता तथा प्रतिरोधयुक्त परिपथ में प्रत्यावर्ती धारा के प्रवाह के सम्बन्ध में एक और बात ध्यान देने योग्य है। इस परिपथ की अवबाधा

$$Z = \sqrt{R^2 + \frac{1}{4\pi^2 f^2 C^2}}$$

होती है। इसका मान प्रत्यावर्तन के कम्पनांक f के बढ़ने से घटता है। अतः ऐसे परिपथ में प्रत्यावर्तन के कम्पनांक के बढ़ने से धारा की शक्ति बढ़ जाती है।

(vi) प्रेरकत्व कुंडली, धारिता तथा प्रतिरोधयुक्त परिपथ— प्रेरकत्व कुंडली, धारिता तथा प्रतिरोध युक्त परिपथ के वि०वा०ब० का समीकरण

$$L\frac{di}{dt} + Ri + \frac{q}{C} = e_0 \sin\omega t \text{ होगा।}$$

(चित्र 97)

$$\because \quad i=\frac{dq}{dt}, \quad \therefore \quad L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=e_0\sin\omega t.$$

हम इस समीकरण का हल $q=A\sin\omega t+B\cos\omega t$ के रूप में प्राप्त करने का प्रयत्न करेंगे जो समीकरण के पूर्ण समाधान का सरल आवर्त्य भाग है। इससे

$$\frac{dq}{dt}=A\omega\cos\omega t-B\omega\sin\omega t$$

तथा
$$\frac{d^2q}{dt^2}=-A\omega^2\sin\omega t-B\omega^2\cos\omega t.$$

अतः,
$$-LA\omega^2\sin\omega t-LB\omega^2\cos\omega t+RA\omega\cos\omega t-RB\omega\sin\omega t$$
$$+\frac{A}{C}\sin\omega t+\frac{B}{C}\cos\omega t=e_0\sin\omega t$$

या
$$\sin\omega t\left(\frac{A}{C}-RB\omega-LA\omega^2\right)+\cos\omega t\left(\frac{B}{C}+RA\omega-LB\omega^2\right)=e_0\sin\omega t,$$

जो t के सभी मानों के लिए सत्य है।

अतः जब $t=0$, या $\omega t=0$, $\sin\omega t=0$ तथा $\cos\omega t=1$;
ऐसी स्थिति में,

$$\frac{B}{C}+RA\omega-LB\omega^2=0$$

या
$$RA+\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)B=0, \text{ या } B=-\frac{RA}{\frac{1}{C\omega}-L\omega} \quad \quad ..\quad (a).$$

जब $\omega t=\frac{\pi}{2}$, तब $\sin\omega t=1$ तथा $\cos\omega t=0$;

ऐसी स्थिति में,

$$\frac{A}{C}-RB\omega-LA\omega^2=e_0$$

या
$$A\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)-RB=\frac{e_0}{\omega} \quad \quad ..\quad (b).$$

∴ समीकरण (a) से

$$A\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)+\frac{R^2A}{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)}=\frac{e_0}{\omega}$$

या
$$A=\frac{e_0\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)}{\omega\left\{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2\right\}};$$

$$\therefore \quad B=-\frac{e_0R}{\omega\left\{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2\right\}}.$$

अतः
$$q=\frac{e_0\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)}{\omega\left\{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2\right\}}\sin\omega t$$

$$-\frac{e_0R}{\omega\left\{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2\right\}}\cos\omega t$$

या
$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{e_0\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)}{\left\{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2\right\}}\cos\omega t$$

$$+\frac{e_0R}{\left\{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2\right\}}\sin\omega t.$$

यदि
$$\tan\varphi=\frac{\frac{1}{C\omega}-L\omega}{R},$$

तो $$\sin\varphi=\frac{\frac{1}{C\omega}-L\omega}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2}}$$

तथा $$\cos\varphi=\frac{R}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2}}.$$

अत: $$i=\frac{e_0\cos\omega t\sin\varphi}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2}}+\frac{e_0\sin\omega t\cos\varphi}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2}}$$

$$=\frac{e_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2}}\sin(\omega t+\varphi),$$

जहाँ $$\varphi=\tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{C\omega}-L\omega}{R}\right)$$

$$=i_0\sin(\omega t+\varphi),$$

जहाँ $$i_0=\frac{e_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2}}=\frac{e_0}{\sqrt{X^2+R^2}}=\frac{e_0}{Z}.$$

इससे स्पष्ट है कि शिखर-धारा शिखर वि० वा० ब० का $\frac{1}{Z}=\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2}}$ भाग है; अर्थात् $Z=\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2}$ एक ऐसी राशि है जिससे वि०वा०ब० के शिखर मान में भाग देने पर धारा का शिखर मान प्राप्त होता है। इस राशि को परिपथ की **अवबाधा** कहा जाता है। अवबाधा में निहित $\frac{1}{C\omega}-L\omega=X$ राशि **प्रतिबाधा** कही जाती है।

वास्तव में प्रेरकत्व, धारिता तथा प्रतिरोधयुक्त परिपथ एक सामान्य प्रत्यावर्ती धारा परिपथ है। इसकी विशेष अवस्था वाले परिपथ हैं—

(अ) केवल प्रतिरोधयुक्त परिपथ, जिसमें $L=0$, तथा $C=\infty$ है,

(ब) केवल प्रेरकत्वयुक्त परिपथ, जिसमें $R=0$, तथा $C=\infty$ है,

(स) केवल धारितायुक्त परिपथ, जिसमें $L=0$, तथा $R=0$ है,

(द) प्रेरकत्व तथा प्रतिरोधयुक्त परिपथ, जिसमें $C=\infty$ है, तथा

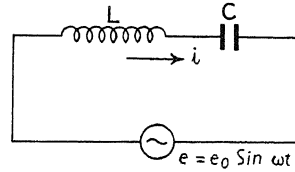
(इ) धारिता तथा प्रतिरोधयुक्त परिपथ, जिसमें $L=0$ है।

(vii) प्रेरकत्व तथा धारितायुक्त परिपथ, और विद्युतीय अनुनाद—

यह प्रेरकत्व, धारिता तथा प्रतिरोध वाले सामान्य प्रत्यावर्ती धारा परिपथ की एक विशेष अवस्था वाला परिपथ है जिसमें R शून्य है।

(चित्र 98)

अत: ऐसी स्थिति में,

$$Z=\frac{1}{C\omega}-L\omega=X,\ \varphi=\frac{\pi}{2}$$

तथा
$$i=\frac{e_0}{\frac{1}{C\omega}-L\omega}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$=i_0\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right),$$

जहाँ
$$i_0=\frac{e_0}{\frac{1}{C\omega}-L\omega}=\frac{e_0}{X}.$$

इसके अतिरिक्त यदि $\frac{1}{C\omega}=L\omega$ हो और परिपथ में एक छोटा प्रतिरोध R भी हो

तो
$$X=0,\ Z=R,\ \varphi=0 \quad \text{तथा} \quad i=\frac{e_0}{R}\sin\omega t,$$

जिससे स्पष्ट है कि ऐसी स्थिति में धारा तथा वि०वा०ब० की कला एक ही है और L तथा C के होते हुए भी परिपथ की अवबाधा केवल प्रतिरोधी ही है। इस स्थिति में

$$\omega^2 = \frac{1}{LC}$$

या $$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

या $$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}} = \text{वि०वा०ब० का कम्पनांक ।}$$

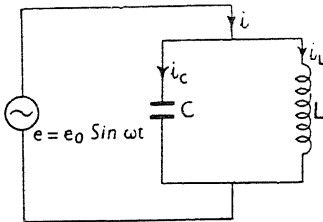
जब वि०वा०ब० के कम्पनांक का मान इतना हो जाता है तब परिपथ की प्रतिबाधा शून्य हो जाती है और इस प्रकार परिपथ की अवबाधा न्यूनतम हो जाने से परिपथ में धारा मान में उच्चतम हो जाती है ।

अत: यह स्थिति तब आती है जब वि०वा०ब० का कम्पनांक $f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$ हो जाता है । ऐसे परिपथ से यदि वि०वा०ब० को हटा दिया जाय और संचक को आवेशित कर परिपथ को पूरा कर दिया जाय तो संचक अपने को प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व होकर अनावेशित (discharge) करेगा जिसके कारण परिपथ में एक प्राकृतिक धारा (natural current) प्रवाहित होगी जो प्रकृति में प्रत्यावर्ती होगी। इस प्राकृतिक प्रत्यावर्ती धारा का भी कम्पनांक $f_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}$ होगा जिसे परिपथ का प्राकृतिक कम्पनांक कहते हैं । इससे यह स्पष्ट है कि ऐसे परिपथ में लगे वि०वा०ब० का कम्पनांक परिपथ के प्राकृतिक कम्पनांक के बराबर होते ही परिपथ की प्रतिबाधा शून्य हो जाती है, अर्थात् इसकी अवबाधा केवल प्रतिरोधी (न्यूनतम) रह जाती है, तथा परिपथ में धारा मान में उच्चतम हो जाती है । ऐसी स्थिति को **विद्युतीय अनुनाद** (electrical resonance) कहा जाता है तथा ऐसे परिपथ को एक प्रकार का अनुनादी परिपथ कहा जाता है । यदि अनुनादी परिपथ का प्रतिरोध शून्य हो जाय तो विद्युतीय अनुनाद की स्थिति में परिपथ में धारा मान में अनन्त हो जायगी ।

अब एक ऐसे परिपथ तथा वि० वा० ब० की व्यवस्था पर विचार करें जिसमें प्रेरकत्व तथा धारिता दोनों ही के समानान्तर में वि० वा० ब० आरोपित किया गया है (चित्र 99) । यदि परिपथ की धारिता-शाखा में धारा i तथा प्रेरकत्व-शाखा में धारा i_L हो तो स्रोत से प्राप्त कुल धारा

$$i = i_L + i_C \quad ..(1), \text{ है ।}$$

(चित्र 99)

चूँकि प्रेरकत्व तथा धारिता दोनों ही पर एक ही वि० वा० ब० लगता है,

$$\therefore \quad L\frac{di_L}{dt}=e_0\sin\omega t \quad .. \quad (2)$$

तथा
$$\frac{q}{C}=e_0\sin\omega t \quad .. \quad (3).$$

समीकरण (1) से

$$\frac{di_L}{dt}=-\frac{e_0}{L}\sin\omega t$$

या
$$i_L=\frac{e_0}{\omega L}\int\sin\omega t\,d(\omega t)$$

$$=-\frac{e_0}{\omega L}\cos\omega t \quad .. \quad (4)$$

तथा समीकरण (2) से

$$q=Ce_0\sin\omega t$$

या
$$i_C=\frac{dq}{dt}=C\omega e_0\cos\omega t \quad .. \quad (5).$$

$\therefore$ समीकरण (1) से

$$i=e_0\left(C\omega-\frac{1}{\omega L}\right)\cos\omega t.$$

जब
$$C\omega=\frac{1}{\omega L} \quad \text{या} \quad \omega^2=\frac{1}{LC}$$

या $f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC}}=f_0$, L तथा C परिपथ के प्राकृतिक कम्पनांक,

तब $i=0$, अर्थात्, जब वि० वा० ब० के कम्पनांक L तथा C परिपथ के प्राकृतिक कम्पनांक के बराबर हो जाते हैं तब परिपथ स्रोत से कोई भी धारा नहीं लेता है। अत: ऐसी स्थिति में परिपथ की अवबाधा उच्चतम हो जाती है। यह स्थिति विद्युतीय अनुनाद की उस स्थिति से भिन्न है जिसमें परिपथ की धारा उच्चतम

तथा अवबाधा न्यूनतम होती है। अत: इस स्थिति को **प्रति-अनुनाद** (anti-resonance) कहा जाता है। इस प्रकार के परिपथ को **समानान्तर अनुनादी परिपथ** (parallel resonant circuit) कहा जाता है क्योंकि परिपथ की रचना L तथा C को स्रोत के समानान्तर जोड़ने पर होती है। इसके विपरीत L तथा C के श्रेणी-क्रम में स्रोत के जुड़ने पर जो परिपथ बनता है उसे **श्रेणीबद्ध अनुनादी-परिपथ** कहा जाता है जिसकी विशेषता का वर्णन पहले ही किया जा चुका है।

6.4. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में सामर्थ्य (Power in A. C. Circuits)

किसी परिपथ में लगा वि० वा० ब० यदि $e=e_0\sin\omega t$ हो, और परिपथ में प्रवाहित होने वाली धारा यदि $i=i_0\sin(\omega t-\varphi)$ हो तो

कार्य-संपादन की तात्कालिक दर

$$\begin{aligned}&=ei\\&=e_0\sin\omega t.i_0\sin(\omega t-\varphi)\\&=e_0i_0\sin\omega t(\sin\omega t\cos\varphi-\cos\omega t\sin\varphi)\\&=e_0i_0(\sin^2\omega t\cos\varphi-\cos\omega t\sin\omega t\sin\varphi)\\&=e_0i_0\left(\sin^2\omega t\cos\varphi-\tfrac{1}{2}\sin2\omega t\sin\varphi\right).\end{aligned}$$

$\sin^2\omega t\cos\varphi$ का प्रत्यावर्ती धारा के पूर्ण चक्र पर मध्यमान

$$=\frac{\cos\varphi}{T}\int_0^T\sin^2\omega t\,dt=\frac{\cos\varphi}{T\omega}\int_0^{2\pi}\sin^2\omega t\,d(\omega t)$$

$$=\frac{\cos\varphi}{2\pi}\int_0^{2\pi}\frac{1}{2}(1-\cos2\omega t)d(\omega t)$$

$$=\frac{\cos\varphi}{4\pi}\times2\pi=\frac{1}{2}\cos\varphi.$$

$\frac{1}{2}\sin 2\omega t\sin\varphi$ का प्रत्यावर्ती धारा के पूर्ण चक्र पर मध्यमान

$$=\frac{\sin\varphi}{2T}\int_0^T\sin2\omega t\,dt=\frac{\sin\varphi}{2T\omega}\int_0^{2\pi}\sin2\omega t\,d(\omega t)=0.$$

$\therefore$ मध्यमान सामर्थ्य = कार्य-सम्पादन की मध्यमान दर

$$=\frac{e_0i_0}{2}\cos\varphi=\frac{e_0}{\sqrt2}\cdot\frac{i_0}{\sqrt2}\cos\varphi=E.I\cos\varphi,$$

जहाँ $E = \frac{e_0}{\sqrt{2}}$ = प्रतीयमान वि० वा० ब०

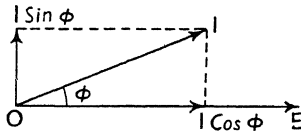
तथा $I = \frac{i_0}{\sqrt{2}}$ = प्रतीयमान धारा ।

यदि वि० वा० ब० वोल्ट में तथा धारा एम्पियर में दी हुई हों तो सामर्थ्य **वाट** में प्राप्त होगी।

मध्यमान सामर्थ्य को **यथार्थ सामर्थ्य** (true power) भी कहा जाता है। प्रतीयमान वि० वा० ब० तथा प्रतीयमान धारा के गुणनफल को प्रतीयमान सामर्थ्य (virtual power) कहा जाता है। अत:

$$\frac{\text{यथार्थ सामर्थ्य}}{\text{प्रतीयमान सामर्थ्य}} = \cos\varphi.$$

इससे यह स्पष्ट है कि $\cos\varphi$ एक गुणक है जिससे प्रतीयमान सामर्थ्य को गुणा कर देने पर परिपथ के यथार्थ सामर्थ्य का मान प्राप्त होता है। इस गुणक को परिपथ का सामर्थ्य-गुणक (power factor) कहा जाता है।

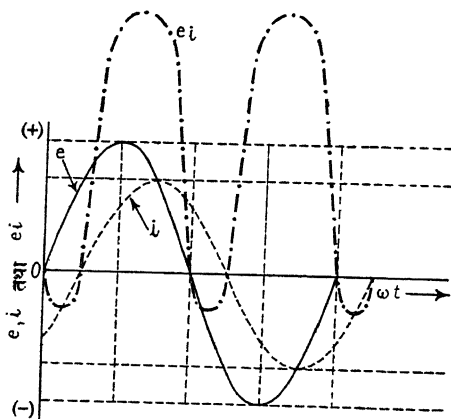
यदि वि० वा० ब० तथा परिपथ की धारा को सदिश आरेख द्वारा प्रदर्शित किया जाय (चित्र 100), जहाँ E तथा I क्रमश: प्रतीयमान वि० वा० ब० तथा प्रतीयमान धारा को दरसाते हैं, तो E दिशा में तथा E के लम्बवत् I के अवयव क्रमश: $I\cos\varphi$ तथा $I\sin\varphi$ होंगे। धारा का $I\cos\varphi$ अवयव तथा वि० वा० ब० E एक ही कला में हैं और इनका ही गुणनफल, $EI\cos\varphi$, परिपथ में यथार्थ सामर्थ्य का मान देता है। धारा का $I\sin\varphi$ अवयव, जो वि० वा० ब० E के साथ $\frac{\pi}{2}$ कला में है, परिपथ में

(चित्र 100)

$$\frac{1}{T}\int_0^T E_0 I_0 \sin\omega t \, \sin(\omega t + 90^\circ) dt$$

अथवा $$\frac{E_0 I_0}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \sin\omega t \cos\omega t \; d(\omega t)$$

अथवा $$\frac{E_0 I_0}{2\pi}\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} \sin 2\omega t d(\omega t) = 0 \text{ (शून्य)}$$

सामर्थ्य प्रदान करता है। अतः धारा के इस अवयव को **सुस्त** अथवा **वाटहीन** (idle or wattless) धारा कहा जाता है।

चित्र 101 में एक ही समय अक्ष पर e, i, तथा ei के लेखाचित्र बनाये गये हैं। चित्र से स्पष्ट है कि प्रत्यावर्ती धारा के एक पूर्ण चक्र में सामर्थ्य ei कभी धनात्मक होती है तो कभी ऋणात्मक रहती है। इसका अर्थ यह है कि कभी स्रोत परिपथ को सामर्थ्य देता है और कभी इससे सामर्थ्य लेता भी है। किन्तु यह भी स्पष्ट है कि स्रोत जो भी सामर्थ्य परिपथ को देता है उससे बहुत कम ही वह लेता है। अतः प्रत्यावर्ती धारा के प्रत्येक चक्र में सामर्थ्य का व्यय ही होता है जिसका मान $EI\cos\varphi$ होता है।

(चित्र 101)

प्रत्यावर्ती धारा परिपथों के सामर्थ्य-गुणांक तथा उनमें सामर्थ्य-व्यय की निम्नलिखित तालिका उल्लेखनीय है—

परिपथ	सामर्थ्य-गुणांक	सामर्थ्य-व्यय
(i) केवल प्रतिरोधयुक्त परिपथ	एक	EI
(ii) केवल प्रेरकत्वयुक्त परिपथ	शून्य	शून्य
(iii) केवल धारितायुक्त परिपथ	शून्य	शून्य
(iv) प्रेरकत्व तथा प्रतिरोध-युक्त परिपथ	$\cos\varphi=\dfrac{R}{\sqrt{L^2\omega^2+R^2}}$	$EI\cos\varphi$
(v) धारिता तथा प्रतिरोध-युक्त परिपथ	$\cos\varphi=\dfrac{R}{\sqrt{\frac{1}{C^2\omega^2}+R^2}}$	$EI\cos\varphi$
(vi) धारिता, प्ररेकत्व तथा प्रतिरोध युक्त प्ररिपथ	$\cos\varphi=\dfrac{R}{\sqrt{\left(\frac{1}{C\omega}-L\omega\right)^2+R^2}}$	$EI\cos\varphi$
(vii) केवल धारिता तथा प्रेरकत्व युक्त परिपथ	शून्य	शून्य
(viii) श्रेणीबद्ध अनुनादी परिपथ (अनुनाद की स्थिति में)	एक	EI

परिपथ	सामर्थ्य-गुणांक	सामर्थ्य-व्यय
(ix) समानान्तर अनुनादी परिपथ (अनुनाद की स्थिति में)	एक	EI

6.5. प्रतिबन्धी कुण्डली (Choke coil)

किसी परिपथ में धारा को घटाने के लिए परिपथ में प्रतिरोध जोड़ने की बात तो सामान्य है, किन्तु प्रत्यावर्ती धारा को घटाने के लिए परिपथ में प्रेरकत्व अथवा धारिता भी जोड़ी जा सकती है क्योंकि ऐसा करने से परिपथ में प्रतिबाधा जुट जाने से उसकी कुछ अवबाधा बढ़ जायगी। केवल प्रतिरोध की सहायता से ही धारा घटाने में विद्युत्-ऊर्जा का अपव्यय ताप-ऊर्जा के सृजन के रूप में होगा। प्रत्यावर्ती धारा परिपथ में यदि बहुत ही कम प्रतिरोध तथा अधिक प्रेरकत्व वाली कुण्डली जोड़ दी जाय तो परिपथ में प्रतिबाधा बढ़ जाने से उसकी अवबाधा अधिक हो जायगी और उसमें प्रवाहित होने वाली धारा घट जायगी। ऐसी कुण्डली का सामर्थ्य-गुणक,

$\cos\varphi=\dfrac{R}{\sqrt{R^2+L^2\omega^2}}$, कुण्डली के प्रतिरोध R के कम होने से तथा उसकी प्रतिबाधा $L\omega$ के अधिक होने से बहुत ही कम होगा। अतः ऐसी कुण्डली में विद्युत्-ऊर्जा का अपव्यय बहुत ही कम होगा। परिपथ में धारा को कम करने वाली ऐसी ही कुण्डली को **प्रतिबन्धक कुण्डली** कहा जाता है।

कम कम्पनांक की प्रत्यावर्ती धारा के साथ व्यवहृत प्रतिबन्धक कुण्डली का क्रोड (core) नर्म लोहे का होता है ताकि कुण्डली का प्रेरकत्व L काफी अधिक हो और कम्पनांक के कम होने पर इसकी प्रतिबाधा $L\omega$ काफी अधिक मान की हो सके। अधिक कम्पनांक की प्रत्यावर्ती धारा के साथ व्यवहृत प्रतिबन्धक कुण्डली का क्रोड वायु का ही होता है क्योंकि कम्पनांक अधिक होने के कारण कुण्डली का प्रेरकत्व L के कम होने पर भी इसकी प्रतिबाधा $L\omega$ काफी अधिक हो जाती है।

6.6. तप्ततार यंत्र (Hot wire instruments)

धारा तथा वि० वा० ब० या विभवान्तर के मापन के लिए जिन यंत्रों में विद्युत्-धारा के तापीय प्रभाव का उपयोग किया जाता है उन्हें **तप्ततार यंत्र** कहा जाता है। धारा के तापीय प्रभाव पर कार्य करने के कारण ये यंत्र प्रत्यावर्ती धारा अथवा विभवान्तर के प्रतीयमान मूल्य देने वाले अम्मापी अथवा वोल्टमापी के रूप में भी व्यवहार किये जाते हैं। इन यंत्रों में धारा प्रवाहित होने पर यंत्र के भीतर व्यवस्थित तार गर्म होकर लम्बाई में बढ़ता है और एक निर्देशक को घुमाकर धारा अथवा विभवान्तर का संकेत एक अंशांकित पैमाने पर प्रस्तुत करता है।

धारा नापने वाला तप्ततार यंत्र **तप्ततार अम्मापी** (hot wire ammeter) कहा जाता है। इस यंत्र में एक तार होता है जिसे चित्र 102 में PQ द्वारा दिखलाया गया है। PQ के मध्यविन्दु R से एक दूसरा तार RD जुड़ा रहता है। RD तार के D छोर में एक स्प्रिंग लगा रहता है जो RD को तनाव प्रदान करता है। यह तार एक घिरनी पर भी लिपटा रहता है। घिरनी के अक्ष पर एक हल्का संकेतक लगा रहता है जो एक पैमाने के ऊपर घूमता है। PQ तार से जब धारा प्रवाहित होती है तब तार गर्म होकर लम्बाई में बढ़ जाता है जिसके कारण RD तार ढीला पड़ जाता है। इस स्थिति में स्प्रिंग R विन्दु को अपनी ओर खींचता है जिसके कारण घिरनी में घुमाव होता है और संकेतक विक्षेपित हो जाता है। PQ तार के समानान्तर S एक कम प्रतिरोध का पार्श्ववाही है जो यंत्र को अम्मापी बना देता है।

(चित्र 102)

तार PQ की लम्बाई में वृद्धि धारा द्वारा उत्पादित ताप के कारण ही होती है जो धारा के वर्ग के समानुपाती होती है, अर्थात्

PQ तार की लम्बाई में वृद्धि $\propto I^2$.

$\because$ संकेतक का विक्षेप $\propto$ PQ तार की लम्बाई में वृद्धि,

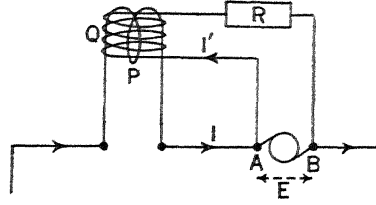
$\therefore$ संकेतक का विक्षेप $\propto I^2$.

अतः पैमाने पर अंकित अंश यंत्र में प्रवाहित होने वाली धाराओं के वर्ग के समानुपाती होने चाहिए। किन्तु धारा के वर्ग के बदले धारा के अनुसार होने के कारण अंश असमान बनते हैं।

विभव नापने वाले तप्ततार यंत्र को **तप्ततार वोल्टमापी** (hot wire voltmeter) कहा जाता है। तप्ततार वोल्टमापी तथा तप्ततार अम्मापी में इतना ही अन्तर है कि वोल्टमापी में तप्ततार PQ के समानान्तर लगे पार्श्ववाही S के बदले एक उच्च प्रतिरोध को PQ की श्रेणी में जोड़ दिया जाता है। इन यंत्रों को ज्ञात अपरिवर्ती विभवान्तरों अथवा ज्ञात अपरिवर्ती धाराओं द्वारा अंशांकित कर देने पर इनसे प्रत्यावर्ती धारा परिपथ के विभवान्तर अथवा धारा के प्रतीयमान मूल्य वोल्ट अथवा एम्पियर में प्राप्त होते हैं।

6.7. वाटमापी (Wattmeter)

यह किसी परिपथ में व्यय होने वाली यथार्थ सामर्थ्य प्रदर्शित करने वाला यंत्र है। यंत्र में एक कम प्रतिरोध की कुण्डली P होती है जिसे धारा-कुण्डली (current coil) कहा जाता है। इस कुण्डली को परिपथ की श्रेणी में जोड़ा जाता है। यंत्र

की दूसरी कुण्डली Q अधिक प्रतिरोध की होती है जिसे विभव-कुण्डली कहा जाता है। इसे परिपथ के उस भाग के समानान्तर जोड़ा जाता है जिसके बीच सामर्थ्य-व्यय की माप की जाती है। विभव-कुण्डली के परिपथ का प्रतिरोध बढ़ाने के लिए इस परिपथ में एक उच्च मान का अप्रेरकीय (non-inductive) प्रतिरोध R' भी जोड़ दिया जाता है। यंत्र की कार्य-विधि केलविन (Kelvin) की वाट-तुला के समान होती है। यंत्र की धारा-कुण्डली P में परिपथ की धारा I प्रवाहित होती है तथा विभव-कुंडली Q में प्रवाहित होने वाली I' धारा, A तथा B के बीच विभवान्तर E के समानुपाती तथा कला में इसके समान होती है। अतः कुण्डलियों के बीच यांत्रिक बल $I' \times I$, अर्थात् EI के समानुपाती होता है। यंत्र का अंशाकन यथार्थ सामर्थ्य को वाट में प्रदर्शित करने के लिए किया जाता है।

(चित्र 103)

विभवान्तर-कुण्डली Q में कुछ-न-कुछ आत्म-प्रेरकत्व होने के कारण यंत्र के उपयोग में कुछ कठिनाई होती है। मान लें कि Q के प्रेरकत्व का मान L है तथा इसके परिपथ का कुल प्रतिरोध R है, तो Q के परिपथ की तात्कालिक धारा,

$$i' = \frac{E_0}{\sqrt{L^2\omega^2 + R^2}} \sin(\omega t - \theta'),$$

तथा मुख्य परिपथ में तात्कालिक धारा $i = I_0 \sin(\omega t - \theta)$,

जहाँ $\theta' = \tan^{-1}\frac{L\omega}{R}$ है। यंत्र $i' \times i$ का मध्यमान प्रदर्शित करता है।

$$i' \times i = \frac{E_0 I_0 \sin(\omega t - \theta)\sin(\omega t - \theta')}{\sqrt{L^2\omega^2 + R^2}}$$

$$= \frac{E_0 I_0}{\sqrt{L^2\omega^2 + R^2}} \left\{ \sin^2\omega t \cos\theta \cos\theta' + \cos^2\omega t \sin\theta \sin\theta' - \frac{1}{2}\sin 2\omega t \sin(\theta + \theta') \right\}.$$

$\sin^2\omega t$ का मध्यमान $= \frac{1}{2}$

$\cos^2\omega t$ का मध्यमान $=\frac{1}{2}$,

तथा $\sin 2\omega t$ का मध्यमान = शून्य ।

अतः $i' \times i$ का मध्यमान

$$=\frac{1}{2}\frac{E_0 I_0}{\sqrt{L^2\omega^2+R^2}}\cos(\theta-\theta').$$

यदि बिभवान्तर-कुण्डली का प्रेरकत्व L शून्य हो, तो $\theta'=0$

तथा $i' \times i$ का मध्यमान $=\frac{1}{2}\frac{E_0 I_0}{R}\cos\theta$

$$=\frac{1}{2}I_0' I_0 \cos\theta$$

$=I'I\cos\theta$, जहाँ $I'=\frac{I_0'}{\sqrt{2}}$ तथा $I=\frac{I_0}{\sqrt{2}}$

$$\propto I'I.$$

अतः ऐसी स्थिति में वाटमापी यथार्थ सामर्थ्य सूचित करता है ।

यदि L शून्य न हो तो

$$\frac{\text{सूचित सामर्थ्य}}{\text{यथार्थ सामर्थ्य}}=\frac{\frac{1}{2}E_0 I_0 \cos(\theta-\theta')/\sqrt{L^2\omega^2+R^2}}{\frac{1}{2}E_0 I_0 \cos\theta/R}$$

$$=\frac{R}{\sqrt{L^2\omega^2+R^2}}\cdot\frac{\cos(\theta-\theta')}{\cos\theta}$$

$$=\frac{\cos\theta_1\cos(\theta-\theta')}{\cos\theta}, \left(\because \cos\theta_1=\frac{R}{\sqrt{L^2\omega^2+R^2}}\right)$$

$$=\frac{\cos\theta_1(\cos\theta\cos\theta'+\sin\theta\sin\theta')}{\cos\theta}$$

$$=\cos^2\theta'+\frac{1}{2}\tan\theta\sin 2\theta';$$

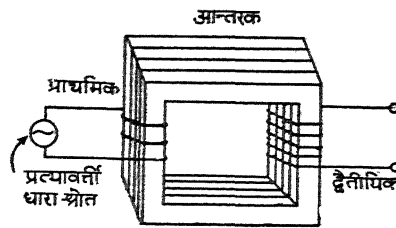
जो इकाई मान को तभी प्राप्त करता है जब L शून्य को प्राप्त करता है, अर्थात् जब θ' शून्य मान को प्राप्त करता है; और तभी सूचित सामर्थ्य यथार्थ सामर्थ्य के बराबर होती है, अन्यथा नहीं ।

यदि वाटमापी से किसी परिपथ में व्यय होने वाली यथार्थ सामर्थ्य को नाप लिया जाय, और अम्मापी से परिपथ की धारा तथा वोल्टमापी से उस पर उत्पन्न विभवान्तर को नापकर प्रतीयमान सामर्थ्य की गणना कर ली जाय तो इनसे परिपथ का सामर्थ्य-गुणांक ज्ञात किया जा सकता है, क्योंकि

$$\text{सामर्थ्य-गुणांक} = \frac{\text{यथार्थ सामर्थ्य}}{\text{प्रतीयमान सामर्थ्य}} \text{ ।}$$

6.8. ट्रान्सफार्मर तथा ट्रान्सफार्मर का उपयोग

प्रत्यावर्ती धारा के वि० वा० ब० को सिद्धान्ततः विद्युत्-सामर्थ्य के बिना नष्ट किये ही, जिस उपकरण से बढाया-घटाया जा सकता है उसे **ट्रान्सफार्मर** कहा जाता है।

उपकरण की बनावट— एक साधारण ट्रान्सफार्मर के तीन मुख्य भाग होते हैं— आन्तरक अथवा क्रोड (core), प्राथमिक कुंडली (primary coil) तथा द्वितीयक कुंडली (secondary coil)। क्रोड के बनाने के लिए नर्म लोहे के आयताकार टुकड़े के बीच में आयताकार रिक्त स्थान बनाये जाते हैं और उन्हें विसंवाहित पदार्थ की तहों पर एक के ऊपर दूसरे को इकट्ठा कर दिया जाता है। ट्रान्सफार्मर बनाने के लिए क्रोड की एक भुजा में एक कुंडली लपेटी जाती है जिसे प्राथमिक कहा जाता है और दूसरी भुजा में दूसरी कुंडली लपेटी जाती है जिसे द्वितीयक कहा जाता है।

(चित्र 104)

उपकरण की क्रिया— जब प्राथमिक को प्रत्यावर्ती धारा के स्रोत से जोड़ दिया जाता है तब क्रोड में चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न होता है। चूंकि प्राथमिक की धारा मान और दिशा में बदलती रहती है, इसलिए क्रोड के भीतर का चुम्बकीय क्षेत्र भी मान तथा दिशा में बदलता रहता है। चूंकि चुम्बकीय क्षेत्र क्रोड में बन्द चुम्बकीय परिपथ (magnetic circuit) बनाकर द्वितीयक से भी सम्बद्ध है, इसलिए द्वितीयक में प्रेरित वि० वा० ब० उत्पन्न होता है।

मान लें कि क्रोड के भीतर फ्लक्स परिवर्तन की दर $\frac{dN}{dt}$ है। यदि प्राथमिक के घुमावों (turns) की संख्या n_p हो तो प्राथमिक में प्रेरित वि० वा० बल $E_p = -n_p \frac{dN}{dt}$ होगा। इसी प्रकार यदि द्वितीयक के घुमावों की संख्या n_s हो तो

द्वितीयक में प्रेरित वि० वा० ब० $E_s = -n_s \frac{dN}{dt}$ होगा। यदि प्राथमिक का प्रतिरोध बहुत ही कम हो तो E_p लगभग इसमें लगे स्रोत के वि० वा० ब० V_p के बराबर होगा और यदि द्वितीयक खुला हुआ है अथवा उससे लगा प्रतिरोध अत्यन्त ही अधिक है, तब द्वितीयक के छोरों का विभवान्तर V_s लगभग E_s के बराबर होगा। ऐसी अवस्था में

$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{E_s}{E_p} = \frac{-n_s \frac{dN}{d}}{-n_p \frac{dN}{dt}} = \frac{n_s}{n_p}$$

$$= \frac{\text{द्वितीयक के घुमावों की संख्या}}{\text{प्राथमिक के घुमावों की संख्या}}$$

$= n$, एक स्थिरांक,

जिसे **परिवर्तन-गुणक** (transformation ratio) कहा जाता है।

यदि द्वितीयक के छोरों से एक काफी बड़ा प्रतिरोध जुड़ा हुआ हो तो उससे एक छोटी धारा I_s प्रवाहित होगी और द्वितीयक के परिपथ को दी गयी सामर्थ्य $V_s I_s$ होगी। ऐसी स्थिति में यदि प्राथमिक के परिपथ की धारा I_p हो तो प्राथमिक से ली गयी सामर्थ्य $V_p I_p$ होगी। यदि ट्रान्सफार्मर में विद्युत्-सामर्थ्य किसी अन्य रूप में नष्ट नहीं हो, तो

$$V_p I_p = V_s I_s$$

या
$$\frac{V_s}{V_p} = \frac{I_p}{I_s} = \frac{E_p}{E_s} = \frac{n_s}{n_p} = n.$$

यदि $n_s > n_p$, तो $V_s > V_p$ तथा $I_s < I_p$; और यदि $n_s < n_p$, तो $V_s < V_p$ तथा $I_s > I_p$.

इस प्रकार n_p तथा n_s को समंजित कर ट्रान्सफार्मर द्वारा छोटे वि० वा० ब० को बड़ा तथा बड़ी धाराशक्ति को छोटा बनाया जा सकता है या बड़े वि० वा० ब० को छोटा तथा छोटी धाराशक्ति को बड़ा बनाया जा सकता है।

अत: आवश्यकतानुसार दो प्रकार के ट्रान्सफार्मर बनाये जा सकते हैं—**आरोही ट्रान्सफार्मर** (step-up transformer), तथा **अवरोही ट्रान्सफार्मर** (step-down transformer)। आरोही ट्रान्सफार्मर में द्वितीयक के छोरों का विभवान्तर प्राथमिक के छोरों के विभवान्तर से अधिक होता है और द्वितीयक के घुमावों की संख्या प्राथमिक के घुमावों की संख्या से अधिक होती है। चूँकि ऐसे ट्रान्सफार्मर में प्राथमिक अधिक शक्ति की धारा प्रवाहित करती है, इसलिए प्राथमिक कुंडली का तार मोटा होता

है। अवरोही ट्रान्सफार्मर में द्वितीयक के छोरों का विभवान्तर प्राथमिक के छोरों के विभवान्तर से कम होता है और द्वितीयक के घुमावों की संख्या प्राथमिक के घुमावों की संख्या से कम होती है।

यदि प्राथमिक के परिपथ का प्रतिरोध R हो तो इस प्रतिरोध पर विभवान्तर

$$R_p I_p = V_p - E_p$$

या

$$E_p = V_p - R_p I_p.$$

यदि द्वितीयक के परिपथ का प्रतिरोध R_s हो तो द्वितीयक में कार्य करने वाला वि० वा० ब० $E_s = V_s + R_s I_s$ होगा।

अत:

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{V_p - R_p I_p}{V_s + R_s I_s} = \frac{1}{n}$$

या

$$V_s + R_s I_s = nV_p - nR_p I_p.$$

$$\therefore \quad V_s = nV_p - R_s I_s - nR_p I_p$$

$$= nV_p - R_s I_s - nR_p . nI_s \quad \left(\because \quad \frac{E_s}{E_p} = \frac{I_p}{I_s} = n\right)$$

$$= nV_p - I_s(R_s + n^2 R_p).$$

अत: यदि द्वितीयक के छोर खुले हैं तब $R_s = \infty$, और $V_s = nV_p$ होगा। किन्तु जब द्वितीयक के छोर खुले नहीं हैं और द्वितीयक से धारा ली जा रही है, तब द्वितीयक की वोल्टीयता (voltage) V_s केवल परिवर्तन गुणक n ही पर निर्भर नहीं करती है बल्कि जैसे-जैसे द्वितीयक से अधिक धारा ली जाती है वैसे-वैसे V_s का पतन होता जाता है।

कोई भी व्यावहारिक ट्रान्सफार्मर इस अर्थ में आदर्श नहीं होता कि उसकी विद्युत्-सामर्थ्य का कुछ भी क्षय होता ही नहीं। प्रत्येक ट्रान्सफार्मर में सामर्थ्य का कुछ क्षय मुख्यतः दो रूपों में होता है—

(i) **ताम्र-क्षय** (Copper loss)— यह ट्रान्सफार्मर की प्राथमिक तथा द्वितीयक कुण्डलियों के प्रतिरोध के कारण होता है और यह क्षय ऊष्मा के रूप में होता है जो प्रतिरोध के अनुपाती तथा धारा-शक्ति के वर्ग के समानुपाती होता है। इस क्षय को कम करने के लिए ही कुण्डलियों का तार ताँबे का होता है और आरोही तथा अवरोही ट्रान्सफार्मर की क्रमश: प्राथमिक तथा द्वितीयक कुण्डलियाँ मोटे तार की होती हैं।

(ii) **लौह-क्षय** (Iron loss)— यह ट्रान्सफार्मर के क्रोड में होता है जो क्रोड के चक्रीय चुम्बकन (cyclic magnetisation) के कारण होता है। इस क्षय को कम करने के लिए ट्रान्सफार्मर नर्म लोहे के पत्तीदार (laminated) क्रोड से बनाया जाता है। लौह-क्षय दो प्रकार के होते हैं : (अ) **भँवरधारा-क्षय** तथा (ब) **मन्दायन क्षय** (hysteresis loss)। भँवरधारा-क्षय क्रोड में भँवरधारा के प्रेरण के कारण उत्पन्न होता है। इस धारा की ऊर्जा ट्रान्सफार्मर के ही परिपथ से प्राप्त होती है।

मन्दायन-क्षय क्रोड के मन्दायन-चक्रों (hysteresis cycle) से प्रभावित होने के कारण होता है। क्रोड इन चक्रों से धारा के प्रत्यावर्तनकाल में गुजरता है।

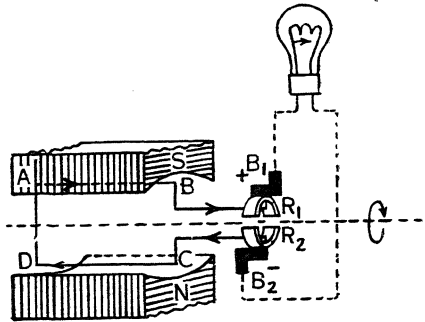
ट्रान्सफार्मर का क्षय ऊष्मा के रूप में उपस्थित होता है। प्राय: बड़े ट्रान्सफार्मरों को तेल में डुबा दिया जाता है जिसमें यह ऊष्मा शोषित होती है।

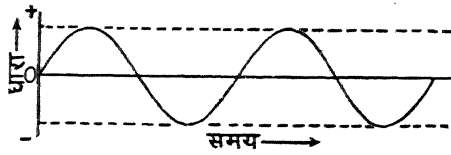
ट्रान्सफार्मर का उपयोग विद्युत्-ऊर्जा के वितरण में उन सभी क्षेत्रों में देखा जाता है जहाँ बिजली का उपयोग घरों में बत्तियाँ जलाने में तथा कारखानों में मशीनों को चलाने में होता है। विद्युत्-ऊर्जा का विनाश I^2R के बराबर होता है, जहाँ I धारा का मान है तथा R चालक का प्रतिरोध है। अत: चालकों द्वारा विद्युत्-ऊर्जा के वितरण में ऊर्जा के क्षय को कम करने के लिए यह आवश्यक है कि ऊर्जा को कम धारा-शक्ति तथा अधिक वोल्टीयता (2200 वोल्ट) पर ले जाया जाय। इसके साथ हमें यह भी ध्यान रखना है कि विद्युत्-ऊर्जा के उपभोग (consumption) के लिए ऊर्जा को कम वोल्टीयता (220 वोल्ट) पर उपभोक्ताओं को देना होता है। अत: अवरोही ट्रान्सफार्मर के उपयोग द्वारा ही अधिक वोल्टीयता पर लायी गयी ऊर्जा को कम वोल्टीयता पर परिवर्तित कर उपभोक्ताओं को दिया जाता है।

ट्रान्सफार्मर का उपयोग रेडियो के परिपथ में वोल्टीयता को घटाने-बढ़ाने के लिए भी होता है।

6.9. प्रत्यावर्तक (Alternator) या प्रत्यावर्ती धारा-डाइनेमो

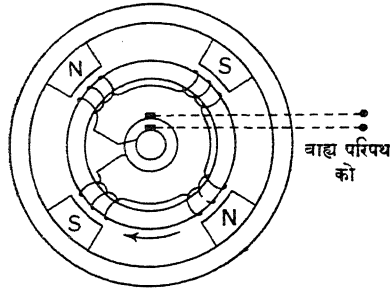
प्रत्यावर्तक या प्रत्यावर्ती धारा-डाइनेमो वि० चु० प्रेरण पर आधारित प्रत्यावर्ती धारा का उत्पादक है। इस उपकरण का कार्य-सिद्धान्त वही है जो चुम्बकीय क्षेत्र में घूमती हुई कुण्डली द्वारा वि० वा० ब० के उत्पादन के सम्बन्ध में अध्याय 5 में कहा गया है। यह यांत्रिक ऊर्जा को विद्युत्-ऊर्जा में परिवर्तित करता है।

चित्र 105 में एक साधारण प्रत्यावर्ती धारा-डाइनेमो दिखलाया गया है। $ABCD$ एक कुण्डली है जो एक क्षैतिज अक्ष पर नाल-चुम्बक के ध्रुवों के बीच घुमायी जाती है। मान लें कि कुण्डली घड़ी की सूई की गति की दिशा में घूमती है। जब कुण्डली की AB भुजा ऊपर की ओर है और CD भुजा नीचे की ओर, तब फ्लेमिंग के दाहिने हाथ के नियम के अनुसार AB में A से B की ओर तथा CD में C से D की ओर धारा प्रवाहित होती है। AB भुजा का छोर B, वलय R_1 (ring) से तथा CD भुजा

(चित्र 105)

का C छोर R_2 वलय से जोड़ दिया गया है। R_1 तथा R_2 उसी क्षैतिज अक्ष पर समाक्षीय रूप (co-axially) में व्यवस्थित हैं जिनपर कुण्डली घूमती है। इन वलयों को क्रमशः B_1 तथा B_2 कूचियाँ (brushes) स्पर्श करती हैं। किसी उपकरण में धारा को प्रवाहित कराने के लिए उपकरण को इन्हीं कूचियों से जोड़ा जाता है। यह स्पष्ट है कि जब धारा कुण्डली में A से B की ओर तथा C से D की ओर बहती है तब डाइनेमो से जुड़े उपकरण में धारा B_1 कूँची से प्रवेश करती है तथा B_2 कूँची से निकलती है। कुण्डली घड़ी की सूई की गति की दिशा में घूमकर जब इस स्थिति में आती है कि इसकी CD भुजा ऊपर तथा AB भुजा नीचे की ओर हो जाती है तब AB भुजा में धारा B से A की ओर तथा CD भुजा में धारा D से C की ओर बहती है। ऐसी स्थिति में डाइनेमो से जुड़े उपकरण में धारा B_2 कूँची से प्रवेश करती है और B_1 कूँची से निकलती है, अर्थात् बाह्य परिपथ में धारा पहली दिशा से विपरीत दिशा में बहती है। अत: कुण्डली के एक पूरे घुमाव में उसके छोरों के विद्युतीय-ध्रुव (polarity) दो बार बदलते हैं। यदि समय का मापन उस स्थिति से किया जाय जब डाइनेमो की कुण्डली चुम्बकीय क्षेत्र पर लम्बवत् है, तो भिन्न-भिन्न समयों में धारा की स्थिति को चित्र 106 के ग्राफ द्वारा दरसाया जा सकता है। धारा का मान अधिकतम तब होता है जब डाइनेमो की कुण्डली चुम्बकीय क्षेत्र के समानान्तर होती है।

(चित्र 106)

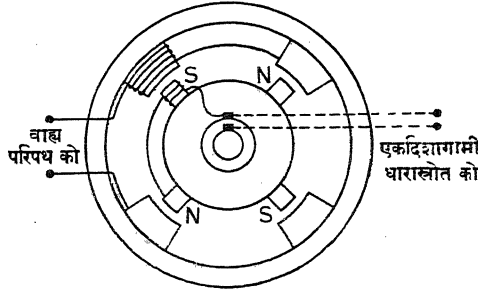
डाइनेमो की कुण्डली को आर्मेचर (armature) कहा जाता है, जो नर्म लोहे की पत्तियों के क्रोड पर लिपटा रहता है। आर्मेचर ताँबे के तार से बनाया जाता है। कम सामर्थ्य वाले डाइनेमो में चुम्बकीय क्षेत्र स्थायी चुम्बक द्वारा प्राप्त किया जाता है। किन्तु बड़े डाइनेमो में यह विद्युत्-चुम्बक द्वारा प्राप्त किया जाता है। ऐसे डाइनेमो में विद्युत्-चुम्बक की एकदिशागामी (अपरिवर्ती) धारा एक छोटे एक-दिशागामी (अपरिवर्ती) धारा-उत्पादक से प्राप्त की जाती है जो डाइनेमो के ही अक्ष पर व्यवस्थित कर दिया जाता है और जिसे उसी व्यवस्था द्वारा घुमाया जाता है जो डाइनेमो के आर्मेचर को घुमाती है।

प्रत्यावर्ती धारा-डाइनेमो या प्रत्यावर्तक दो प्रकार के होते हैं—

(i) घूर्णशील आर्मेचर वाला प्रत्यावर्तक— इसमें आर्मेचर घूर्णशील होता है जिसे **घूर्णक** (rotor) कहा जाता है तथा क्षेत्र-चुम्बक (field magnet) स्थिर होता है जिसे **अचल** (stator) कहा जाता है। घूर्णक श्रेणीक्रम में जुड़ी कई कुण्डलियाँ होती हैं जो नरम लोहे के क्रोड पर लिपटी रहती हैं। कुण्डलियों की संख्या उतनी ही होती है जितने क्षेत्र-चुम्बक के ध्रुव होते हैं तथा उनकी पृथकता उतनी ही होती है जितनी

(चित्र 107)

पृथकता क्षेत्र-चुम्बक के ध्रुवों की होती है। आर्मेचर के छोर धातु के बने दो वलयों से पृथक्-पृथक् सम्बद्ध होते हैं जो एक ही अक्ष पर व्यवस्थित होते हैं। इन वलयों को कार्बन की दो कूचियाँ स्पर्श करती हैं जिनसे बाह्य परिपथ को जोड़ा जाता है।

इसके चार ध्रुव वाले क्षेत्र-चुम्बक को एकदिशागामी (अपरिवर्ती) धारा-डाइनेमो से प्राप्त धारा द्वारा उत्तेजित (excite) किया जाता है।

(ii) घूर्णशील क्षेत्र वाला प्रत्यावर्तक— इसमें चार ध्रुव वाला क्षेत्र-चुम्बक घूर्णशील होता है जिसे घूर्णक कहा जाता है तथा आर्मेचर स्थिर होता है जिसे अचल कहा जाता है। क्षेत्र-चुम्बक की श्रेणीवद्ध कुण्डलियों में एकदिशागामी (अपरिवर्ती) धारा समाक्षीय वलय तथा कूँचियों द्वारा पहुँचती है। इस प्रकार के प्रत्यावर्तक द्वारा उच्च मान की वोल्टीयता उत्पन्न करने में सुगमता होती है, क्योंकि आर्मेचर की कुण्डलियों के अचल होने के कारण उन्हें उच्च वोल्टीयता सहने के लिए उचित रूप से विसंवाहित किया जा सकता है। इसके अतिरिक्त क्षेत्र-चुम्बक की कुण्डलियों को उत्तेजित करने के लिए कम ही वोल्टीयता की आवश्यकता होने के कारण कूँचियों के समीप स्फुलिंग की उत्पत्ति-सम्बन्धी विशेष कठिनाइयाँ उत्पन्न नहीं होती हैं, और आर्मेचर को बाह्य परिपथ से जोड़ने के लिए कूँचियों का व्यवहार न होने से प्रत्यावर्तक द्वारा अधिक वोल्टीयता उत्पन्न करने में व्यावहारिक कठिनाइयाँ उत्पन्न नहीं होती हैं।

(चित्र 108)

साधित उदाहरण

1. श्रेणीबद्ध 0·01 हेनरी के एक विशुद्ध प्रेरकत्व और 6 ओम के प्रतिरोध वाले परिपथ में 220 मू० म० व० वोल्ट की प्रत्यावर्ती वोल्टीयता 40 चक्र प्रति से० पर

लगायी गयी है। (a) धारा, (b) प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व पर अलग-अलग विभवान्तर, (c) वोल्टीयता तथा धारा के बीच समय-पश्चता (lag) ज्ञात कीजिए।
(P. U. 1962 A)

(An alternating voltage of 220 r. m. s. volts at a frequency of 40 cycles per second is applied to a circuit containing a pure inductance of 0·01 henry and a pure resistance of 6 ohms in series. Calculate (a) the current, (b) the potentials across the resistance and the inductance separately, (c) lag in time between voltage and current.)

प्रेरकत्व के कारण परिपथ में प्रतिबाधा

$$=\omega L=2\pi fL=2\times 3{\cdot}142\times 40\times 0{\cdot}01=2{\cdot}51 \text{ ओम।}$$

$\therefore$ परिपथ की अवबाधा $=\sqrt{R^2+(\omega L)^2}=\sqrt{(6)^2+(2{\cdot}51)^2}=6{\cdot}5$ ओम।

अतः परिपथ में धारा, $I=\dfrac{V}{I}=\dfrac{220}{6{\cdot}5}=33{\cdot}85$ मू० म० व० एम्पियर।

प्रतिरोध पर विभवान्तर $=R\times I=33{\cdot}85\times 6$

$=203{\cdot}1$ मू० म० व० वोल्ट।

प्रेरकत्व पर विभवान्तर $=(\omega L)\ I=2{\cdot}51\times 33{\cdot}85$

$=84{\cdot}96$ मू० म० व० वोल्ट।

वोल्टीयता तथा धारा में कलान्तर, $\varphi=\tan^{-1}\dfrac{\omega L}{R}$;

$$\tan^{-1}\frac{2{\cdot}51}{6}=\tan^{-1}0{\cdot}4183$$
$$=22^\circ 42'.$$

यदि वोल्टीयता तथा धारा में समय-पश्चता t से० हो तो

$$\varphi=\omega t=2\pi ft=2\times 180^\circ\times 40\times t;$$

$$\therefore\ t=\frac{22^\circ 42'}{360\times 40}$$
$$=0{\cdot}00158 \text{ से०।}$$

2. 5 हेनरी प्रेरकत्व तथा 200 ओम प्रतिरोध के प्रतिबन्धक में 100 चक्र प्रति से० पर 10 वोल्ट का एक प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० लगाया गया है। परिपथ का सामर्थ्य-गुणांक तथा सामर्थ्य ज्ञात कीजिए। (P. U. 1964 S)

(An alternating e. m. f. of 10 volts at 100 cycles per second is applied to a choke of resistance 200 ohms and inductance 5 henries. Find the power factor and the power in the circuit.)

प्रतिबन्धक की प्रतिबाधा $=\omega L=2\pi fL$

$=2\times 3{\cdot}142\times 100\times 5$

$=3142$ ओम।

अत: वोल्टीयता तथा धारा में कलान्तर,

$$\varphi = \tan^{-1}\frac{\omega L}{R} = \tan^{-1}\frac{3142}{200}$$
$$= \tan^{-1} 15{\cdot}71 = 86°24'.$$

∴ प्रतिबन्धक परिपथ का सामर्थ्य-गुणांक, $\cos\varphi = \cos 86°24'$
$= 0{\cdot}0628.$

परिपथ की अवबाधा $= \sqrt{R^2+\omega^2L^2} = \sqrt{(200)^2+(3142)^2} = 3148$ ओम।

∴ परिपथ की सामर्थ्य $= V \times I \times \cos\varphi$

$$= V \times \frac{V}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}} \times \cos\varphi$$

$$= \frac{V^2}{\sqrt{R^2+\omega^2L^2}}\cos\varphi = \frac{(10)^2}{3148} \times 0{\cdot}0628$$

$= 0{\cdot}002$ वाट (लगभग)।

3. एक बिजली की बत्ती जिसे 100 वोल्ट तथा 10 एम्पियर पर जलना चाहिए, उसे 200 वोल्ट, 50 चक्र प्रत्यावर्ती स्रोत से जोड़कर जलाने के लिए जिस प्रतिबन्धक की आवश्यकता होगी उसके प्रेरकत्व की गणना कीजिए। (B. U. 1964 S)

(An electric lamp which runs on 100 volts and 10 amperes is connected to 200 volts, 50 cycle A. C. mains. Calculate the inductance of the choke required.)

यदि प्रतिबन्धक का आवश्यक प्रेरकत्व L हो तो उसकी प्रतिबाधा

$$= \omega L = 2\pi f L = 2 \times 3{\cdot}142 \times 50 \times L = 314{\cdot}2L \text{ ओम}।$$

बत्ती का प्रतिरोध $= R = \frac{100}{10} = 10$ ओम।

∵ बत्ती पर 100 वोल्ट ही लगना चाहिए,

∴ 200 वोल्ट में 100 वोल्ट प्रतिबन्धक पर लगना चाहिए।

इसके अतिरिक्त परिपथ से 10 एम्पियर की ही धारा प्रवाहित होनी चाहिए। अत:,

प्रतिबन्धक पर विभवान्तर $= 314{\cdot}2L \times 10$ वोल्ट $= 100$ वोल्ट।

∴ प्रतिबन्धक का $L = \frac{100}{3142}$ हेनरी $= 0{\cdot}0318$ हेनरी।

प्रश्नावली ६

(अ)

1. श्रेणीक्रम में जुड़े प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व वाले प्रत्यावर्ती परिपथ में लगे वि० वा० ब० तथा धारा में सम्बन्ध प्राप्त करें। ऐसे परिपथ में जो सामर्थ्य विकसित होती है उसका व्यंजक प्राप्त करें। (Bhag. U. 1964 A; R. U. '65 A; P. U. '64 S)

(Obtain a relation between the current and the e.m.f. in an A. C. circuit, containing resistance and inductance joined in series. Obtain the expression of power developed in such a circuit.)

2. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ की (a) अवबाधा, (b) प्रतिबाधा, (c) सामर्थ्य-गुणांक तथा (d) वाटहीन धारा के अर्थ क्या हैं ? (Bhag. U. 1966 A; M. U. '65 A)

[What is meant by (a) impedance, (b) reactance, (c) power factor and (d) wattless current of an A. C. circuit ?]

3. प्रतिरोध तथा प्रेरकत्व युक्त परिपथ में सरल आवर्ती वि० वा० ब० लगाने पर परिपथ में जो धारा प्रवाहित होती है उसके तात्कालिक मान के लिए एक व्यंजक प्राप्त करें। किसी परिपथ की प्रतिबाधा क्या होती है ? (M. U. 1963 A; R. U. '63 A)

[Derive an expression for the current at any instant in a circuit containing a resistance and an inductance, when subjected to a simple harmonic E.M.F. What is the reactance of a circuit ?]

4. एक प्रत्यावर्ती धारा उत्पादक की बनावट तथा कार्य-कलाप का वर्णन कीजिए।

(M. U. 1965 S)

[Describe the construction and working of an a. c. generator.]

5. ट्रान्सफार्मर की बनावट, सिद्धान्त तथा उपयोगों का सविस्तर वर्णन कीजिए। शक्ति के क्षय क्या हैं और इन्हें किस प्रकार न्यूनतम बनाया जाता है ? (R. U. 1966 A)

[Explain in detail the construction, theory, and uses of transformers. What are energy losses and how they are reduced to a minimum ?]

6. एक कुण्डली को एक समरूप चुम्बकीय क्षेत्र में समरूप गति से परिभ्रमित किया जाता है। कुण्डली में विकसित (a) तात्कालिक वि० वा० ब०, (b) शिखर वि० वा० ब० तथा (c) औसत वि० वा० ब० के लिए व्यंजक प्राप्त करें। (B. U. 1964 S)

[A coil is rotated uniformly in a uniform magnetic field. Deduce an expression for (a) the instantaneous e.m.f., (b) the maximum e.m.f. and (c) the average e.m.f. developed in the coil.]

7. एक प्रतिरोध तथा धारिता युक्त परिपथ में एक प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० लगाया गया है। परिपथ में उत्पन्न प्रत्यावर्ती धारा तथा परिपथ की अवबाधा के व्यंजक प्राप्त कीजिए।

समझाइए कि इस व्यवस्था में प्रत्यावर्तन के कम्पनांक को बढ़ा देने पर परिपथ अधिक शक्तिशाली धारा चालित करता है। (B. U. 1965 S, '66 S)

[An alternating e.m.f. is applied across a circuit containing a resistance and a capacity in series. Find an expression for the alternating current generated in the circuit, and the impedance of the circuit.

Explain how, in this arrangement, the circuit transmits a stronger current when the frequency of alternation is increased.]

8. प्रत्यावर्ती धारा परिपथ के सम्बन्ध में व्यवहृत 'प्रतिबाधा', 'अवबाधा' तथा 'कला-पश्चता' पदों की व्याख्या कीजिए। (P. U. 1962 A)

[Explain the terms 'reactance', 'impedance', and 'phase lag' as applied to alternating current circuits.]

(ब)

1. एक प्रत्यावर्ती धारा का समीकरण, $I = 100 \sin 200t$ है। धारा का कम्पनांक तथा मूल मध्यमान वर्ग के मान की गणना कीजिए। (M. U. 1965 S)

(उत्तर : 32, 70·7)

[The equation of an alternating current is $I = 100 \sin 200t$. Calculate the frequency and r.m.s. value of the current].

2. 0·5 ओम प्रतिरोध तथा 0·01 हेनरी प्रेरकत्व के परिपथ में 100 प्रतीयमान वोल्ट का प्रत्यावर्ती दाब 50 चक्र/से॰ के कम्पनांक पर लगाया गया है। परिपथ में कितनी धारा है और दाब तथा धारा में पश्चता क्या है ? (P. U. 1963)

(उत्तर : 31·25 एम्पियर, 0·0045 से॰)

[An alternating pressure of 100 virtual volts is applied to a circuit of resistance 0·5 ohm and inductance 0·01 henry, the frequency being 50 cycles/sec. What is the current and lag in time between pressure and current ?]

3. 200 वोल्ट, 50 चक्र के प्रत्यावर्ती वि॰ वा॰ ब॰ को 20 ओम प्रतिरोध तथा 0·02 हेनरी के प्रेरकत्व वाली कुण्डली में लगाया गया है। धारा का ज्ञापन कीजिए और ज्ञात कीजिए कि धारा वि॰ वा॰ ब॰ से कितने कोण से पीछे है। (Bhag. U. 1963 A)

(उत्तर : 9·54 एम्पियर तथा 17·4°)

[An alternating E.M.F. of 200 volts, 50 cycles is applied to a coil of 20 ohms resistance and 0·02 henry inductance. Find the current, and the angle by which the current lags behind the E.M.F.]

4. एक परिपथ में 10 ओम प्रतिरोध, 1 मिलीहेनरी प्रेरकत्व, तथा 1 माइक्रोफैराड धारिता श्रेणीक्रम में जुड़े हैं और उनकी श्रेणी में 100 वोल्ट का वि॰ वा॰ ब॰ एक प्रत्यावर्ती स्रोत है जिसका कम्पनांक परिवर्तनीय है। बतलाइए कि किस कम्पनांक पर परिपथ की धारा उच्चतम होगी और धारा का यह उच्चतम मान क्या होगा। (उत्तर : 1591 चक्र/से॰, 10 एम्पियर)

[A circuit contains a 10 ohms resistance, a 10 milli henry inductance, and a $1 \mu F$ capacitance in series with an alternating source of 100 volts e.m.f. of variable frequency. Find the frequency at which the current will be maximum. What will be the maximum value of the current ?]

७ स्थिर-विद्युत्, विद्युत्-चुम्बकीय तथा प्रायोगिक इकाइयाँ
[ELECTROSTATIC, ELECTRO-MAGNETIC AND PRACTICAL UNITS]

7.1. विषय-प्रवेश

किसी भौतिक राशि को परिभाषित करने के लिए हम सबसे पहले यह कहते हैं कि राशि अमुक **इकाई** में नापी गयी है और मापन की इकाई तथा राशि में अमुक आंकिक सम्बन्ध है। उदाहरण के लिए हम इस कथन पर विचार करें कि अमुक मेज की लम्बाई 100 सें०मी० है। यहाँ परिभाषित होने वाली भौतिक राशि मेज की लम्बाई है, लम्बाई-मापन की इकाई एक सें०मी० है, तथा राशि तथा इकाई में आंकिक सम्बन्ध 100 है।

भौतिक राशियों को परिभाषित करने वाली जो **मौलिक इकाइयाँ** (fundamental units) हैं, वे संहति (mass), लम्बाई (length), तथा समय (time) की इकाइयाँ हैं। संहति की इकाई **पेरिस के आर्काइव** (Archives de Paris) में रखे प्लैटिनम के टुकड़े की संहति के हजारवें भाग की संहति है जिसे **ग्राम** कहा जाता है। लम्बाई की इकाई उसी स्थल पर रखी प्लैटिनम की छड़ पर बने चिह्नों के, प्रामाणिक तापमान पर, बीच की दूरी का सौवाँ भाग है जिसे **सेंटीमीटर** कहा जाता है। समय की इकाई को **सेकेण्ड** कहा जाता है जो सूर्य द्वारा किसी दो क्रमवर्ती याम्योत्तर-गमन में लगे समय का $\frac{1}{86400}$ वाँ भाग है।

भौतिक राशियों की इकाइयों को इन्हीं तीन मौलिक इकाइयों के भिन्न-भिन्न घातों (powers) से उत्थित (raised) कर प्राप्त किया जाता है और जिन घातों से मूल इकाइयों को उत्थित कर किसी राशि की इकाई प्राप्त की जाती है उन्हें राशि की इकाई की **विमितियाँ** (dimensions) कहा जाता है तथा मूल इकाइयों से प्राप्त राशि की इकाई को **व्युत्पन्न इकाई** (derived unit) कहा जाता है। उदाहरण के लिए क्षेत्रफल की इकाई पर विचार करें। क्षेत्रफल की इकाई एक सें०मी० भुजा वाला वर्ग होगी, अर्थात् यह वर्ग सें०मी० होगी जो व्युत्पन्न इकाई है और जिसकी विमिति लम्बाई, L, में दो (वर्ग) है। अत: यदि लम्बाई की इकाई के लिए $[L]$ लिखा जाय और क्षेत्रफल की इकाई के लिए $[A]$ लिखा जाय तो

$$[A]=[L^2]$$

होगा जिसे **विमितीय समीकरण** (dimensional equation) कहा जाता है और जो यहाँ यह बतलाता है कि क्षेत्रफल की विमिति लम्बाई का वर्ग है। इसी प्रकार आयतन

की विमिति $[V]=[L^3]$ है जिसे हम यों कह सकते है कि आयतन की विमिति लम्बाई, L, में तीन है अर्थात लम्बाई का घन है।

वेग की इकाई उस कण का वेग है जो एक सेकेण्ड में एक सें०मी० की दूरी तय करता है। अत: यदि लम्बाई की इकाई के लिए $[L]$ लिखा जाय तथा समय की इकाई के लिए $[T]$ लिखा जाय तो वेग की विमिति, $[v]=\left[\frac{L}{T}\right]=[LT^{-1}]$, अर्थात् लम्बाई में एक तथा समय में ऋणात्मक चिह्न के साथ एक होगी।

इसी प्रकार हम त्वरण, बल तथा ऊर्जा आदि की विमितियों को नीचे लिखे रूप में व्यक्त कर सकते हैं।

राशि	विमिति
त्वरण	$[a]=[LT^{-2}]$
बल	$[F]=[MLT^{-2}]$
ऊर्जा	$[E]=[F.L]=[ML^2T^{-2}]$

विद्युत् राशियों को भी परिभाषित करने के लिए इकाइयों की आवश्यकता होती है। ऐसी इकाइयों की दो पद्धतियाँ प्रचलित हैं जिनमें पहली दो अनुरूप आवेशों के बीच के बल के सूत्र द्वारा इकाई आवेश की परिभाषा से प्राप्त होती है, तथा दूसरी दो अनुरूप ध्रुवों के बीच के बल के सूत्र द्वारा इकाई ध्रुव की परिभाषा से प्राप्त होती है। पहली पद्धति को **स्थिर विद्युत् इकाई** (e.s u.), तथा दूसरी पद्धति को **विद्युत्-चुम्बकीय इकाई** (e.m.u.) कहा जाता है। इन दोनों ही पद्धतियों में विद्युत् राशियों को संहति, लम्बाई तथा समय की मूल इकाइयों में व्यक्त करते हैं। अत: इन पद्धतियों को **निरपेक्ष** (absolute) कहा जाता है।

7.2. स्थिर-विद्युत् पद्धति में इकाइयों की विमितियाँ

यदि दो अनुरूप आवेशों के बीच की दूरी d सें०मी० हो और प्रत्येक आवेश q इकाई हो तो दोनों के बीच का बल

$$F=\frac{qq}{kd^2} \text{ होगा,}$$

जहाँ k माध्यम से सम्बन्धित स्थिरांक है जिसे पारविद्युत्-स्थिरांक (dielectric constant) कहा जाता है। सेंटीमीटर, ग्राम तथा सेकेण्ड पद्धति (C.G.S. system) में इसका आंकिक मान निर्वात में एक होता है। यदि निर्वात में इस स्थिर राशि की विमिति $[k_0]$ हो

तो $F=\dfrac{q^2}{k_0 d^2}$ का विमितीय समीकरण $[MLT^{-2}]=\left[\dfrac{1}{k_0}\cdot\dfrac{q^2}{L^2}\right]$ होगा।

$\therefore$ आवेश की विमिति $[q]=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}k_0^{\frac{1}{2}}]$.

विभवान्तर की विमिति—

विभवान्तर × आवेश = कार्य = ऊर्जा

या $$e\times q=E.$$

$$\therefore\ [e.q]=[ML^2T^{-2}].$$

$\therefore$ विभवान्तर की विमिति $[e]=\dfrac{[ML^2T^{-2}]}{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}k_0^{\frac{1}{2}}]}$

$$=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}k_0^{-\frac{1}{2}}].$$

विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता की विमिति—

आवेश पर बल = क्षेत्र की तीव्रता × आवेश

या $$F=\underline{E}\times q.$$

$$\therefore\ [ML^2T^{-2}]=[\underline{E}.\,q].$$

$\therefore$ विद्युत् क्षेत्र की तीव्रता की विमिति $[\underline{E}]=\dfrac{[LM^2T^{-2}]}{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}k_0^{\frac{1}{2}}]}$

$$=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}k_0^{-\frac{1}{2}}]$$

विद्युत् धारा की विमिति—

धारा = प्रति सेकेण्ड प्रवाहित आवेश

या $$i=\frac{q}{t}.$$

$$\therefore \text{ धारा की विमिति, } [i]=\frac{[q]}{[T]}=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}k_0^{\frac{1}{2}}].$$

प्रतिरोध की विमिति—

$$\text{प्रतिरोध}=\frac{\text{विभवान्तर}}{\text{धारा}}$$

या
$$r=\frac{e}{i}.$$

$$\therefore \quad \text{प्रतिरोध की विमिति, } [r]=\frac{[e]}{[i]}=\frac{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}k_0^{-\frac{1}{2}}]}{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}k_0^{\frac{1}{2}}]}$$
$$=[L^{-1}Tk_0^{-1}].$$

धारिता की विमिति—

$$\text{संचक की धारिता}=\frac{\text{उसकी प्लेट पर आवेश}}{\text{उसकी प्लेटों के बीच विभवान्तर}}$$

या
$$C=\frac{[q]}{[e]}.$$

$$\therefore \quad \text{धारिता की विमिति, } [C]=\frac{[q]}{[e]}=\frac{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}k_0]}{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}k_0^{-\frac{1}{2}}]}$$
$$=[Lk_0].$$

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की विमिति— dl लम्बाई के तार-खण्ड में i धारा के प्रवाहित होने से किसी विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

$$H=\frac{idl\sin\theta}{r^2}.$$

जहाँ r, θ विन्दु का स्थान-निर्देशन करते हैं।

$$\therefore \quad \text{चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की विमिति, } [H]=\frac{[i]\,[dl]}{[r^2]},$$

($\because$ $\sin\theta$ विमिति-रहित है)

$$=\frac{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}k_0^{\frac{1}{2}}][L]}{[L^2]}=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-2}k_0^{\frac{1}{2}}].$$

चुम्बकीय ध्रुव की शक्ति की विमिति— H चुम्बकीय तीव्रता के विन्दु पर m ध्रुव पर

$$\text{बल}=mH$$

या
$$F=mH.$$

$$\therefore\quad [F]=[m]\,[H].$$

$\therefore$ चुम्बकीय ध्रुव की विमिति $[m]=\dfrac{[F]}{[H]}=\dfrac{[MLT^{-2}]}{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-2}k_0^{\frac{1}{2}}]}$

$$=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}k_0^{\frac{1}{2}}].$$

प्रेरकत्व (inductance) **की विमिति**—आत्म-प्रेरित (self induced) वि॰वा॰ब॰

$$=e=-L\frac{di}{dt}\text{ होता है ।}$$

इसी प्रकार पारस्परिक प्रेरित (mutually induced) वि॰ वा॰ ब॰

$$=e=-M\frac{di}{dt}\text{ होता है ।}$$

$$\therefore\quad [e]=\frac{[l\text{ अथवा }m]\,[di]}{[dt]}$$

या
$$[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}k_0^{-\frac{1}{2}}]=\frac{[l\text{ अथवा }m]\;[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}k_0^{\frac{1}{2}}]}{[T]}\,.$$

$\therefore$ प्रेरकत्व की विमिति, $[l\text{ अथवा }m]=[L^{-1}T^2k_0^{-1}]$.

7.3. विद्युत्-चुम्बकीय पद्धति में इकाइयों की विमितियाँ

यदि दो अनुरूप ध्रुवों के बीच की दूरी d सें॰मी॰ और प्रत्येक ध्रुव m इकाई की शक्ति का हो तो दोनों के बीच का बल

$$F=\frac{mm}{\mu d^2}\text{ होगा,}$$

जहाँ μ माध्यम से सम्बन्धित स्थिरांक है जिसे चुम्बकशीलता (permeability) कहा

जाता है। सेंटीमीटर, ग्राम तथा सेकेण्ड पद्धति में इसका आंकिक मान निर्वात में एक होता है।

यदि निर्वात में इस स्थिर राशि की विमिति $[\mu_0]$ हो तो

$F=\frac{m^2}{\mu_0 d^2}$ का विमितीय समीकरण $[MLT^{-2}]=\left[\frac{1}{\mu_0}\cdot\frac{m^2}{L^2}\right]$ होगा।

$\therefore$ चुम्बकीय ध्रुव की शक्ति की विमिति, $[m]=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}\mu_0^{\frac{1}{2}}]$.

चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की विमिति— यदि किसी विन्दु पर चुम्बकीय तीव्रता H हो तो उस विन्दु पर रखे ध्रुव पर बल

$$=\text{तीव्रता}\times\text{ध्रुव की शक्ति}$$

$$=\underline{H}\times m$$

या $$F=m\,\underline{H}.$$

$$\therefore\quad [F]=[m][H].$$

$\therefore$ चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता की विमिति,

$$[\underline{H}]=\frac{[F]}{[M]}=\frac{[MLT^{-2}]}{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}\mu_0^{\frac{1}{2}}]}=[M^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}T^{-1}\mu_0^{-\frac{1}{2}}].$$

चुम्बकीय घूर्ण (Magnetic moment) **की विमिति**—

किसी चुम्बक का चुम्बकीय घूर्ण=ध्रुव की शक्ति×चुम्बक की लम्बाई

या $$M=m\times 2l.$$

$\therefore$ चुम्बक के चुम्बकीय घूर्ण की विमिति,

$$[M]=[m][L]$$

$$=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-1}\mu_0^{\frac{1}{2}}][L]$$

$$=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{5}{2}}T^{-1}\mu_0^{\frac{1}{2}}].$$

विद्युत् धारा की विमिति— dl लम्बाई के तार-खण्ड में i धारा के प्रवाहित होने पर किसी विन्दु पर चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता

$$\underline{H}=\frac{idl\sin\theta}{r^2},$$

जहाँ r, θ विन्दु का स्थान-निर्देशन करते हैं।

$$\therefore\ [H]=\frac{[i][L]}{[L^2]},\ (\because\ \sin\theta \text{ विमितिहीन है})$$

$$=\frac{[i]}{[L]}.$$

$\therefore$ विद्युत्-धारा की विमिति, $[i]=[H][L]$

$$=[M^{\frac{1}{2}}L^{-\frac{1}{2}}T^{-1}\mu_0^{\frac{1}{2}}][L]$$

$$=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu_0^{-\frac{1}{2}}].$$

आवेश की विमिति—

आवेश = धारा × समय

या $$q=i\times t.$$

$\therefore$ आवेश की विमिति, $[q]=[i][T]$

$$=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu_0^{-\frac{1}{2}}][T]$$

$$=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}\mu_0^{-\frac{1}{2}}].$$

वि०वा०ब० (e.m.f.) की विमिति—

धारा × वि०वा०ब० = कार्य करने की दर

= प्रति से० ऊर्जा का व्यय

या $$i\times e=\frac{E}{t}.$$

$$\therefore\ [i][e]=\frac{[E]}{[T]}=\frac{[ML^2T^{-2}]}{[T]}=[ML^2T^{-3}].$$

$\therefore$ वि०वा०ब० की विमिति, $[e]=\dfrac{[ML^2T^{-3}]}{[i]}=\dfrac{[ML^2T^{-3}]}{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu_0^{-\frac{1}{2}}]}$

$$=[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}\mu_0^{\frac{1}{2}}].$$

प्रतिरोध की विमिति—

$$\text{प्रतिरोध}=\frac{\text{वि० वा० ब०}}{\text{धारा}}$$

या $$r=\frac{e}{i}.$$

$\therefore$ प्रतिरोध की विमिति, $[r]=\frac{[e]}{[i]}$

$$=\frac{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}\mu_0^{\frac{1}{2}}]}{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu_0^{-\frac{1}{2}}]}$$

$$=[LT^{-1}\mu_0].$$

संचक की धारिता की विमिति—

$$C=\frac{q}{e}.$$

$\therefore$ धारिता की विमिति $[C]=\frac{[q]}{[e]}$

$$=\frac{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}\mu_0^{-\frac{1}{2}}]}{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}\mu_0^{\frac{1}{2}}]}$$

$$=[L^{-1}T^{2}\mu_0^{-1}].$$

प्रेरकत्व की विमिति—

$e=-L\frac{di}{dt}$ या $-M\frac{di}{dt}$ सम्बन्ध से

$$[e]=\frac{[l \text{ या } m]\,[di]}{[T]}$$

या $[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}\mu^{\frac{1}{2}}]=\frac{[l \text{ या } m][M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu_0^{-\frac{1}{2}}]}{[T]}$

$$=[l \text{ या } m][M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-2}\mu_0^{-\frac{1}{2}},]$$

$\therefore$ l या m की विमिति

$$[l \text{ या } m]=\frac{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}\mu_0^{-\frac{1}{2}}]}{[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-2}\mu_0^{-\frac{1}{2}}]}$$

$$=[L\mu_0].$$

7.4. विद्युत् चुम्बकीय तथा स्थिर विद्युत् इकाइयों में सम्बन्ध

दोनों पद्धतियों में एक ही राशि की विमितियाँ भिन्न मालूम पड़ती हैं, किन्तु संहति, लम्बाई तथा समय के परितः एक ही राशि की दो विमितियाँ नहीं हो सकतीं

हैं। हम देख चुके हैं कि सभी राशियों की विमितियों के साथ μ तथा k की विमितियाँ सम्बद्ध हैं। अतः दोनों पद्धतियों में किसी राशि की विमितियों में जो भेद दीखता है वह μ तथा k की विमितियों की अनुपस्थिति के कारण है।

यदि किसी दी हुई धारा में स्थिर विद्युत् इकाई की i_e संख्या हो और उसी धारा में विद्युत्-चुम्बकीय इकाई की i_m संख्या हो तो इन इकाइयों में इस धारा को क्रमश: $i_e[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}k_0^{\frac{1}{2}}]$ से तथा $i_m[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu^{-\frac{1}{2}}]$ से परिभाषित किया जायगा। अतः

$$i_e[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{3}{2}}T^{-2}k_0^{\frac{1}{2}}]=i_m\,[M^{\frac{1}{2}}L^{\frac{1}{2}}T^{-1}\mu^{-\frac{1}{2}}]$$

या
$$\left[\frac{1}{k_0^{\frac{1}{2}}\mu_0^{\frac{1}{2}}}\right]=\frac{i_e}{i_m}\;[LT^{-1}]$$
$$=c[LT^{-1}]$$

या
$$\frac{1}{\sqrt{\mu_0 k_0}}=\frac{i_e}{i_m}\text{ सें॰मी॰ प्रति सेकेण्ड}$$
$$=c\text{ सें॰मी॰ प्रति सेकेण्ड,}$$

जहाँ
$$\frac{i_e}{i_m}=\frac{\text{धारा की विद्युत्-चुम्बकीय इकाई का आकार}}{\text{धारा की स्थिर विद्युतीय इकाई का आकार}}=c.$$

इससे यह स्पष्ट है कि $\dfrac{1}{\sqrt{\mu k}}$ की विमितियाँ वेग की विमितियाँ हैं।

पुन: कल्पना करें कि किसी दिये हुए संचक की धारिता में धारिता की स्थिर विद्युत् इकाइयों की संख्या C_e है तथा ग्राहिता की विद्युत-चुम्बकीय इकाइयों की संख्या C_m है। अत: इन इकाइयों में संचक की ग्राहिता को क्रमश: $C_e[Lk_0]$ तथा $C_m[L^{-1}T^2\mu_0^{-1}]$ से परिभाषित किया जायगा।

अत:
$$C_e[Lk_0]=C_m[L^{-1}T^2\mu_0^{-1}]$$

या
$$\left[\frac{1}{\mu_0 k_0}\right]=\frac{C_e}{C_m}\;[L^2T^{-2}],\text{ या }\left[\frac{1}{k_0^{\frac{1}{2}}\mu_0^{\frac{1}{2}}}\right]=\sqrt{\frac{C_e}{C_m}}\;[LT^{-1}].$$

$$\therefore\quad \frac{1}{\sqrt{\mu_0 k_0}}=\sqrt{\frac{C_e}{C_m}}\text{ सें॰मी॰ प्रति से॰}$$
$$=c\text{ सें॰मी॰ प्रति से॰।}$$

अत:, पुन: $\dfrac{1}{\sqrt{\mu_0 k_0}}$ की विमितियाँ वेग की विमितियाँ हैं। दोनों पद्धतियों में

चाहे जिस राशि की विमितियों की तुलना की जाय $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 k_0}}$ के सम्बन्ध में बराबर यही फल प्राप्त होगा। इस प्रकार μ_0 तथा k_0 की विमितियाँ अज्ञात होते हुए भी $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 k_0}}$ की विमितियाँ ज्ञात हैं। किसी विद्युत् राशि के स्थिर विद्युतीय तथा विद्युत्-चुम्बकीय पद्धतियों पर उनके मानों को प्रयोग द्वारा ज्ञात कर तुलना करने पर $\frac{1}{\sqrt{\mu_0 k_0}} = 3 \times 10^{10}$ सें०मी० प्रति से० प्राप्त होता है। अतः यह स्पष्ट है कि किसी राशि की विद्युत-चुम्बकीय इकाई का आकार उसी राशि की स्थिर विद्युतीय इकाई के आकार से प्रकाश के वेग अथवा प्रकाश के वेग के किसी घात द्वारा सम्बन्धित है, यथा—

$$\frac{\text{किसी धारा में स्थि० वि० इ० की संख्या}}{\text{उसी धारा में वि० चु० इ० की संख्या}} = \frac{i_e}{i_m}$$

$$= \frac{\text{धारा की वि० चु० इकाई का आकार}}{\text{धारा की स्थि० वि० इकाई का आकार}}$$

$$= c = 3 \times 10^{10}$$

$$\frac{\text{किसी धारिता में स्थि० वि० इ० की संख्या}}{\text{उसी धारिता में वि० चु० इ० की संख्या}} = \frac{C_e}{C_m}$$

$$= \frac{\text{धारिता की वि० चु० इ० का आकार}}{\text{धारिता की स्थि० वि० इकाई का आकार}}$$

$$= c^2 = 9 \times 10^{20};$$

$$\frac{\text{किसी वि० वा ब० में स्थि० वि० इ० की संख्या}}{\text{उसी वि० वा० ब० में वि० चु० इ० की संख्या}} = \frac{e_e}{e_m}$$

$$= \frac{\text{वि० वा० ब० की वि० चु० इ० का आकार}}{\text{वि०वा०ब० की स्थि० वि० इ० का आकार}}$$

$$= c^{-1} = \frac{1}{3} \times 10^{-10};$$

$$\frac{\text{किसी प्रतिरोध में स्थि० वि० इ० की संख्या}}{\text{उसी प्रतिरोध में वि० चु० इ० की संख्या}} = \frac{r_e}{r_m}$$

$$= \frac{\text{प्रतिरोध की वि० चु० इ० का आकार}}{\text{प्रतिरोध की स्थि० वि० इ० का आकार}}$$

$$= c^{-2} = \frac{1}{9} \times 10^{-20};$$

$$\frac{\text{किसी आवेश में स्थि० वि० इ० की संख्या}}{\text{उसी आवेश में वि० चु० इ० की संख्या}} = \frac{q_e}{q_m}$$

$$= \frac{\text{आवेश की वि० चु० इ० का आकार}}{\text{आवेश की स्थि० वि० इ० का आकार}}$$

$$= c = 3 \times 10^{10};$$

$$\frac{\text{किसी प्रेरकत्व में स्थि० वि० इ० की संख्या}}{\text{उसी प्रेरकत्व में वि० चु० इ० की संख्या}} = \frac{l_e}{l_m}$$

$$= \frac{\text{प्रेरकत्व में वि० चु० इ० का आकार}}{\text{प्रेरकत्व में स्थि० वि० इ० का आकार}}$$

$$= c^{-2} = \frac{1}{9} \times 10^{-20}.$$

ऐसे ही परिणामों से प्रोत्साहित होकर मैक्सवेल (Maxwell) ने प्रस्तावित किया कि प्रकाश विद्युत् चुम्बकीय तरंगों के रूप में संचारित होता है।

यह स्पष्ट है कि वि० चु० अथवा स्थि० वि० पद्धति में विद्युत् राशियों को केवल M, L तथा T के विमितीय समीकरणों से ही प्रदर्शित नहीं किया जा सकता है। अत: क्रमश: μ_0 अथवा k_0 की विमितियों को अवरुद्ध (supress) कर वि० चु० इ० अथवा स्थि० वि० इ० में किसी विद्युत् राशि को व्यक्त किया जाता है—यथा वि० चु० इ० में किसी प्रतिरोध को अमुक सें०मी० प्रति सेकेण्ड से व्यक्त करते हैं तथा स्थि० वि० इ० में इसे अमुक सेकेण्ड प्रति सें०मी० से व्यक्त करते हैं, और धारिता को वि० चु० इ० में अमुक वर्ग सेकेण्ड प्रति सें०मी० और स्थि० वि० इ० में अमुक सें०मी० से व्यक्त करते हैं।

6.5. व्यावहारिक इकाइयाँ (Practical units)

निरपेक्ष विद्युत् चुम्बकीय अथवा निरपेक्ष स्थिर विद्युतीय इकाइयों के आकार कभी-कभी बहुत बड़े होते हैं और कभी-कभी बहुत छोटे। अत: व्यावहारिक दृष्टि से ये असुविधाजनक होते हैं। इन इकाइयों के इसी दोष को ध्यान में रखकर सुविधाजनक आकार की व्यावहारिक इकाइयों का निर्माण किया गया है। यह ध्यान में रखा गया है कि व्यावहारिक इकाइयाँ निरपेक्ष विद्युत्-चुम्बकीय इकाई के साथ सरल अंकों द्वारा सम्बन्धित हों।

धारा की व्यावहारिक इकाई एक **एम्पियर** होती है। एक एम्पियर धारा की वि०चु० इ० का $\frac{1}{10}$ भाग होता है; अर्थात्

$$1 \text{ एम्पियर} = 10^{-1} \text{ वि० चु० इ० धारा}$$
$$= 3 \times 10^{9} \text{ स्थि० वि० इ० धारा।}$$

आवेश की व्यावहारिक इकाई एक **कूलम्ब** होती है। एक कूलम्ब आवेश की वि० चु० इ० का $\frac{1}{10}$ भाग होता है; अर्थात्

$$1 \text{ कूलम्ब} = 10^{-1} \text{ वि० चु० इ० आवेश}$$
$$= 3 \times 10^{9} \text{ स्थि० वि० इ० आवेश।}$$

विभवान्तर की व्यावहारिक इकाई एक **वोल्ट** होती है। एक वोल्ट वह विभवान्तर है जिस होकर एक कलम्ब आवेश प्रवाहित होने पर एक जूल कार्य होता है; अर्थात्

$$1 \text{ वोल्ट} \times 1 \text{ कूलम्ब} = 1 \text{ जूल} = 10^{7} \text{ अर्ग}$$

या $$1 \text{ वोल्ट} \times (10^{-1} \text{ वि० चु० इ० आवेश}) = 10^{7} \text{ अर्ग}$$

या $$10^{-7} \text{ वोल्ट} \times (10^{-1} \text{ वि० चु० इ० आवेश}) = 1 \text{ अर्ग}$$

या $$10^{-8} \text{ वोल्ट} \times 1 \text{ वि० चु० इ० आवेश} = 1 \text{ अर्ग।}$$

किन्तु, $$1 \text{ वि० चु० इ० विभवान्तर} \times 1 \text{ वि० चु० इ० आवेश} = 1 \text{ अर्ग;}$$

$\therefore$ $$1 \text{ वोल्ट} = 10^{8} \text{ वि० चु० इ० विभवान्तर}$$
$$= \frac{1}{300} \text{ स्थि० वि० इ० विभवान्तर।}$$

प्रतिरोध की व्यावहारिक इकाई एक **ओम** होती है।

चूँकि $$\text{प्रतिरोध} = \frac{\text{विभवान्तर}}{\text{धारा}},$$

$$\therefore \ 1 \text{ ओम} = \frac{1 \text{ वोल्ट विभवान्तर}}{1 \text{ एम्पियर धारा}},$$

$$= \frac{10^{8} \text{ वि० चु० इ० विभवान्तर}}{10^{-1} \text{ वि० चु० इ० धारा}}$$

$$= 10^{9} \text{ वि० चु० इ० प्रतिरोध}$$

$$= \frac{1}{9} \times 10^{-11} \text{ स्थि० वि० इ० प्रतिरोध।}$$

धारिता की व्यावहारिक इकाई एक **फैराड** होती है।

चूँकि $$\text{धारिता} = \frac{\text{आवेश}}{\text{विभवान्तर}},$$

$$\therefore 1 \text{ फैराड} = \frac{1 \text{ कूलम्ब}}{\text{वोल्ट}} = \frac{10^{-1} \text{ वि० चु० इ० आवेश}}{10^{8} \text{ वि० चु० इ० विभवान्तर}}$$

$$= 10^{-9} \text{ वि० चु० इ० धारिता}$$

$$= 9 \times 10^{11} \text{ स्थि० वि० इ० धारिता ।}$$

धारिता की व्यावहारिक उपइकाई (Sub-unit) एक माइक्रोफैराड होती है ।

$$1 \text{ माइक्रोफैराड} = 10^{-6} \text{ फैराड ।}$$

प्रेरकत्व की व्यावहारिक इकाई एक **हेनरी** होती है ।

चूँकि $$\text{प्रेरकत्व} = \frac{\text{प्रेरित वि० वा० ब०}}{\text{धारा-परिवर्तन की दर}},$$

$$\therefore \quad 1 \text{ हेनरी} = \frac{1 \text{ वोल्ट प्रेरित वि० वा० ब०}}{1 \text{ एम्पियर धारा/1 सेकेण्ड}}$$

$$= \frac{10^{8} \text{ वि० चु० इ० प्रेरित वि० वा० ब०}}{10^{-1} \text{ वि० चु० इ० धारा/1 सेकेण्ड}}$$

$$= 10^{9} \text{ वि० चु० इ० प्रेरकता}$$

$$= \frac{1}{9} \times 10^{-11} \text{ स्थि० वि० इ० प्रेरकता ।}$$

प्रश्नावली ७

(अ)

1. स्थिर विद्युतीय तथा विद्युत्-चुम्बकीय पद्धतियों में आवेश, विभवान्तर तथा धारिता की विमितियाँ प्राप्त करें। दिखलाएँ कि इन पद्धतियों में विमितियों का अनुपात किसी वेग के किसी घात से व्यक्त होता है, और अनुपात को एक साधारण संख्या में परिवर्तित करने के लिए यह आवश्यक है कि पारविद्युतीय स्थिरांक तथा चुम्बकनशीलता की विमितियों को भी शामिल किया जाय।

[Deduce the dimensions of charge, potential difference and capacity, both in electrostatic and electromagnetic systems. Show that the ratio is expressed by some power of a velocity and that to reduce this number to pure number, it is necessary to include the dimensions of di-electric constant and permeability.]

2. विद्युत्-चुम्बकीय पद्धति की विभिन्न निरपेक्ष इकाइयाँ प्रयोग में पारित इकाइयों के साथ किस प्रकार सम्बन्धित हैं? प्रायोगिक इकाइयों की आवश्यकता क्यों पड़ती है?

[How are the several absolute units of the electromagnetic system are related to the units adopted in practice? Why are the practical units needed?]

(ब)

1. एक समानान्तर पत्तियों के वायु-संचक की धारिता की स्थिर विद्युतीय माप 9×10^{11} पायी जाती है। उसकी विद्युत्-चुम्बकीय माप 10^{-9} पायी जाती है। दिखलाइए कि इन मापों के अनुपात का वर्गमूल किसी वेग के बराबर है।

(उत्तर : 3×10^{10} सें०मी०/से०, प्रकाश का वेग)

[A parallel plate air-condenser is found to have an electrostatic measure of 9×10^{11} and an electromagnetic measure of 10^{-9}. Show that the square root of the ratio of these measures is equal to some velocity.]

2. एक प्रतिरोध का मान वि० चु० इ० में 5×10^{10} है। इसका मान प्रायोगिक इकाई में क्या होगा?

(उत्तर : 50 ओम)

[The value of a resistane in e. m. u. is 5×10^{10}. What will be its value in practical unit ?]

खण्ड ५

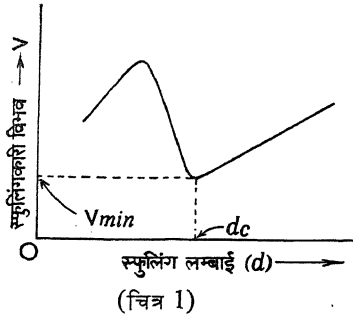
आधुनिक भौतिकी
(MODERN PHYSICS)

१ गैसों में विद्युत्-संवहन
[CONDUCTION OF ELECTRICITY IN GASES]

1.1. सामान्य दाब पर संवहन

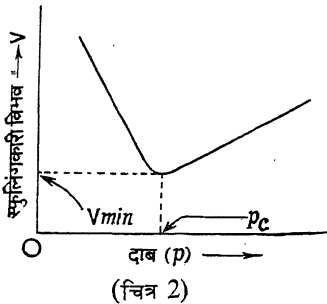
सामान्य दाबों पर गैस विद्युत् की कुचालक होती है, किन्तु कम दूरी (1 सें० मी०) पर व्यवस्थित विद्युतोदों (electrodes) के बीच सामान्य दाब पर उपस्थित गैसों पर काफी अधिक (10,000 वोल्ट) विभवान्तर उत्पन्न करने पर विद्युतादों के बीच गैस होकर चिनगारियाँ (स्फुलिंग) दौड़ने लगती हैं जिसे गैस से **विद्युत्-विसर्जन** (electric discharge) होना कहा जाता है। प्रयोगों द्वारा यह पाया गया है कि गैस में स्फुलिंगों को प्रारम्भ करने के लिए जितने विभवान्तर की आवश्यकता होती है उससे कहीं कम विभवान्तर पर ही स्फुलिंगों के प्रारम्भ होने के बाद उन्हें बनाये (maintained) रखा जा सकता है। यह भी देखा जाता है कि विद्युतोदों के बीच के किसी दिये गये विभवान्तर पर उनकी जितनी विलगता पर गैस में चिनगारियों का दौड़ना प्रारम्भ होता है, उससे कम ही विलगता पर उन्हें चालू रखा जा सकता है। विद्युतोदों की जिस विलगता पर गैस में विद्युत्-विसर्जन प्रारम्भ होता है उसे **स्फुलिंग-लम्बाई** (spark length) अथवा **आघातकारी दूरी** (striking distance) कहा जाता है। गैस में स्फुलिंग (चिनगारियों) के प्रारम्भ होने पर उसके कुछ कणों के आयनीकरण से उसमें आवेशित कण उत्पन्न होते हैं जिससे उसकी संवाहकता बढ़ जाती है और तब उससे स्फुलिंगों का पारित होना आसान हो जाता है। जिस विभवान्तर पर गैस में स्फुलिंग उत्पन्न होते हैं, गैस पर उसके आरोपन (application) तथा उसके परिणामस्वरूप स्फुलिंग के प्रारम्भ होने में एक समय-पश्चता (time lag) होती है जो कई मिनटों की हो सकती है।

किसी दी गयी दूरी पर स्थित विद्युतोदों के बीच किसी दिये हुए दाब पर गैस में विद्युतोदों के जिस विभवान्तर पर स्फुलिंग प्रारम्भ होते हैं उसे **स्फुलिंगकारी विभव**

(sparking potential) कहा जाता है। गैस के स्थिर दाब पर स्फुलिंग-लम्बाई d के साथ स्फुलिंगकारी विभव V के विचरण को चित्र 1 में दिखलाया गया है। जिस स्फुलिंग-लम्बाई, d_c, पर स्फुलिंगकारी विभव न्यूनतम होता है उसे **क्रान्तिक स्फुलिंग-लम्बाई** (critical spark length) कहा जाता है। यह क्रान्तिक स्फुलिंग-लम्बाई गैस के दाब के साथ व्युत्क्रम रूप में विचरित होती है। साधारण बड़े (जैसे, 1 सें०मी० से 5 सें०मी०) स्फुलिंग-लम्बाइयों के लिए यह पाया जाता है कि स्फुलिंग-विभव स्फुलिंग-लम्बाई के समानुपाती है और उन्हें

(चित्र 1)

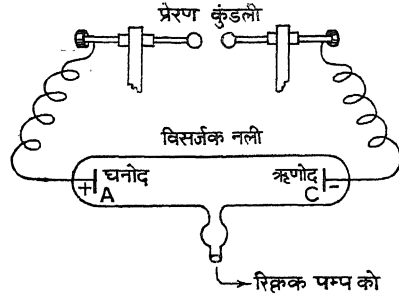
$$V = a + bd$$

समीकरण द्वारा सम्बन्धित किया जा सकता है, जहाँ a तथा b स्थिरांक हैं।

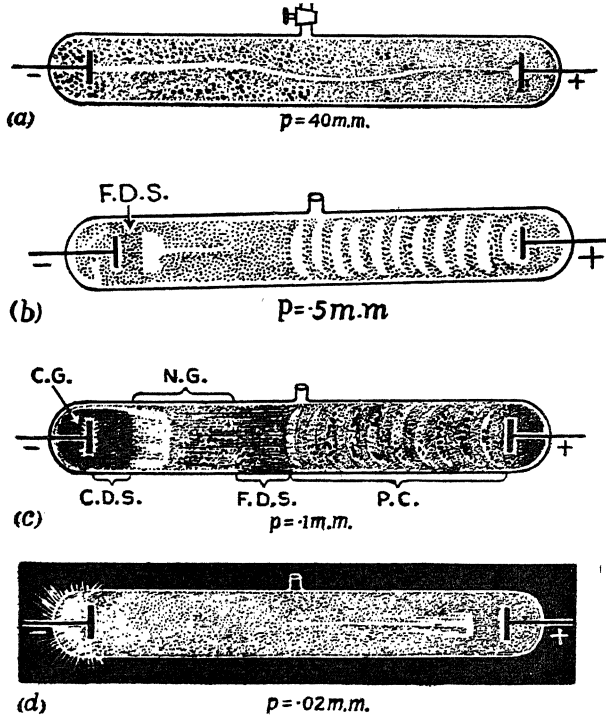
यदि विद्युतोदों की विलगता स्थिर रखी जाय तो यह पाया जाता है कि स्फुलिंगकारी विभव सर्वप्रथम स्फुलिंग-लम्बाई के बढ़ने से एक निम्नमान तक घटता है और इसके बाद बढ़ता जाता है। गैस के जिस दाब p_c पर स्फुलिंगकारी विभव न्यूनतम हो जाता है उसे **क्रान्तिक विभव** (critical pressure) कहा जाता है। यह विभव विद्युतोदों के बीच की दूरी के बढ़ने पर घटता है।

(चित्र 2)

पैशेन-नियम (Pachen's law)— स्फुलिंगकारी विभव गैस के दाब तथा विद्युतोदों की विलगकारी दूरी पर किस प्रकार निर्भर करता है, उसे पैशेन ने नियमबद्ध किया है। यह नियम है : **गैस के दाब अथवा विद्युतोदों की विलगता की किसी स्थिति में स्फुलिंगकारी विभव स्फुलिंग-लम्बाई तथा गैस के दाब के गुणनफल के समानुपाती होता है,** अर्थात् $V \propto d.p$ है। यह नियम क्रान्तिक-दाब तथा उसके ऊपर और नीचे वाले सभी दाबों के लिए सत्य है।

1.2. कम दाब पर विद्युत्-विसर्जन

वायु से भरी विसर्जक नली के धनोद तथा ऋणोद को प्रेरण-कुण्डली की द्वितीयक कुण्डली से जोड़कर नली के विद्युतोदों पर अधिक मात्रा का विभवान्तर उत्पन्न किया जाता है। नली के बीच में बनी पार्श्वनली को रिक्तक पम्प से जोड़ दिया जाता है। रिक्तक पम्प को चला देने पर नली की वायु का दाब धीरे-धीरे घटता है। प्रारम्भ में कुछ समय तक वायु में विद्युत्-विसर्जन नहीं होता है। जब विद्युत्-विसर्जन का प्रारम्भ होता है तब कड़कड़ाहट की ध्वनि के साथ स्फुलिंग प्रवाहित होते हैं। जब वायु का दाब लगभग 40 मि०मी० के पारे के स्तम्भ के लगभग बराबर हो जाता है तब विद्युतोदों के बीच बैंगनी रंग की पतली धारा (stream) प्रवाहित होने लगती है (चित्र 4 a)। धीरे-धीरे कड़कड़ाहट की ध्वनि समाप्त हो जाती है और जैसे-जैसे वायु का दाब और कम होता है, विद्युतोदों के बीच प्रवाहित होने वाली शान्त (silent) धारा की चौड़ाई बढ़ती जाती है और ऋणोद के समीप धारा (stream) टूटने लगती है (चित्र 4 b)। वायु के दाब में और भी कमी आने पर विसर्जन का मुख्य भाग (धारा) परतों में बँट जाता है (चित्र 4 c)। परतें प्रदीप्त होती हैं और इन्हें **धनात्मक स्तम्भ** (positive column, P. C.) कहा जाता है।

(चित्र 3)

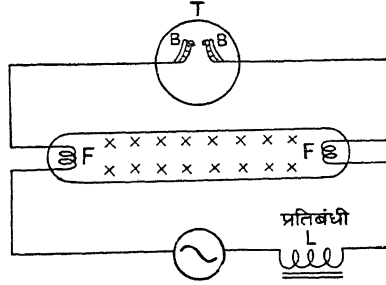
जब वायु का दाब और भी कम हो जाता है तब ऋणोद के समीप के अन्धकार-मय स्थान का क्षेत्र बहुत ही बढ़ जाता है। इस अन्धकारमय स्थान को **फैराडे-अन्धकारमय-स्थान** (F. D. S.) कहा जाता है। इसी समय फैराडे के अन्धकारमय स्थान तथा ऋणोद के बीच नीले रंग की प्रभा उत्पन्न होती है जिसे **ऋणात्मक प्रभा** (negative glow, N. G.) कहा जाता है (चित्र 4 c) और ऋणात्मक प्रभा तथा ऋणोद के बीच एक स्पष्ट अन्धकारमय स्थान उत्पन्न होता है जिसे **क्रुक अथवा ऋणोद अन्धकारमय स्थान** (Crook's or cathode dark space, C. D. S.) कहा जाता है (चित्र 4 c)। इसके साथ ही ऋणोद पर एक हलकी प्रभा उत्पन्न होती है जिसे **ऋणोद प्रभा** (Cathode glow, C. G.) कहा जाता है।

वायु के दाब को और भी घटाने पर ऋृक का अन्धकारमय स्थान तथा फैराडे का अन्धकारमय स्थान फैलते जाते हैं और धनात्मक स्तम्भ धनोद के समीप खिसकता जाता है और धीरे-धीरे विलीन हो जाता है (चित्र 4 d)। जब वायु का दाब बहुत ही कम हो जाता है तब ऋृक का अन्धकार-मय स्थान फैल कर नली की काँच की दीवार पर चला आता है और काँच में प्रतिदीप्ति (fluorescence) उत्पन्न होती है जिसका रंग काँच की रचना पर निर्भर करता है। यह स्पष्ट है कि वायु के दाब को धीरे-धीरे घटाने पर विद्युत्-विसर्जन की क्रिया में होने वाली घटनाएँ ऋणोद से धनोद की ओर अग्रसर होती हैं। अतः, नली की दीवार पर जो प्रतिदीप्ति है, वह निश्चय ही ऋणोद से निकली विशेष प्रकार की अदृश्य किरणों द्वारा उत्पन्न की गयी है। इन अदृश्य किरणों को ऋणोद किरण या कैथोड किरण (cathode rays) कहा जाता है।

(चित्र 4)

1.3. पारानली-लैम्प (Mercury Tube Lamp)

आजकल दूकानों, घरों और सड़कों पर बल्बों के बदले पारा-नली-लैम्पों द्वारा भी प्रकाश उत्पन्न किया जाता है। यह प्रकाश बल्बों के प्रकाश की अपेक्षा नेत्र को स्वच्छ एवं निर्मल लगता है। जिस वाटीयता (wattage) पर एक बल्ब जितनी प्रकाश-ऊर्जा विकीर्ण करता है उतनी ही वाटीयता पर काम करने वाला एक पारा-नली-लैम्प कहीं अधिक

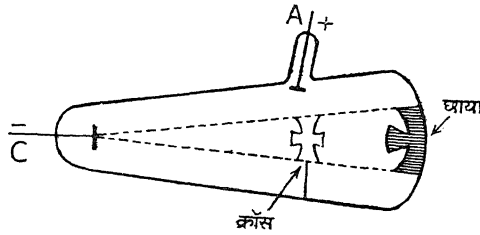
प्रकाश देता है। यह पारा-नली-लैम्प गैस अथवा तत्त्वों के वाष्प से विद्युत्-विसर्जन के सिद्धान्त पर ही कार्य करता है।

विसर्जक नली के प्रत्येक छोर पर आक्साइड-लेपित टंग्सटन का सर्पिल फिलामेण्ट (तन्तु) F होता है। नली के आड़े एक स्टार्टर बल्ब T रहता है जिसके भीतर कुछ मिलीमीटर के दाब पर कोई अक्रिय (inert) गैस रहती है। बल्ब के भीतर दो द्विधात्विक (bimetallic) पत्तियों, B-B, पर दो स्पर्श-विन्दु बने होते हैं। जब पत्तियाँ ठण्ढी रहती हैं तब स्पर्श-विन्दु अलग रहते हैं। जब नली के परिपथ में वि० वा० ब० लगाया जाता है तब पत्तियों के बीच विद्युत्-विसर्जन प्रारम्भ होता है जिससे पत्तियाँ गर्म होकर फैलती हैं और स्पर्श-विन्दु एक-दूसरे से सट जाते हैं। इससे नली का परिपथ पूरा हो जाता है और इसके फिलामेण्ट F गर्म होने लगते हैं तथा स्टार्टर के भीतर विद्युत्-विसर्जन बन्द होने लगता है जिससे इसकी पत्तियाँ ठण्ढी होने लगती हैं। जब तक पत्तियों के ठंढे होने से स्पर्श-विन्दु विलग होते हैं तब तक नली के फिलामेण्ट आवश्यक मात्रा में गर्म होकर नली में पारे का वाष्प उत्पन्न कर देते हैं। स्पर्श-विन्दुओं के अलग होते ही विद्युत्-चुम्बकीय प्रेरण के कारण प्रतिबन्धी L में बहुत ही उच्च मान का क्षणिक वि०वा०ब० प्रेरित होता है। इस क्षणिक वि०वा०ब० के कारण पारे के वाष्प की कुचालकता टूट जाती है और उसमें एकाएक विद्युत्-विसर्जन होता है। विसर्जन होते ही विसर्जन-धारा फिलामेण्टों को गर्म रखने लगती है। नली में धारा प्रत्यावर्तन के अर्द्धचक्र में एक फिलामेण्ट से दूसरे तक और दूसरे अर्द्धचक्र में दूसरे फिलामेण्ट से पहले तक प्रवाहित होती है। फिलामेण्टों के ऊपर धातु की पत्तियाँ झाल (weld) दी जाती हैं जो नली के विद्युतोदों का कार्य करती हैं। नली से विद्युत्-विसर्जन होते समय नली के आड़े जो विभवान्तर होता है वह स्टार्टर में विद्युत्-विसर्जित करने के लिए पर्याप्त नहीं होता है, अतः इस समय स्टार्टर का परिपथ खुला रहता है।

(चित्र 5)

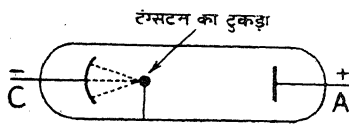
1.4. कैथोड किरणें (Cathode rays)

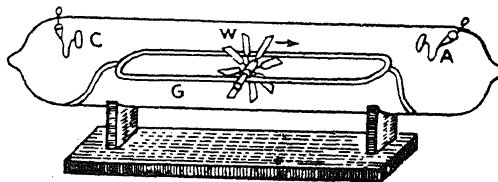
कम दाब पर विद्युत्-विसर्जन के अध्ययन में हमलोगों ने देखा है कि जब गैस का दाब बहुत ही कम (10^{-4} मि०मी०) हो जाता है तब विसर्जन-नली के विद्युतोदों के बीच ऊँचा विभवान्तर उत्पन्न करने पर नली की दीवारें प्रतिदीप्त हो जाती हैं, किन्तु उसके सिरे अन्धकारमय रहते हैं। इसके अतिरिक्त, हमलोगों ने यह भी देखा

है कि गैस का दाब धीरे-धीरे घटाने पर विद्युत्-विसर्जन में होने वाली घटनाएँ ऋणोद से धनोद की ओर अग्रसर होती हैं। अतः, यह स्पष्ट है कि नली की दीवार पर जो प्रतिदीप्ति है वह ऋणोद से निकलकर धनोद की ओर जाने वाली द्रुतगामी अदृश्य किरणों द्वारा उत्पन्न की गयी है। ये किरणें ऋणोद किरणें या कैथोड किरणें कही जाती हैं, क्योंकि ये ऋणोद से निकलती हैं।

कैथोड किरणों के निम्नलिखित गुण हैं—

(चित्र 6)

(i) ये किरणें सरल रेखा में चलती हैं और प्रकाश की किरणों की तरह पथ में रखी गयी वस्तु की छाया बनाती हैं। इस गुण के प्रदर्शन के लिए एक विशेष प्रकार की विसर्जन-नली (चित्र 6) में (जिसमें गैस का दाब लगभग 10^{-4} मि०मी० है) अबरख का एक क्रॉस (mica cross) व्यवस्थित रहता है। नली की गैस में जब विद्युत् विसर्जित की जाती है तब नली की दीवार पर क्रास की स्पष्ट छाया बनती है जिससे सिद्ध होता है कि कैथोड किरणें सरल रेखा में चलती हैं।

(ii) ये किरणें ऋणोद के तल से लम्ब-रूप में निकलती हैं और इनकी दिशाएँ धनोद की स्थिति पर निर्भर करती हैं। इस गुण के प्रदर्शन के लिए अवतल आकार के ऋणोद की विसर्जक-नली ली जाती है और उसके फोकस पर टंग्सटन के छोटे टुकड़े को रखा जाता है। गैस में जब विद्युत्-विसर्जन किया जाता है तब ऋणोद से लम्बवत् वक्रता-त्रिज्या की दिशा में निकली कैथोड किरणें फोकस पर संतृप्त होती हैं (चित्र 7) और वहाँ टंग्सटन को गर्म कर प्रदीप्त बनाती हैं।

(चित्र 7)

(iii) इन किरणों में गतिज ऊर्जा होती है। इस गुण को प्रदर्शित करने के लिए विर्सजक नली में क्षैतिज रेल *G* की व्यवस्था की जाती है (चित्र 8) जिस पर एक पंखेदार पहिया *W* की धुरी को रख दिया जाता है। जब नली की गैस

(चित्र 8)

में विद्युत्-विसर्जन कराया जाता है तब पहिया ऋणोद से धनोद की ओर चलने लगता है ।

(iv) **ये किरणें जिस वस्तु पर पड़ती हैं उसमें ताप उत्पन्न करती हैं।** इस गुण का प्रदर्शन इन किरणों के दूसरे (ii) गुण के प्रदर्शन के साथ ही हो जाता है ।

(v) **ये किरणें कुछ विशेष पदार्थों पर पड़कर प्रतिदीप्ति (fluorescence) उत्पन्न करती हैं।** विलेमाइट (Zn_2SiO_4) के लिए प्रतिदीप्ति का रंग हरा तथा अल्युमिना के लिए लाल होता है ।

(vi) **ये किरणें जब किसी ठोस पदार्थ से टकराती हैं तब एक दूसरे प्रकार की किरणें उत्पन्न करती हैं जिन्हें एक्स-किरणें कहा जाता है ।**

(vii) **ये किरणें विद्युत् तथा चुम्बकीय क्षेत्रों द्वारा विक्षेपित की जाती हैं।** विसर्जक नली की ओर एक शक्तिशाली स्थायी चुम्बक के किसी ध्रुव को लाने पर कैथोड किरणें विक्षेपित हो जाती हैं। विक्षेप की दिशा फ्लेमिंग के बायें हाथ के नियम के अनुसार चुम्बकीय क्षेत्र तथा किरणों की गति की दिशाओं के साथ लम्बवत् होती है। इन किरणों के इस गुण से यह स्पष्ट हो जाता है कि ये आवेशित कणों से बनी हैं ।

यदि विसर्जन-नली को धातु की दो प्लेटों के बीच रखा जाय और प्लेटों को एक शक्तिशाली वि० वा० ब० वाली बैटरी के धन तथा ऋण ध्रुवों से जोड़ दिया जाय तो कैथोड किरणें विद्युत्-क्षेत्र में धन-ध्रुव की ओर मुड़ जाती हैं। विद्युत्-क्षेत्र तथा चुम्बकीय क्षेत्र में कैथोड किरणों के विक्षेपण की दिशा पर विशेष ध्यान देने पर यह स्पष्ट होता है कि इन किरणों के कणों पर ऋण-आवेश है ।

(viii) **ये किरणें गैसों को आयनीकृत (ionise) करती हैं।** इन किरणों के ऋण-आवेश वाले कणों में बहुत ही अधिक ऊर्जा होती है। जब ये कण गैसों के अणुओं से टकराते हैं तब ये अणुओं के कुछ ऋणात्मक कणों (इलेक्ट्रानों) को बाहर निकाल देते हैं। इस प्रकार, अणु धनावेशित आयन हो जाते हैं और गैस आयनीकृत हो जाती है ।

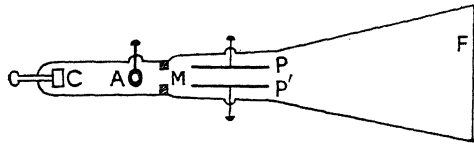
(ix) **ये किरणें अलुमीनियम, सोना, चाँदी आदि द्रव्यों के पतले चदरों को काट सकती हैं।** ऋणोद के ठीक सामने नली में खिड़की के रूप में अलुमीनियम के चदरे का व्यवहार कर कैथोड किरणों के इस गुण की परीक्षा की जा सकती है ।

(x) **क्रिस्टलों (मणिभों) द्वारा ये किरणें विवर्तित (diffracted) भी करायी जा सकती हैं।**

1.5. कैथोड किरणों के कणों (अर्थात् इलेक्ट्रानों) के $\frac{e}{m}$, विशिष्ट आवेश (Specific change), तथा v वेग का ज्ञापन

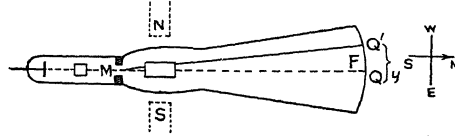
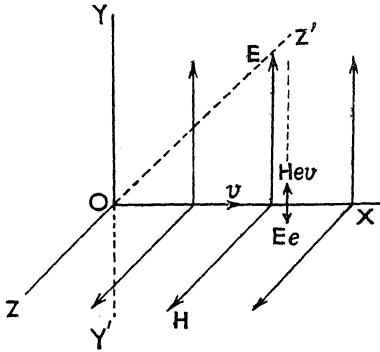
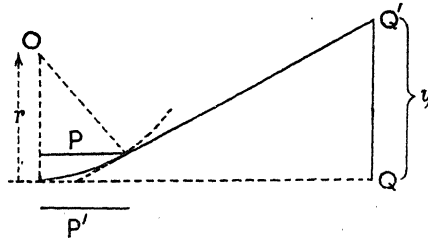
यदि कैथोड किरण के प्रत्येक कण का आवेश e हो और संहति (mass) m हो

तो प्रत्येक इकाई मात्रा के कैथोड किरण-कणों का आवेश $\frac{e}{m}$ होगा। इस राशि को कणों का विशिष्ट आवेश कहा जाता है।

कैथोड किरणों के कणों के $\frac{e}{m}$ के ज्ञापन के लिए सर जे० जे० टॉमसन (Sir J. J. Thompson) ने जिस प्रकार के उपकरण का व्यवहार किया, लगभग उसी प्रकार के उपकरण द्वारा आज भी प्रयोगशालाओं में $\frac{e}{m}$ का ज्ञापन किया जाता है। काँच की एक लम्बी कैथोड किरण-नली के एक सिरे पर एक समतल ऋणोद C व्यवस्थित रहता है और उससे कुछ दूर एक वलयाकार धनोद A होता है। धनोद के आगे अबरख का एक पर्दा M होता है जिसके बीच में छिद्र बना रहता है। इस पर्दे के समीप ही कुछ आगे धातु की दो समानान्तर पत्तियाँ P-P' व्यवस्थित रहती हैं जिनकी लम्बाई उनकी विलगता की तुलना में अधिक होती है। इन पत्तियों से जुड़े तार नली में सील होकर बाहर निकले रहते हैं ताकि इनके द्वारा पत्तियों पर विद्युतीय विभवान्तर लगाया जा सके। नली का दूसरा छोर F कुछ अधिक फैला हुआ समतल आकार का होता है जिसके भीतरी भाग पर प्रतिदीप्ति-पाउडर (fluorescent powder) पुता रहता है और बाहरी भाग पर मिलीमीटर पैमाना एक ओर से दूसरी ओर तथा ऊपर से नीचे बीचोबीच बना रहता है। इस प्रकार की कैथोड किरण-नली को डिजाइनर के नाम पर ब्राउन-नली (Braun's tube) कहा जाता है। M से F तक नली की सतह टिन की बारीक पत्ती (tin foil) से ढकी रहती है और पत्ती भूधृत (earthed) रहती है ताकि यह विपथित (stray) स्थिर विद्युतीय प्रभावों से वंचित रहे। ऋणोद C को प्रेरण-कुण्डली की द्वितीयक कुण्डली के ऋण ध्रुव तथा धनोद A को उसी कुण्डली के धन ध्रुव से जोड़ देने पर ऋणोद के समतल से कैथोड किरणें लम्बवत् निकलती हैं और A तथा M से एक संकीर्ण किरण निकलकर $P-P'$ के बीच से होती हुई नली के पर्दे F पर गिरती है और वहाँ प्रतिदीप्ति उत्पन्न कर पैमाने पर एक दीप्त धब्बा बनाती है।

(चित्र 9)

नली को काठ के एक ऐसे स्तम्भ पर व्यवस्थित किया जाता है जिसके साथ $P-P'$ की लम्बाई के लम्बवत् उसके दोनों ओर बीच से दो मेज लगी रहती हैं जिनकी

सतहों की ऊँचाई $P-P'$ के बीच के विन्दु के बराबर होती है। इन मेजों पर दो लम्बे दण्ड-चुम्बकों को कैथोड किरणों के लम्बवत् दोनों ओर व्यवस्थित कर (चित्र 10) किरणों के लम्बवत् एक चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न किया जाता है और इसके प्रभाव से किरणों को विक्षेपित कराया जाता है। पृथ्वी के चुम्बकीय क्षेत्र का प्रभाव हटाने के लिए नली को चुम्बकीय याम्योत्तर में व्यवस्थित करना आवश्यक है।

कैथोड किरणों के कणों पर विद्युत् तथा चुम्बकीय क्षेत्रों के प्रभावों पर विचार करने के लिए मान लें कि OX, कणों का अविचलित पथ है। यदि OZ दिशा में लगा हुआ समरूप चुम्बकीय क्षेत्र H हो

(चित्र 10)

(चित्र 11)

(चित्र 12)

तो OX दिशा में v वेग से प्रवाहित कैथोड किरण धारा ev के प्रत्येक कण पर OY दिशा में उत्पन्न बल Hev होगा। इसके कारण कण एक वृत्तीय पथ होकर विचलित हो जायँगे। यदि r इस पथ की वक्रता-त्रिज्या हो तो यह बल $\frac{mv^2}{r}$ के बराबर भी होगा।

अत:
$$\frac{mv^2}{r}=Hev \qquad \text{.. (1).}$$

यदि OY के समानान्तर एक समरूप स्थिरविद्युतीय क्षेत्र E इस प्रकार लगाया जाय कि यह कणों के चुम्बकीय विचलन की विपरीत दिशा में उतना ही बल कणों पर लगाये जितना बल चुम्बकीय क्षेत्र H के कारण लगता है तो कण पुन: अविचलित स्थिति में आ जायँगे। ऐसी स्थिति में प्रत्येक कण पर E के कारण बल Ee होगा।

अत: दोनों प्रकार के क्षेत्र एक साथ ही लगाने पर

$$Hev - Ee = 0, \quad \text{या} \quad v = \frac{E}{H} \qquad .. \quad (2).$$

यदि H को कमजोर ही रखा जाय तो r काफी बड़ा होगा। अत:, ऐसी स्थिति में चुम्बकीय क्षेत्र के कारण कणों का जो पथ होगा उसकी ढाल $\frac{dy}{dx}$ बहुत ही कम होगी जिससे $\left(\frac{dy}{dx}\right)^2$ और भी छोटा होगा। परिणामत:,

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} \Big/ \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{\frac{3}{2}} = \frac{d^2y}{dx^2} \text{ (लगभग)।}$$

अत: समीकरण (1) से

$$\frac{1}{r} = \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{H}{v} \cdot \frac{e}{m}$$

या

$$\frac{dy}{dx} = \int \frac{H}{v} \cdot \frac{e}{m} \, dx.$$

$$\therefore \quad y = \int \left[\frac{H}{v} \cdot \frac{e}{m} dx\right] dx,$$

जहाँ y नली के पर्दे पर H द्वारा उत्पन्न किरण का OY दिशा में विचलन है।

अत:

$$\frac{e}{m} = \frac{vy}{\int[\int H dx] dx}$$

तथा समीकरण (2) से

$$\frac{e}{m} = \frac{Ey}{\int[\int H dx] dx}.$$

यदि P-P' के बीच विभवान्तर V हो और P-P' की दूरी d हो

तो

$$E = \frac{V}{d}$$

और

$$v = \frac{V}{Hd} \qquad .. \quad (3),$$

जहाँ H क्षेत्र P-P' के बीच का क्षेत्र है।

तथा, $$\frac{e}{m}=\frac{Vy}{Hd\int[\int Hdx]dx} \quad .. \quad (4).$$

ऊपर के सूत्र का समाकलन-सम्पादन जहाँ से कण क्षेत्र में प्रवेश करते हैं, वहाँ से पर्दा F तक (जहाँ Y को नापा जाता है) होता है।

V को वोल्टमापी द्वारा तथा H को फ्लक्समापी अथवा सर्ल के दोलन चुम्बकत्व-मापी द्वारा ज्ञात किया जाता है। इनसे समीकरण (3) द्वारा v का मान ज्ञात हो जायगा। समीकरण (4) के समाकलन का सम्पादन लेखाचित्र-विधि द्वारा किया जाता है, जिसका सिद्धान्त निम्नलिखित है—

मान लें कि $$f=\int_0^x Hdx,$$

अत: $$\frac{df}{dx}=H.$$

यदि M से चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने वाले चुम्बकों की दूरी इस प्रकार व्यवस्थित है कि M के पीछे कैथोड किरणों के कणों पर उनका नगण्य प्रभाव पड़ता हो तो ऊपर के समाकलन की सीमा $x=0$, अर्थात् M, से $x=l$, अर्थात् F, तक होगी।

अत: $\int[\int Hdx]\ dx=\int f\,dx$

$$=\Big[fx\Big]_0^l-\int_0^l x\frac{df}{dx}\,dx$$

$$=lf-\int_0^l xHdx$$

$$=l\int_0^l Hdx-\int xHdx$$

$$=\int_0^l (l-x)Hdx.$$

अत: विभिन्न x के लिए H का ज्ञापन कर और $(l-x)H^2$ का x के प्रति लेखा-चित्र प्राप्त कर समाकलन का मान प्राप्त किया जा सकता है।

इस विधि से e/m का मान $1{\cdot}759 \times 10^7$ वि०चु०इ० आवेश प्रति ग्राम पाया जाता है।

1.6. इलेक्ट्रॉन (Electron)

सर जे० जे० टॉमसन ने कैथोड किरणों के कणों के आवेश तथा संहति का अनुपात, $\left(\frac{e}{m}\right)$, प्रयोग द्वारा $1{\cdot}77 \times 10^7$ वि०चु०इ० आवेश प्रति ग्राम प्राप्त किया। टॉमसन के प्रयोग से यह भी पता चला कि विसर्जन-नली में चाहे जो गैस हो या विद्युतोद् चाहे जिस धातु से बने हों, नली में उत्पन्न कैथोड किरणों के कणों के $\frac{e}{m}$ का मान सदा एक ही रहता है। इन्हीं कणों को जॉनसन स्टोनी (Johnson Stony) ने **इलेक्ट्रॉन** के नाम से पुकारा। इलेक्ट्रॉन केवल कैथोड किरणों के रूप में ही नहीं, बल्कि बहुत से अन्य उपायों द्वारा प्राप्त किये जाते हैं। जब किसी धातु की सतह को प्रकाश से आलोकित किया जाता है तब सतह से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होता है जिन्हें फोटो-इलेक्ट्रॉन (photo electron) कहा जाता है। धातुओं को गर्म करने पर भी उनकी सतह से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होता है जिन्हें **तापायन** (thermions) कहा जाता है। कुछ तत्त्व स्वत: (spontaneously) इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन करते हैं। ये इलेक्ट्रॉन **β-किरणें** कहे जाते हैं। लेकिन, इलेक्ट्रॉन चाहे जिस किसी भी भौतिक क्रिया से प्राप्त हों, उनके $\frac{e}{m}$ के मान सदा एक ही रहते हैं। परमाणु की संरचना में इनका महत्त्वपूर्ण स्थान होता है। ये कण सभी पदार्थों के मूल कण होते हैं और प्रत्येक परमाणु का नाभिक इन कणों से घिरा रहता है।

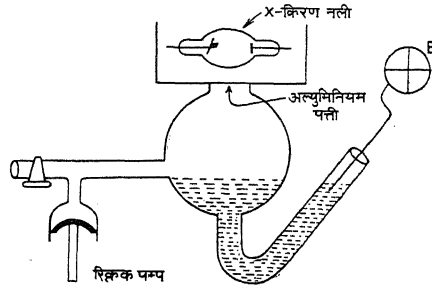
इनके आवेश के ज्ञापन का श्रेय सर जे०जे० टॉमसन, टाउनसेण्ड (Townsend), विलसन (Wilson) तथा मिलिकन (Milikan) को है। मिलिकन द्वारा प्राप्त परिणाम सबसे शुद्ध माना जाता है। तेल के फुहारों की नन्ही बूँदें फुहारों के बनते समय घर्षण के कारण आवेशित हो जाती हैं। जब ऋण-आवेश से आवेशित बूँदों के आवेश का ज्ञापन किया जाता है तब यह पाया जाता है कि बूँदों के आवेश किसी विशेष मान के आवेश के दुगुने, तिगुने या चौगुने आदि होते हैं। इससे यह निष्कर्ष निकलता है कि बूँदें क्रमश: एक, दो, तीन या चार आदि इलेक्ट्रॉनों से युक्त होकर आवेशित होती हैं। इससे यह स्पष्ट होता है कि विद्युत् का न्यूनतम प्राप्य परिमाण इलेक्ट्रॉन है और इस आवेश को खण्डित नहीं किया जा सकता। जितने आवेश पाये जाते हैं, वे इसी के अपवर्त्य (multiples) हैं। इससे यह निष्कर्ष निकलता

है कि पदार्थ की तरह विद्युत् की प्रकृति भी परमाण्वीय है और इलेक्ट्रॉन विद्युत् का परमाणु (atom of electricity) है ।

मिलिकन की विधि से प्राप्त इलेक्ट्रॉन का आवेश $e = 4{\cdot}77 \times 10^{-10}$ स्थिर विद्युत्-इकाई या $1{\cdot}59 \times 10^{-20}$ वि०चु०इ० है। इसका $\frac{e}{m}$ $1{\cdot}759 \times 10^{7}$ वि०चु०इ० आवेश प्रति ग्राम है । अतः, इलेक्ट्रॉन की संहति $9{\cdot}1 \times 10^{-28}$ ग्राम है ।

धातु-चालकों में इलेक्ट्रॉन पर्याप्त मात्रा में स्वतन्त्र रहते हैं. अतः जब चालक के सिरों पर विभवान्तर उत्पन्न किया जाता है तब चालक के स्वतन्त्र इलेक्ट्रॉन विद्युत्-क्षेत्र की विपरीत दिशा में प्रवाहित होने लगते हैं । इन्हीं इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह को विद्युत्-धारा कहा जाता है; किन्तु परिपाटी (convention) यह है कि धारा की दिशा इलेक्ट्रॉन के प्रवाह की दिशा के विपरीत मानी जाय ।

1.7. इलेक्ट्रॉन के आवेश, e, का ज्ञापन

इलेक्ट्रॉन के आवेश का ज्ञापन सर्वप्रथम सर ज० जे० टॉमसन ने 1898 ई० में किया। उन्होंने काँच का एक गोलाकार बरतन लिया और उसके निचले भाग में जल रखा ताकि ऊपर वाले भाग में वायु जलवाष्प से संतृप्त रहे । बरतन के मुँह को अलु-मीनियम की पत्ती से ढक दिया गया और ऊपर से बरतन में X-किरणों को भेजकर उसके भीतर के बल को आयनीकृत किया गया । बरतन के पार्श्व में जल की सतह के ऊपर एक नली थी जो रिक्तक के पम्प से सम्बद्ध थी जिसे बाहर की ओर खींचने पर बरतन की संतृप्त हवा का रुद्धोष्म

(चित्र 13)

(adiabatic) प्रसार होता था । 1 : 1·25 के अनुपात में प्रसार को समंजित करने पर बरतन की हवा के ऋणात्मक आयनों पर जल का संघनन (condensation) होता था । बरतन के जल की सतह तथा अलुमीनियम की पत्ती वाले ढक्कन के बीच ज्ञात विभवान्तर लगाने की व्यवस्था थी । निचले भाग से बरतन में जल-भरी जो नली थी, उसमें एक तार डुबा दिया गया था जो क्वाड्रैंट इलेक्ट्रोमीटर (quadrant electrometer) से सम्बद्ध था ।

रुद्धोष्म प्रसार के कारण बरतन में उत्पन्न जलबूँदों का पतन-वेग (velocity of fall) को जल की सतह तथा अलुमीनियम की पत्ती के बीच के विभवान्तर को

हटाकर नापा गया। मान लें कि यह v है। अतः, स्टोक (Stoke) के नियम से प्रत्येक बूँद की त्रिज्या

$$a=\left\{\frac{9}{2}\ \frac{\eta v}{g\rho}\right\}^{\frac{1}{2}} \text{ होगी}$$

जहाँ η=हवा की श्यानता (visocity), ρ=जल का घनत्व तथा g=गुरुत्वाकर्षणीय त्वरण है। a के इस ज्ञापन से प्रत्येक बूँद का आयतन, $\frac{4}{3}\pi a^3$, का मान प्राप्त हुआ। रुद्धोष्म प्रसारण में किये गये कार्य से प्रसारण की मात्रा तथा स्थिर दाब एवं स्थिर आयतन से सम्बद्ध विशिष्ट तापों के अनुपात, गुप्त ताप और वायु के तापमान में कमी को जानकर कुल संघनित जल के आयतन का पता लगाया गया। इस आयतन को बूँद के आयतन से भाग देकर वायु के समतापीय प्रसारण के कारण बनी बूँदों की संख्या N ज्ञात की गयी। सर जे० जे० टॉमसन ने यह माना कि प्रत्येक बूँद एक ही एलेक्ट्रॉन पर बनती है। अत: बूँदों के बादल में N इलेक्ट्रॉन थे।

बरतन के जल की सतह पर धनात्मक तथा अलुमीनियम के ढक्कन पर ऋणात्मक विभव लगाकर इलेक्ट्रॉनों को जल की सतह पर खींचा गया। ये जल होकर क्वाड्रैंट इलेक्ट्रोमीटर पर चले जाते हैं। इस यंत्र से N इलेक्ट्रोनों के कुल आवेश Q की नाप प्राप्त की गयी। इससे $e=\frac{Q}{N}$ प्राप्त हुआ। इस तरह, टॉमसन द्वारा e का मान $3{\cdot}4\times10^{10}$ स्थि० वि० इ० मिला जो शुद्ध मान से कम है। टॉमसन की विधि से e का शुद्ध मान न मिलने के निम्नलिखित कारण हैं—

(i) यह माना गया है कि प्रयोग में सभी बूँद एक ही आकार के बनते हैं और इनका आयतन वाष्पन से नहीं घटता है।

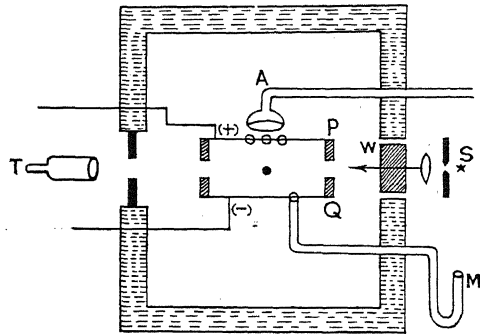
(ii) यह माना गया है कि प्रत्येक बूँद एक ही ऋणात्मक आयन पर बनता है।

(iii) बूँदों के बादल का तापमान शुद्ध रूप में जानना कठिन है।

टॉमसन के बाद विलसन (Wilson) ने 1903 ई० में टॉमसन की विधि में कुछ परिष्कार कर e का मान ज्ञात किया जो $4{\cdot}32\times10^{10}$ स्थि० वि० इ० से अधिक नहीं मिल सका। e का यह मान भी शुद्ध मान से कम है।

प्रो० मिलिकन ने 1913 ई० में e के शुद्ध मान का ज्ञापन किया।

e के ज्ञापन की मिलिकन-विधि— मिलिकन-उपकरण में धातु की 20 सें०मी० व्यास की दो समतल चकतियाँ P तथा Q होती हैं जो एक-दूसरे से 1·6 सें०मी० से समानान्तर रूप में अलग रहती हैं। ये चकतियाँ एक कक्षिका (chamber) में

व्यवस्थित रहती हैं जिसके तापमान को स्थिर रखने के लिए चारों ओर स्थिर तल पर तेल व्यवस्थित कर दिया जाता है। P तथा Q के बीच 10,000 वोल्टों के उच्च विभवान्तर उत्पन्न करने के लिए संचक सेलों की बैटरी का प्रबन्ध किया जाता है । P पर धनात्मक तथा Q पर ऋणात्मक विभव उत्पन्न कर इलेक्ट्रॉनों को P की ओर खींचा जा सकता है। एक फुहारा-परमाणुकारक, A, (pray atomiser, A) द्वारा P तथा Q के बीच तेल की सूक्ष्म बूँदें उत्पन्न की जाती हैं जो परमाणुकारक में घर्षण के कारण ऋणात्मक तथा धनात्मक आयनों द्वारा आवेशित हो जाती हैं। ये बूँदें P तथा Q के बीच विद्युत्-क्षेत्र-रहित स्थान से पृथ्वी के गुरुत्वाकर्षण के कारण नीचे गिरती हैं। एक तीव्र प्रकाश-स्रोत की किरणों को एक जल-फिल्टर W से पारित कर P तथा Q के बीच भेजा जाता है जिससे इसके बीच की बूँदें प्रकाशित हो जाती हैं। इन बूँदों को एक ऐसी दूरबीन T द्वारा अवलोकित किया जाता है जिसकी नेत्रिका के साथ एक पार-दर्शी पैमाना व्यवस्थित रहता है ताकि इसकी मदद से बूँदों के वेग को नापा जा सके। इस व्यवस्था द्वारा बारी-बारी से बूँदों की एक विशेष दूरी तक केवल गुरुत्वा-कर्षणीय पतन के समय को नापकर उनके पतन-वेग v को ज्ञात किया जाता है। सभी बूँदों के पतन-वेग एक ही पाये जाते हैं जिससे यह स्पष्ट हो जाता है कि सभी बूँदों का आकार एक ही है।

(चित्र 14)

स्टोक के नियम से

$$v = \frac{2}{9}\frac{ga^2}{\eta}(\sigma - \rho) \quad \ldots \text{(i)},$$

जहाँ σ=बूँद के पदार्थ का घनत्व है,

ρ=वायु का घनत्व है,

η=वायु की श्यानता है,

g=गुरुत्वाकर्षणीय त्वरण है

तथा a=प्रत्येक बूँद की त्रिज्या है।

वायु के उत्प्लावन (buoyancy) के शुद्धिकरण के बाद प्रत्येक बूँद की सार्थक

संहति,

$$m=\frac{4}{3}\pi a^3(\sigma-\rho) \qquad .. \quad \text{(ii).}$$

∴ समीकरण (i) तथा (ii) से

$$m=\frac{4\pi(\sigma-\rho)}{3}\left\{\frac{9\eta v}{2g(\sigma-\rho)}\right\}^{\frac{3}{2}} \qquad .. \quad \text{(iii).}$$

दाब-प्रमापी (manometer) M की मदद से P तथा Q के बीच के दाब को जानकर वायु के घनत्व ρ का मान जाना जा सकता है। अत: v को नापने के बाद ρ, σ, η तथा g की नाप प्राप्त कर समीकरण (iii) द्वारा प्रत्येक बूँद की संहति m का मान जाना जा सकता है।

इसके बाद P तथा Q के बीच विभवान्तर, V को इस प्रकार लगाया जाता है कि P धनात्मक विभव पर रहे। अब दूरबीन से बूँदों को देखकर एक ऐसी बूँद चुनी जाती है जिसकी गति मन्द रूप से ऊपर की ओर हो। यह बूँद ऋणावेशित है जो P पत्ती पर धनात्मक विभव के कारण ऊपर उठती है। इस बूँद के वेग v' को इसके द्वारा नियत दूरी तय करने में लगे समय को जानकर ज्ञात किया जाता है। यदि इस बूँद के आवेश को e_n माना जाय तो बूँद पर बल,

$F=Ee_n-mg$, जहाँ E पत्तियों के बीच विद्युतीय क्षेत्र है

$=\frac{v}{d}e_n-mg$, जहाँ d पत्तियों के बीच की दूरी है .. (iv).

स्टोक के नियम से

$$mg=6\pi\eta av$$

तथा

$$F=Ee_n-mg=6\pi\eta av'.$$

$$\therefore \quad \frac{v'}{v}=\frac{Ee_n-mg}{mg}=\frac{Ee_n}{mg}-1.$$

अत:

$$e_n=\frac{v'+v}{v}\cdot\frac{mg}{e}=\frac{v'+v}{v}\cdot\frac{mgd}{V} \qquad .. \quad \text{(v).}$$

समीकरण (v) तथा (iii) से

$$e_n=\frac{4\pi}{3}\left(\frac{9\eta}{2}\right)^{\frac{3}{2}}\left\{\frac{v}{g(\sigma-\rho)}\right\}^{\frac{1}{2}}\frac{d(v'+v)}{V} \qquad .. \quad \text{(vi).}$$

इस तरह v' तथा v के अवलोकनों से e_n का मान ज्ञात हो जाता है जो किसी बूँद पर वर्तमान ऋण-आवेश का मान है। इसी प्रकार कई बूँदों के ऋण-आवेश

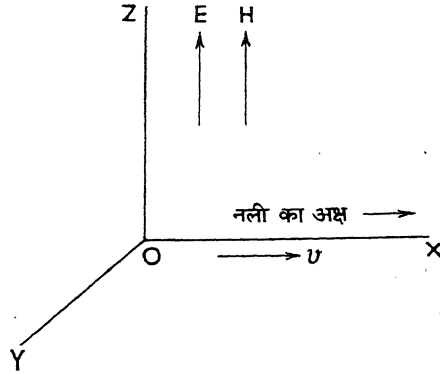
का ज्ञापन किया जाता है। ये आवेश किसी विशेष मान के आवेश e के n गुना पाये जाते हैं, जहाँ $n=1, 2, 3, 4 \cdots$ आदि पाया जाता है। अतः, यह स्पष्ट है कि भिन्न-भिन्न बूँदों पर वर्तमान इलेक्ट्रॉनयुक्त आयनों की संख्या भिन्न-भिन्न हैं। इस प्रकार n का अनुमान लगाकर इलेक्ट्रान के आवेश e की गणना की जाती है।

जब प्रयोग में बहुत ही छोटी-छोटी बूँदों का व्यवहार किया जाता है तब स्टोक-नियम में इन बूँदों की गति के लिए एक शुद्धिकरण की आवश्यकता होती है जो गैस-अणुओं के मध्यमान-स्वच्छन्द-पथ (mean free path), λ, पर निर्भर करता है। ऐसी स्थिति में बूँदों पर कार्य करने वाला घर्षण-बल $6\pi\eta a \Big/ \left(1 + K\dfrac{\lambda}{a}\right)$ का रूप अधिक शुद्ध होता है, जहाँ K एक स्थिरांक है। λ का मान दाब के ज्ञान से गैस के गतिज सिद्धान्त (kinetic theory) पर ज्ञात किया जाता है तथा K का मान भिन्न-भिन्न आकार की बूँदों से e_n के ज्ञापन से प्राप्त होता है।

मिलिकन को इलेक्ट्रॉन के आवेश का मान $4{\cdot}77 \times 10^{-10}$ स्थि० वि० इ० मिला। ऐसा कहा जाता है कि उस समय η का जो मान ज्ञात था वह काफी शुद्ध नहीं था। बाद में जब η का मान काफी शुद्धता से ज्ञात हुआ तब e का शुद्ध मान $4{\cdot}81 \times 10^{-10}$ स्थि० वि० इ० पाया गया। यह मान आजकल के मान्य मान (accepted value) $4{\cdot}803 \times 10^{-10}$ स्थि० वि० इ० आवेश के पर्याप्त समीप है।

1.8. धन-किरणें (Positive Rays)

गोल्डस्टीन (Goldstein) ने 1886 में पाया कि जब विसर्जन-नली में छिद्रमय (perforated) ऋणोद का व्यवहार किया जाता है तब कम दाब पर काम करने वाली विसर्जन-नली के धनोद-अन्धकारमय स्थान (cathode dark space) की ओर से ऋणोद को पार कर एक प्रवाह (stream) निकलता है। यह प्रवाह चुम्बकीय एवं विद्युतीय क्षेत्रों द्वारा विचलित हो जाता है और जब किसी वस्तु पर यह पड़ता है तब वस्तु से प्रतिदीप्ति उत्पन्न होती है। अतः, स्पष्ट है कि यह प्रवाह आवेशित कणों की किरण है और किसी चुम्बकीय एवं विद्युतीय क्षेत्र द्वारा इसका जो विचलन होता है उसकी दिशा से यह स्पष्ट होता है कि इसके कण धन-आवेश से आवेशित हैं। इन्हीं किरणों को गोल्डस्टीन ने **कैनाल-किरणें** (canal rays) कहा और इन्हीं को आजकल **धन-किरणें** कहा जाता है। कम दाब पर गैसों के विद्युत्-विसर्जन में ऋणोद पर जो हलकी प्रभा, ऋणोद-प्रभा (cathode glow), देखी जाती है वह ऋणोद की ओर आकर्षित धनात्मक आवेश वाली धन-किरणों का ऋणोद पर बौछार होने से ही उत्पन्न होती है। इन किरणों के e/m का मान तथा v (वेग) का मान विद्युत एवं चुम्बकीय विक्षेपण-विधि से सर्वप्रथम वीन (Wien) ने 1898 में ज्ञात किया। सर जे० जे० टॉमसन तथा एस्टन (Sir J. J. Thomson and Aston) आदि वैज्ञानिकों ने बाद में इनका विशद विश्लेषण किया।

1.9. धन-किरण-विश्लेषण की टॉमसन-विधि (Thomson's method of Positive Ray Analysis) तथा समस्थानिक (Isotopes)

(चित्र 15)

मान लें, एक नली का अक्ष, जिससे धन-किरणें प्रवाहित हो रही हैं, OX दिशा में है। OX दिशा में धन-किरणों के कणों का वेग v है। यदि प्रत्येक कण की संहति m तथा आवेश e हो और OZ दिशा में विद्युतीय क्षेत्र लगाया जाय तो प्रत्येक कण पर OZ दिशा में बल, $Ee=mf$,

जहाँ f कण पर OZ दिशा में E के कारण त्वरण उत्पन्न होता है। इससे कण का t समय में OZ दिशा में विचलन

$$Z_1=\tfrac{1}{2}ft^2=_1\frac{Ee}{m}.\frac{x^2}{v^2},$$

जहाँ x कण का t समय में x दिशा में विस्थापन है।

यदि नली के अन्त में एक पर्दा हो तो पर्दे पर OZ दिशा के समानान्तर कण का विस्थापन,

$$Z=K\times\tfrac{1}{2}\frac{Ee}{m}.\frac{x^2}{v^2},$$ जहाँ K उपकरण की ज्यामिति पर निर्भर एक स्थिरांक है

$$=P.\frac{e}{m}.\frac{1}{v^2}\quad ..(1),$$ जहाँ P एक दूसरा स्थिरांक है बशर्ते यह मान लिया जाय कि विद्युतीय क्षेत्र सर्वत्र समरूप है।

अब यदि यह कल्पना की जाय कि OZ की दिशा में सिर्फ एक चुम्बकीय क्षेत्र H ही है तो इसके कारण धन-किरण के कण पर OY दिशा में बल,

$$Hev=mf',$$

जहाँ f' कण पर OZ दिशा में H के कारण त्वरण उत्पन्न होता है। इस कण का t समय में OZ दिशा में विचलन

$$y_1=\tfrac{1}{2}f't^2=\tfrac{1}{2}\frac{Hev}{m}.\frac{x^2}{v^2}=\tfrac{1}{2}\frac{He}{m}.\frac{x^2}{v}.$$

यदि नली के अन्त में एक पर्दा हो तो पर्दे पर OY दिशा के सामानान्तर कण का विस्थापन,

$$y = K' \times \frac{1}{2} \frac{He}{m} \cdot \frac{x^2}{v}$$, जहाँ K' उपकरण की ज्यामिति पर निर्भर एक स्थिरांक है

या $$y = Q \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{1}{v} \quad .. \quad (2)$$, जहाँ Q एक दूसरा स्थिरांक है बशर्ते यह मान लिया जाय है कि H सर्वत्र समरूप है ।

जब E तथा H दोनों ही एक ही साथ OZ दिशा में लगते हैं, तब समीकरण (1) तथा (2) से

$$\frac{y}{Z} = \frac{Q}{P} \cdot v$$

या $$\frac{y \times y}{Z} = \frac{Q}{P} \cdot v \cdot Q \cdot \frac{e}{m} \cdot \frac{1}{v}$$

या $$\frac{y^2}{Z} = \frac{Q^2}{P} \times \frac{e}{m}$$

या $$\frac{y^2}{Z} = A \times \frac{e}{m}$$, जहाँ $\frac{Q^2}{P} = A$ है ।

अत: $$y^2 = A \times \frac{e}{m} \times Z \quad .. \quad (3).$$

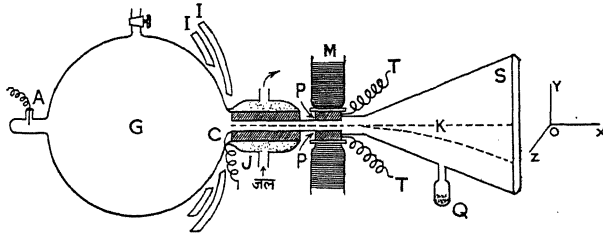
इससे स्पष्ट है कि किसी दिये हुए $\frac{e}{m}$ के लिए $\frac{y^2}{Z}$ स्थिर है, अर्थात्

$$y^2 = BZ \quad .. \quad (4),$$

जहाँ B एक स्थिरांक है ।

यह एक परवलय का समीकरण है जो OZ के परित: संमित है । प्रयोग में सर जे० जे० टॉमसन ने पर्दे पर ऐसे ही परवलय प्राप्त किये । यह स्पष्ट है कि भिन्न-भिन्न $\frac{e}{m}$ के लिए B का मान भिन्न-

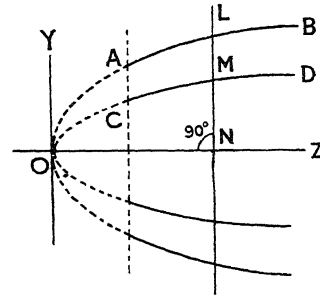
भिन्न होगा और भिन्न-भिन्न $\frac{e}{m}$ मान वाले कणों के अनुरेख (trace) नली के अन्त में स्थित फोटोग्राफी-प्लेट पर भिन्न-भिन्न परवलय होंगे। यह स्पष्ट है कि समीकरण (3) कण के वेग v से स्वतन्त्र है। अत: एक ही मान के $\frac{e}{m}$ धनोद-किरण के भिन्न-भिन्न वेग वाले सभी कण एक ही परवलय पर फोकस होते हैं।

धन-किरणों के विश्लेषण के लिए टॉमसन के उपकरण में काँच का एक फ्लास्क G होता है जिसे रिक्तक पम्प द्वारा शून्यीकृत (evacuated) किया जाता है। फ्लास्क में एक धनोद A तथा ऋणोद C होता है। ऋणोद नर्म लोहे का बेलनाकार दण्ड होता है जिसके अक्ष से होकर एक बहुत ही बारीक छिद्र रहता है और जिसके छोर पर अलुमीनियम जड़ा रहता है। ऋणोद के छिद्र से होकर धन-किरणें पारित होकर एक शून्यीकृत कक्षिका K में पहुँचती हैं। ऋणोद एक जैकेट J से घिरा रहता है, जिससे प्रवाहित जल ऋणोद को ठण्ढा करता है। जैकेट के बाद ही एक विद्युत्-चुम्बक M के ध्रुव व्यवस्थित होते हैं जो चुम्बकीय क्षेत्र H उत्पन्न करते हैं। ध्रुवों पर विसंवाहक पत्तियाँ जड़ी रहती हैं जिनपर नर्म लोहे की प्लेटें $P-P$ रहती हैं।

(चित्र 16)

इन प्लेटों को संचक-सेलों की बैटरी से जोड़कर इनके बीच विद्युत्-क्षेत्र E उत्पन्न किया जा सकता है। कक्षिका K के बगल में एक पार्श्वनली Q रहती है जिसमें द्रवित वायु सोखा हुआ कोयला रखा रहता है ताकि K कक्षिका बहुत अधिक मात्रा में शून्यीकृत रहे, अन्यथा धन-किरणें इसके अवशिष्ट गैस को आयनीकृत कर किरणों के कण की गति को हानिकारक रूप में प्रभावित करेंगी। G फ्लास्क के भीतर के विद्युत्-विसर्जन को विद्युत् और चुम्बकीय क्षेत्रों के प्रभाव से बचाने के लिए फ्लास्क के सामने नर्म लोहे के परिरक्षक (shield) I-I की व्यवस्था रहती है।

जब फ्लास्क G में विद्युत् विसर्जित की जाती है और $P-P$ प्लेटों के बीच एक ही दिशा में विद्युतीय क्षेत्र E तथा चुम्बकीय क्षेत्र H लगते हैं तब इन क्षेत्रों से निकली धनोद-किरणें K कक्षिका के अन्त में व्यवस्थित एक फोटाग्राफी-प्लेट S पर आपतित होती हैं। प्लेट को जब विकसित (develop) किया जाता है तब उन पर

धन-किरणों के परवलयाकार अनुरेख प्राप्त होते हैं। ये अनुरेख OZ अक्ष के परित: संमित होते हैं। ऐसे कुछ अनुरेख चित्र 17 में दिखलाये गये हैं।

किसी विशेष गैस की धन-किरणों के विश्लेषण के लिए फ्लास्क में उस गैस के साथ कुछ हाइड्रोजन रखा जाता है। मान लें कि चित्र 17 में प्रायोगिक गैस तथा हाइड्रोजन के एक ही आवेश वाले धन-किरणों के कणों के परवलयाकार अनुरेख क्रमश: CD तथा AB हैं। मान लें कि हाइड्रोजन के आयन की संहति m है तथा प्रायोगिक गैस के आयन की संहति m' है। हाइड्रोजन सबसे हलका तत्त्व है जिससे m' का मान m से बड़ा होगा। अत:, समीकरण (2) से स्पष्ट है कि हाइड्रोजन के धन-किरणों के v वेग से गतिमान किसी कण का OY दिशा में विस्थापन, उसी वेग से चलने वाले प्रायोगिक गैस के धन-किरणों के किसी कण का उसी दिशा में होने वाले विस्थापन से अधिक होगा। इसीलिए AB परवलय CD के ऊपर है। अब, समीकरण (3) से हाइड्रोजन के लिए,

(चित्र 17)

$$\frac{e}{m}=\frac{y^2}{z}.\frac{1}{A}=\frac{LN^2}{ON}.\frac{1}{A} \quad \text{(चित्र 17 से)}$$

तथा प्रायोगिक गैस के लिए

$$\frac{e}{m'}=\frac{y'^2}{z}.\frac{1}{A}=\frac{MN^2}{ON}.\frac{1}{A} \quad \text{(चित्र 17 से)}।$$

अत:
$$\frac{m'}{m}=\frac{y^2}{y'^2}\times\frac{LN^2}{MN^2}.$$

इस प्रकार LN तथा MN को नापकर हाइड्रोजन के प्रामाणिक धन-आयन की संहति की तुलना में प्रायोगिक धन-आयन की संहति जानी जा सकती है। इसके अतिरिक्त, यदि हाइड्रोजन के धन-आयन का $\frac{e}{m}$ ज्ञात हो तो प्रायोगिक गैस के धन-आयन का $\frac{e}{m'}$ का मान$=\frac{MN^2}{LN^2}\times\frac{e}{m}$, भी ज्ञात किया जा सकता है।

यह सम्भव है कि एक ही संहति किन्तु भिन्न आवेशों के धन-कणों के भिन्न-

भिन्न परवलयाकार अनुरेख प्राप्त हों। समीकरण (2) से स्पष्ट है कि इनमें न्यूनतम आवेश वाले आयन का आरेख सबसे नीचे होगा। धन-किरणों के विश्लेषण में प्राय: न्यूनतम धन-आवेश वाले आयनों (अर्थात्, एक इक्लेट्रॉन-रहित परमाणु) के परवलय पर विचार किया जाता है।

समस्थानिक— टॉमसन के धन-किरण-विश्लेषण का सबसे महत्त्वपूर्ण परिणाम यह है कि नियन (neon) गैस की धन-किरणों से दो स्पष्ट परवलयाकार अनुरेख प्राप्त हुए जिनसे यह ज्ञात हुआ कि नियन में दो तत्त्व हैं जिनकी धन-किरणों के कणों की संहतियाँ अर्थात् परमाणविक भार, 20 : 22 है। रासायनिक विश्लेषण के फलस्वरूप नियन का परमाणु-भार 20·2 मिलता है और प्रायोगिक नियन गैस में कोई अन्य गैस नहीं थी। अतः, यह स्पष्ट हुआ कि अन्दर वाला परवलयाकार अनुरेख जो परमाणविक भार 22 का प्रतिनिधित्व करता है, दूसरे प्रकार के नियन का ही है जिसका परमाणु-भार 22 है। इस प्रकार, यह ज्ञात हुआ कि नियन गैस दो प्रकार की होती है जिनके परमाणविक भार भिन्न होते हैं। *नियन जैसे परमाणु, जिनके भार भिन्न हो सकते हैं, किन्तु रासायनिक गुण समान होते हैं,* **समस्थानिक** (Isotopes) *कहे जाते हैं।*

आगे के अध्यायों में हम देखेंगे कि परमाणु के नाभिक (nucleus) का एक प्रमुख भाग प्रोटॉन नामक धनावेशित मूल कण हैं। किसी भी परमाणु में प्रोटॉनों की संख्या निश्चित होना आवश्यक है, क्योंकि इनकी संख्या बदलने से उसकी परमाणु-संख्या (atomic number) बदल जायगी और इससे रासायनिक विचार से परमाणु का स्वरूप ही बदल जायगा। किन्तु, किसी परमाणु के नाभिक का दूसरा प्रमुख भाग, अनावेशित मूल कण, न्यूट्रॉनों की संख्या बदल सकता है जिससे सिर्फ उसका भार, अर्थात् संहति-संख्या (mass number) बदल जायगी। इस प्रकार, रासायनिक विचार से तत्त्व में कोई परिवर्तन नहीं आयगा। इस दृष्टि से समस्थानिक किसी तत्त्व के नाभिक में सिर्फ न्यूट्रॉनों के परिवर्तन से बनते हैं जिससे परमाणु-संख्या, अर्थात् परमाणु के रासायनिक गुण अपरिवर्तित रहते हुए संहति-संख्या, अर्थात् परमाणु-भार बदल जाते हैं। यह स्पष्ट है कि तत्त्वों की आवर्त-सारणी (periodic table) में एक ही तत्त्व के सभी समस्थानिकों के स्थान एक ही होंगे। तत्त्व के समस्थानिकों को भौतिक क्रियाओं द्वारा (जैसे आंशिक आसवन) अलग किया जा सकता है।

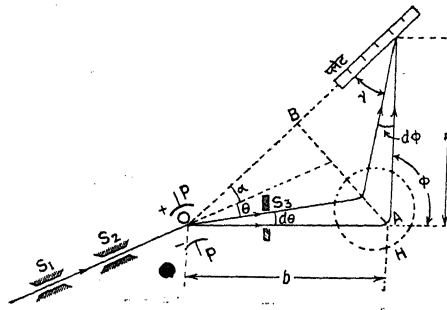
समस्थानिक का एक बहुत ही उपयुक्त उदाहरण क्लोरीन है। क्लोरीन के परमाणु में 17 प्रोटॉन होते हैं, किन्तु न्यूट्रॉन कुछ में 18 तथा कुछ में 20 भी होते हैं। अतः, क्लोरीन की परमाणु-संख्या 17 होते हुए भी इसकी संहति-संख्याएँ 35 तथा 37 हैं। इस प्रकार क्लोरीन 35 तथा क्लोरीन 37 इस तत्त्व के समस्थानिक हैं। टिन (tin) के 10 समस्थानिक पाये जाते हैं। सन् 1932 में उरे (Urey) तथा उनके सहकर्त्ताओं ने स्पेक्ट्रोस्फोपिक विधि द्वारा हाइड्रोजन के भी समस्थानिक की खोज की जिसकी संहति-संख्या दो पायी गयी। इस समस्थानिक के नाभिक में स्पष्टत: एक प्रोटॉन के अतिरिक्त एक न्यूट्रॉन भी होता है। इसे **भारी हाइड्रोजन** (heavy

hydrogen) अथवा **डिउटेरियम** (deuterium) कहा जाता है। आक्सीजन के साथ प्रक्रिया से इस समस्थानिक से जो जल बनता है उसे **भारी जल** (heavy water) कहा जाता है।

किसी तत्त्व के सभी समस्थानिक, तत्त्व की दी हुई संहति में समान मात्रा में नहीं होते हैं। विभिन्न समस्थानिक जिस अनुपात में तत्त्व में वर्तमान होते हैं उसे समस्थानिकों की **सापेक्ष प्रचुरता** (relative abundance) कहा जाता है। नियन के समस्थानिकों की सापेक्ष प्रचुरता 9 : 1 पायी जाती है; इसमें हलका अवयव अपेक्षाकृत अधिक प्रचुर होता है। यूरेनियम के समस्थानिकों में 238 संहति-संख्या के समस्थानिक की प्रचुरता अपेक्षाकृत अधिक होती है। 235 यूरेनियम समस्थानिक, जिससे परमाणु-बम की रचना होती है, सामान्यत: अपेक्षाकृत बहुत ही अल्प प्रचुरता में पाया जाता है। अत:, परमाणु बम बनाने के लिए यूरेनियम को 235 समस्थानिक में धनी बनाना आवश्यक होता है। हाइड्रोजन और डिउटेरियम की सापेक्ष प्रचुरता 99·98 : 0·02 है। अत: जल में भारी जल की उपस्थिति पर्याप्त मात्रा में नहीं हो सकती है।

1.10. ऐस्टन का परमाणु-भार-क्रमलेखी (Aston's Mass Spectrograph)

तत्त्वों के समस्थानिकों के अस्तित्व तथा उनकी संहतियों के ज्ञापन के लिए ऐस्टन ने एक यन्त्र का आविष्कार किया जो टॉमसन के उपकरण से अधिक सुग्राही था। इसी यन्त्र को **भार-क्रमलेखी** कहा जाता है। इस यन्त्र द्वारा एक $\frac{e}{m}$, किन्तु भिन्न-भिन्न वेगों, v, के धन-किरण-कण एक परवलय में प्रसरित होने के बदले एक ही सूक्ष्म-स्थल पर फोकस होते हैं।

यन्त्र में S_1 तथा S_2 रेखा-छिद्रों से पारित संकीर्ण धन-किरणों को दो प्लेटों, *P-P*, के बीच स्थापित विद्युत्-क्षेत्र से होकर निकाला जाता है। एक ही $\frac{e}{m}$ के किरणों की कणों के वेग विभिन्न होने के कारण विद्युत्-क्षेत्र इन्हें शंक्वाकार (conical) अपसारी किरण-समूह में फैला देता है। ऐसी किरण एक संकीर्ण रेखा-छिद्र S_3 होकर पारित होती है जिससे केवल बहुत कम फैली किरणें ही बाहर निकल पाती हैं। विद्युतीय क्षेत्र द्वारा विक्षेपित

(चित्र 18)

किरण-समूह पर S_3 से कुछ दूर पर विद्युतीय क्षेत्र की लम्बवत् दिशा में एक चुम्बकीय क्षेत्र H को लगाकर किरण-समूह को विपरीत दिशा में विचलित कराया जाता है। यन्त्र में कुछ विशेष परिस्थितियों को अनुकूलित कर एक ही $\frac{e}{m}$ के कणों को एक फोटोग्राफी प्लेट पर एक ही विन्दु पर फोकस किया जाता है। सम्पूर्ण प्रायोगिक व्यवस्था एक अत्यन्त ही उच्च रूप में शून्यीकृत नली में बन्द कर की जाती है।

मान लें कि किसी वेग से गतिशील एक ही $\frac{e}{m}$ के आयनों के क्रमशः विद्युतीय एवं चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा विचलन θ तथा φ हैं और एक ही $\frac{e}{m}$ के किन्तु विभिन्न वेगों से गतिशील आयनों का विद्युतीय क्षेत्र द्वारा विक्षेपण $d\theta$ तथा चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा संसृतिकरण $d\varphi$ से होता है। यदि विद्युतीय क्षेत्र में आयन का रैखिक विस्थापन p हो और पथ-लम्बाई l हो, तो

$$\theta=\frac{p}{l} \text{ होगा।}$$

पुनः,
$$p=\frac{1}{2}ft^2=\frac{1}{2}\,\frac{Ee}{m}.\frac{l^2}{v^2},$$

जहाँ E विद्युतीय क्षेत्र में m संहति एवं e आवेश वाले v वेग के गतिशील आयन पर बल$=Ee$, p की दिशा में है।

$$\therefore\quad \theta=\frac{1}{2}\,\frac{Ee}{mv^2}.l=K\frac{e}{m}.\frac{1}{v^2} \qquad \ldots (1),$$

जहाँ K एक स्थिरांक है जो विद्युतीय क्षेत्र की शक्ति एवं वितरण पर निर्भर करता है।

यदि चुम्बकीय क्षेत्र में आयन का रैखिक विस्थापन q हो और पथ-लम्बाई l' हो, तो

$$\varphi=\frac{q}{l'} \text{ होगा।}$$

पुनः,
$$q=\frac{1}{2}f't'^2=\frac{1}{2}\,\frac{Hev}{m}.\frac{l'^2}{v^2}=\frac{1}{2}\,\frac{He}{m}.\frac{l'^2}{v}.$$

$$\therefore \quad \varphi = \frac{1}{2} \frac{He}{mv} . \; l' = K' \frac{e}{m} . \frac{1}{v} \qquad .. \quad (2),$$

जहाँ K' एक स्थिरांक है जो चुम्बकीय क्षेत्र की शक्ति तथा वितरण पर निर्भर करता है।

समीकरण (1) से,

$$d\theta = -2K . \frac{e}{m} . \frac{dv}{v^3} .$$

अत:

$$\frac{d\theta}{\theta} = -2 \frac{dv}{v} .$$

समीकरण (2) से,

$$d\varphi = -K' \frac{e}{m} . \frac{dv}{v^2} .$$

अत:

$$\frac{d\varphi}{\varphi} = - \frac{dv}{v} .$$

$$\therefore \quad \frac{d\theta}{\theta} = 2 \frac{d\varphi}{\varphi}$$

या

$$\frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{\varphi}{2\theta} \qquad .. \quad (3).$$

मान लें कि विद्युतीय एवं चुम्बकीय क्षेत्रों के केन्द्रीय स्थानों की दूरी b है तथा चुम्बकीय क्षेत्र के केन्द्रीय स्थान से जहाँ अन्त में फोटोग्राफी-प्लेट पर आयन फोकस होते हैं, उस विन्दु की दूरी r है। यदि चुम्बकीय क्षेत्र नहीं होता तो धन-किरणों की चौड़ाई $(b+r)\, d\theta$ होती। इसी चौड़ाई को चुम्बकीय क्षेत्र किरणों को $r d\varphi$ से संसृत कर निराकृत (annul) करता है और आयनों को एक विन्दु पर प्लेट के ऊपर फोकस करता है। अत:, आयनों के फोकस होने के लिए आवश्यक है कि

$(b+r) d\theta = r d\varphi$ हो,

या

$\frac{b+r}{r} = \frac{d\varphi}{d\theta} = \frac{\varphi}{2\theta}$ [समीकरण d (3) से] हो।

अत: आयनों के फोकस होने की शर्त्त है

$$r\varphi = 2\theta(b+r)$$

या

$$r(\theta - 2\theta) = b . 2\theta$$

अर्थात् $r=b$ .. (4)

तथा $\varphi=4\theta$ .. (5).

ये शर्त्तें किरण-समूह के फोकस होने के लिए सामान्य तथा विशेष शर्त्तें हैं।

अब हम यन्त्र में फोटोग्राफी-प्लेट की व्यवस्था पर विचार करें। मान लें कि AB चुम्बकीय क्षेत्र के केन्द्रीय स्थान से प्लेट की दिशा पर लम्ब है।

$$AB=b\sin(\alpha+\theta+d\theta)$$

$$\left.\begin{aligned}&=b\sin(\alpha+\theta)\\&=r\sin\gamma\end{aligned}\right\}$$, लगभग, जहाँ α प्लेट की दिशा तथा आपतित किरण की दिशा के बीच का कोण है और γ प्लेट के साथ बना उस किरण का कोण है जिसका विद्युतीय विचलन θ है।

अब
$$\varphi=\alpha+\theta+d\theta+\gamma+d\varphi$$
$$=\alpha+\theta+\gamma.$$
$$\therefore\ AB=r\sin\gamma=r\sin(\varphi-\alpha-\theta)$$
$$=b\sin(\alpha+\theta) \quad .. \quad (6).$$

अत:, किरणों के फोकस होने की शर्त्त (4) से $\varphi-\alpha-\theta=\alpha+\theta$, और इसके साथ फोकस होने की शर्त्त (5) से $\alpha=\theta$.

अत:, यन्त्र में फोटोग्राफी-प्लेट की व्यवस्था विद्युतीय क्षेत्र के केन्द्रीय स्थान से जाने वाली उस सरल रेखा पर होनी चाहिए जो आपतित किरण के साथ किरणों के विद्युतीय विचलन की विपरीत दिशा में किरणों के विद्युतीय विचलन के बराबर कोण बनाती हो।

भिन्न-भिन्न संहतियों के आयन फोटोग्राफी-प्लेट पर भिन्न-भिन्न स्थानों पर फोकस होते हैं। यदि धन-आयन किसी विशेष तत्त्व से प्राप्त किये गये हों और इनका भार-क्रमलेख (mass-spectrum) एक से अधिक रेखाओं के रूप में प्राप्त होता हो तो यह स्पष्ट है कि तत्त्व में समस्थानिक उपस्थित हैं। समस्थानिकों की संहतियों के ज्ञापन के लिए प्रायोगिक आयनों के साथ ज्ञात संहतियों के आयनों को मिश्रित किया जाता है और फोटोग्राफी-प्लेट पर मिश्रण का भार-क्रमलेख प्राप्त किया जाता है। प्लेट के किसी विशेष विन्दु से ज्ञात संहतियों की भार-क्रमलेखीय रेखाओं (mass-spectral lines) की दूरियों को नापकर दूरियों के साथ संहतियों का एक लेखाचित्र (graph) तैयार किया जाता है। अब अज्ञात संहतियों के भार-क्रम-लेखीय रेखाओं की दूरी फोटोग्राफी-प्लेट के उसी विशेष विन्दु से नापी जाती है। इन दूरियों के परित: ऊपरकथित लेखाचित्र से संहतियों के पठन से आयनों की संहतियाँ ज्ञात हो जाती हैं।

1.11. संहति इकाई (Mass unit, m. u.) तथा परमाणविक संहति इकाई (Atomic mass unit, a. m. u.)

धन-आयन, अर्थात् परमाणु, की संहतियों को नापने के लिए एक सुविधाजनक इकाई को तय करना आवश्यक होता है। प्रचलित संहति इकाई अनावेशित आक्सीजन के परमाणु की संहति का $\frac{1}{16}$ वाँ भाग है। अन्य परमाणुओं की संहतियाँ इसी इकाई के परितः व्यक्त की जाती हैं।

आक्सीजन के एक ग्राम-परमाणु का भार 16 ग्राम है और चूँकि एवोगाड्रो की संख्या $6{\cdot}0234 \times 10^{23}$ है, इसलिए आक्सीजन के प्रत्येक परमाणु का भार

$$= \frac{16}{6{\cdot}0234 \times 10^{23}} \text{ ग्राम ।}$$

अतः एक संहति इकाई $= \frac{1}{16} \times \frac{16}{6{\cdot}0234 \times 10^{23}}$ ग्राम

$$= \frac{1}{6{\cdot}0234} \times 10^{-23} \text{ ग्राम ।}$$

आइन्स्टाइन (Einstein) के संहति तथा ऊर्जा की समतुल्यता के सिद्धान्त से $E=mC^2$, जहाँ E ऊर्जा m संहति के समतुल्य है और C शून्य में प्रकाश का वेग है। अतः एक संहति इकाई की समतुल्य ऊर्जा

$$= \frac{1}{6{\cdot}0234} \times 10^{-23} \times (3 \times 10^{10})^2$$

$$= 1{\cdot}49 \times 10^{-3} \text{ अर्ग ।}$$

प्रायः यही ऊर्जा परमाणविक ऊर्जा की इकाई मानी जाती है और इस इकाई को **परमाणविक संहति इकाई** (atomic mass unit, a. m. u.) कहा जाता है।

$\because$ 1 इलेक्ट्रॉन वोल्ट ऊर्जा $= 1{\cdot}6 \times 10^{-12}$ अर्ग,

$\therefore$ 1 मिलियन इलेक्ट्रॉन वोल्ट ऊर्जा $= 1{\cdot}6 \times 10^{-6}$ अर्ग।

$\therefore$ 1 परमाणविक संहति इकाई

$$= \frac{1{\cdot}49 \times 10^{-3}}{1{\cdot}6 \times 10^{-6}} = 931{\cdot}8 \text{ मिलियन-इलेक्ट्रॉन वोल्ट ऊर्जा ।}$$

साधित उदाहरण

1. टॉमसन-विधि से $\frac{e}{m}$ के ज्ञापन के एक प्रयोग में यह पाया जाता है कि जब 5 मि०मी० से पृथक् उपकरण की प्लेटों के बीच 250 वोल्ट विभवान्तर लगाया जाता है और इन प्लेटों के बीच के क्षेत्र पर विद्युतीय क्षेत्र एवं कैथोड किरणों की गति की दिशा के लम्बवत् 25 ओरस्टेड का चुम्बकीय क्षेत्र लगाया जाता है तब किरणों का विक्षेप शून्य रहता है। कैथोड किरणों के वेग की गणना कीजिए। $e/m=1{\cdot}6\times10^7$ वि० चु० इ० प्रति ग्राम मानें और यह बतलाएँ कि कितने वोल्टों द्वारा कणों को त्वरित किया गया है।

(It is found in an experiment of determining e/m by Thomson's method that when a p. d. of 250 volts is applied between two plates separated by 5 millimetres and a magnetic field of 25 oersted is applied perpendicularly to the electric field and the direction of motion of the cathode rays in the region between the plates, the rays have a null deflection. Calculate the velocity of the cathode rays. Take e/m to be $1{\cdot}6\times10^7$ e. m. u. per gm. and find out by what voltage the particles have been accelerated.)

यहाँ
$$E=\frac{V}{d}=\frac{250}{0{\cdot}5}\text{ वोल्ट/सें०मी०}$$
$$=\frac{2500}{5}\times10^8\text{ वि० चु० इ०}$$
$$=50\times10^9\text{ वि० चु० इ०।}$$

जब किरणों का विक्षेप शून्य होता है, तब
$$Hev=Ee.$$
$$\therefore\quad v=\frac{E}{H}=\frac{50\times10^9}{25}\text{ सें०मी०/से०}$$
$$=2\times10^9\text{ सें०मी०/से०।}$$

अब मान लें कि कणों को V वोल्टों द्वारा त्वरित किया गया है। अतः, इनको ऊर्जा
$$eV=\tfrac{1}{2}mv^2.$$
$$\therefore\quad V=\tfrac{1}{2}\frac{v^2}{e/m}$$
$$=\tfrac{1}{2}\frac{4\times10^{18}}{1{\cdot}6\times10^7}=\frac{1}{0{\cdot}8}\times10^{11}\text{ वि० चु० इ०}$$
$$=\tfrac{5}{4}\times10^3\text{ वोल्ट}=1250\text{ वोल्ट।}$$

2. यदि एक इलेक्ट्रॉन से आवेशित किसी जल-बूँद को स्थिर रखने के लिए 2000 वोल्ट प्रति सें०मी० के विद्युतीय क्षेत्र की आवश्यकता हो तो बूँद की त्रिज्या ज्ञात कीजिए। e का मान $4{\cdot}8 \times 10^{-10}$ स्थि० वि० इ० लें तथा $g=980$ सें०मी०/से०^2 लें।

(If an electric field of 2000 volts per cm. is required to keep a water drop charged with one electron stationary, calculate the radius of the drop. The e of an electron may be taken to be $4{\cdot}8 \times 10^{-10}$ e. s. u. and $g=980$ cm./sec^2.)

बूँद के स्थिर रहने के लिए आवश्यक है कि

$$Ee = mg, \text{ जहाँ } m \text{ बूँद की संहति है।}$$

अब $$m = \tfrac{4}{3}\pi r^3 \rho = \tfrac{4}{3}\pi r^3 \times 1.$$

$$\therefore \quad \frac{4\pi r^3}{3} \times g = Ee, \text{ या } \quad r^3 = \frac{3Ee}{4\pi g}.$$

यहाँ $E = 2000 \times \frac{1}{300}$ स्थि० वि० इ०/सें०मी०।

अतः, $$r^3 = \frac{3 \times 2000 \times 4{\cdot}8 \times 10^{-10} \times 7}{300 \times 4 \times 22 \times 980}$$

$$= 0{\cdot}779 \times 10^{-12}. \qquad \therefore \quad r = 9{\cdot}3 \times 10^{-5} \text{ सेंमी०।}$$

प्रश्नावली १

(अ)

1. वर्णन कीजिए कि वायु-नली में व्यस्थित विद्युतोदों के बीच नली से धीरे-धीरे वायु के शून्यीकरण की स्थिति में जब विद्युत् विसर्जित होती है तब क्या होता है। (P. U. 1966 A, '62 A)

[Describe what happens when a electric discharge is passed through the electrodes in a tube of air which is exhausted gradually.]

2. कैथोड किरणों पर एक टिप्पणी लिखें। (R. U. 1965 A)

[Write a note on cathode rays.]

3. इलेक्ट्रॉनों के e/m के ज्ञापन की एक विधि का वर्णन करें। (R. U. 1966 A; P. U. '62 A)

[Describe a method of determining the e/m of electrons.]

4. इलेक्ट्रॉन तथा इलेक्ट्रॉन के आवेश के ज्ञापन पर एक टिप्पणी लिखें। समझाएँ कि इलेक्ट्रॉन विद्युत् का परमाणु क्यों है।

[Write a note on electron and determination of the charge of electron. Explain why an electron is the atom of electricity.]

5. धन-किरणें क्या हैं? टॉमसन के धन-किरणों की विश्लेषण-विधि का वर्णन करते हुए समझाइए कि समस्थानिक क्या हैं और इनकी संहतियों का ज्ञापन कैसे किया जा सकता है।

[What are positive rays? Describing Thomson's positive rays

analysis method explain what are isotopes and how their masses can be determined.]

6. ऐस्टन की भार-क्रमलेखी का सिद्धान्त तथा बनावट का वर्णन कीजिए। संहति इकाई तथा परमाणविक संहति इकाई क्या हैं ?

[Describe the principle and construction of Aston's mass spectrograph. What are mass-unit and atomic mass unit ?]

(ब)

1. तप्त ऋणोद से शून्यीकृत स्थान होकर इलेक्ट्रॉन एक ऐसे धनोद पर पहुँचते हैं जो ऋणोद की अपेक्षा 1000 वोल्ट विभव पर है। यदि इलेक्टॉनों का $e/m = 1{\cdot}77 \times 10^7$ वि० चु० इ० प्रति ग्राम माना जाय तो धनोद पर इलेक्ट्रॉन कितने वेग से आघात करते हैं ?

(उत्तर : 1881×10^6 सें०मी०/से०)

[Electrons from a hot cathode reach an anode through an evacuate space which is maintained at a potential of 1000 volts relative to the cathode. If the e/m of electrons is taken to be $1{\cdot}77 \times 10^7$ e. m. u. per gm., what is the velocity with which the electrons strike the anode ?]

2. 10^8 सें०मी०/से० के वेग से गतिशील कैथोड-कण पर लगे बल क्रूसित विद्युतीय एवं चुम्बकीय क्षेत्रों द्वारा सन्तुलित किये गये हैं जिसमें चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता 100 ओरस्टेड है। विद्युतीय क्षेत्र की तीव्रता क्या है तथा कैथोड-कण के वेग को कितने विभवान्तर द्वारा उत्पन्न किया गया है ? कण के e/m को $1{\cdot}76 \times 10^7$ वि० चु० इ० प्रति ग्राम मानें। (C. U. 1961)

(उत्तर : 100 वोल्ट/सें०मी०; 2·84 वोल्ट).

[Forces on a cathode-particle having a velocity of 10^8 cm./sec. are balanced by crossed electric and magnetic fields of which the magnetic field is of 100 oersteds strength. What is the strength of the electric field and by how much p. d. the velocity of the cathode particle has been generated ? Take the e/m of the particle to be $1{\cdot}76 \times 10^7$ e. m. u. per gm.]

२

2.1. तापायनिक उत्सर्जन (Thermionic emission)

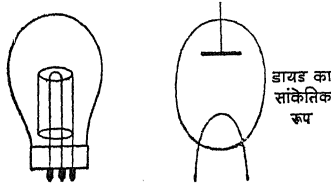
पदार्थों से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन तीन क्रियाओं से होता है। पहली क्रिया **फोटो-विद्युत्-प्रभाव** है जिसमें पदार्थों की सतह पर प्रकाश के आपतन से इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होता है तथा दूसरी क्रिया पदार्थों की सतह पर इलेक्ट्रॉनों की बौछार करनी (electron bombardment) है। तीसरी क्रिया को **तापायनिक उत्सर्जन** (thermionic emission) कहा जाता है। यह क्रिया धातुओं के गर्म करने पर आरम्भ होती है; गर्म करने पर धातुओं की सतहों से इलेक्ट्रॉन-उत्सर्जन की जो क्रिया होती है उसे ही **तापायन-उत्सर्जन** कहा जाता है। किसी तप्त धातु की साफ सतह से उत्सर्जित तापायनिक धारा तथा उत्सर्जक के तापमान में निम्नलिखित सम्बन्ध होता है—

$$I = AT\epsilon^{-\frac{w}{kt}},$$

जहाँ T उत्सर्जक का निरपेक्ष तापमान है,
A एक सार्व (universal) स्थिरांक है,
K बोल्जमान स्थिरांक है,
और w वह ऊर्जा है जिसे पाकर ही इलेक्ट्रॉन धातु की सतह से पलायमान होता है। इसे **तापायनिक-कार्य-फलन** (thermionic work function) कहा जाता है।

डायोड (diode), ट्रायोड (triode), टेट्रोड (tetrode) तथा पेनटोड (pentode) वाल्व (valve)ऐसे उपकरण हैं जिनमें इलेक्ट्रॉन तापायन-उत्र्सजन से ही प्राप्त होते हैं।

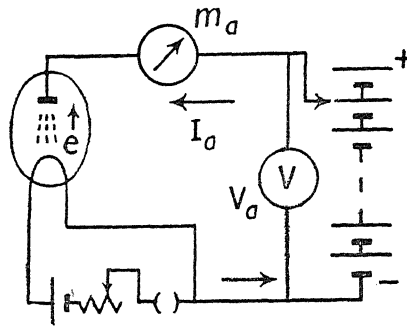
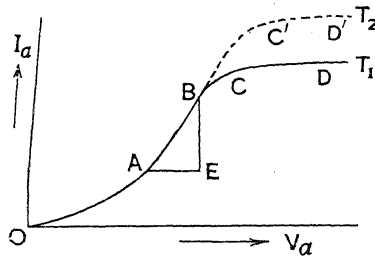
2.2. डायोड वाल्व (Diode valve)

डायोड वाल्व में निर्वात बल्ब के भीतर धातु का ऋणोद (cathode) होता है जिसे गर्म करने पर इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं। ऋणोद एक बेलनाकार धनोद (anode) से घिरा रहता है जो ऋणोद से उत्सर्जित एलेक्ट्रॉनों को ग्रहण करता है। डायोड वाल्व दो प्रकार के होते हैं। पहले प्रकार के वाल्व में ऋणोद प्राय: टंग्सटन अथवा थोरियम लेपित टंग्सटन (thoriated tungsten) का फिलामेण्ट होता है जिसे विद्युत्-धारा से गर्म करने पर इलेक्ट्रॉनों का उत्सर्जन होता है। दूसरे प्रकार के डायोड में ऋणोद निकल (nickel) की मिश्र धातु

(चित्र 19)

का बना होता है और इसकी सतह पर बेरियम-आक्साइड तथा स्ट्रानसियम-आक्साइड का लेप चढ़ा रहता है। इस प्रकार के डायोड में ऋणोद को एक पृथक् फिलामेण्ट (तंतु) द्वारा गर्म किया जाता है। पहले प्रकार के वाल्व को प्रत्यक्ष तप्त वाल्व (directly heated valve) तथा दूसरे प्रकार के वाल्व को अप्रत्यक्ष तप्त वाल्व (indirectly heated valve) कहा जाता है।

अप्रत्यक्ष तप्त वाल्व के ऋणोद की सतह के पदार्थ का तापायनिक कार्य-फलन अल्प होने के कारण ऋणोद को कम ही गर्म करने पर काफी अधिक मात्रा में तापायन-उत्सर्जन होता है।

वाल्व का धनोद प्राय: ताँबे का बना होता है।

जब डायोड के धनोद के विभव को धनात्मक तथा ऋणोद के विभव को ऋणात्मक (अथवा) शून्य रखा जाता है तब ऋणोद से उत्सर्जित तापीय इलेक्ट्रॉन धनोद द्वारा आकर्षित किये जाते हैं और ऋणोद से धनोद तक इलेक्ट्रॉनों के प्रवाह से बाह्य परिपथ में विद्युत्-धारा प्रवाहित होती है जिसकी दिशा इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन की दिशा के विपरीत होती है। नीचे दिये गये चित्र में यह धारा I_a है तथा V_a धनोद तथा ऋणोद के बीच आरोपित विभवान्तर है।

(चित्र 20)

धनोद तथा ऋणोद के बीच के विभवान्तर V को बदल-बदल कर डायोड से प्रवाहित होने वाली धारा I_a को एक मिलिअम्मापी m_a द्वारा नापा जा सकता है और I_a तथा V_a के साथ ग्राफ खींचा जा सकता है (चित्र 21)। इस ग्राफ से यह ज्ञात होता है कि V_a के बढ़ाने पर I_a बहुत दूर तक बढ़ता है, किन्तु अन्त में एक ऐसी स्थिति आती है जब V_a के बढ़ाने से I_a में कोई परिवर्तन नहीं होता है। वाल्व की इस स्थिति को संतृप्त (saturation) स्थिति कहा जाता है। $(I_a - V_a)$ ग्राफ को वाल्व का **विशिष्ट वक्र** (characteristic curve) कहा जाता है। चित्र में दो विशिष्ट वक्र दिखलाये गये हैं। एक, ऋणोद के T_1 तापमान के लिए है तथा दूसरा, इसके T_2

(चित्र 21)

तापमान के लिए है, जहाँ T_2 तापमान T_1 से अधिक है। ऋणोद के फिलामेण्ट से भिन्न-भिन्न मात्रा की धारा प्रवाहित कर वाल्व के भिन्न-भिन्न विशिष्ट वक्र प्राप्त किये जा सकते हैं।

विशिष्ट वक्र का सबसे महत्त्वपूर्ण भाग वह है जो लगभग सरल रेखा है। चित्र में यह भाग AB है। इस भाग में वाल्व की धनोद धारा (anode current) I_a वाल्व के विद्युतोदों के विभवान्तर V_a के समानुपाती होती है। चित्र में इस भाग के लिए,

$$BE = \text{धनोद-धारा में परिवर्तन} = \triangle I_a$$

तथा AE=विद्युतोदों के विभवान्तर में वह परिवर्तन जो धनोद-धारा में $\triangle I_a$ परिवर्तन उत्पन्न करता है$=\triangle V_a$.

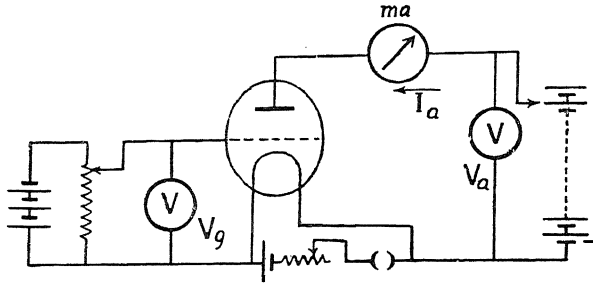
$$\therefore \quad \frac{AE}{BE} = \frac{\triangle V_a}{\triangle I_a} = R_a.$$

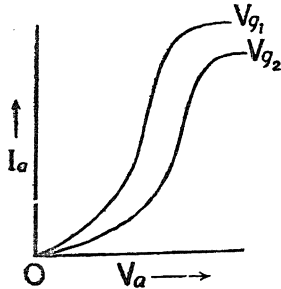
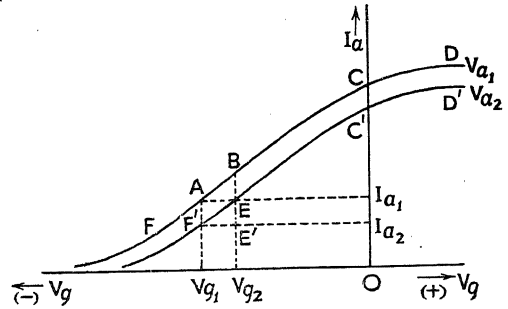
यह स्पष्ट है कि R_a एक प्रतिरोध है, जिसे वाल्व का **गतिज धनोद-प्रतिरोध** (dynamic anode or plate resistance) कहा जाता है।

विशिष्ट वक्र के $OABC$ के परितः जो धनोद-धारा होती है उसे **अवकाश-आवेश-सीमित धारा** (space-charge limited current) कहा जाता है। ऐसी स्थिति में विद्युतोदों के बीच के विभवान्तर के बढ़ाने पर अधिकाधिक तापायन धनोद की ओर आकर्षित होते हैं जिसके परिणामतः धनोद-धारा बढ़ती जाती है। वाल्व की संतृप्तता की स्थिति की धारा को **उत्सर्जन-सीमित अथवा तापमान-सीमित धारा** (emission or temperature limited current) कहा जाता है। ऐसी स्थिति में ऋणोद के दिये हुए तापमान पर प्रति से० उत्सर्जित सभी तापायन धनोद पर आकर्षित हो जाते हैं। चूँकि किसी तापमान पर किसी ऋणोद से प्रति से० उत्सर्जित तापायनों की संख्या निश्चित होती है, इसलिए इस स्थिति में विद्युतोदों के बीच के विभवान्तर को बढ़ाने पर भी धनोद सीमित ही मात्रा में तापायन प्राप्त करता है जिससे धारा का मान बढ़ता नहीं है।

2.3. ट्रायोड वाल्व

ऋणोद तथा धनोद के बीच वाल्व में यदि एक तीसरे विद्युतोद की व्यवस्था कर दी जाय तो वाल्व **ट्रायोड वाल्व** बन जाता है। इस तीसरे विद्युतोद पर उपयुक्त विभव लगाकर वाल्व की धनोद-धारा को नियंत्रित किया जाता है। अतः इस विद्युतोद को **नियंत्रक-ग्रिड** (control grid) या सिर्फ **ग्रिड** कहा जाता है। ग्रिड प्रायः सर्पिल तार (spiral of wire) के रूप में बना होता है जो ऋणोद के चारों ओर व्यवस्थित रहता है। इसके विभव को ऋणोद की तुलना में प्रायः ऋणात्मक रखा जाता है।

प्रयोग द्वारा ट्रायोड वाल्व के विशिष्ट वक्र प्राप्त करने का परिपथ चित्र 22 में दिखलाया गया है। ट्रायोड के विशिष्ट वक्र दो प्रकार के होते हैं। पहले प्रकार के वक्र ऐसे होते हैं जिनमें ग्रिड के विभव V_g को स्थायी रखते हुए

(चित्र 22)

धनोद तथा ऋणोद के बीच के विभवान्तर V_a के मानों के साथ धनोद-धारा I_a के मानों को दरसाया जाता है। इसे (I_a-V_g) विशिष्ट वक्र कहा जाता है। दूसरे प्रकार के वक्र ऐसे होते हैं जिनमें V_a को स्थायी रखते हुए V_g के मानों के साथ I_a के मानों को दरसाया जाता है। ये वक्र नीचे के चित्रों में दिखलाये गये हैं।

(चित्र 23) (चित्र 24)

ऊपर के विशिष्ट वक्रों से यह स्पष्ट है कि ट्रायोड में भी धनोद-धारा की संतृप्त स्थिति होती है। व्यावहारिक दृष्टि से ट्रायोड का (I_a-V_g) विशिष्ट वक्र अधिक उपयोगी होता है क्योंकि इसकी मदद से वाल्व के विशेष विद्युतोद, ग्रिड, के नियंत्रक प्रभाव को सुगमता से देखा जा सकता है। इस वक्र का सरलरेखीय भाग $FABC$ है। इस भाग में दिये हुए धनोद-ऋणोद विभवान्तर V_{a_1} पर धनोद-धारा I_a, ग्रिड-विभव V_g के समानुपाती होता है। ऐसा ही एक दूसरा वक्र V_{a_2} धनोद-ऋणोद विभवान्तर के लिए है जिसका सरलरेखीय भाग $F'EC'$ है।

ग्रिड तथा धनोद के कारण धनोद-धारा पर प्रभावों की दृष्टि से किसी ट्रायोड वाल्व की विशिष्टता जिन तीन स्थिरांकों द्वारा प्रदर्शित की जाती है उन्हें **विशिष्ट स्थिरांक** (characteristic constant) कहा जाता है। इनके नाम तथा परिभाषा आगे देखिए।

(i) **गतिज धनोद प्रतिरोध** (Dynamic anode resistance)— ग्रिड-विभव के किसी स्थिर मान, V_g, पर धनोद-ऋणोद विभवान्तर, V_a, में δV_a परिवर्तन के परिणामस्वरूप यदि धनोद-धारा I_a में δI_a परिवर्तन होता हो तो

$$\frac{\delta V_a}{\delta I_a}=R_a=\text{गतिज धनोद प्रतिरोध ।}$$

(ii) **पारस्परिक ग्रिड-चालकता** (Mutual grid-conductance)— धनोद-ऋणोद विभवान्तर के किसी स्थिर मान, V_a, पर ग्रिड-विभव, V_g, में δV_g परिवर्तन के परिणामस्वरूप यदि धनोद-धारा, I_a, में δI_a परिवर्तन होता हो तो

$$\frac{\delta I_a}{\delta V_g}=g_m=\text{पारस्परिक ग्रिड-चालकता ।}$$

(iii) **प्रवर्द्धन-गुणक** (Amplification factor)— धनोद-ऋणोद विभवान्तर, V_a, में δV_a परिवर्तन लाने से धनोद-धारा में जो परिवर्तन होता है उसे दूर कर धनोद-धारा को अपरिवर्तित मान, I_a, पर लाने में ग्रिड-विभव, V_g, में यदि δV_g परिवर्तन करना होता हो तो

$$\frac{\delta V_a}{\delta V_g}=\mu=\text{प्रवर्द्धन-गुणक ।}$$

यह स्पष्ट है कि

$$\delta V_a=R_a\times\delta I_a$$

तथा

$$\delta V_g=\frac{\delta I_a}{g_m};$$

$$\therefore\quad \mu=\frac{\delta V_a}{\delta V_g}=\frac{R_a\times\delta I_a\times g_m}{\delta I_a}$$

$$=R_a\times g_m.$$

अत: वाल्व के विशिष्ट स्थिरांक एक-दूसरे से सम्बन्धित हैं। इन स्थिरांकों में वाल्व का प्रवर्द्धन गुणक अधिक महत्त्वपूर्ण है क्योंकि इसी के कारण ट्रायोड में विभवान्तरों के प्रवर्द्धन का गुण होता है।

यह स्पष्ट है कि वाल्व अपने विशिष्ट वक्रों के सरलरेखीय भाग ही में निश्चित धनोद-ऋणोद विभवान्तर पर ग्रिड-विभव के समानुपाती तथा निश्चित ग्रिड-विभव पर धनोद-ऋणोद विभवान्तर के समानुपाती धनोद-धारा प्रदान करती है। अत: इसके विशिष्ट स्थिरांक विशिष्ट वक्रों के सरलरेखीय भागों में ही स्थिर होंगे और इनका प्रायोगिक ज्ञापन भी इन्हीं भागों में ही सार्थक होगा। चित्र 24 में

स्थिर ग्रिड-विभव V_{g_1} पर,

$$V_{a_1} - V_{a_2} = \delta V_a,$$
$$I_{a_1} - I_{a_2} = AF' = \delta I_a.$$

$$\therefore \quad R_a = \frac{\delta V_a}{\delta I_a} = \frac{V_{a_1} - V_{a_2}}{I_{a_1} - I_{a_2}}.$$

स्थिर धनोद-ऋणोद विभवान्तर, V_{a_1}, पर

$$I_{a_1} - I_{a_2} = AF' = \delta I_a,$$
$$V_{g_1} - V_{g_2} = F'E' = \delta V_g.$$

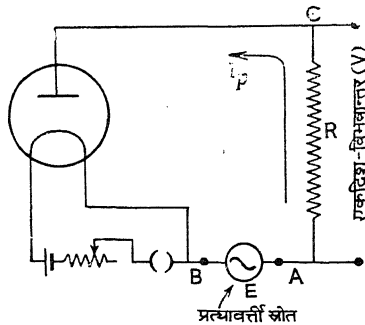
$$\therefore \quad g_m = \frac{\delta I_a}{\delta V_g} = \frac{I_{a_1} - I_{a_2}}{V_{g_2} - V_{g_1}} = \frac{AF'}{F'E'}.$$

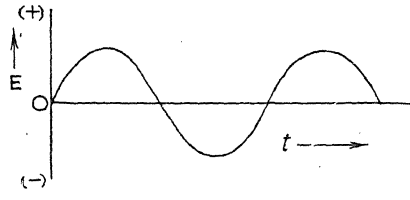
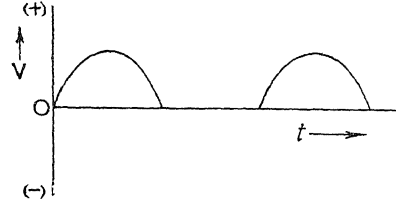
जब धनोद-ऋणोद विभवान्तर V_{a_1} है और ग्रिड-विभव V_{g_1} है तब धनोद-धारा I_{a_1} है। धनोद-ऋणोद विभवान्तर V_{a_1} को बदल कर V_{a_2} करने से धनोद-ऋणोद विभवान्तर $V_{a_1} - V_{a_2} = \delta V_a$ से बदल जाता है। इससे धनोद-धारा I_{a_1} से बदल कर I_{a_2} हो जायगी। इस प्रभाव को दूर करने के लिए यदि ग्रिड-विभव को V_{g_1} से बदलकर V_{g_2} किया जाय तभी धनोद-धारा पुनः I_{a_1} होगी।

अतः $$\mu = \frac{\delta V_a}{\delta V_g} = \frac{V_{a_1} - V_{a_2}}{V_{g_1} - V_{g_2}}.$$

इस प्रकार प्रयोग द्वारा तीनों विशिष्ट स्थिरांकों का ज्ञापन हो जाता है।

2.4. डायोड द्वारा एकदिशकरण (Rectification by Diode)

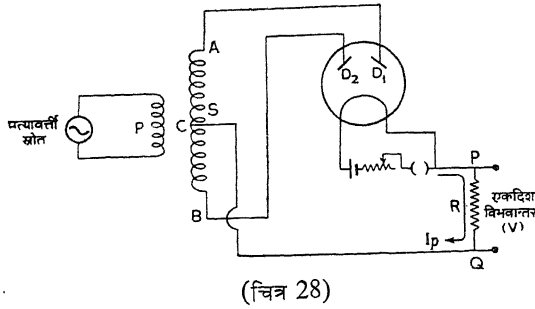
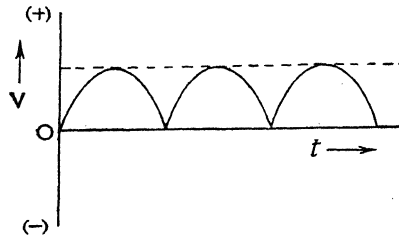
प्रत्यावर्ती धारा तथा वि०वा०ब० से एकदिश धारा तथा वि०वा०ब० प्राप्त करने को एकदिशकरण कहा जाता है। यहाँ डायोड द्वारा एकदिशकरण की क्रिया की व्याख्या की जायगी। दिये गये चित्र में एक डायोड-एकदिशकारक के परिपथ को दिखलाया गया है। धनोद तथा ऋणोद के बीच श्रेणीक्रम में एक प्रतिरोध R तथा E तात्कालिक वि०वा०ब० का प्रत्यावर्ती स्रोत जुड़ा हुआ है। समय के साथ E के परिवर्तन को चित्र 26 में दिखलाया गया है। मान लें कि जब E अपने चक्र के धनार्द्ध (positive half

(चित्र 25)

cycle) में रहता है तब स्रोत के A छोर का विभव धनात्मक तथा B छोर का विभव ऋणात्मक रहता है। ऐसी स्थिति में डायोड के धनोद का विभव धनात्मक रहता है। अत: E के चक्र के धनार्द्ध में धनोद इलेक्ट्रानों को आकृष्ट कर R प्रतिरोध से धारा I_p को ऋणोद से धनोद की ओर प्रवाहित करता है। यह स्पष्ट है कि धारा का मान E के चक्र के धनार्द्ध की अवधि में E के तात्कालिक मान के समानुपाती होगा। अत: R प्रतिरोध पर चक्र की धनार्द्ध अवधि में E के तात्कालिक मान के समानुपाती विभवान्तर, $V=RI_p$, उत्पन्न होगा जिसकी प्रवणता (gradient) ऋणोद से धनोद की ओर, अर्थात् A से C की ओर होगी। जब E अपने चक्र के ऋणार्द्ध में रहता है तब स्रोत के A छोर का विभव ऋणात्मक तथा B छोर का विभव धनात्मक रहता है जिसके कारण इस अवधि में डायोड के धनोद का विभव ऋणात्मक रहता है। अत: E के चक्र के इस भाग में डायोड इलेक्ट्रॉनों को आकृष्ट नहीं करता और R होकर डायोड कोई धारा प्रवाहित नहीं करता। इसका परिणाम यह होता है कि E के चक्र की ऋणार्द्ध अवधि में R पर कोई विभवान्तर उत्पन्न नहीं होता है। इस प्रकार E के पूरे चक्र की अवधि में R पर जो विभवान्तर V उत्पन्न होता है उसकी प्रवणता केवल ऋणोद से धनोद की ओर ही होती है। यही एकदिश विभवान्तर V, प्रत्यावर्ती वि०वा०ब० का एकदिशकृत (rectified) बहिर्धारित (output) विभवान्तर है। चित्र 27 में t के साथ V के विचरण को दिखलाया गया है। यह स्पष्ट है कि V का रूप स्थायी नहीं है, स्पन्दित है। यदि प्रत्यावर्ती स्रोत का कम्पनांक काफी अधिक हो तो V के स्पन्द काफी तेजी से उत्पन्न होंगे और प्रयोग में दो स्पन्दों के बीच V की विलीनता का आभास नहीं मिलेगा।

(चित्र 26)

(चित्र 27)

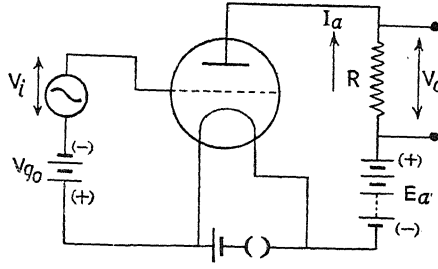
यह स्पष्ट है कि ऊपर जिस एकदिशकारक का वर्णन किया गया है वह प्रत्यावर्ती स्रोत के चक्र के आधे भाग का ही एकदिशाकरण करता है। अत: इस प्रकार की व्यवस्था को **अर्द्ध-तरंग-एकदिशकारक** (half-wave-rectifier) कहा जाता है। अब एक ऐसी व्यवस्था का वर्णन किया जायगा जिसे **पूर्ण-तरंग-एकदिशकारक** (full-wave-rectifier) कहा जाता है।

इस व्यवस्था में प्रत्यावर्ती स्रोत को एक आरोही ट्रान्सफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली

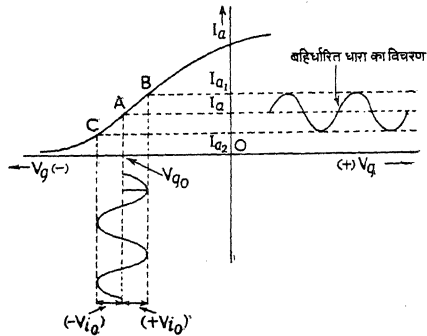
(चित्र 28)

से जोड़ दिया जाता है। ट्रान्सफॉर्मर की द्वितीयक कुण्डली के छोर A तथा B को दो धनोद (D_1 तथा D_2) वाले डायोड के धनोदों से जोड़ दिया जाता है। द्वितीयक के मध्य-विन्दु C से एक तार जुड़ा रहता है जिससे प्रतिरोध R को जोड़ा जाता है। प्रतिरोध R का दूसरा छोर ऋणोद से जोड़ा जाता है। स्रोत के चक्र के प्रथम अर्द्धभाग में मान लें कि A का विभव धनात्मक तथा B का ऋणात्मक है। ऐसी स्थिति में D_1 धनोद धनात्मक तथा D_2 ऋणात्मक विभव पर रहता है। अतः इस अर्द्धभाग की अवधि में इलेक्ट्रॉन D_1 द्वारा आकृष्ट किये जाते हैं और R प्रतिरोध से धनोद-धारा P से Q की दिशा में बहती है जिससे R पर विभवान्तर V की प्रवणता P से Q की ओर होती है। स्रोत के चक्र के द्वितीय अर्द्धभाग में A का विभव ऋणात्मक तथा B का धनात्मक होगा। ऐसी स्थिति में D_2 धनोद धनात्मक तथा D_1 धनोद ऋणात्मक विभव पर रहता है। अतः इस अर्द्धभाग की अवधि में इलेक्ट्रॉन D_2 द्वारा आकृष्ट किये जाते हैं और R प्रतिरोध से पुनः धनोद-धारा P से Q की ही दिशा में बहती है जिससे R पर विभवान्तर V की प्रवणता पुनः P से Q की ओर होती है। अतः R प्रतिरोध पर विभवान्तर V की प्रवणता की दिशा स्रोत के चक्र के दोनों अर्द्धभागों में एक ही रहती है। इस प्रकार यह व्यवस्था **पूर्ण-तरंग-एकदिशकरण** (full wave rectification) प्रदान करती है। समय t के साथ R पर के विभवान्तर V का विचरण चित्र 29 में दिखलाया गया है।

(चित्र 29)

2.5. ट्रायोड द्वारा वोल्टता-प्रवर्द्धन (Voltage Amplification by Triode)

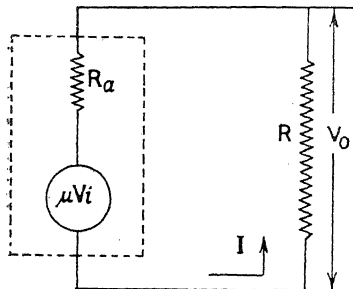
चित्र में ग्रिड तथा ऋणोद के बीच एक V_i वोल्ट की प्रत्यावर्ती धारा स्रोत की श्रेणी में कम मान की वोल्टता V_{g_0} की एक बैटरी इस प्रकार जुड़ी

दिखलायी गयी है कि बैटरी ग्रिड के विभव को ऋणात्मक बनाती है। धनोद परिपथ में धनोद तथा ऋणोद के बीच एक प्रतिरोध R की श्रेणी में धनोद को एक विभव V_a प्रदान करने के लिए अधिक मान की वोल्टता E_a की एक बैटरी दिखलायी गयी है। ग्रिड-ऋणोद-विभवान्तर का मान दी गयी स्थिति में $V_{g_0}+V_i$ होगी और समय

(चित्र 30)

के साथ V_i के परिवर्तन के कारण $V_{g_0}+V_i$ में भी परिवर्तन होगा। चूंकि वाल्व के विशिष्ट वक्र के सरलरेखीय भाग में धनोद-धारा ग्रिड-विभव के समानुपाती होती है, अतः $V_{g_0}+V_i$ के परिवर्तन के अनुकूल धनोद-धारा I_a में भी समय के साथ परिवर्तन होगा। यह परिवर्तनशील धनोद-धारा एकदिश धारा तथा प्रत्यावर्ती धारा के अवयवों में विश्लेषित (analysed) की जा सकती है। इसके प्रत्यावर्ती अवयव के कारण प्रतिरोध R पर एक प्रत्यावर्ती विभावन्तर V_0 उत्पन्न होगा। इस प्रकार जब ट्रायोड के ग्रिड तथा ऋणोद के बीच एक प्रत्यावर्ती वोल्टता V_i आरोपित की जाती है तब उसके धनोद तथा ऋणोद के बीच एक प्रत्यावर्ती वोल्टता V_0 बहिर्धारित होती है। इन बहिर्धारित तथा आरोपित वोल्टताओं के अनुपात $\frac{V_0}{V_i}$ को ट्रायोड द्वारा वोल्टता-प्रवर्द्धन कहा जाता है।

ट्रायोड के ग्रिड तथा ऋणोद के बीच आरोपित कुल वोल्टता का धनोद-धारा पर जो प्रभाव पड़ता है उसे स्पष्ट रूप में समझने के लिए वाल्व की दी गयी स्थिति में (I_p-V_g) विशिष्ट वक्र पर विचार करें। CAB वक्र का सरलरेखीय भाग है। V_{g_0} ग्रिड तथा ऋणोद के बीच आरोपित एकदिश विभवान्तर है। यदि आरोपित प्रत्यावर्ती विभवान्तर का शिखर मान V_{i_0} हो तो $V_{g_0}+V_i$ का उच्चतम मान $V_{g_0}+V_{i_0}$ तथा न्यूनतम मान $V_{g_0}-V_{i_0}$ होता है। अतः प्रत्यावर्ती विभवान्तर के चक्र की अवधि में वाल्व

(चित्र 31)

का ग्रिड-ऋणोद-विभवान्तर $V_{g_0}-V_{i_0}$ तथा $V_{g_0}+V_{i_0}$ के बीच विचरण करता है जिसके अनुकूल वाल्व की धनोद-धारा न्यूनतम मान I_{a_1} से उच्चतम मान I_{a_2} के बीच विचरण करती है। इस क्रिया में चूँकि वाल्व अपने विशिष्ट वक्र के सरलरेखीय भाग में ही कार्य करता है, इसलिए बहिर्धारित धनोद-धारा का समय के साथ विचरण ठीक आरोपित ग्रिड-ऋणोद-विभवान्तर के समय के साथ विचरण जैसा ही होता है।

कुल आरोपित विभवान्तर $V_{g_0}+V_i$ है जिसे यदि $V_{g_0}+\delta V_g$ लिखा जाय तो आरोपित प्रत्यावर्ती विभबान्तर V_i आरोपित एकदिश विभवान्तर V_{g_0} में परिवर्तन δV_g, का प्रतिनिधित्व करता है। ग्रिड-ऋणोद के विभवान्तर का यह परिवर्तन वाल्व के धनोद-ऋणोद विभवान्तर में $\delta V_a=\mu\delta V_g=\mu V_i$ परिवर्तन उत्पन्न करता है, जहाँ μ वाल्व का प्रवर्द्धन-गुणांक है। यह स्पष्ट है कि धनोद-ऋणोद का यह विभवान्तर-परिवर्तन एक प्रत्यावर्ती विभवान्तर का प्रतिनिधित्व करता है। अतः हम वाल्व को μV_i वि० वा० ब० उत्पन्न करने वाला प्रत्यावर्ती स्रोत मान सकते हैं। पुन:, धनोद-ऋणोद विभवान्तर का यह $\delta V_a=\mu V_i$ परिवर्तन धनोद-धारा में एक परिवर्तन δI_a उत्पन्न करेगा और चूँकि δV_a एक प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० है, इसलिए इससे उत्पन्न धनोद-धारा का परिवर्तन, δI_a, एक प्रत्यावर्ती धनोद-धारा का प्रतिनिधित्व करता है। अत: $\dfrac{\delta V_a}{\delta I_a}=R_a$ प्रत्यावर्ती वाल्व स्रोत के प्रतिरोध का प्रतिनिधित्व करता है। अब हम यह कह सकते हैं कि जब ग्रिड-ऋणोद के बीच एक अतिरिक्त प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० V_i वोल्ट आरोपित किया जाता है तब वाल्व R_a ओम प्रतिरोध के μV_i वोल्ट वाले प्रत्यावर्ती स्रोत जैसा कार्य करता है। इस आधार पर चित्र 30 के परिपथ का केवल प्रत्यावर्ती धारा एवं विभवान्तरों के परित: जो समतुल्य परिपथ होगा वह चित्र 32 जैसा होगा।

(चित्र 32)

इस R प्रतिरोध से प्रत्यावर्ती धारा,

$$I=\frac{\mu V_i}{R_a+R}$$

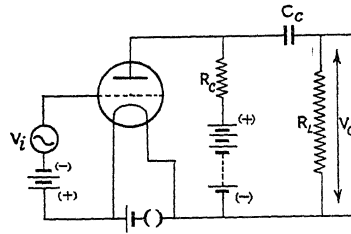
अत: $$V_o=RI=\frac{R\mu\ V_i}{R_a+R}.$$

$$\therefore \quad \text{वोल्टता-प्रवर्द्धन}=\frac{V_o}{V_i}=\frac{\mu}{1+\dfrac{R_a}{R}}.$$

यदि $R=R_a$ हो तो वोल्टता-प्रवर्द्धन $\mu/2$ के बराबर होगा। ऐसी स्थिति में यदि $\mu=20$ हो तो वोल्टता-प्रवर्द्धन 10 होगा। इसका अर्थ यह है कि ग्रिड-ऋणोद परिपथ में आरोपित 1 वोल्ट का वि० वा० ब० प्रवर्द्धक द्वारा धनोद-ऋणोद परिपथ में 10 वोल्ट के विभवान्तर में परिणत कर दिया जाता है। इस प्रकार ट्रायोड वोल्टता का प्रवर्द्धन करता है।

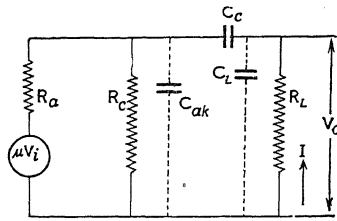
2.6. श्रव्यावृत्ति-प्रवर्द्धक (Audio-frequency Amplifier)

प्रवर्द्धक का जो परिपथ चित्र 30 में दिखलाया गया है उसमें एक सहायक परिपथ (auxiliary circuit) का संयोजन आवश्यक है ताकि प्रत्यावर्ती धारा को संयुक्त धारा से अलग किया जा सके। यह सहायक परिपथ प्राय: दो प्रकार का होता है— प्रतिरोध-धारिता-परिपथ तथा ट्रान्सफॉर्मर-परिपथ। चूँकि ऐसे परिपथ के कारण प्रवर्द्धक द्वारा पर्याप्त वोल्टता-प्रवर्द्धन श्रव्यावृत्ति के क्षेत्र में ही प्राप्त होता है, इसलिए इनसे श्रव्यावृत्ति (100 च० प्रति से० से 15,000 च० प्रति से०) के प्रवर्द्धकों की ही रचना होती है। यह स्पष्ट है कि श्रव्यावृत्ति-प्रवर्द्धक दो प्रकार के होंगे—पहला, **प्रतिरोध-धारिता-युग्मित प्रवर्द्धक** (resistance capacitance coupled amplifier) तथा दूसरा, **ट्रान्सफॉर्मर-युग्मित प्रवर्द्धक** (transformer coupled amplifier)।

प्रतिरोध-युग्मित प्रवर्द्धक— इस प्रकार के प्रवर्द्धक का परिपथ चित्र 33 में दिखलाया गया है। R_c तथा C_c को क्रमश: युग्मक प्रतिरोध तथा युग्मक धारिता कहा जाता है। अधिक प्रवर्द्धन प्राप्त करने की दृष्टि से R_c का मान वाल्व के R_a के मान से कम नहीं होता है। C_c का मान काफी अधिक होता है ताकि यह प्रत्यावर्ती धारा के लिए कम-से-कम प्रतिबाधा उत्पन्न करे और R_L से होकर श्रव्यावृत्ति के कम कम्पनांक (जैसे 100 चक्र प्रति से०) वाली धारा भी पर्याप्त शक्ति की हो, जो R_L प्रतिरोध पर पर्याप्त बिभवान्तर उत्पन्न कर सके। R_L प्रतिरोध का मान अधिक होना चाहिए क्योंकि R_L के कम होने से बहिर्धारित प्रत्यावर्ती विभवान्तर V_o कम होगा, किन्तु R_L के बहुत अधिक होने से भी कोई विशेष लाभ नहीं होता है क्योंकि R_L का मान अधिक होने पर इसे और बढ़ाने पर V_o का मान बहुत ही अल्प मात्रा में बढ़ता है।

(चित्र 33)

धारिता C_c, $R_L - C_c$ परिपथ में एकदिशधारा को रोक देती है। अत: C_c धारिता को खण्डक संचक (blocking condenser) कहा जाता है।

प्रवर्द्धक के परिपथ में वाल्व की धनोद-ऋणोद-अन्तर्विद्युतोद (inter-electrode) -धारिता तथा R_c प्रतिरोध एवं संयोजक तारों की विपथित (stray) धारिताएँ R_c के समानान्तर कार्य करती हैं। इसके अतिरिक्त R_L प्रतिरोध तथा संयोजक तारों की विपथित धारिताएँ R_L के समानान्तर कार्य करती हैं। इनके मान बहुत ही अल्प होते हैं (जैसे चन्द माइक्रोमाइक्रोफराड)। यदि R_c तथा R_L के समानान्तर कार्य करने वाली धारिताएँ क्रमशः C_{ak} तथा C_L हों तो प्रतिरोध युग्मित प्रवर्द्धक का प्रत्यावर्ती धारा के परितः समतुल्य परिपथ चित्र 34 जैसा होगा।

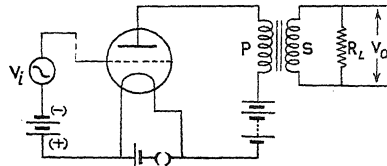
यदि C_c का मान काफी अधिक (लगभग 0·1 माइक्रोफराड) हो तो अत्यन्त अल्प कम्पनांकों की धाराओं को छोड़कर श्रव्यावृत्ति के सभी कम्पनांकों की धाराओं के लिए C_c की प्रतिबाधा इतनी अल्प होगी कि इन धाराओं के लिए C_c को लगभग बन्द-सा (short-circuit) माना जा सकता है। पुनः C_{ak} तथा C_c धारिताओं के मान इतने अल्प होते हैं कि श्रव्यावृत्ति के उच्च कम्पनांकों की धाराओं को छोड़कर सभी कम्पनांकों की धाराओं के लिए इनकी प्रतिबाधाएँ अनन्त के लगभग होंगी; अर्थात् इन धाराओं के लिए इनकी उपस्थिति नगण्य-सी होती है। अतः उच्च कम्पनांकों को छोड़कर श्रव्यावृत्ति के सभी कम्पनांकों की धाराओं के लिए प्रवर्द्धक के परिपथ में केवल प्रतिरोध R_a, R_c, तथा R_L, ही प्रभाव डालते हैं; अर्थात् उसमें आवृत्ति-संवेदी (sensitive) कोई भी तत्त्व नहीं होता है। इसीलिए इस प्रवर्द्धक द्वारा श्रव्यावृत्ति के उच्च कम्पनांक वाली वोल्टता को छोड़कर सभी कम्पनांक वाली वोल्टताओं का लगभग समान प्रवर्द्धन होता है।

(चित्र 34)

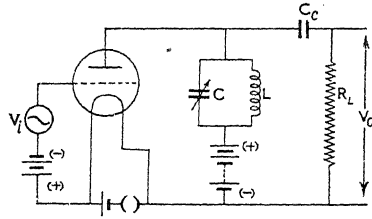
V_i की आवृत्ति जैसे-जैसे बढ़ती है C_{ak} तथा C_L की प्रतिबाधाएँ वैसे-वैसे घटती जाती हैं। अतः V_i की आवृत्ति के बढ़ने के साथ-साथ C_{ak} तथा C_L द्वारा धारा का अधिकाधिक पार्श्व-प्रवहन (shunting) होता है; इसके परिणामतः R_L होकर प्रवाहित होने वाली धारा I अधिकाधिक घटती जाती है। अतः आवृत्ति के बढ़ने से R_L पर उत्पन्न विभव V_o और इसलिए प्रवर्द्धक का प्रवर्द्धन-गुणांक अधिकाधिक घटता जाता है। इससे यह स्पष्ट है कि ऐसा प्रवर्द्धक उच्च कम्पनांक के वि० वा० ब० के प्रवर्द्धन में असमर्थ होता है। इसीलिए ऐसे प्रवर्द्धक को श्रव्यावृत्ति-प्रवर्द्धक कहा जाता है।

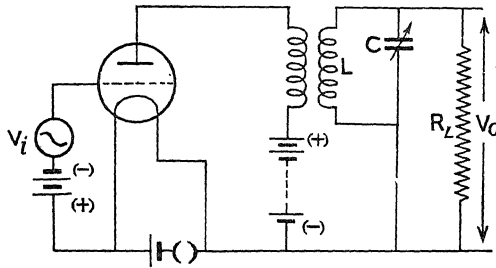
ट्रान्सफॉर्मर-युग्मित प्रवर्द्धक— इस प्रकार के प्रवर्द्धक का परिपथ चित्र 35 में

दिखलाया गया है। इसमें धनोद पर विभव प्रदान करने वाली बैटरी को ट्रान्सफॉर्मर की प्राथमिक कुण्डली द्वारा धनोद से जोड़ा जाता है जिसका प्रतिरोध बहुत ही कम होता है। परिणामत: धनोद पर बैटरी से लगभग पूर्ण विभव लगता है। अत: पहले

(चित्र 35)

प्रकार के प्रवर्द्धक की तुलना में यहाँ वाल्व अधिक धारा प्रदान करता है। इस कारण से तथा ट्रान्सफॉर्मर के आरोही होने से यह प्रवर्द्धक अपेक्षाकृत अधिक वोल्टता-प्रवर्द्धन प्रदान करने की क्षमता रखता है। अन्तर्विद्युतीय धारिता तथा विपथित धारिताओं के कारण इस प्रवर्द्धक द्वारा भी उच्च आवृत्तियों के वि० वा० बलों का प्रवर्द्धन नहीं हो पाता है। अतः यह प्रवर्द्धक भी श्रव्यावृत्ति-प्रवर्द्धक है।

2.7. उच्चावृत्ति प्रवर्द्धक (High frequency Amplifier)

पूर्ववर्णित प्रवर्द्धकों के विवेचन में यह बतलाया जा चुका है कि अन्तर्विद्युतोद-धारिता तथा विपथित धारिताएँ उच्च आवृत्ति के वि० वा० बलों के प्रवर्द्धन में हानिकारक होती हैं। इस कठिनाई को दूर करने के लिए धनोद-ऋणोद परिपथ में एक समान्तर अनुनादी परिपथ (parallel resonant circuit) इस प्रकार व्यवस्थित किया जाता है कि अन्तर्विद्युतोद-धारिता

(चित्र 36)

एवं विपथित धारिताएँ अनुनादी परिपथ की समंजनशील धारिता के समानान्तर हो जायँ। हम जानते हैं जब समानान्तर अनुनादी परिपथ की धारिता को समंजित कर उसकी प्राकृतिक आवृत्ति (natural frequency) को परिपथ के समानान्तर लगे स्रोत की आवृत्ति के बराबर बना दिया

(चित्र 37)

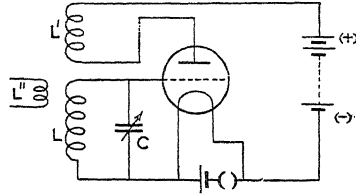
जाता है (इसे परिपथ को समस्वरित करना कहा जाता है) तब उसकी अवबाधा एक उच्च मान का प्रतिरोध होती है। अत: जिस आवृत्ति पर अनुनादी परिपथ

को समस्वरित (tune) किया जाता है उस आवृत्ति पर प्रवर्द्धक के धनोद-ऋणोद परिपथ का बहिर्धारित प्रतिरोध (out-put resistance) से काफी अधिक शक्ति की धारा प्रवाहित होती है। परिणामत: इस कम्पनांक पर प्रवर्द्धक आरोपित वि० वा० ब० को बहुत अधिक प्रवर्द्धित करता है। उच्चावृत्ति-प्रवर्द्धक इसी सिद्धान्त पर बनाये जाते हैं। ऐसे प्रवर्द्धकों को समस्वरित प्रवर्द्धक (tuned amplifier) भी कहा जाता है। प्रतिरोध-धारिता-युग्मित समस्वरित प्रवर्द्धक तथा ट्रान्सफॉर्मर-युग्मित समस्वरित प्रवर्द्धक के परिपथ चित्र 36 तथा चित्र 37 में दिखलाये गये हैं।

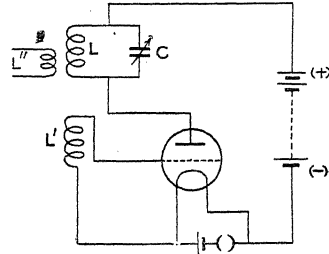
2.8. ट्रायोड द्वारा दोलनों का उत्पादन (Generation of oscillations by Triode)

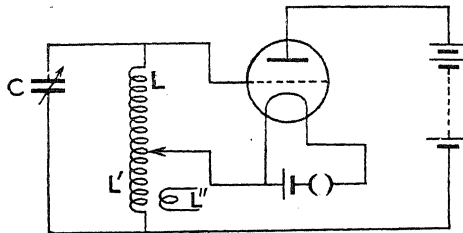
हम जानते हैं कि जब प्रेरकत्व, धारिता एवं प्रतिरोध युक्त परिपथ का प्रतिरोध प्रेरकत्व की तुलना में काफी कम रहता है तब परिपथ में दी गयी विद्युत्-ऊर्जा धारिता एवं प्रेरकत्व के विद्युतीय एवं चुम्बकीय क्षेत्रों के बीच दोलित होती रहती है और परिपथ में एक दोलनशील (oscillatory) प्राकृतिक धारा (natural current) का प्रवाह होता रहता है। यह प्राकृतिक धारा परिपथ के प्रतिरोध जैसे ऊर्जा-शोषक तत्त्वों के कारण कुछ क्षण के बाद नष्ट हो जाती है। किन्तु धारा की प्रत्येक दोलनावधि में यदि परिपथ में एक उपयुक्त शक्ति का छोटा-सा वि०वा०ब० प्रेरित कराया जाय ताकि दोलित धारा अपनी प्रारंभिक शक्ति पर बनी रहे तो परिपथ में दोलित धारा अनन्त काल तक बनी रहेगी। हम देख चुके हैं कि ट्रायोड वाल्व वि०वा०ब० को प्रवर्द्धित करने की क्षमता रखता है। अत: यह संभव है कि दोलित धारावाही परिपथ को वाल्व से समुचित रूप में सम्बद्ध कर दोलनशील परिपथ (oscillatory circuit) के आड़े (across) उपस्थित वि०वा०ब० को अथवा उसके एक अंश को वाल्व द्वारा प्रवर्द्धित कराया जाय और प्रवर्द्धित वि०वा०ब० या उसके एक अंश को समुचित व्यवस्था द्वारा दोलनशील परिपथ में भेजकर दोलनों को चालू (maintained) रखा जाय। ट्रायोड द्वारा दोलनों के उत्पादन का यही सिद्धान्त है। वास्तव में दोलक के रूप में ट्रायोड प्रवर्द्धक का ही कार्य करता है जिसमें ट्रायोड के ग्रिड-ऋणोद के बीच आरोपित वि०वा०ब० ट्रायोड स्वयं उत्पादित करता है।

ट्रायोड द्वारा दोलन उत्पादित करने वाले एक साधारण परिपथ को चित्र 38 में दिखाया गया है। यहाँ L, C दोलनशील परिपथ है। इस परिपथ में दोलित धारा

के कारण इसके आड़े जो वि०वा०ब० उत्पन्न होता है वह ट्रायोड के ग्रिड तथा ऋणोद के बीच आरोपित होता है। ट्रायोड के कारण यह प्रवर्द्धित रूप में धनोद परिपथ में L' प्रेरकत्व के ऊपर उपस्थित होता है। L' प्रेरकत्व दोलनशील परिपथ के प्रेरकत्व L से समुचित रूप में चुम्बकीय क्षेत्र द्वारा युग्मित (coupled) है

(चित्र 38)

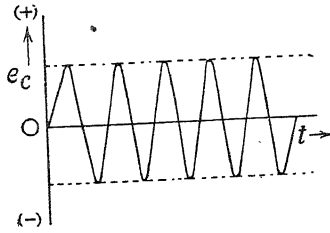
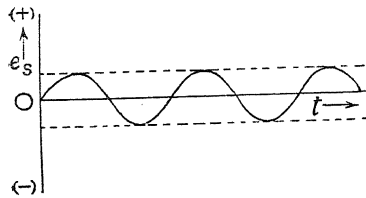
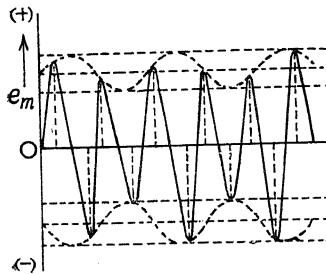
ताकि L' प्रेरकत्व, L प्रेरकत्व में उसी दिशा में वि०वा०ब० प्रेरित करता है जिस दिशा में L के आड़े वि०वा०ब० पहले से ही उपस्थित है। इस प्रकार जब L' से L में पर्याप्त मात्रा में वि० वा० ब० प्रेरित होता है तब परिपथ की जो ऊर्जा शोषित होती है वह प्रेरित ऊर्जा द्वारा पूरी कर दी जाती है और परिपथ की दोलित धारा अपनी पूर्व शक्ति पर बनी रहती है। इस प्रकार L, C परिपथ अनन्त काल तक दोलित होती रहता है। L प्रेरकत्व के साथ एक दूसरे प्रेरकत्व L'' को युग्मित कर दोलक से ऊर्जा को अन्य परिपथों में भी ले जाया जा सकता है। इस प्रकार के दोलक को समस्वरित ग्रिड दोलक (tuned grid oscillator) कहा जाता है।

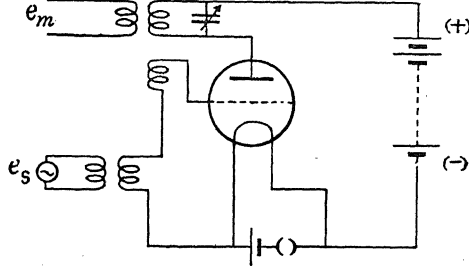
दोलनशील परिपथ को ग्रिड-ऋणोद परिपथ में डालने के बदले धनोद-ऋणोद परिपथ में डाला जा सकता है। ऐसी स्थिति में युग्मक प्रेरकत्व L' को ग्रिड-ऋणोद परिपथ में डाला जाता है। इस प्रकार जो दोलक प्राप्त होता है उसे समस्वरित धनोद-दोलक (tuned anode oscillator) कहा जाता है। यहाँ L का वि० वा० ब० L' में समुचित दिशा एवं मात्रा में वि० वा० ब० प्रेरित करता है। L' पर उत्पन्न वि० वा० ब० वाल्व द्वारा प्रवर्द्धित होकर दोलनशील परिपथ पर आरोपित होता है।

(चित्र 39)

समस्वरित ग्रिड दोलक तथा समस्वरित धनोद दोलकों में ग्रिड-ऋणोद तथा धनोद-ऋणोद परिपथों का युग्मन (coupling) परोक्ष चुम्बकीय (indirect magnetic) प्रकार का होता है। परिपथों के बीच प्रत्यक्ष (direct) युग्मन भी स्थापित कर दोलक की

(चित्र 40)

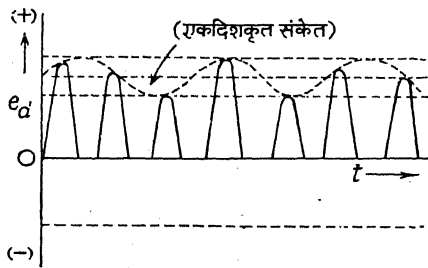
रचना की जा सकती है। हार्टले (Hartley) ने इसी प्रकार के युग्मन का उपयोग कर एक दोलक की रचना की है जो रचना की सुगमता की दृष्टि से अधिक लोकप्रिय है। चित्र 40 में हार्टले-दोलक (Hartley's oscillator) के परिपथ को स्पष्ट किया गया है।

2.9. आयाम-अधिमिश्रण (Amplitude Modulation)

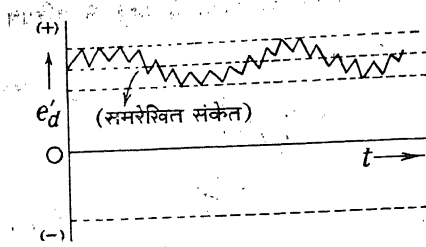
किसी प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० अथवा धारा के आयाम को किसी अन्य प्रत्यावर्ती वि० वा० ब० अथवा धारा के समय-विचरण (time variation) के अनुसार परिवर्तित करने को आयाम-अधिमिश्रण कहा जाता है। चित्र 41 में एक उच्चावृत्ति वि० वा० ब० के समय-विचरण को दिखलाया गया है; चित्र 42 में एक निम्नावृत्ति (low frequency) वि० वा० ब० के समय-विचरण को दिखलाया गया है। निम्नावृत्ति के वि० वा० ब०, e_s, के समय-विचरण के अनुसार जब उच्चावृत्ति के वि० वा० ब०, e_c, का आयाम परिवर्तित होता है तब जो वि०वा०ब० प्राप्त होता है उसके समय-विचरण को चित्र 43 में दिखलाया गया है। जिस वि० वा० ब० के आयाम को परिवर्तित किया जाता है, उसे वाहक-संकेत (carrier signal) कहा जाता है। जो वि० वा० ब० वाहक-संकेत को अधिमिश्रित (modulate) करता है उसे अधिमिश्रक संकेत (modulating signal) कहा जाता है। वाहक संकेत को अधिमिश्रित होने पर जो परिणामी संकेत प्राप्त होता है उसे अधिमिश्रित संकेत (modulated signal) कहा जाता है।

(चित्र 43)

चित्र 44 में एक आयाम-अधिमिश्रक (amplitude modulator) के परिपथ को दिखलाया गया है। परिपथ सारतः (essentially) समस्वरित धनोद दोलक है जिसके ग्रिड-धनोद परिपथ में अधिमिश्रक-संकेत के अनुरूपी वि० वा० ब० लगाया गया है। वाल्व का ग्रिड-ऋणोद विभवान्तर अधिमिश्रक-संकेत के समान ही समय के साथ विचरित होता है। इसके परिणामस्वरूप दोलक से प्राप्त बहिर्धारित वि० वा० ब०, e_m, का आयाम, अधिमिश्रक-संकेत के समय-विचरण के समान विचरित होता है; अर्थात् e_m वि० वा० ब० का रूप आयाम-अधिमिश्रित होता है। ऊपर वर्णित अधिमिश्रक को ग्रिड-अधिमिश्रित दोलक (grid modulated oscillator) भी कहा जाता है।

(चित्र 44)

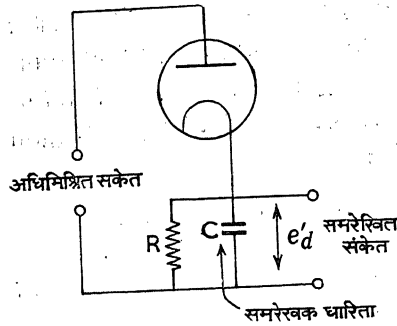
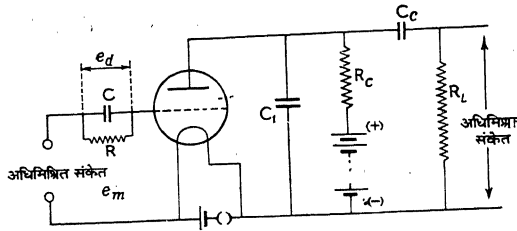
2.10. अनधिमिश्रण (Demodulation) अथवा परिचयन (Detection)

अधिमिश्रित-संकेत से अधिमिश्रक-संकेत को निकालने की क्रिया को अनधिमिश्रण कहा जाता है और जिस उपकरण द्वारा इस क्रिया का संपादन होता है उसे अनधिमिश्रक (demodulator) अथवा परिचायक (detector) कहा जाता है। अनधिमिश्रण-क्रिया सारतः एकदिशकरण-क्रिया है। अनधिमिश्रित-संकेत के एकदिशकरण तथा एकदिशकृत संकेत के एक धारिता द्वारा समरेखण (smoothing) के बाद

(चित्र 45)

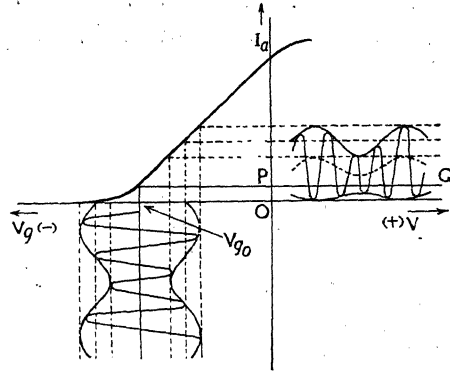
जो संकेत प्राप्त होता है उसे विश्लेषित करने पर तीन अवयव प्राप्त होते हैं—(i) एकदिशा-संकेत, (ii) उच्चावृत्ति-संकेत तथा (iii) अधिमिश्रक-संकेत। इस समरेखित संकेत से एकदिश अवयव को परिपथ में खण्डक संचक अथवा ट्रान्सफॉर्मर के

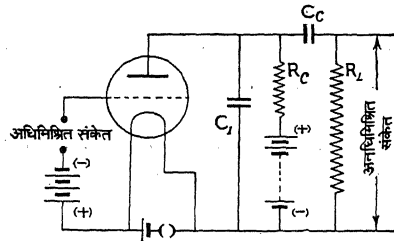
(चित्र 46)

व्यवहार द्वारा हटाया जाता है। उच्चावृत्ति-अवयव को रोकने के लिए निम्न-पारक (low pass) फिल्टर परिपथ का व्यवहार किया जाता है जो निम्नावृत्ति-धारा को पारित करता है किन्तु उच्चावृत्ति-धारा को रोक देता है। अतः जो संकेत अंत में मिलता है वह है अधिमिश्रक निम्नावृत्ति संकेत। चित्र 47 में एक डायोड़-अनधिमिश्रक का परिपथ दिखलाया गया है।

(चित्र 47)

अनधिमिश्रण-कार्य ट्रायोड वाल्व द्वारा भी सम्पादित होता है। ट्रायोड-अनधिमिश्रक दो प्रकार के होते हैं—(i) ग्रिड-अनधिमिश्रक (grid demodulator) तथा (ii) धनोद-मोड़-अनधिमिश्रक (anode-bend demodulator)।

ग्रिड-अनधिमिश्रक— इस प्रकार के अधिमिश्रक का परिपथ चित्र 48 में दिखलाया गया है। इस व्यवस्था में अधिमिश्रित संकेत को *C-R* परिपथ की श्रेणी में ग्रिड तथा ऋणोद के बीच आरोपित किया जाता है। वाल्व के ग्रिड तथा ऋणोद ट्रायोड वाल्व के धनोद तथा ऋणोद के जैसा कार्य कर अधिमिश्रित संकेत का एकदिशकरण करते हैं। एकदिशकृत यह संकेत e_d, प्रतिरोध के ऊपर उत्पन्न होता है। अतः ट्रायोड वाल्व के ग्रिड तथा ऋणोद के बीच आरोपित कुल विभवान्तर, $V_i = e_m + e_d$ है। e_m उच्चावृत्ति का वि० वा० ब० है। e_d के अवयव हैं—एक उच्चावृत्ति का वि० वा० ब०, एक एकदिश वि० वा० ब०, तथा निम्नावृत्ति का अधिमिश्रक वि० वा० बल। ट्रायोड इन सबों का प्रवर्द्धन कर इन्हें धनोद-ऋणोद परिपथ में पहुँचाता है। उच्चावृत्ति वाली धाराएँ कम मान वाली धारिता होकर पार्श्वपारित

(चित्र 48)

(by-passed) हो जाती हैं। एकदिश धारा खण्डक धारिता C_c द्वारा रोक दी जाती है। C_1 की धारिता कम होने के कारण निम्नावृत्ति पर इसकी प्रतिबाधा काफी अधिक होती जिसके कारण निम्नावृत्ति वाली अधिमिश्रक धारा इससे बहुत ही अल्प मात्रा में पार्श्वपारित होती है। धारिता अधिक होने के कारण C_c की प्रतिबाधा बहुत ही कम होती है। अत: केवल निम्नावृत्ति का अधिमिश्रक संकेत ही बहिर्धारिता-प्रतिरोध R_L के ऊपर उत्पन्न हाता है।

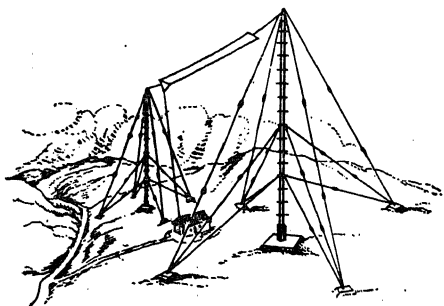
धनोद-मोड़-अनधिमिश्रक— इस प्रकार की व्यवस्था में ट्रायोड के ग्रिड के विभव को इतना अधिक ऋणात्मक बना दिया जाता है कि वाल्व की धनोद-धारा उसके वशिष्ट वक्र के मुड़े हुए भाग के अनुकूल हो। चित्र 49 में यह विभव $-V_{g_0}$ है। इस विभव अतिरिक्त वाल्व के ग्रिड तथा ऋणोद के बीच अधिमिश्रित संकेत को भी आरोपित किया जाता है। चत्र 49 से यह स्पष्ट है कि इस स्थिति में बहिर्धारित धनोद-धारा एकदिश है और ग्रिड के विभव V_{g_0} के अनुरूपी एकदिश धनोद-धारा की सूचक रेखा PQ के परित: इसका तरंग-रूप असंमित (unsymmetrical) है। ऐसी धनोद-धारा के औसत मान का घटाव-बढ़ाव अधिमिश्रक संकेत के तरंगरूप-सा है। चित्र 49 में इसे बिन्दीदार वक्र द्वारा दिखलाया गया है।

(चित्र 49)

एक धनोद-मोड़-अनधिमिश्रक के परिपथ को चित्र 50 में दिखलाया गया है। परिपथ में C_1 धारिता उच्चावृत्ति की धारा का पार्श्वपारक (by-pass) है तथा C_c धारिता एकदिश धारा का खण्डक है।

(चित्र 50)

2.11. रेडियो-तरंग तथा एरियल (Radio waves and Aerial)

रेडियो-तरंग विद्युतीय तथा चुम्बकीय क्षेत्रों के आवर्ती विक्षोभ (periodic

disturbances) हैं जो प्रकाश के वेग से संचारित (propagated) होते हैं। इन तरंगों को विद्युत्-चुम्बकीय तरंग (electro-magnetic waves) कहते हैं। प्रकाश भी विद्युत्-चुम्बकीय तरंग है जो दृष्टि की संवेदना उत्पन्न करती है, किन्तु रेडियो-तरंग द्वारा जब किसी तार में वि० वा० ब० तथा धारा उत्पादित होती है तभी हमें इनका आभास प्राप्त होता है।

जब कोई आवर्ती धारा किसी तार में या तारों के जाल में एक छोर से दूसरे छोर तक आगे-पीछे प्रवाहित होती है तब उस तार या तारों के जाल से रेडियो की तरंगें विकीर्ण (radiate) होती हैं। ऐसे तार या तारों के जाल को विकीर्णक एरियल (radiating aerials) या प्रेषक एरियल (transmitting aerial) कहा जाता है। किसी विकीर्णक एरियल से विकीर्ण हुई ऊर्जा उसमें प्रवाहित धारा की आवृत्ति पर निर्भर करती है। अतः रेडियो-तरंगों द्वारा पर्याप्त ऊर्जा-प्रेषण (transmission) की दृष्टि से यह आवश्यक है कि एरियल की धारा उच्चावृत्ति की हो। एरियल द्वारा विकीर्ण तरंगों की आवृत्ति एरियल की धारा की आवृत्ति के बराबर होती है।

(चित्र 51)

एरियल रेडियो-तरंगों को ग्रहण करने में भी समर्थ होता है। विद्युत्-चुम्बकीय रेडियो-तरंगें ग्राहक-एरियल (receiving aerial) में उसी आवृत्ति का वि०वा०ब० तथा धारा प्रेरित करता है जैसी आवृत्ति उन तरंगों की होती है। ग्राहक एरियल भी प्रायः एक तार या तारों के जाल जैसा ही होता है।

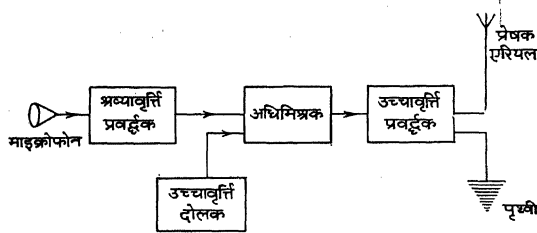
2.12. आयन-मंडल तथा रेडियो-तरंगों का संचारण (Ionosphere and Propagation of Radio waves)

जब सूर्य की पराबैंगनी (ultra violet) किरणों द्वारा वायुमण्डलीय कणों का आयनीकरण (ionisation) होता है तब वायुमंडल में धन-आवेशित और ऋण-आवेशित आयनों के साथ-ही-साथ प्रचुर मात्रा में स्वच्छन्द इलेक्ट्रॉनों का निर्माण होता है। चूँकि वायुमंडलीय कणों का घनत्व पृथ्वी के ऊपर ऊँचाई के साथ घटता है और आयनीकारक (ionising) पराबैंगनी किरणों की तीव्रता ऊँचाई के साथ बढ़ती है, इसलिए वायुमंडल के आयन तथा इलेक्ट्रॉनों का घनत्व न तो पृथ्वी की सतह पर या न वायुण्डल के उच्चतम भाग में अधिकतम होता है, बल्कि आयन तथा स्वच्छन्द इलेक्ट्रॉन पृथ्वी से भिन्न-भिन्न ऊँचाइयों पर तहें (layers) बनाते हैं जिन्हें

आयनमण्डल कहा जाता है। इनमें प्रमुख तहों को E-तह (E-layer) तथा F-तह (F-layer) कहा जाता है, जिनकी ऊँचाइयाँ क्रमशः लगभग 150 किलोमीटर तथा 350 किलोमीटर हैं। निचले भाग से ऊपर की ओर स्वच्छन्द इलेक्ट्रॉनों का घनत्व बढ़ता है और वैसे ही आयनमण्डल का वर्तनांक नीचे से ऊपर की ओर घटता है। अतः आयनमण्डल पर आपतित रेडियो-तरंग क्रमशः घटते हुए वर्तनांक के माध्यम को पार करने में अपने पथ से अधिकाधिक विचलित होती जाती है और जब आपतन कोण संकट कोण से अधिक हो जाता है तब पूर्ण परावर्तित होकर पृथ्वी पर लौट आती है। इसे रेडियो-तरंग का आयनमंडलीय परावर्तन कहा जाता है।

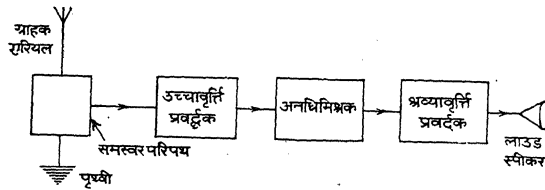
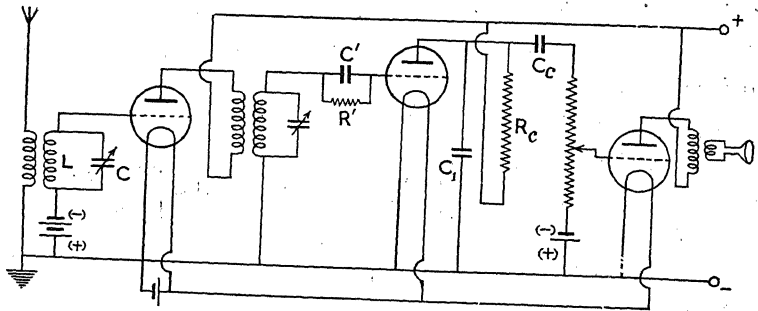
रेडियो-तरंगें पृथ्वी पर स्थित प्रेषक-एरियल से ग्राहक-एरियल तक तीन ढंग से प्रचारित होती हैं—(i) भू-तरंग (ground wave) के रूप में, (ii) अवकाश-तरंग (space wave) के रूप में तथा (iii) आकाश-तरंग (sky wave) के रूप में। भू-तरंग पृथ्वी को छूती हुई प्रचारित होती है; अतः पृथ्वी द्वारा शोषण के कारण कुछ दूर प्रचारित होने पर यह कमजोर हो जाती है। पृथ्वी की गोलाई के कारण अवकाश-तरंग द्वारा प्रेषक एवं ग्राहक एरियलों में सम्पर्क कुछ ही दूर तक सम्भव है। आकाश-तरंग आयनमण्डलीय (ionospheric) परावर्तन से प्राप्त तरंग है। ये तरंगें चूँकि उस पर से परावर्तित होकर जाती हैं, इसलिए ये क्षितिज को पार कर जाती हैं। अतः इन्हीं तरंगों द्वारा दूर-दूर तक रेडियो-तरंगों के प्रेषण तथा ग्रहण-कार्य सम्पादित होते हैं।

2.13. रेडियो-तरंगों द्वारा संवाद्-प्रेषण-व्यवस्था के सिद्धान्त (Principles of Radio Transmitting System)

रेडियो-तरंगों का उत्पादन एरियल से होता है जिससे पर्याप्त मात्रा में ऊर्जा के विकिरण के लिए यह आवश्यक है कि एरियल की धारा उच्चावृत्ति की हो। श्रव्यावृत्ति की धाराएँ निम्नावृत्ति की होती हैं। अतः रेडियो-प्रेषक (transmitter) में एक अधिमिश्रक की व्यवस्था से श्रव्यावृत्ति-संकेत को एक वाहक संकेत पर अधिमिश्रित करना आवश्यक होता है ताकि परिणामी संकेत उच्चावृत्ति का हो जाय। माइक्रोफोन के समक्ष बोलने पर ध्वनि के अनुरूपी आवृत्तियों के जो संकेत प्राप्त होते हैं वे ही श्रव्यावृत्ति-संकेत हैं। इन्हें श्रव्यावृत्ति-प्रवर्द्धकों से प्रवर्द्धित किया जाता है। उच्चावृत्ति-दोलक से उत्पादित वाहक-संकेत को इस श्रव्यावृत्ति-संकेत द्वारा अधिमिश्रक में आयाम-अधिमिश्रित किया जाता

(चित्र 52)

है। अधिमिश्रित संकेत उच्चावृत्ति का होता है जिसे उच्चावृत्ति-प्रवर्द्धक से प्रवर्द्धित कर प्रेषक एरियल में पहुँचाया जाता है। एरियल संकेत की ऊर्जा को विद्युत्-चुम्बकीय तरंगों के रूप में विकीर्ण करता है जो प्रकाश के वेग से एरियल के चारों ओर प्रचारित होता है।

2.14. रेडियो-तरंगों के ग्रहण द्वारा संवाद-प्राप्ति की व्यवस्था का सिद्धान्त (Principles of Radio Receiving System)

रेडियो-तरंगों द्वारा संवाद-प्राप्ति की प्रथम क्रिया ग्राहक एरियल से प्रारम्भ होती है। विद्युत्-चुम्बकीय रेडियो-तरंग ग्राहक एरियल में उसी आवृत्ति का वि० वा० ब० एवं धारा प्रेरित करती है जैसी आवृत्ति तरंग की होती है। एरियल एक समस्वर-परिपथ (tuning circuit) से युग्मित रहता है। समस्वर-परिपथ को एरियल के वि० वा० ब० की आवृत्ति के अनुकूल समस्वरित (tune) किया जाता है। इसके परिणामस्वरूप इस परिपथ के आड़े गृहीत तरंग की आवृत्ति का वि०वा०ब० उच्चतम मात्रा में उत्पन्न होता है। यह विद्युत्-वाहक बल उच्चावृत्ति-प्रवर्द्धक द्वारा प्रवर्द्धित किया जाता है ताकि गृहीत अधिमिश्रत संकेत शक्तिशाली बन जाय। इसके बाद संकेत को एक अनधिमिश्रक में लगाकर उससे अनधिमिश्रक संकेत (जो श्रव्या-वृत्ति संकेत है) प्राप्त कर लिया जाता है। इस संकेत को श्रव्यावृत्ति-प्रवर्द्धक द्वारा प्रवर्द्धित कर लाउडस्पीकर में भेजा जाता है। एक सीधे रेडियो-ग्राहक (straight radio receiver) के परिपथ को चित्र 54 में दिखलाया गया है। इस परिपथ में ग्राहक एरियल को पारस्परिक प्रेरकत्व द्वारा समस्वरित परिपथ L-C से युग्मित

(चित्र 53)

(चित्र 54)

किया गया है। L-C परिपथ के आड़े उत्पन्न वि०वा०ब० को एक ट्रान्सफॉर्मर-युग्मित उच्चावृत्ति-प्रवर्द्धक के ग्रिड-धनोद के बीच लगाया गया है। इस प्रवर्द्धक की बहिर्धारित वोल्टता को एक ट्रायोड ग्रिड अनधिमिश्रक पर लगाया गया है। इस व्यवस्था से प्राप्त अनधिमिश्रक संकेत को एक ट्रान्सफॉर्मर-युग्मित श्रव्यावृत्ति-प्रवर्द्धक के ग्रिड-ऋणोद के बीच लगाया गया है। श्रव्यावृत्ति-प्रवर्द्धक के बहिर्धारित वोल्टता को लाउडस्पीकर के आड़े लगाया गया है।

ऊपर दिखाये गये परिपथ में वाल्वों के फिलामेण्टों की ऊर्जा तथा ग्रिड एवं धनोद विभवों को प्राप्त करने के साधन बैटरियाँ हैं। प्राय: फिलामेण्टों की ऊर्जा अवरोही (step down) ट्रान्सफॉर्मर द्वारा प्रत्यावर्ती स्रोत से प्राप्त की जाती है और ग्रिड एवं धनोद विभव भी डायोड एकदिशकारक द्वारा प्रत्यावर्ती वि०वा०ब० को एकदिश बनाकर प्राप्त किया जाता है।

2.15. सुपरहैटरोडाइन रेडियो-ग्राहक (Superheterodyne Radio Receiver)

सुपरहैटरोडाइन रेडियो-ग्राहक में समस्वर परिपथ के आड़े प्राप्त अधिमिश्रित संकेत को एक स्थानीय दोलक से प्राप्त एक विशेष आवृत्ति के संकेत के साथ मिश्रित कर एक ऐसा अधिमिश्रित संकेत प्राप्त किया जाता है जिसके वाहक संकेत की आवृत्ति एक निश्चित मान, 550 किलो चक्र प्रति सेकण्ड, की हो जाती है। इस क्रिया से अधिमिश्रक संकेत के गुण अपरिवर्तित रह जाते हैं। इस क्रिया को मिश्रण अथवा आवृत्ति-परिवर्तन (mixing or frequency changing) कहा जाता है। चाहे गृहीत संकेत किसी भी वाहक आवृत्ति (carrier frequency) का क्यों न हो, स्थानीय दोलक की आवृत्ति को समंजित कर इस प्रकार के रेडियो में गृहीत संकेत की वाहक आवृत्ति बराबर 550 किलो चक्र प्रति सेकण्ड बना ली जाती है। इससे लाभ यह होता है कि भिन्न-भिन्न स्टेशनों से प्राप्त संकेतों का आवृत्ति-परिवर्तन के बाद एक निश्चित आवृत्ति (550 कि० च० प्रति से०) के उच्चावृत्ति-प्रवर्द्धक द्वारा समान प्रवर्द्धन प्राप्त होता है और रेडियो-ग्राहक में भिन्न-भिन्न स्थानों के प्रोग्राम सुनने के लिए बहुत-से उच्चावृत्ति-प्रवर्द्धकों की आवश्यकता नहीं होती है। अत: आजकल जब केवल प्रसारण-आवृत्ति-पट्टी (broadcast band) ही पर बहुत-से रेडियो स्टेशन हैं, तब श्रोताओं की माँग सीधे रेडियो के लिए न होकर सुपरहैटरोडाइन रेडियो की है। सीधा रेडियो केवल स्थानीय रेडियो स्टेशनों के प्रोग्रामों को सुनने में व्यवहृत होता है।

प्रश्नावली २

1. ट्रायोड वाल्व की बनावट का वर्णन करें और इसके विशिष्ट वक्र का विवेचन करें। (B. U. 1964 S)

[Describe a triode valve, and discuss its characteristic curves.]

2 प्रवर्द्धक एवं अनधिमिश्रक के रूप में ट्रायोड वाल्व की क्रिया समझाइए। (R. U. 1965 A; P. U. '65 A; M, U. '65 A)

[Explain the working of a triode valve as an amplifier and as a detector.]

3. दोलक के रूप में ट्रायोड वाल्व की क्रिया एवं व्यवहार समझाइए।

(P. U. 1966 A; Bhag. U. '65 S; B. U. '64 S)

[Explain the working and use of a triode as an oscillator.]

4. आयाम-अधिमिश्रण-क्रिया समझाइए और बतलाइए कि रेडियो-विनिमय में इसकी क्या उपयोगिता है। एक अधिमिश्रित दोलक का वर्णन कीजिए।

[Explain the process of amplitude modulation and say what is its utility in radio-communications. Describe a modulated oscillator.]

5. डायोड वाल्व का वर्णन कीजिए और एकदिशकारक तथा अनधिमिश्रक के रूप में इसकी क्रिया पर प्रकाश डालिए।

[Describe a diode valve and mention its action as a rectifier and as a demodulator.]

6. विद्युत्-चुम्बकीय तरंगों द्वारा रेडियो-प्रेषण तथा ग्रहण पर टिप्पणी लिखिए।

(R. U. 1963 A)

[Write a note on radio transmission and reception by electromagnetic waves.]

7. एक साधारण प्रकार के रेडियो-ग्राहक की बनावट तथा कार्य-सिद्धान्त का वर्णन व्यवहृत अवयवों को साफ-साफ समझाते हुए कीजिए।

(P. U. 1964 A; M. U. '65 S; Bhag. U. 1964 A, '66 A; B U. '66 S)

[Describe the construction and principle of action of a simple type of radio-receiver explaining clearly the functions of the components used.]

8. रेडियो-प्रेषक के कार्य-सिद्धान्त समझाइए।

[Explain the principle of action of a radio-transmitter.]

9. सुपरहैटरोडाइन रेडियो-ग्राहक पर एक संक्षिप्त टिप्पणी लिखें।

[Write a short note on a superheterodyne radio-receiver.]

3

परमाणु-संरचना तथा बोर का सिद्धान्त
[ATOMIC STRUCTURE AND BOHR'S THEORY]

3.1. प्रस्तावना (Introduction)

द्रव्य-संरचना (structure of matter) की गवेषणा प्राचीन युग से चली आ रही है। प्राचीन हिन्दू दर्शन के महान् विद्वान् कणाद (Kanad) सम्भवत: प्रथम व्यक्ति थे जिन्होंने बताया कि प्रत्येक द्रव्य (matter) अति सूक्ष्म कणों से बना है और ये कण अविभाज्य हैं। ईसा के 500 वर्ष पूर्व के दार्शनिक डिमोक्रिट्स (Democritus) और लीउसीपस (Leucippus), जिनका जन्म ग्रीस में हुआ था, उन्होंने भी द्रव्य-संरचना के विषय में कणाद के विचारों से मिलता-जुलता सिद्धान्त प्रतिपादित किया था। भारतीय तथा ग्रीक दार्शनिकों की यह भी धारणा थी कि सभी तरह के द्रव्य पाँच तत्त्वों (पृथ्वी, जल, वायु, अग्नि तथा ईथर) से बने हैं और यह धारणा तब तक प्रचलित रही जबतक प्रयोगों द्वारा यह सिद्ध न हो गया कि वायु तथा जल को तत्त्व नहीं माना जा सकता है। लेवाइजर (Lavoisier, 1774) ने दिखाया कि जल हाइड्रोजन तथा आक्सीजन नामक गैसों का मिश्रण है। 1781 ई० में कैवेण्डिश (Cavendish) ने भी जल का विच्छेदन (decomposition) कर इस तथ्य की पुष्टि की। ज्यों-ज्यों खोज की क्रिया जारी रही, अधिक-से-अधिक तत्त्वों का आविष्कार हुआ। तत्त्व एक-दूसरे के साथ एक नियत अनुपात (definite proportion) में आपस में मिलते हैं। 1808 में डाल्टन ने परिकल्पना की कि द्रव्य छोटे-छोटे अविभाज्य कणों से बने हैं जिन्हें परमाणु (atom) कहते हैं और भिन्न-भिन्न तत्त्वों के परमाणु भिन्न-भिन्न होते हैं। डाल्टन की इस परिकल्पना को **डाल्टन का परमाणु-सिद्धान्त** (Dalton's atomic theory) कहा जाता है। 1816 ई० में प्राउट (Prout) ने कहा कि "सभी तत्त्वों के परमाणु बिलकुल भिन्न-भिन्न नहीं हैं बल्कि सबसे हलके तत्त्व हाइड्रोजन के परमाणुओं की विभिन्न संख्याओं के संघनन (condensation) से बने हैं।" अर्थात्, उनके इस कथन के अनुसार आक्सीजन, जो हाइड्रोजन से सोलह गुना भारी है, हाइड्रोजन के 16 परमाणुओं से बना है। लेकिन क्लोरीन का परमाणुभार 35·46 तथा ताँबे का परमाणुभार 63·54 है जो हाइड्रोजन के परमाणुभार का पूर्ण सांख्यिक गुणज (integral multiple) नहीं है। अत: प्राउट के कथन की मान्यता अस्वीकृत हो गयी।

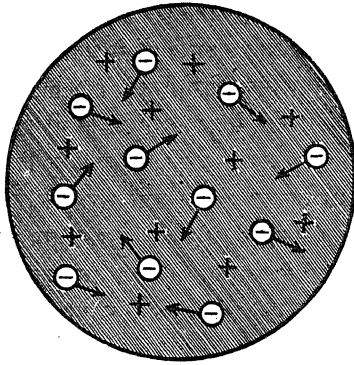
उन्नीसवीं शताब्दी में जे० जे० टॉमसन (J. J. Thomson) आदि वैज्ञानिकों के प्रयोगों से सिद्ध हुआ कि परमाणु के अविभाज्य होने की धारणा गलत है, बल्कि परमाणु भी विभाजित किये जा सकते हैं।

3.2. टॉमसन का मॉडल या ढाँचा (Thomson's Model)

1897 ई० में इलेक्ट्रॉन के आविष्कार और लगभग उसी समय रेडियोधर्मिता (radioactivity) के आविष्कारों से स्पष्ट हुआ कि परमाणु में दो प्रकार के आवेश-युक्त परमाणवीय कण होते हैं— धनावेशयुक्त कण तथा ऋणावेशयुक्त कण। धनावेश-युक्त कणों में परमाणु की लगभग सम्पूर्ण संहति (mass) होती है और वे अलग-अलग तत्त्वों के लिए अलग-अलग होते हैं। इसके विपरीत ऋणावेशयुक्त कण एक समान होते हैं तथा उनका भार हाइड्रोजन के भार का लगभग $\frac{1}{1837}$वाँ हिस्सा होता है। चूँकि परमाणु वैद्युत्क ढंग से उदासीन (neutral) हैं, इसलिए इसमें ऋण आवेश तथा धन आवेश बराबर होने चाहिए। 1904 ई० में टॉमसन ने परमाणु की एक प्रकार की संरचना प्रस्तावित की जिसे कभी-कभी 'बेर की खीर' संरचना कहा जाता है (चित्र 55)। इनके अनुसार परमाणु एक गोला होता है जिसमें उसकी संहति तथा धनावेश एकरूप ढंग से वितरित (distributed) रहते हैं और इलेक्ट्रॉन उसी में इस प्रकार जुड़े रहते हैं कि धनावेश संतुलित रहे। इलेक्ट्रॉन अपनी मध्यमान स्थिति (mean position) में दोलन (oscillation) कर सकते हैं। प्रत्येक परमाणु में इलेक्ट्रॉन की संख्या उसके तत्त्व के परमाणुभार के समानुपाती होती है।

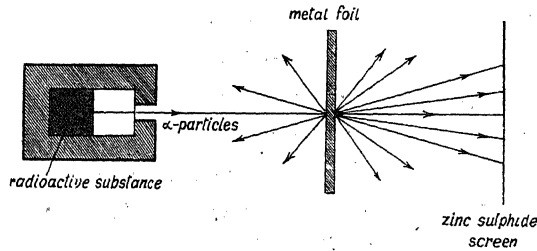
(चित्र 55)

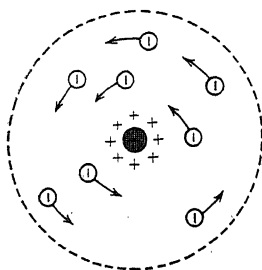
टॉमसन के पास किसी प्रायोगिक फल के अभाव में धन आवेश तथा ऋण आवेश के वितरण की समस्या का समाधान कठिन था। लेकिन उन्होंने सोचा कि चूँकि परमाणु स्थायी (stable) है, इसलिए स्थिर-विद्युत्-आकर्षण-बल के कारण इलेक्ट्रॉन धन आवेशों से बँधे रहेंगे।

ऊपर वर्णित परमाणु-संरचना के आधार पर टॉमसन ने तत्त्वों के वर्णक्रम की व्याख्या करने का भी प्रयास किया। उनका तर्क यह था कि इलेक्ट्रॉन एक आवेशित कण है, इसलिए यह अपनी मध्यमान स्थिति के परितः कम्पित (vibrated) होने पर विद्युत्-चुम्बकीय सिद्धान्त के अनुसार ऊर्जा विकीर्ण (radiated) करेगा और विकीर्ण वर्णक्रमरेखा की आवृत्ति इलेक्ट्रॉन की आवृत्ति के बराबर होगी। साधारण हाइड्रोजन-परमाणु पर विचार करने पर उन्होंने देखा कि ऊपर वर्णित तर्क के

आधार पर 1400A° के आस-पास एक वर्णक्रमरेखा होनी चाहिए जो सचमुच में हाइड्रोजन के वर्णक्रम की एक रेखा से मिलती-जुलती है। टॉमसन के इस परमाणु-धारणा ने सिर्फ परमाणु के स्थायित्व (stability) तथा विद्युत्-चुम्बकीय सिद्धान्त की आवश्यकताओं की ही नहीं पूर्ति की, बल्कि कुछ हद तक इसने वर्णक्रम-रेखाओं की उत्पत्ति की व्याख्या भी की। लेकिन इसके अनुसार हाइड्रोजन के वर्णक्रमों में सिर्फ एक वर्णक्रम-रेखा उत्पन्न होनी चाहिए जो अनुभव एवं प्रयोग के विपरीत है।

अतः स्पष्टतया टॉमसन की परमाणु-संरचना की यह धारणा दोषपूर्ण थी, परन्तु शीघ्र ही α-किरणों के बड़े-कोण-प्रकीर्णन (large angle scattering) के अध्ययन से रदरफोर्ड ने यह सिद्ध कर दिया कि टॉमसन की परमाण्विक आयाम (atomic dimension) सम्बन्धी यह मान्यता कि परमाणु में धन आवेश एकरूप ढंग से वितरित है, गलत है। कारण, प्रयोगफलों ने यह मानने को बाध्य कर दिया कि किसी परमाणु में धन आवेश परमाणु के केन्द्र के बहुत छोटे भाग में संकेन्द्रित (concentrated) रहते हैं। यह धारणा नाभिकीय परमाणु मॉडल कहलाती है।

3.3. रदरफोर्ड का नाभिकीय मॉडल (Rutherford's Nuclear Model)

टॉमसन का परमाणु-संरचना सम्बन्धी मॉडल गाइगर (Geiger), मार्डसन (Mardson) और रदरफोर्ड के α-कणों के प्रकीर्णन पर किये गये प्रयोगों के समक्ष नहीं ठहर सका। किसी रेडियोधर्मी द्रव्य से निकले α-कणों के पतले किरण-पुंज (narrow beam) के सामने उन लोगों ने धातु का एक पतली पत्ती (foil) और पत्ती के पीछे जिंक सल्फाइड (zinc sulphide) का बना पर्दा रखा। जब α-कण धातु की पत्ती से गुजरते थे तो वे बहुत बड़े कोण (large angle) से प्रकीर्णित (scattered) होते थे। विभिन्न दिशाओं में प्रकीर्णित कणों की संख्या उन कणों द्वारा पर्दे पर उत्पन्न स्फुरण (scintillation) को गिनकर निश्चित का जाती थी। प्रयोग में पाया गया कि अधिकांश α-कणों में बिल्कुल ही प्रकीर्णन या विचलन (deviation) नहीं होता है। कुछ α-कण छोटे कोणों पर प्रकीर्णित होते हैं, लेकिन उनमें से कुछ α-कणों का प्रकीर्णन 90° से भी अधिक होता है। इससे रदरफोर्ड ने निष्कर्ष निकाला कि धन आवेशित α-कणों में से कुछ पर तो प्रकीर्णक से गुजरते समय कोई बल क्रियाशील नहीं रहता है, लेकिन उनमें से कुछ कणों पर बहुत अधिक विकर्षण-बल क्रियाशील होता है। परन्तु यह तभी सम्भव है जब धन आवेश

(चित्र 56)

अत्यधिक संकेन्द्रित (concentrated) हों। अतः स्पष्ट है कि धन आवेश परमाणु में एक रूप से वितरित नहीं रहते हैं जैसा कि टॉमसन ने कहा था। अतः रदरफोर्ड ने कहा कि किसी परमाणु में उसकी संहति तथा धन आवेश अत्यन्त छोटे आकार (10^{-12} सें०मी०) के नाभिक (nucleus) में संकेन्द्रित रहते हैं तथा इलेक्ट्रॉन (ऋण-आवेशित कण) नाभिक के परितः वृत्तीय कक्षाओं में घूमते रहते हैं। कक्षीय गति का अस्तित्व इसलिए मान लिया गया कि इसके अभाव में इलेक्ट्रॉन स्थिर-विद्युत्-आकर्षण-बल के कारण नाभिक में गिर

(चित्र 57)

पड़ेंगे और परमाणु विनष्ट (collapse) हो जायगा। मध्यमान मुक्त मार्ग पर किये गये प्रयोगों से यह ज्ञात होता है कि किसी परमाणु की त्रिज्या लगभग 10^{-8} सें०मी० के क्रम की होती है जो नाभिक की त्रिज्या से लगभग 10,000 गुना अधिक है। अतः रदरफोर्ड का परमाणु अधिकांशतः खोखला है।

मैण्डलीफ की आवर्त्त-सारणी (Mendeleeff's periodic table) से भी रदरफोर्ड की परमाणु-संरचना की धारणा की पुष्टि होती है। इस सारणी में तत्त्वों को उनके परमाणु-भार के क्रम में सजाया जाता है तथा इसमें प्रत्येक तत्त्व की स्थिति (position) को परमाणु-संख्या (atomic number) कहा जाता है। इस संख्या को Z द्वारा निरूपित किया जाता है। प्रकीर्णन-प्रयोग से यह पाया गया कि Z परमाणु-संख्या वाले तत्त्व में परमाणुक नाभिक में धन आवेश की संख्या Ze होती है जहाँ e इलेक्ट्रॉन का आवेश है। चूँकि परमाणु उदासीन (neutral) है इसलिए नाभिक के चारों तरफ कक्षाओं में इलेक्ट्रॉनों की संख्या भी Z होगी। अतः यदि तत्त्व को Z के बढ़ते हुए क्रम से सजाया जाय तो उनके भौतिक तथा रासायनिक गुण, जो इलेक्ट्रॉनों की संख्या पर निर्भर हैं, नियमित ढंग से बदलेंगे।

रदरफोर्ड के परमाणु-संरचना के मॉडल में कई कठिनाइयाँ थीं। चूँकि कक्षाओं में नाभिक के परितः घूमने वाले इलेक्ट्रॉन सर्वदा केन्द्र की ओर त्वरित होते रहते हैं, इसलिए चिर-प्रतिष्ठित सिद्धान्त (classical theory) के अनुसार उनसे विद्युत्-चुम्बकीय विकिरण निकलना चाहिए तथा धीरे-धीरे उनके घूमने की कक्षा की त्रिज्या घटती जानी चाहिए। दूसरी बात यह है कि रदरफोर्ड के मॉडल में सभी संभव त्रिज्याओं में इलेक्ट्रॉन परिक्रमा कर सकते हैं इसलिए उनसे सभी सम्भव आवृत्तियों का विकिरण विकीर्ण होना चाहिए, लेकिन प्रायोगिक सत्य यह है कि हाइड्रोजन जैसे तत्त्वों के परमाणु से सिर्फ निश्चित आवृत्तियों के ही रेखिल वर्णक्रम विकीर्ण होते हैं।

3.4. बोर-मॉडल (Bohr's Model)

चिर-प्रतिष्ठित सिद्धान्त के अनुसार किसी तंत्र (system) की ऊर्जा अथवा

विभिन्न तंत्रों (systems) में ऊर्जा का आदान-प्रदान उसके सभी संभव मानों (values) के लिए लगातार ढंग से होता है। परन्तु नील्स बोर ने कहा कि परमाणु के स्थायित्व (stability) एवं दीप्त-वर्णक्रम रेखाओं के उत्सर्जन की व्याख्या प्लैंक के क्वांटम-सिद्धान्त (Planck's quantum theory) के द्वारा की जा सकती है। क्वांटम-सिद्धान्त के अनुसार बोर ने परिक्रमी इलेक्ट्रॉन पर एक प्रतिबन्ध प्रस्तावित किया जिसे बोर की मान्यता कहा जाता है।

(i) इनकी पहली मान्यता के अनुसार इलेक्ट्रॉन वृत्तीय कक्षाओं में नाभिक के परितः कूलम्ब-बल के प्रभाव के कारण परिक्रमा करते हैं।

(ii) इनकी दूसरी मान्यता के अनुसार इलेक्ट्रॉन सभी संभव कक्षाओं में नाभिक के परितः नहीं घूमते हैं बल्कि उन्हीं कक्षाओं में परिक्रमा कर सकते हैं जिनमें कोणीय गतिमात्रा (angular momentum) एक पूर्णांक तथा एक स्थिरांक के बराबर होती है, या जिनमें कोणीय गतिमात्रा $\frac{h}{2\pi}$ का पूर्णांक गुणज है, जहाँ h प्लैंक-नियतांक (Planck's constant) है।

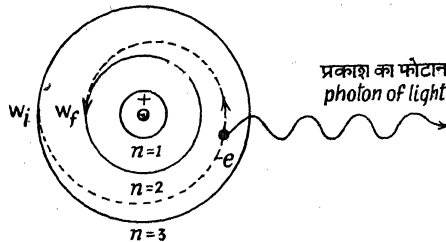
गणितीय आधार पर इसे निम्नलिखित ढंग से व्यक्त किया जाता है—

$$I\omega = mvr = n\frac{h}{2\pi},$$

जहाँ m इलेक्ट्रॉन की संहति है, v रेखीय वेग है और r वृत्त की त्रिज्या है और पूर्णांक n मुख्य क्वांटम-संख्या (principal quantum number) है, जैसे $n=1, 2, 3, 4$ इत्यादि। **इन कक्षाओं में परिक्रमी इलेक्ट्रॉन को सतत ऊर्जा उत्सर्जित करने की आवश्यकता नहीं होती है क्योंकि ये कक्षाएँ स्थायी** (stable) **एवं स्थिर** (stationary) **होती हैं।**

(iii) वर्णक्रम-रेखाओं की उत्पत्ति-सम्बन्धी बोर की मान्यता है कि यदि किसी परमाणु की किसी बाह्य कक्षा में इलेक्ट्रॉन हो और वह भीतरी कक्षा में वापस पहुँचे तो परमाणु से विकिरण का उत्सर्जन होगा (देखें चित्र 58)। इस उत्सर्जित विकिरण (प्रकाश) की ऊर्जा का मान दोनों कक्षाओं की ऊर्जाओं के अन्तर के बराबर होगा जो $h\nu$ के बराबर है जहाँ ν उत्सर्जित विकरण (प्रकाश) की आवृत्ति है।

(चित्र 58)

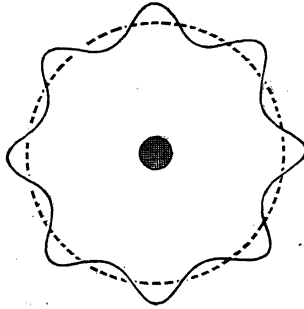
चूँकि सबसे पहले तो इलेक्ट्रॉन के भीतरी कक्षा से एक बाहरी कक्षा में जाने में ऊर्जा का व्यय होता है इसलिए सबसे पहले भीतरी कक्षा में

वापस आने में ऊर्जा निकलती है। यदि W_i और W_f क्रमशः बाहरी तथा अन्तिम कक्षाओं की ऊर्जाएँ हों तो बोर-सिद्धान्त के अनुसार

$$W_i - W_f = h\nu,$$

जहाँ h प्लैंक-नियतांक है तथा ν उत्सर्जित प्रकाश की आवृत्ति है। ऊर्जा $h\nu$ को क्वांटम (quantum) कहा जाता है।

3.5. दुह ब्रोयी मॉडल (DeBroglie Model)

बोर की मान्यताओं (postulates) की भौतिक व्याख्या दुह ब्रोयी ने की। उन्होंने कहा कि इलेक्ट्रॉन की परिक्रमा के लिए कुछ ही स्वीकृत कक्षाएँ होती हैं जिनमें वह परिक्रमा कर सकता है। उन्होंने इलेक्ट्रॉन को तरंगस्वरूप माना।

यदि इलेक्ट्रॉन की संहति m हो, उसका वेग v हो तथा तरंगो-लम्बाई λ हो और जब वह परमाणुक कक्षा में स्थायी तरंगस्वरूप हो, तो

(चित्र 59)

$$\lambda = \frac{h}{mv},$$ जहाँ h प्लक-नियतांक है।

उन्होंने गणना द्वारा प्रदर्शित किया कि वे कक्षाएँ ही स्वीकृत (permitted) हैं जिनमें पूर्णांक संख्या की इलेक्ट्रॉन-तरंगें निहित रहती हैं अर्थात्

$$2\pi r = n\lambda = n\frac{h}{mv}$$

या $$mvr = n.\frac{h}{2\pi},$$ जो बोर की मान्यता के सदृश है।

3.6. बोर का हाइड्रोजन-वर्णक्रम-सिद्धान्त (Bohr's Theory of Hydrogen Spectrum)

अपने विचारों के प्रयोग के हेतु बोर ने हाइड्रोजन तत्त्व को चुना जो सभी तत्त्वों से हलका है तथा जिसकी बाहरी कक्षा में सिर्फ एक इलेक्ट्रॉन है। रदरफोर्ड के नाभिकीय मॉडल के अनुसार हाइड्रोजन-परमाणु के केन्द्र में सिर्फ एक आवेशित नाभिक (प्रोटोन) होना चाहिए और नाभिक के परितः एक इलेक्ट्रॉन होना चाहिए। यदि मान लिया जाय कि परिक्रमी इलेक्ट्रॉन की कक्षीय गति यांत्रिकी तथा स्थिर-विद्युत् (mechanics and electrostatics) के नियमों का पालन करती है तो प्रथम उपसादन (approximation) तक इलेक्ट्रॉन का पथ एक वृत्त होगा जिसके केन्द्र में

नाभिक होगा। हाइड्रोजन से सम्बन्धित इलेक्ट्रॉन-संरचना तथा वर्णक्रम-रेखाओं की उत्पत्ति की समस्या को बोर ने हल किया।

स्वीकृत कक्षाओं की त्रिज्या (Radius of permitted orbits)— मान लें कि हाइड्रोजन-परमाणु में नाभिक की संहति M तथा आवेश E है और परिक्रमी इलेक्ट्रॉन की संहति, आवेश तथा रेखीय वेग क्रमशः m, e तथा v हैं। मान लें, वृत्तीय कक्षा की त्रिज्या r है।

यदि Z तत्त्व की परमाणु-संख्या हो तो $E=Ze$। हाइड्रोजन के लिए $Z=1$, इसलिए $E=e$। इलेक्ट्रॉन की संहति m की अपेक्षा नाभिकीय संहति M का मान इतना अधिक है कि नाभिक को स्थिर माना जा सकता है।

अतः एक वृत्ताकार पथ पर चलने के लिए आवश्यक है कि इलेक्ट्रॉन में एक अभिकेन्द्र-बल (centripetal force) हो—यानी उसे केन्द्र की ओर खींचने वाला बल लगे। यह बल निम्नलिखित समीकरण द्वारा व्यक्त किया जा सकता है—

$$F=\frac{mv^2}{r} \qquad \ldots \quad (1).$$

यह बल नाभिक द्वारा इलेक्ट्रॉन पर लगाये गये स्थिर-विद्युत्-आकर्षण-बल के बराबर है जिसे कूलम्ब के नियम (Coulomb's law) द्वारा व्यक्त किया जाता है। नाभिक तथा इलेक्ट्रॉन के बीच

$$\text{स्थिर-विद्युत्-बल}=\frac{Ee}{r^2} \qquad \ldots \quad (2).$$

अतः

$$\frac{mv^2}{r}=\frac{Ee}{r^2}.$$

$$\therefore \quad v^2=\frac{E.e}{mr} \qquad \ldots \quad (3).$$

कक्षा के लिए क्वांटम-प्रतिबन्ध लागू करने पर

$$I\omega=n\left(\frac{h}{2\pi}\right),$$ जहाँ ω कोणीय वेग है तथा I जड़ता का घूर्ण है।

$$\therefore \quad I\omega=mr^2\omega=mr^2v/r=m.r.v.$$

अतः

$$v=\frac{n.h}{2\pi mr} \qquad \ldots \quad (4).$$

समीकरण (3) को (4) से भाग देने पर

$$v=\frac{E.e}{m.r}\cdot\frac{2\pi m.r}{n.h}=\frac{2\pi E.e}{n.h} \quad .. \quad (5).$$

लेकिन समीकरण (4) से

$$r=n\frac{h}{2\pi mv}$$

∴ समीकरण (5) से v का मान रखने पर

$$r=n\frac{h}{2\pi m}\times\frac{nh}{2\pi E\,e}=\frac{n^2h^2}{4\pi^2E.e.m} \quad .. \quad (6).$$

समीकरण (6) से स्पष्ट है कि स्वीकृत कक्षा की त्रिज्या r, n^2 के सीधे समानुपाती है, कारण शेष राशियाँ स्थिरांक हैं। अर्थात्, क्रमिक स्वीकृत कक्षाओं (successive permitted orbits) की त्रिज्याएँ पूर्णांक संख्या 1, 2, 3,. . . ., के वर्ग के समानुपाती हैं। इन पूर्णांक संख्या को क्रमिक कक्षाओं की क्वांटम-संख्या कहते हैं।

हाइड्रोजन-परमाणु की प्रथम न्यूनतम (पहली) कक्षा की त्रिज्या के लिए $n=1$ और $E=e$ । e, m और h का मान समीकरण (6) में रखने पर उसकी प्रथम न्यूनतम कक्षा की त्रिज्या $r=0{\cdot}53\times10^{-8}$ सें०मी० । इसे **बोर की त्रिज्या** भी कहा जाता है। इससे स्पष्ट है कि हाइड्रोजन की प्रथम कक्षा का व्यास 10^{-8} सें०मी० के क्रम का होता है।

कक्षीय ऊर्जा (Orbital energy)— हमलोग जानते हैं कि किसी इलेक्ट्रॉन-तंत्र (electronic system) की कुल ऊर्जा का मान उसकी गतिज एवं स्थितिज ऊर्जा के योग के बराबर होता है।

अतः

$$\text{स्थितिज ऊर्जा}=-\frac{Ee}{r} \quad .. \quad (7),$$

$$\text{गतिज ऊर्जा}=\frac{1}{2}mv^2=\frac{Ee}{2r} \quad .. \quad (8)$$

[समीकरण (3) से]।

$$\therefore \text{ कुल ऊर्जा } W=\frac{Ee}{2r}-\frac{Ee}{r} \quad .. \quad (9).$$

समीकरण (6) से समीकरण (9) में r का मान रखने पर

$$W=W_n=-\frac{Ee}{2}\cdot\frac{4\pi^2Eem}{n^2h^2}=-\frac{2\pi^2mE^2e^2}{n^2h^2} \quad .. \quad (10),$$

जहाँ W_n इलेक्ट्रॉन की nवीं कक्षा की ऊर्जा है। समीकरण (10) में n को छोड़कर शेष राशियाँ स्थिरांक हैं इसलिए किसी दी गयी कक्षा के लिए कुल ऊर्जा का मान नियत होगा। **इसका तात्पर्य यह है कि इलेक्ट्रॉन जब तक उस विशेष कक्षा में रहेगा तबतक उससे ऊर्जा का विकिरण नहीं होगा।**

समीकरण (10) से यह स्पष्ट होता है कि ज्यों-ज्यों n का मान बढ़ता है, ऊर्जा का निरपेक्ष सांख्यिक मान (absolute numerical value) घटता है। लेकिन इसके पूर्व ऋण चिह्न का होना इस बात का द्योतक है कि वास्तविक ऊर्जा बढ़ती है। इससे स्पष्ट हो जाता है कि बाह्य कक्षाओं में भीतरी कक्षाओं की अपेक्षा ऊर्जा का मान अधिक हो जाता है।

अब, $\because \quad E=e$ (हाइड्रोजन के लिए),

$$\therefore \quad W_n=-2m\left(\frac{\pi e^2}{h}\right)^2 \frac{1}{n^2}.$$

अतः प्रथम कक्षा की ऊर्जा $W_1=-\dfrac{2\times 9\times 10^{-28}\times \pi^2\times (4{\cdot}77\times 10^{-10})^4}{(6{\cdot}55\times 10^{-27})^2\times 1^2}$

$$=-\ 2{\cdot}155\times 10^{11} \text{ अर्ग},$$

और द्वितीय कक्षा की ऊर्जा

$$W_2=-\frac{2{\cdot}155\times 10^{-11}}{2^2}=-0{\cdot}535\times 10^{-11} \text{ अर्ग।}$$

इसी प्रकार यदि अन्य कक्षाओं की ऊर्जा की गणना की जाय तो ज्ञात होगा कि प्रथम कक्षा में सबसे कम ऊर्जा होती है, इसीलिए यह कक्षा सर्वाधिक स्थायी (stable) है और इलेक्ट्रॉन इसमें सामान्य अवस्था में रहता है।

$\therefore \quad 1$ अर्ग ऊर्जा $=\dfrac{eV}{300}$, जहाँ V वोल्टता है तथा e स्थिर-विद्युत्-इकाई में $4{\cdot}77\times 10^{-10}$ के बराबर है।

$\therefore \quad n$वीं कक्षा की ऊर्जा यदि वोल्ट में व्यक्त की जाय तो

$$V_n=-\frac{2m(\pi e^2)^2}{n^2h^2}\times\frac{300}{e}=-\ \frac{13{\cdot}6}{n^2} \text{ वोल्ट।}$$

ऋण-चिह्न इस बात का भी द्योतक है कि नाभिक के आकर्षण-बल के द्वारा इलेक्ट्रॉन बँधा हुआ है। अतः इसे नाभिक से पूर्णतया अलग करने के लिए बाहर से ऊर्जा देनी होगी। यही कारण है कि इस अर्थ में कक्षीय ऊर्जा को बंधन-ऊर्जा

(binding energy) कहा जाता है। यदि हाइड्रोजन-परमाणु पर 13·6 वोल्ट का स्थिर-वैद्युत-क्षेत्र लागू किया जाय तो इलेक्ट्रॉन पूर्णतया बाहर निकल जायगा और सिर्फ उसमें धनावेशित नाभिक रह जायगा। इस अवस्था में **परमाणु को उत्तेजित कहा जाता है।**

यदि n_1 तथा n_2वीं कक्षाओं की ऊर्जाएँ हाइड्रोजन-परमाणु में क्रमश: W_1 तथा W_2 हों तो

$$W_1 = -\frac{2\pi^2 mE^2e^2}{n_1^2h^2},$$

$$W_2 = -\frac{2\pi^2 mE^2e^2}{n_2^2h^2}.$$

अत: बोर की तृतीय मान्यता के अनुसार

$$h\nu = W_2 - W_1 = \frac{2\pi^2 mE^2e^2}{h^2}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

$$\therefore \quad \nu = \frac{2\pi^2 mE^2e^2}{h^3}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right).$$

यहाँ ध्यान देने की बात यह है कि उत्सर्जित वर्णक्रम-रेखा की आवृत्ति ν कक्षीय आवृत्ति से भिन्न होती है। यदि n_2 का मान n_1 से अधिक हो अर्थात् इलेक्ट्रॉन उच्चतर कक्षा से निम्नतर कक्षा में प्रवेश करता हो तो ऊर्जा का उत्सर्जन होता है। उसी प्रकार यदि इलेक्ट्रॉन निम्नतर कक्षा से उच्चतर कक्षा में जाता है तो ऊर्जा का अवशोषण होता है।

उत्सर्जित विकिरण बहुधा **तरंग-संख्या** (wave number) $\overline{\nu}$ के रूप में व्यक्त किया जाता है, अर्थात् $\overline{\nu} = \frac{1}{\lambda}$, जहाँ λ उत्सर्जित विकिरण की तरंग-लम्बाई है। ν तथा $\overline{\nu}$ के बीच सम्बन्ध निम्नलिखित ढंग से व्यक्त किया जाता है—

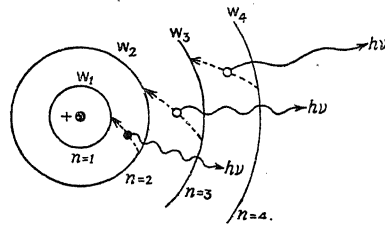
$$\overline{\nu} = \frac{1}{\lambda} = \frac{\nu}{C} = \frac{2\pi^2 mE^2e^2}{Ch^3}\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right)$$

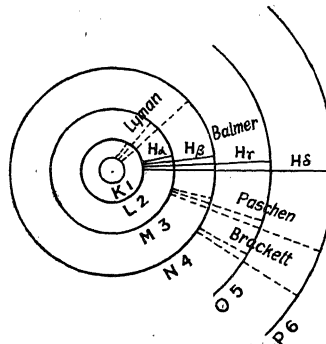
$$= R\left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2}\right) \qquad \ldots \quad (11),$$

जहाँ $\frac{2\pi^2 mE^2e^2}{Ch^3}=R$, जिसे रिडबर्ग-स्थिरांक (Rydberg constant) कहा जाता है। π, e, m, C, ($E=e$ हाइड्रोजन के लिए) तथा h के ज्ञात मान रखने पर, $R=109740$ सें०मी०$^{-1}$। बामर द्वारा R का प्राप्त मान$=109677{\cdot}7$ सें०मी०$^{-1}$। R के दोनों मानों की समानता से बोर के सिद्धान्त की पुष्टि होती है।

इलेक्टॉनों के संक्रमण (Transitions of Electrons)— हम पहले बता चुके हैं कि हाइड्रोजन-परमाणु में एक इलेक्ट्रॉन सबसे भीतरी कक्षा में होता है जिसे परमाणु की सामान्य (normal) अवस्था कहा जाता है। यदि इस इलेक्ट्रॉन को धक्का देकर किसी बाहरी कक्षा में पहुँचाया जाता है तो परमाणु उत्तेजित (excited) अवस्था में कहा जाता है। यदि बाहरी कक्षा $n=2$ के अतिरिक्त कोई अन्य हो तो इलेक्ट्रॉन जब सामान्य अवस्था में लौटेगा तो उसके साथ कई विभिन्न प्रकाश-क्वांटम उत्सर्जित होंगे।

(चित्र 60)

यदि इलेक्ट्रॉन चौथी बाहरी कक्षा तक उत्तेजित हो तो वह अपनी सामान्य अवस्था में आने के लिए कक्षा W_4 से W_3 पर, फिर W_3 से W_2 पर और W_2 से W_1 पर आ सकता है जिसके फलस्वरूप तीन प्रकाश-तरंगें उत्सर्जित होंगी।

वह W_4 से W_2 तथा वहाँ से W_1, या W_4 से W_3 और वहाँ से W_1 अथवा सीधे W_4 से W_1 तक आ सकता है। अर्थात्, कह सकते हैं कि संक्रमण के छ: विभिन्न तरीके सम्भव हैं और उनके फलस्वरूप उनसे प्रकाश की छ: आवृत्तियाँ उत्सर्जित होंगी।

यदि हाइड्रोजन गैस को एक विसर्जन-नली (discharge tube) में रखा जाय और उसके दोनों संयोजक पेंचों पर विद्युतीय विभव लगाया जाय तो इलेक्ट्रॉन निम्न कक्षाओं से उच्चतर कक्षाओं में क्रमशः चलता जायगा और जब यह इलेक्ट्रॉन उच्चतर कक्षा से निम्नतर कक्षा में वापस होगा तो दो कक्षाओं की ऊर्जाओं का अन्तर वर्णक्रम-रेखाओं के रूप में विकीर्ण या उत्सर्जित होगा। परन्तु हम जानते हैं कि किसी विद्युत्-विसर्जन में लाखों हाइड्रोजन-परमाणु होते हैं जिनमें उत्तेजित परमाणुओं की संख्या काफी होती है। अत: वे

(चित्र 61)

ऊपर वर्णित सभी प्रकार के संक्रमणों का जन्म देते हैं और उनके अलग-

अलग वर्णक्रमों में उन सभी तरंग-लम्बाइयों और आवृत्तियों को देखा जा सकता है जिनकी गणना बोर-समीकरण से की जा सकती है। यदि संक्रमण बाहरी कक्षाओं से प्रारम्भ होकर सबसे भीतरी कक्षा में समाप्त होता है तो प्रकाश की उच्चावृत्तियाँ उत्पन्न होती हैं। चित्र 61 में कुछ स्वीकृत (permitted) कक्षाएँ, जिनमें इलेक्ट्रॉन परिक्रमा कर सकता है और जो संक्रमण वर्णक्रम-रेखाओं के उत्सर्जनस्वरूप सम्भव हो सकते हैं, प्रदर्शित हैं। मुख्य क्वांटम-संख्या $n=1, 2, 3$ आदि के संगत की कक्षाएँ K, L, M आदि छदों (shells) द्वारा दिखलायी गयी हैं।

अब, $$\overline{\nu}=R\left(\frac{1}{n_1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right) \quad .. \quad (12)$$

$$\therefore \quad \overline{\nu}=R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n_2^2}\right) \quad .. \quad (12.1),$$

जहाँ $n_1=1$ और $n_2=2, 3, 4, \ldots$ है—लाइमन-श्रेणी (Lyman series);

$$\overline{\nu}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n_2^2}\right) \quad .. \quad (12.2),$$

जहाँ $n_1=2$ और $n_2=3, 4, 5, \ldots$ हैं—बामर-श्रेणी (Balmer series);

$$\overline{\nu}=R\left(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{{}_2{}^2}\right) \quad .. \quad (12.3),$$

जहाँ $n_1=3$ और $n_2=4, 5, 6, \ldots$ हैं—पाशन-श्रेणी (Paschen series);

$$\overline{\nu}=R\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{n_2^2}\right) \quad .. \quad (12.4)$$

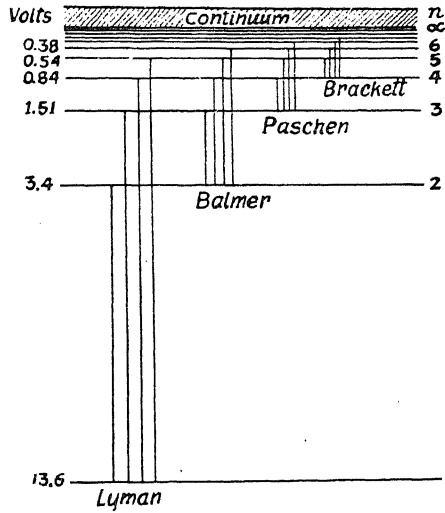
जहाँ $n_1=4$ और $n_2=5, 6, 7, \ldots$ हैं—ब्रैकेट-श्रेणी (Brackett series);

$$\overline{\nu}=R\left(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{n_2^2}\right) \quad .. \quad (12.5),$$

जहाँ $n_1=5$ और $n_2=6, 7, 8, \ldots$ हैं—फुण्ड-श्रेणी (Pfund series)।

संगत का ऊर्जा-स्तर-रेखाचित्र (energy level diagram) नीचे प्रदर्शित है। सबसे ऊपर की क्षैतिज रेखा शून्य ऊर्जा प्रदर्शित करती है। यानी इलेक्ट्रॉन परमाणु से बाहर है। अन्य क्षैतिज रेखाएँ विभिन्न कक्षाओं की ऊर्जाएँ बतलाती हैं।

(चित्र 62)

लाइमन-श्रेणी की वर्णक्रम-रेखाएँ पराबैंगनी-क्षेत्र (ultra-violet region) में और पाशन, ब्रैकेट तथा फुण्ड श्रेणी की वर्णक्रम-रेखाएँ अवरक्त क्षेत्र (infra red region) में पायी जाती हैं। सिर्फ बामर-श्रेणी की ही वर्णक्रम-रेखाएँ दृश्य-क्षेत्र (visible region) में पड़ती हैं। उन्हें H_α, H_β, H_γ, H_δ रेखाएँ कहा जाता है और उनकी तरंग-लम्बाई क्रमशः 6563, 4861, 4340, और 4102°A है। यदि R के वास्तविक मान 109740 को छोड़कर उसे 109677·7 मानकर समीकरण (12.2) से इन रेखाओं के मान की गणना की जाय तो इनमें आश्चर्यजनक समानता मिलती है।

सबसे निम्नतम ऊर्जा-स्तर ($n=1$) परमाणु की सामान्य अवस्था का द्योतक है। इस स्तर पर उच्च स्तरों से हुए संक्रमण लाइमन-श्रेणी के द्योतक हैं। दूसरी श्रेणियाँ भी चित्र में इसी भाँति दिखायी गयी हैं। चित्र से यह स्पष्ट है कि प्रत्येक श्रेणी एक विशेष ऊर्जा-स्तर पर समाप्त होती है।

3.7. सॉमरफेल्ड की दीर्घवृत्तीय कक्षाएँ (Sommerfeld's Elliptical Orbit)

बोर का वृत्तीय कक्षाओं का सिद्धान्त अपनी अत्यधिक सफलताओं के बावजूद हाइड्रोजन के वर्णक्रम में पायी जाने वाली बहुत-सी बारीकियों की व्याख्या नहीं कर सका। बाद में अत्यधिक प्रभावशाली यंत्रों की सहायता से पता चला कि बहुत-सी वर्णक्रम-रेखाएँ कई बारीक तथा पतली रेखाओं के एकलीकरण से बनी हुई हैं। उदाहरणस्वरूप, बामर-श्रेणी की H_α रेखा में कई रेखाएँ शामिल हैं, यद्यपि सामान्यत: देखने में वह अकेली दिखाई पड़ती है। बोर का सिद्धान्त इस बात की व्याख्या नहीं कर सका, क्योंकि उनके मान्यतानुसार प्रत्येक क्वांटम-संख्या n के लिए सिर्फ एक ही कक्षा सम्भव थी। लेकिन बाद में सॉमरफेल्ड ने बताया कि किसी दी

हुई खास क्वांटम-संख्या के लिए विभिन्न ऊर्जा की कई कक्षाएँ सम्भव हैं। इनका कहना था कि इलेक्ट्रॉन दीर्घवृत्तीय पथ पर परिक्रमा करता है, जिसमें दीर्घवृत्त की एक खास अवस्था है तथा इलेक्ट्रॉन नाभिक की परिक्रमा ठीक उसी प्रकार करता है जिस प्रकार पृथ्वी या कोई अन्य ग्रह सूर्य की परिक्रमा करता है।

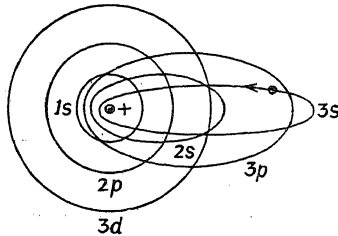
परन्तु दीर्घवृत्तीय पथ पर की गति के लिए, बोर के बताये सिर्फ एक क्वांटम-प्रतिबन्ध से काम नहीं चल सकता था; अत: सॉमरफेल्ड ने स्थायी अवस्था के लिए एक दूसरा क्वांटम-प्रतिबन्ध लागू किया। इसके अनुसार

$$\oint P_i dq_i = n_i h \qquad \ldots (13),$$

जहाँ P_i व्यापकीकृत गतिमात्रा (generalised momentum) तथा q_i उसके संगत का निर्देशांक (co-ordinate) है। n_i एक पूर्णांक (integer) है। जब इसे इलेक्ट्रॉन की दीर्घवृत्तीय कक्षा पर की गति पर लागू किया जाता है तो क्वांटम-संख्याएँ n_r और k मिलती हैं, जहाँ

$$n_r + k = n.$$

यहाँ n_r को **त्रैज्य क्वांटम-संख्या** (radial quantum number) और k को **दिगंशीय क्वांटम-संख्या** (azimuthal quantum number) कहा जाता है। n, बोर द्वारा प्रविष्ट मुख्य क्वांटम-संख्या है।

n और k दोनों पूर्णांक (integers) हैं किन्तु k का मान कभी भी n के मान से अधिक नहीं हो सकता है। k के सम्भव मान $n, n-1, n-2, \ldots 2, 1$ हैं। अत: $n=3$, के लिए $k=3$, 2 तथा 1 हैं। अर्थात्, $n=3$ के लिए तीन सम्भव कक्षाएँ हैं। $k=0$ के संगत की कक्षा नाभिक से गुजरने वाली एक सरल रेखा होगी जो सम्भव नहीं है। विभिन्न कक्षाएँ नीचे के चित्र में दिखायी गयी हैं।

(चित्र 63)

लेकिन यह देखा गया कि किसी कक्षा की ऊर्जा सिर्फ n पर निर्भर करती है और k पर नहीं। अत: यद्यपि कक्षाओं की संख्या सॉमरफेल्ड के दीर्घवृत्तीय मॉडल से बढ़ी परन्तु ऊर्जा-स्तर की संख्या में कोई परिवर्तन नहीं हुआ जिसके फलस्वरूप उत्सर्जित या अवशोषित वर्णक्रम-रेखाओं की संख्या ज्यों-की-त्यों रही जैसी बोर की मान्यता के अनुसार थी।

बाद में सॉमरफेल्ड ने सोचा कि इलेक्ट्रॉन का वेग दीर्घवृत्तीय कक्षा में कक्षा के भिन्न-भिन्न भाग में भिन्न-भिन्न होगा। अत: इलेक्ट्रॉन जब नाभिक के सबसे अधिक

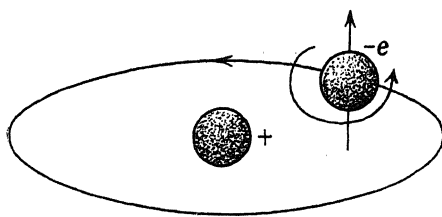
समीप होगा तो उसका वेग सर्वाधिक होगा और सापेक्षता-सिद्धान्त के अनुसार वेग-परिवर्तन के कारण इलेक्ट्रॉन की संहति (mass) में भी परिवर्तन होगा।

उपर्युक्त धारणों के आधार पर देखा गया कि ऊर्जा बहुत कम सीमा तक k पर भी निर्भर करती है। इस प्रकार n के किसी दिये हुए मान, परन्तु k के भिन्न-भिन्न मान के लिए, भिन्न-भिन्न कक्षाओं की ऊर्जा भी भिन्न-भिन्न होती है। अत: इसके फलस्वरूप बोर-सिद्धान्त में जो वर्णक्रम-रेखा अकेली (single) थी उसमें कई रेखाएँ मिलीं, किन्तु कक्षाओं के बीच अब सम्भव संक्रमण कुछ-कुछ बँधे हुए थे और उन्हीं परिवर्तनों तक सीमित थे जिनके लिए $\triangle k = \pm 1$, अर्थात् k का परिवर्तन केवल एक इकाई से होगा।

3.8. कक्षाओं का स्थान-क्वांटीकरण (Space-quantisation of Orbits)

हमलोगों ने ऊपर इस बात की चर्चा कि है कि किसी परमाणु में उसके नाभिक के परित: कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन परिक्रमा करते रहते हैं। इलेक्ट्रॉन एक आवेशित कण है। गत्यात्मक अवस्था में कोई आवेश, धारा के समतुल्य माना जाता है और किसी बन्द परिपथ में धारा चुम्बकीय छद (magnetic-shell) मानी जाती है। अत: किसी परमाणु को चुम्बक माना जा सकता है। इस पर यदि सावधानी से विचार किया जाय तो यह स्पष्ट होगा कि परमाणु किसी चुम्बकीय क्षेत्र में इस प्रकार अपने को व्यवस्थित करेगा कि उसका चुम्बकीय अक्ष क्षेत्र के समानान्तर रहे। लेकिन साथ ही सॉमरफेल्ड के क्वांटीकरण-नियम से यह सिद्ध हो चुका है कि कक्षाओं का स्थायित्व कई नियत तलों (planes) में सम्भव है और ये तल इस प्रकार व्यवस्थित रहते हैं कि किसी नियत दिशा पर इनका प्रक्षेप (projection) एक पूर्णांक होता है। अत: वह कक्षा जिसके लिए **दिगंशीय क्वांटम-क्रमांक** k होता है, उसके लिए $k, k-1, k-2, \ldots -k+1, -k$ यानी $(2k+1)$ प्रक्षेप सम्भव हैं। यह क्रिया कक्षाओं का स्थान-क्वांटीकरण कहलाती है तथा इन संख्याओं के संगत की क्वांटम-संख्या **चुम्बकीय क्वांटम-संख्या** (magnetic quantum number) कहलाती है और इन्हें m_k के द्वारा निरूपित किया जाता है। क्वांटम-यान्त्रिकी के दृष्टिकोण के अनुसार k को l द्वारा तथा m_k को m_l द्वारा निरूपित किया जाता है, जहाँ $l=k-1$ है।

3.9. इलेक्ट्रॉन की भ्रमि (Spin of the Electron)

1925 ई० में उह्लेनबेक (Uhlenbeck) और गाउड्समिट (Goudsmit) ने क्षारीय धातुओं में ऊर्जास्तरों की दोहरी रचना की व्याख्या का प्रयास भ्रमि इलेक्ट्रान की धारणा को प्रस्तावित करके किया। भ्रमि-इलेक्ट्रॉन-सिद्धान्त के अनुसार इलेक्ट्रॉन सिर्फ नाभिक के परित: कक्षा में ही नहीं परिक्रमा करता है बल्कि अपने अक्ष के

(चित्र 64)

परित: भी नाचता है जिस प्रकार सौरमंडल में सूर्य के परित: दूसरे ग्रह । अर्थात्, इलेक्ट्रॉन को कक्षीय गति के अतिरिक्त भ्रमि-गति भी होती है । लेकिन हमलोग जानते हैं कि जब कोई वस्तु किसी अक्ष के परित: भ्रमण करती है तो उसमें यांत्रिक कोणीय गतिमात्रा पैदा होती है और यदि भ्रमणशील (rotating) आवेश रहे तो वह आवेश भी उसके साथ परिक्रमा करेगा । लेकिन परिभ्रामी आवेश एक बन्द धारा के तुल्य है, इसलिए ऐसी अवस्था में उसमें एक चुम्बकीय घूर्ण उत्पन्न होगा । अत: किसी आवेशित वस्तु में परिभ्रमण (rotation) के कारण यांत्रिक कोणीय गतिमात्रा तथा चुम्बकीय घूर्ण दोनों उत्पन्न होते हैं ।

प्राचीन (old) परमाणु-मॉडल में ऐसा माना जाता था कि इलेक्ट्रॉन को नाभिक के परित: सिर्फ कक्षीय गति ही होती है, जिसके फलस्वरूप उसमें यांत्रिक गतिमात्रा और चुम्बकीय घूर्ण पैदा होते हैं । परन्तु यदि इसमें इलेक्ट्रॉन की भ्रमि-गति को लागू किया जाय तो इलेक्ट्रॉन को दो कोणीय गतिमात्रा और दो चुम्बकीय घूर्ण होंगे—एक कक्षीय गति के कारण और दूसरा भ्रमि-गति के कारण । फलस्वरूप परमाणु की कुल कोणीय गतिमात्रा कक्षीय गति तथा भ्रमि-गति दोनों के कारण होगी । उसी भाँति परमाणु का कुल चुम्बकीय घूर्ण भी कक्षीय गति तथा भ्रमि-गति के कारण होगा । दूसरे शब्दों में कह सकते हैं कि परमाणु-चुम्बक दो चुम्बकों का परिणामी, एक कक्षीय गति के कारण और दूसरा भ्रमि-गति के कारण, है ।

लेकिन क्वांटम-सिद्धान्त के अनुसार कक्षीय गति की भाँति भ्रमि-गति का भी क्वांटीकरण होता है, जिसके फलस्वरूप कक्षीय क्वांटम-संख्या के अतिरिक्त एक **भ्रमि क्वांटम-संख्या** (spin quantum number) पैदा होती है, लेकिन चूंकि स्थान-क्वांटीकरण के अनुसार कक्षीय एवं भ्रमि गतियों के मान (magnitude) में ही क्वांटीकरण नहीं होता है बल्कि उसकी दिशा का भी क्वांटीकरण होता है अत: ये राशियाँ **क्वांटीकरण कृत सदिश राशियाँ** (quantised vectors) हैं । इस आधार पर बना परमाणु का मॉडल सदिश परमाणु मॉडल (vector atom model) कहलाता है ।

3.10. सदिश परमाणु मॉडल से सम्बन्धित क्वांटम-संख्या (Quantum Numbers related to Vector Atom Model)

(क) मुख्य क्वांटम-संख्या n— यह बोर-सॉमरफेल्ड सिद्धान्त में प्रयुक्त n के सदृश है जिसका मान एक से लेकर कुछ भी सम्भव है, अर्थात् $n=1, 2, 3, 4$ आदि ।

(ख) कक्षीय (Orbital) **क्वांटम-संख्या**— इसका मान 0 तथा $(n-1)$ के बीच कोई पूर्णांक हो सकता है। जैसे, यदि $n=5$ हो तो $l=0, 1, 2, 3, 4$। पहले ही बताया जा चुका है कि यह क्वांटम-संख्या दिगंशीय क्वांटम-संख्या k जैसी है और $l=k-1$ है। अतः यदि कक्षीय कोणीय गतिमात्रा P_l हो तो $P_l=l\dfrac{h}{2\pi}$। लेकिन तरंग-यान्त्रिकी (wave mechanics) के अनुसार कक्षीय कोणीय गतिमात्रा

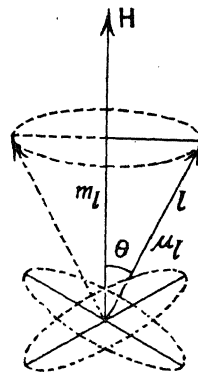
$$=\sqrt{l(l+1)}\ \frac{h}{2\pi}.$$

व्यवहार में जिस इलेक्ट्रॉन के लिए $l=0$ हो तो उसे s इलेक्ट्रॉन, $l=1$ हो तो उसे p इलेक्ट्रॉन, $l=2$ हो तो उसे d इलेक्ट्रॉन और $l=3$ हो तो उसे f इलेक्ट्रॉन कहा जाता है।

(ग) भ्रमि क्वांटम-संख्या s— इसका मान सर्वदा $\frac{1}{2}$ होता है। भ्रमि कोणीय गतिमात्रा $P_s=s\ h/2\pi$; लेकिन तरंग-यांत्रिकी के अनुसार $P_s=\sqrt{s(s+1)}.\dfrac{h}{2\pi}$.

(घ) कुल कोणीय क्वांटम-संख्या j— यह संख्या इलेक्ट्रॉन के कक्षीय एवं भ्रमि-गति से उत्पन्न कोणीय गतिमात्रा के कारण होती है और l तथा s के सदिश योग (vector sum) के बराबर होती है और इसे $j=l\pm\frac{1}{2}$ द्वारा निरूपित किया जाता है। जब s, l के समानान्तर रहता है तो s के पहले जोड़ का चिह्न प्रयुक्त होता है और जब s, l के विपरीत-समानान्तर (antiparallel) रहता है तो उसके पहले ऋण चिह्न प्रयुक्त होता है। इलेक्ट्रॉन की कुल कोणीय गतिमात्रा $P_j=jh/2\pi$ और तरंग-यांत्रिकी द्वारा $P_j=\sqrt{j(j+1)}.\ \dfrac{h}{2\pi}$ से निरूपित की जाती है।

(ङ) चुम्बकीय कक्षीय-क्वांटम-संख्या m_l— चुम्बकीय क्षेत्र (H) की दिशा पर कक्षीय सदिश (orbital vector) l के प्रक्षेप (projection) के मान को चुम्बकीय कक्षीय-क्वांटम-संख्या m_l कहा जाता है जो एक पूर्णांक है और जिसका मान l, $(l-1)..1, 0, -1, ..-(l-1), -l$ हो सकता है; यानी इसके $(2l+1)$ मान सम्भव हैं।

(च) चुम्बकीय भ्रमि क्वांटम-संख्या m_s— इसे चुम्बकीय क्षेत्र (H) पर भ्रमि-सदिश (spin vector) s के प्रक्षेप के मान द्वारा व्यक्त किया जाता है और इसका भी $(2s+1)$ मान $-s$ से $+s$ तक सम्भव है। (इसमें शून्य नहीं शामिल है।)

(चित्र 65)

चूँकि s का मान सर्वदा $\frac{1}{2}$ है अतः m_s को भी सिर्फ दो मान हो सकते हैं अर्थात् इसका मान $+\frac{1}{2}$ या $-\frac{1}{2}$ हो सकता है।

(छ) **चुम्बकीय कुल कोणीय गतिमात्रा-संख्या** m_j— चुम्बकीय क्षेत्र (H) की दिशा में कुल कोणीय गतिमात्रा के सदिश (vector) j के प्रक्षेप का मान m_j द्वारा निरूपित होता है। चूँकि हमलोग सिर्फ एक इलेक्ट्रॉन की स्थिति पर ही विचार कर रहे हैं, इसलिए $j=l\pm 1/2$, जिसके फलस्वरूप m_j का मान अर्धपूर्णांक होगा। j की स्वीकृत दिक्स्थिति (orientation) क्षेत्र की दिशा में $(2j+1)$ होगी। अतः m_j का $(2j+1)$ मान $-j$ से $+j$ तक (जिसमें शून्य नहीं शामिल है) सम्भव है। यहाँ ध्यान देने की बात है कि छोटे अक्षर l, s, j तथा s, p, d, f आदि किसी इलेक्ट्रॉन की अवस्था को बतलाने के लिए प्रयुक्त होते है जहाँ बड़े अक्षर L, S, J तथा S, P, D, F आदि परमाणु की अवस्था बतलाने के लिए प्रयुक्त होते हैं।

3.11. पौली-अपवर्जन-सिद्धान्त (Pouli's Exclusion Principle)

सन् 1925 ई० में पौली ने एक नया सिद्धान्त प्रस्तावित किया जिसकी सहायता से सम्मिश्र वर्णक्रम (complex spectra) की व्याख्या सुविधापूर्वक की जा सकी। उनका सिद्धान्त है कि **किसी भी परमाणु के दो या अधिक इलेक्ट्रॉनों की चारों क्वांटम-संख्या एक-जैसी नहीं हो सकती हैं।** यह सिद्धान्त **पौली का अपवर्जन-सिद्धान्त** कहलाता है। जब इलेक्ट्रॉनों पर इतना अधिक चुम्बकीय क्षेत्र का प्रभाव होता है कि उनके बीच का युग्मन (coupling) पूर्णतया टूट जाता है तो ऐसे क्षेत्र में किसी इलेक्ट्रॉन की चार क्वांटम-संख्याएँ n, l, m_l, m_s द्वारा निरूपित की जाती हैं जिनकी चर्चा पीछे की धारा में हो चुकी है। कभी-कभी पौली का अपवर्जन-सिद्धान्त **समानता का सिद्धान्त** (principle of equivalence) भी कहलाता है। इस प्रकार यदि दो इलेक्ट्रॉनों की तीन क्वांटम-संख्या एक-जैसी हों तो चौथी अवश्य पृथक् होनी चाहिए। मान लें कि एक इलेक्ट्रॉन ऐसी कक्षा में है जिसके लिए $n=3$, $l=1$ है। यह कक्षा $3p$ कहलाती है। यदि कोई चुम्बकीय बल-क्षेत्र नहीं होगा तो यह दो सम्भाव्य ऊर्जा-स्तरों पर रह सकती है। इनमें से एक $3^2P_{\frac{1}{2}}$ (क्योंकि इसके लिए $j=\frac{1}{2}$) तथा दूसरा $3^2P_{\frac{3}{2}}$ (क्योंकि इसके लिए $j=\frac{3}{2}$) है।

परन्तु हम जानते हैं कि परमाणु जब किसी चुम्बकीय बलक्षेत्र में रहता है तो इनमें से प्रत्येक स्तर अनेक अन्य ऊर्जा-स्तरों में बँट जाता है। इसलिए पहला ऊर्जा-स्तर (जिसके लिए चुम्बकीय क्वांटम-संख्या के मान $+\frac{1}{2}$ तथा $-\frac{1}{2}$ हैं) दो स्तरों में विदीर्ण हो जाता है। उसी भाँति दूसरा स्तर (जिसके लिए चुम्बकीय क्वांटम-संख्या के मान क्रमश: $+\frac{3}{2}$, $+\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$, तथा $-\frac{3}{2}$ हैं) चार ऊर्जा-स्तरों में बँट जाता है। इससे स्पष्ट है कि छ: संयोजन (combination) सम्भव हैं जिसके फलस्वरूप यदि किसी परमाणु की $3p$ कक्षा में कई इलेक्ट्रॉन हों तो वे छ: सम्भाव्य ऊर्जा-अवस्थाओं में साथ-साथ रह सकते हैं। यही कारण है कि परमाणु के इलेक्ट्रॉनों के $3p$-उपछद में छ: से अधिक इलेक्ट्रॉन नहीं रहते हैं। इस प्रकार पौली के अपवर्जन-सिद्धान्त द्वारा आसानी से आवर्त-सारणी के तत्वों के विभिन्न कक्षाओं के छद तथा उपछदों में रहने वाले इलेक्ट्रॉनों की संख्या का निरूपण होता है।

3.12. सदिश परमाणु-मॉडल का आवर्त-सारणी में उपयोग (Application of Vector Atom Model to Priodic Table)

एक्स-किरण वर्णक्रम से यह स्पष्ट होता है कि किसी परमाणु के नाभिक के परित: अवस्थित इलेक्ट्रॉन छद (shells) या उपछदों (subshells) में सजे रहते हैं और ये सभी इलेक्ट्रॉन जिनके लिए क्वांटम-संख्या n होती है, एक छद में रहते हैं। अत: सबसे भीतरी छद जो K-छद कहलाता है, के भीतर रहने वाले इलेक्ट्रॉनों की मुख्य क्वांटम-संख्या $n=1$ होती है। इसके बाद का बाहर वाला (next outer) छद, L-छद कहलाता है और इसके लिए $n=2$। इसी भाँति अन्य छदों की भी चर्चा की जा सकती है।

छद—	K	L	M	N	O	P
n—	1	2	3	4	5	6

पहले K-छद पर विचार करें। इसके लिए $n=1$, $l=0$, इसलिए $m_l=0$। अत: चार क्वांटम-संख्या जिनके द्वारा किसी इलेक्ट्रॉन की अवस्था निरूपित की जाती है, नियत होंगी। अत: चौथी क्वांटम-संख्या m_s के दो मान सम्भव हैं—

$$m_s=+\frac{1}{2} \text{ और } m_s=-\frac{1}{2}.$$

अत: स्पष्ट है कि K-छद में अधिकतम इलेक्ट्रॉनों की सम्भव संख्या दो हो सकती

है, कारण इलेक्ट्रॉनों की अब इससे अधिक संख्या के इस छद में होने पर उनकी चारों क्वांटम-संख्याएँ एक-जैसी (identical) हो जायँगी जो पौली-अपवर्जन-सिद्धान्त के प्रतिकूल होगा। अत: यह छद दो इलेक्ट्रॉनों से ही पूर्ण हो जाता है। इसे $1s^2$ के द्वारा निरूपित किया जाता है।

अब L-छद में रहने वाले इलेक्ट्रॉनों पर विचार करें। इसके लिए $n=2$, $l=0$ या 1। जब $n=2$, $l=0$, $m_l=0$, और $m_s=\pm\frac{1}{2}$, अत: दो इलेक्ट्रॉन का होना ही सम्भव है। जब $n=2$, $l=1$, तो m_l को $(2l+1)$ मान होंगे अर्थात् m_l को 1, 0, तथा -1 मान होंगे और इनमें से प्रत्येक के साथ m_s को दो मान $\pm\frac{1}{2}$ सन्निहित हैं। इसलिए $2(2l+1)$ या छ: इलेक्ट्रॉन सम्भव हैं। अतः L-छद में दो उपछद हैं। पहले उपछद में 2 तथा दूसरे उपछद में 6 इलेक्ट्रॉन सम्भव हैं।

इन्हें $2s^2 2p^6$ द्वारा निरूपित किया जाता है और L-छद इन आठ इलेक्ट्रॉनों से पूर्ण हो जाता है।

अब तीसरे M-छद पर विचार करें। यहाँ $n=3$। जब $n=3$ तो $l=0$, 1, 2। अत: इसमें तीन उपछद होंगे; पहला $n=3$, $l=0$, दूसरा $n=3$, $l=1$ तथा तीसरा $n=3$, $l=2$.

ऊपर की विधि से दिखलाया जा सकता है कि पहले उपछद में 2 तथा दूसरे में 6 इलेक्ट्रॉन सम्भव हैं। उसी भाँति तीसरे उपछद में $2(2l+1)$ इलेक्ट्रॉन यानी $2(2\times2+1)=10$ इलेक्ट्रॉन सम्भव हैं। अत: M-छद को पूरा करने के लिए कुल इलेक्ट्रॉनों की संख्या$=2+6+10=18$ है। इन्हें $3s^2 3p^6 4d^{10}$ द्वारा दरसाया जाता है।

इसी प्रकार तर्क कर यह प्रदर्शित किया जा सकता है कि N-छद में चार उपछद हैं जिनमें 2, 6, 10 तथा 14 के क्रम में इलेक्ट्रॉन अवस्थित हैं। यानी जब $n=4$ तो $l=0$, 1, 2, 3। अत: यह छद $2+6+10+14=32$ इलेक्ट्रॉन से पूर्ण हो जाता है। इन्हें $4s^2 4p^6 4d^{10} 4f^{14}$ द्वारा दरसाया जाता है। इस प्रकार सदिश परमाणु-मॉडल तथा पौली-अपवर्जन-सिद्धान्त की सहायता से परमाणुओं में अवस्थित इलेक्ट्रॉनों की संख्या निश्चित की जाती है।

परमाणुओं में इलेक्ट्रॉनों का वितरण— यह निम्नांकित सारणी में बताया गया है।

सारणी 1

परमाणुओं में इलेक्ट्रॉनों का वितरण

एक्स-रे संकेतन		K	L		M			N			
क्वांटम क्रमांक *n, l*		1, 0	2, 0	2, 1	3, 0	3, 1	3, 2	4, 0	4, 1	4, 2	4, 3
तत्त्व	परमाणु क्रमांक z										
H	1	1									
He	2	2									
L	3	2	1								
Be	4	2	2								
B	5	2	2	1							
C	6	2	2	2							
N	7	2	2	3							
O	8	2	2	4							
F	9	2	2	5							
Ne	10	2	2	6							
Na	11	नियोन व्यवस्था क्रोड में 10 इलेक्ट्रॉन			1						
Mg	12				2						
Al	13				2	1					
Si	14				2	2					
P	15				2	3					
S	16				2	4					
Cl	17				2	5					
A	18				2	6					
K	19	आर्गन व्यवस्था क्रोड में 18 इलेक्ट्रॉन						1			
Ca	20							2			
Sc	21						1	2			
Ti	22						2	2			
V	23						3	2			
Cr	24						4	1			
Mn	25						5	2			
Fe	26						6	2			
Co	27						7	2			
Ni	28						8	2			
Cu	29						10	1			
Zn	30						10	2			
Ca	31						10	2	1		
Ge	32						10	2	2		
As	33						10	2	3		
Se	34						10	2	4		
Br	35						10	2	5		
Kr	36						10	2	6		

परमाणुओं में इलेक्ट्रॉनों का वितरण (चालू)

एक्स-रे संकेतन		KLM	N				O			P			Q	
क्वांटम क्रमांक n, l		1 2 3	4,0	4,1	4,2	4,3	5,0	5,1	5,2	6,0	6,1	6,2	7,0	7,1
तत्त्व	परमाणु क्रमांक z													
Rb	37	क्रिप्टन व्यवस्था क्रोड में 36 इलेक्ट्रॉन												
Sr	38													
Y	39				1		1							
Zr	40				2		2							
Nb	41				4		2							
Mo	42				5		1							
Ma	43				6		1							
Ru	44				7		1							
Rh	45				8		1							
Pd	46				10		1							
Ag	47	पैलेडियम व्यवस्था क्रोड में 46 इलेक्ट्रॉन					1							
Cd	48						2							
In	49						2	1						
Sn	50						2	2						
Sb	51						2	3						
Te	52						2	4						
I	53						2	5						
Xe	54						2	6						
Cs	55	जेनन व्यवस्था क्रोड में 54 इलेक्ट्रॉन								1				
Be	56									2				
La	57	1, 0 से 4, 2 तक छदों में 46 इलेक्ट्रॉन					2	6	1	2				
Ce	58					1	2	6	1	2				
Pr	59					2	2	6	1	2				
Nd	60					3	2	6	1	2				
Pm	61					4	2	6	1	2				
Sm	62					5	2	6	1	2				
Eu	63					6	2	6	1	2				
Gd	64					7	2	6	1	2				
Tb	65					8	2	6	1	2				
Dy	66					9	2	6	1	2				
Ho	67					10	2	6	1	2				
Er	68					11	2	6	1	2				
Tm	69					12	2	6	0	2				
Yb	70					13	2	6	0	2				
Lu	71					14	2	6	1	2				

परमाणुओं में इलेक्ट्रॉन का वितरण (चालू)

एक्स-रे संकेतन		KLMN	O			P			Q	
क्वांटम क्रमांक n, l		1 2 3 4	5,0 5,1	5,2	5,3	6,0	6,1	6,2	7,0	7,1
तत्त्व	परमाणु क्रमांक z									
Hf	72	1, 0 से 5, 1 तक छदों में 68 इलेक्ट्रॉन		2		2				
Ta	73			3		2				
W	74			4		2				
Re	75			5		2				
Os	76			6		2				
Ir	77			7		2				
Pt	78			9		1				
Au	79			10		1				
Hg	80			10		2				
Tl	81			10		2	1			
Pb	82			10		2	2			
Bi	83			10		2	3			
Po	84			10		2	4			
At	85			10		2	5			
Rn	86			10		2	6			
Fr	87	रेडान व्यवस्था क्रोड में 86 इलेक्ट्रॉन							1	
Ra	88								2	
Ac	89					2	6	1	2	
Th	90				1	2	6	1	2	
Pa	91				2	2	6	1	2	
U	92				3	2	6	1	2	
Np	93				4	2	6	1	2	
Pu	94				5	2	6	1	2	
Am	95				6	2	6	1	2	
Cm	96				7	2	6	1	2	
Bk	97				8	2	6	1	2	
Cf	98				9	2	6	1	2	
E	99				10	2	6	1	2	
Fm	100				11	2	6	1	2	
Mv	101				12	2	6	1	2	

साधित उदाहरण

हाइड्रोजन की बामर-श्रेणी (Balmer-series) **के प्रथम सदस्य की तरंग-लम्बाई** 6563°A **है। अत: इसके दूसरे सदस्य की तरंग-लम्बाई ज्ञात करें।**

(The first member of Balmer series of hydrogen has a wavelength of 6563°A. Calculate the wavelength of the second member.)

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2}\right), \text{ जहाँ } n=3,\ 4,\ 5.$$

मान लें कि प्रथम तथा द्वितीय सदस्य की तरंग-लम्बाई λ_1 तथा λ_2 हैं और उनके संगत क्रमश: $n=3$ और $n=4$ हैं।

$$\therefore\quad \frac{1}{\lambda_1}=R\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{9}\right)=\frac{5R}{36} \qquad \ldots (1),$$

$$\frac{1}{\lambda_2}=R\left(\frac{1}{4}-\frac{1}{16}\right)=\frac{3R}{16} \qquad \ldots (2).$$

समीकरण (1) में (2) से भाग देने पर

$$\frac{\lambda_2}{\lambda_1}=\frac{5R}{36}\times\frac{16}{3R}=\frac{20}{27}.$$

$$\therefore\quad \lambda_2=\frac{20}{27}\times\lambda_1=\frac{20}{27}\times 6563=4861{\cdot}5\ \text{A}$$

प्रश्नावली ३

1. परमाणु-संरचना का वर्णन करें तथा बताएँ कि इसे किस प्रकार निश्चित किया जाता है। (Punjab 1956, '54, '41)

[Give a general account of the structure of an atom and indicate how it has been determined.]

2. हाइड्रोजन-परमाणु के बोर-सिद्धान्त की चर्चा करें और दिखाएँ कि यह किस प्रकार हाइड्रोजन के प्रेक्षित वर्णक्रम की व्याख्या करता है।

(Punjab 1957 S, '55 S, '53; Mysore '64; Delhi '52)

[Outline Bohr's theory of hydrogen atom and show how it accounts for observed spectrum of hydrogen.]

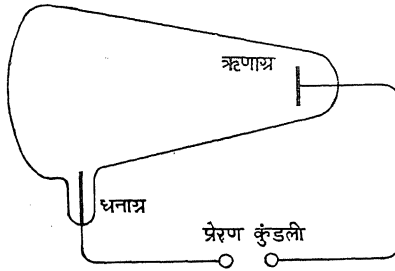
3. पौली के अपवर्जन-सिद्धान्त को लिखें और बताएँ कि किस प्रकार इसके द्वारा इलक्ट्रॉनों की व्यवस्था किसी परमाणु के परित: छद तथा उपछदों में निर्धारित की जाती है।

[Write down 'Pauli's Exclusion Principle' and hence show how the configuration of electrons in an atom in different shells and sub-shells is determined.]

---

४ एक्स-किरण और प्रकाश-विद्युत्
[X-RAYS AND PHOTO-ELECTRICITY]

4.1. एक्स-किरणों का आविष्कार (Discovery of X-rays)

जर्मन वैज्ञानिक **विल्हेल्म कॉनरेड रांट्जन** (Wilhelm Konrad Roentgen) ने नवम्बर 8, 1895 ई० में एक्स-किरणों का आविष्कार किया था। रांट्जन अति निम्न दाब पर गैसों के आर-पार विद्युत्-विसर्जन का अध्ययन कर रहे थे कि यकायक एक्स-किरणों का आविष्कार हो सका। काले कागज से ढकी हुई एक विसर्जन-नली (चित्र 66) के साथ प्रयोग के दौरान उन्होंने निकटस्थ प्रतिदीप्त पट (fluorescent screen) पर एक दीप्ति देखी और तर्क किया कि अपारदर्शी वस्तुओं को वेधने में समर्थ विकिरणों (radiations) द्वारा उसका जन्म हुआ है। उन्होंने पाया कि इन विकिरणों का उद्भव नली की काँच-दीवार पर, जहाँ ऋणाग्र किरणें (cathode rays) टकराती हैं, हुआ है। इन विकिरणों को उन्होंने **एक्स-किरण** (X-rays) नाम दिया, क्योंकि उस समय उनकी प्रकृति अज्ञात थी। ये विकिरण **रांट्जन-किरणें** (Roentgen rays) भी कहलाते हैं।

(चित्र 66)

रांट्जन के प्रथम रिपोर्ट में मुख्य प्रेक्षण निम्नलिखित थे—

1. एक्स-किरणों के पड़ने से कई पदार्थ, यथा जिंक सल्फाइड (zinc sulphide), बेरियम प्लैटिनो सायनाइड (barium platino cyanide) आदि, प्रतिदीप्त होते हैं।

2. एक्स-किरणें आँखों को नहीं दीखतीं, किन्तु उनके द्वारा फोटोग्राफी-प्लेट काली पड़ जाती है।

3. एक्स-किरणों के लिए सभी पदार्थ न्यूनाधिक पारदर्शी हैं। पुस्तक, मांस और लकड़ी की पतली चादर (sheets) जो दृश्य विकिरण (visible radiation) के लिए अपारदर्शी पदार्थ हैं, उनके आर-पार एक्स-किरणें गुजर सकती हैं। सीसा (lead) करीब-करीब अपारदर्शी है। हड्डियों की काली छाया साफ बनती है।

4. एक्स-किरणें सरल रेखा में चलती हैं।

5. एक्स-किरणें चुम्बकीय क्षेत्र से विक्षेपित नहीं होती हैं ।

6. धन या ऋण आवेश से आवेशित वस्तुओं को एक्स-किरणें अनावेशित करती हैं ।

7. जब ऋणाग्र किरणें किसी ठोस धातु से टकराती हैं तो एक्स-किरणों का जनन होता है । हलके तत्त्व (element) की अपेक्षा भारी तत्त्व, यथा प्लैटिनम, एक्स-किरणों का अधिक दक्ष जनित्र है ।

सन् 1901 ई० में रांट्जन को भौतिकी के लिए नोबेल-पुरस्कार मिला ।

रांट्जन द्वारा आविष्कृत एक्स-किरणों के उपयोग भौतिकी की प्रयोगशाला तक ही सीमित न थे । उनके आविष्कार के लगभग तीन महीने के बाद ही वियेना (Vienna) के अस्पताल में चिकित्सकों ने रोगों का पता लगाने में एक्स-किरण का उपयोग शुरू कर दिया । उद्योगों में भी—पदार्थों के गुणों और आन्तरिक रचना के अध्ययन तथा दोषों का पता लगाने में—एक्स-किरणों का उपयोग किया जाने लगा ।

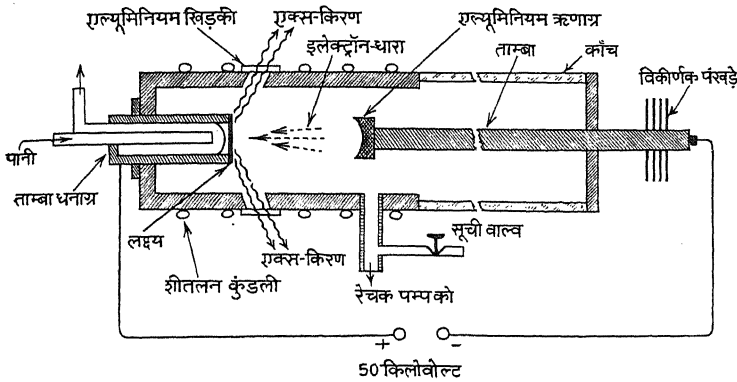
4.2. एक्स-किरणों का उत्पादन (Production of X-rays)

जब कभी उच्च गतिमान इलेक्ट्रॉन एक धातु-लक्ष्य (metal target) से टकराते हैं तो एक्स-किरणें उत्पन्न होती हैं । लक्ष्य से टकराने पर इलेक्ट्रॉनों की अधिकांश गतिज ऊर्जा का रूपान्तर ऊष्मा-ऊर्जा (heat energy) में हो जाता है; एक प्रतिशत से भी कम का परिवर्तन उपयोगी एक्स-किरणों में होता है । अत: किसी भी एक्स-किरण-नली में (क) एक **इलेक्ट्रॉन-स्रोत,** (ख) एक **उच्च त्वरक वोल्टता** (accelerating voltage) और (ग) एक **धातु-लक्ष्य** होना चाहिए । लक्ष्य को गलने से रोकने के लिए उसको ठंढा करने का प्रबन्ध भी आवश्यक है ।

अत: लक्ष्य या प्रतिऋणाग्र (anticathode) के लिए प्रयुक्त धातु को उच्च परमाणुक्रमांक (atomic number), उच्च गलनांक, उच्च ऊष्मा-संवाहकता और उच्च तापमान पर निम्न वाष्प-दाब होना चाहिए । प्लैटिनम (platinum), टैंटेलम (tantalum) और टंगस्टन (tungsten) में उपर्युक्त गुण होते हैं, किन्तु टंग्स्टन सर्वोत्तम है । प्राय: धातु-लक्ष्य को ताँबे के एक भारी निपिण्ड (heavy block) में जड़ दिया जाता है । एक्स-किरण-नली के बाहर प्रतिऋणाग्र से जुड़े हुए मोटे ताँबे के पंखड़े (fins) से ऊष्मा-विकिरण द्वारा प्रतिऋणाग्र को ठंढा किया जाता है । प्रतिऋणाग्र को खोखला बनाकर और उसमें ठंडा पानी प्रवाहित कर प्रतिऋणाग्र को ठंढा करने का प्रबन्ध सर्वोत्तम है । यदि इलेक्ट्रॉन-प्रवाह के किसी एक ओर एक्स-किरणों को मुख्यत: वितरित करना होता है तो लक्ष्य को इलेक्ट्रॉन-प्रवाह से 45° पर रखा जाता है और यदि एक्स-किरणों को सभी दिशाओं में एकरूप से वितरित करना होता है तो लक्ष्य को इलेक्ट्रॉन-प्रवाह के समकोणिक रखा जाता है ।

इलेक्ट्रॉन-स्रोत के अनुसार एक्स-किरण-नलियाँ दो प्रकार की होती हैं : (i) **गैस-नली** (gas tube) जिसमें इलेक्ट्रॉन, नली में अल्प मात्रा की गैस के आयनीकरण

(ionization) द्वारा उत्पन्न किये जाते हैं, और (ii) **तन्तु-नली** (filament tube) जिसमें इलेक्ट्रॉन-स्रोत एक तप्त तन्तु होता है।

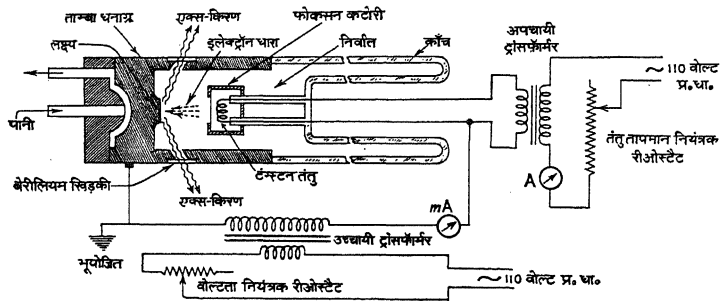
1. गैस-पूरित एक्स-किरण-नली (Gas filled X-ray tube)— पहले गैस-नली आदि एक्स-किरण-नली थी, किन्तु अब यह प्राय: अप्रचलित है। यह एक प्रकार की निम्न-दाब-गैस-विसर्जन-नली है। चित्र 67 में एक आधुनिक गैस-नली का कार्य-प्रदर्शी चित्र दिखाया गया है।

(चित्र 67)

इसमें अलुमीनियम का एक अवतल ऋणाग्र होता है जो इलेक्ट्रॉनों को अपने वक्रता-केन्द्र पर रखे हुए लक्ष्य पर फोकस करता है। ऋणाग्र के रूप में अलुमीनियम के उपयोग का कारण उसकी न्यूनतम भड़भड़ाहट (sputtering) है। ताँबे के एक भारी किन्तु खोखले निपिण्ड में लक्ष्य जड़ा होता है। प्रतिऋणाग्र और ऋणाग्र के बीच लगभग 30,000 से 50,000 वोल्ट लगाया जाता है। पहले की नलियों में उच्च वोल्टता का स्रोत प्रेरण-कुण्डली (induction coil) होती थी, किन्तु आधुनिक नलियों में यह स्रोत उच्चायी ट्रांसफॉर्मर होता है। एक्स-किरण-नली में उच्चायी ट्रांसफॉर्मर से प्राप्त उच्च प्रत्यावर्ती वोल्टता सीधे नहीं लगायी जाती वरन् वह एकदिश-कारी नलियां (rectifier tubes) की सहायता से दिष्ट (direct) वोल्टता में परिणत होने के पश्चात् लगायी जाती है। लगभग 0·01 मि०मी० (पारे के) वायु-दाब पर नली कार्य करती है। सूची-वाल्व (needle valve) से होकर एक नियंत्रित क्षर (controlled leak) के विरुद्ध सतत कार्य करते हुए एक यांत्रिक रेचक पम्प के द्वारा उपर्युक्त वायु-दाब प्राप्त किया जा सकता है। जब नली के आर-पार उच्च वोल्टता लगायी जाती है तो नली में उपस्थित कुछ इलेक्ट्रॉन और नाइट्रोजन तथा आक्सीजन के धन आयन क्रमश: धनाग्र (anode) और ऋणाग्र की ओर आकर्षित होते हैं। धन आयन ऋणाग्र से टकराकर उससे इलेक्ट्रान निष्कासित करते हैं। ये इलेक्ट्रॉन तीव्र गति के साथ धनाग्र की ओर चलते हैं और इनमें से कुछ वायु-अणुओं से टकराकर

और आयन उत्पन्न करते हैं। इस प्रकार इलेक्ट्रॉन और आयन के उत्पादन की दर एक निश्चित मान शीघ्र प्राप्त कर लेती है। लक्ष्य से उच्च गतिमान इलेक्ट्रॉनों के टकराने के कारण लक्ष्य से एक्स-किरणें सभी दिशाओं में उत्सर्जित होती हैं और नली की दीवार में लगी दो या अधिक खिड़कियों— अलुमीनियम या बेरीलियम (beryllium) की पन्नी— से होकर बाहर निकलती हैं। ठंडे पानी के प्रवाह से धनाग्र ठंढा रखा जाता है और ऋणाग्र पर आयन-वर्षण के कारण उसमें उत्पन्न ऊष्मा का क्षय विकीर्णक पंखड़े (radiating fins) द्वारा होता है।

गुण और दोष— गैस-नली सबसे सस्ती होती है। यह शुद्ध एक्स-किरणें उत्पन्न करती है, कारण लक्ष्य अन्य धातुओं, यथा ऋणाग्र धातु, से संदूषित नहीं होता है।

गैस-नली की क्रिया नली के भीतर वायु-दाब और लगाये गये विभव पर निर्भर करती है। स्वयं नली के द्वारा गैस (वायु) के आंशिक अवशोषण के कारण विभव नियत नहीं रह पाता है। इसलिए ऐसी नलियों से प्राप्त एक्स-किरणों की तीव्रता (intensity) और स्वरूप (quality) को नियत नहीं रखा जा सकता है।

2. तंतु-एक्स-किरण-नली या कूलिज-एक्स-किरण-नली (Filament X-ray tube or Coolidge X-ray tube)— सन् 1913 ई० में डब्ल्यू० डी० कूलिज (W.D. Coolidge) ने उपर्युक्त दोषों से मुक्त एक एक्स-किरण-नली बनायी थी। इसमें निर्वात महत्तम सीमा तक उत्पन्न किया जाता है और एक तप्त तन्तु इलेक्ट्रॉन-स्रोत रहता है। यह सब से प्रचलित एक्स-किरण-नली है। चित्र 68 में एक आधुनिक कूलिज-एक्स-किरण-नली का कार्यप्रदर्शी चित्र दिखाया गया है।

(चित्र 68)

इसमें पाइरेक्स-काँच का एक आवरण (envelope) होता है जो एक सिरे पर के धनाग्र को दूसरे सिरे पर के ऋणाग्र से विसंवाहित करता है। ऋणाग्र एक टंग्स्टन-तन्तु है और धनाग्र ताँबे का एक भारी किन्तु खोखला निपिण्ड है जिसमें इच्छित लक्ष्य जड़ा है। उच्चायी ट्रांसफॉर्मर का एक सिरा तन्तु से संयोजित रहता है और दूसरा सिरा भूयोजित रहता है; धनाग्र भी भूयोजित रहता है। तन्तु को एक अपचायी

ट्रांसफॉर्मर से गर्म किया जाता है। तन्तु-तापमान-नियंत्रक रीओस्टैट से तन्तु-धारा समंजित की जाती है और ऐंपियरमापी *A* से इसे पढ़ा जा सकता है। तप्त तन्तु इलेक्ट्रानों को उत्सर्जित करता है। उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन नली पर लगते हुए उच्च विभव के कारण उच्च गति से खींचे जाते हैं। तन्तु के चारों ओर प्राय: धातु की एक कटोरी लगी होती है जो तन्तु के सापेक्ष उच्च ऋण विभव पर रहती है। इसलिए कटोरी इलेक्ट्रॉनों को विकर्षित करती है और उन्हें लक्ष्य के एक संकीर्ण क्षेत्र पर जिसे 'फोकल स्थान' (focal spot) कहते हैं, फोकस करने की चेष्टा करती है। इस कटोरी का आकार इस प्रकार का होता है कि वह इलेक्ट्रॉन-धारा को ठीक ढंग से फोकस कर सके। जब इलेक्ट्रॉन लक्ष्य से टकराते हैं तो लक्ष्य एक्स-किरण का स्रोत बन जाता है। एक्स-किरणों नली की दीवार में लगे दो या अधिक खिड़कियों से होकर बाहर निकलती हैं। ठंढे पानी के प्रवाह से धनाग्र ठंढा रखा जाता है।

एक्स-किरण-नली स्वयं एकदिशकारी (rectifier) के रूप में कार्य करती है। जब लक्ष्य के सापेक्ष तन्तु ऋण विभव पर रहता है तो उस अर्धचक्र में नली में इलेक्ट्रॉनों की धारा प्रवाहित होती है; किन्तु दूसरे अर्धचक्र में तन्तु धन विभव पर हो जाता है और इसलिए नली में इलेक्ट्रॉन-धारा प्रवाहित नहीं होती यद्यपि तप्त तन्तु इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करता है। इस इलेक्ट्रॉन-धारा को 'नली-धारा' (tube current) कहते हैं। वोल्टता-नियंत्रक रीओस्टैट से नली-धारा समंजित की जाती है और मिलीऐंपियरमापी *mA* से इसे पढ़ा जा सकता है। यह रीओस्टैट नली के आर-पार वोल्टता और इसलिए एक्स-किरण का स्वरूप (quality) नियंत्रित करता है। नली के आर-पार वोल्टता जितनी ऊँची होती है उसके द्वारा उत्पन्न एक्स-किरण की वेधन-सामर्थ्य (penetrating power) उतनी ही अधिक होती है। पुन: तन्तु-धारा जितनी अधिक होती है एक्स-किरण की तीव्रता (intensity) उतनी ही अधिक होती है।

कूलिज-नली कुछ सौ से लेकर लगभग दस लाख वोल्ट पर चलायी जा सकती है। शल्य-कार्य में प्रयुक्त नली के आर-पार लगभग 100 किलोवोल्ट का विभव लगाया जाता है। विवर्तन-कार्य (diffraction work) में प्रयुक्त नली के आर-पार लगभग 30 से 50 किलोवोल्ट का विभव लगाया जाता है।

घूर्णक धनाग्र (rotating anode) रूप की सुसंस्कृत कूलिज-नली में शीतलन-प्रबन्ध अधिक दक्ष होता है। ऐसी नली में लौह घूर्णक, जिस पर धनाग्र चढ़ा होता है, उस पर लगे हुए घूर्णक चुम्बकीय क्षेत्र की सहायता से धनाग्र तीव्र गति से घुमाया जाता है। इस प्रकार लक्ष्य के प्रत्येक खण्ड पर इलेक्ट्रॉन-वर्षण होता है और परिभ्रमण-काल के अति अल्प अंश के लिए यह तप्त होता है तथा शेष यात्रा में ठंढा रहता है। इस प्रबन्ध के द्वारा उच्च नली-धारा संभव है और इस नली के द्वारा उत्पन्न एक्स-किरणें तीव्र (intense) और कठोर— अधिक वेधन-सामर्थ्य वाली— दोनों हो सकती हैं।

कूलिज-नली का प्रमुख लाभ यह है कि इसकी नली-धारा और वोल्टता को अधिक आसानी से नियंत्रित रखा जा सकता है।

अति कठोर एक्स-किरण के उत्पादन के लिए डी० डबल्यू कर्स्ट (D.W. Kerst) ने सन् 1941 ई० में **बीटाट्रॉन** (betatron) बनाया जिसमें इलेक्ट्रॉन विशेष त्वरक युक्ति के द्वारा अत्यधिक गतिज-ऊर्जा प्राप्त कर लेते हैं और तब लक्ष्य से टकराते हैं।

4.3. एक्स-किरण के गुण (Properties of X-rays)

1. प्रकाश की तरह एक्स-किरणें सरल रेखा में प्रकाश की चाल के साथ चलती हैं।

2. प्रकाश की तरह एक्स-किरणों पर विद्युत् और चुम्बकीय क्षेत्रों का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। अतः यह एक प्रकार का विकिरण है।

3. प्रकाश की तरह एक्स-किरणें परावर्तित, वर्तित, विवर्तित और ध्रुवित होती हैं।

अच्छी तरह से पालिश किये हुए काँच की सतह से लगभग अनुसर्पी आपतन (grazing incidence) पर एक्स-किरणों के परावर्तन का प्रदर्शन कॉम्पटन ने सन् 1923 ई० में किया था।

अधिककोण प्रिज्म की सहायता से सिवाँ (Seigbahn) ने सन् 1921 ई० में एक्स-किरणों का वर्तन और विक्षेपन प्राप्त किया था।

विवर्तन ग्रेटिंग के रूप में मणिभ (crystal) को प्रयुक्त कर फान लॉ (Von Law) ने सन् 1912 ई० में एक्स-किरणों का विवर्तन प्रदर्शित किया था।

सन् 1905 ई० में बार्कला (Barkla) ने एक्स-किरणों के ध्रुवण को निश्चित रूप से स्थापित किया था।

4. प्रकाश की तरह एक्स-किरणें अनुप्रस्थ विद्युत्-चुम्बकीय विकिरण हैं, किन्तु अति लघु तरंग-लम्बाई की हैं। एक्स-किरण की तरंग लम्बाइयों की स्वीकृत सीमाएँ 100 से 0·1 A तक हैं।

5. प्रकाश की तरह एक्स-किरणें फोटोग्राफी-प्लेट को काली करती हैं।

6. प्रकाश की तरह एक्स-किरणें जब कुछ धातुओं पर पड़ती हैं तो उस धातु से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन परिमुक्त करती हैं।

7. प्रकाश की तरह एक्स-किरणें प्रकाश-रासायनिक-क्रिया उत्पन्न करती हैं।

8. ऋणाग्र किरणों की तरह एक्स-किरणें अदृश्य हैं।

9. ऋणाग्र किरण की तरह एक्स-किरणें गैस या वाष्प से गुजरते समय आयनीकरण करती हैं।

10. एक्स-किरणें कुछ पदार्थों में प्रतिदीप्ति (fluorescence) और कुछ में स्फुरदीप्ति (phosphorescence) उत्पन्न करती हैं। कुछ पत्थरों और खनिजों में ये रंग उत्पन्न करती हैं।

11. एक्स-किरणें वस्तुओं की विभिन्न मोटाइयों का वेधन कर सकती हैं—उन मोटाइयों का भी जो दृश्य विकिरण के लिए अपारदर्शी हैं। पदार्थ के भीतर से गुजरते समय अनेक एक्स-किरणें अवशोषित हो जाती हैं। एक्स-किरणों का अवशोषण (absorption) पदार्थ की मोटाई, घनत्व, परमाणु-क्रमांक (atomic number) और सम्बन्धित एक्स-किरण की तरंग-लम्बाई बढ़ने से बढ़ता है।

इसलिए एक्स-किरणें भारी पदार्थों, यथा हड्डियों, लोहे की चादर, सीसा इत्यादि को पार नहीं कर सकती हैं और जब उनके पथ में ऐसे अवरोध पड़ते हैं तो वे उनकी छाया बनाती हैं। एक्स-किरण के इस गुण का उपयोग एक्स-किरण-चित्रण (radiography) में होता है। एक्स-किरण-चित्रण का उपयोग हड्डियों के टूटने, मानव-शरीर के भीतर बाहरी वस्तुओं, जैसे गोली की उपस्थिति, धातु-ढलाई में दोष आदि का पता लगाने में होता है।

एक्स-किरणें के लिए सीसा अपारदर्शी है और सामान्य कठोरता की एक्स-किरणों को रोकने के लिए 1 मि०मी० मोटाई का सीसा यथेष्ट है।

12. जब एक्स-किरणें धातुओं पर पड़ती हैं तो उससे 'द्वितीयक एक्स-किरण' (secondary X-rays) उत्पन्न करती हैं।

13. 'कॉम्पटन-प्रभाव' द्वारा एक्स-किरण की कणप्रकृति भी स्थापित होती है।

14. एक्स-किरणें जीवित कोशाणुओं (cells) को नष्ट या मृत कर देती हैं और जनन-उत्परिवर्तन (genetic mutation) उत्पन्न करती हैं। इसलिए एक्स-किरणों द्वारा गुल्म (tumour), कैन्सर का इलाज होता है।

मानव-शरीर पर एक्स-किरण का घातक प्रभाव पड़ता है। किंचित उद्भासन (slight exposure) चमड़े को धूप-झुलस की तरह लाल कर देता है। लम्बा उद्भासन रक्त के श्वेत कण को मृत कर देता है। इसलिए एक्स-किरणों से बचने के लिए सुरक्षा-प्रबन्ध किया जाता है।

4.4. एक्स-किरण का परिचयन (Detection of X-rays)

एक्स-किरणें आँखों को नहीं दीखतीं, किन्तु उनके द्वारा कुछ पदार्थ प्रतिदीप्त होते हैं तथा फोटोग्राफी-प्लेट काली पड़ जाती है और गैस या वाष्प से गुजरते समय वे आयनीकरण करती हैं। इन्हीं गुणों के द्वारा एक्स-किरणों का पता लगाया जाता है। आयनीकरण प्रकोष्ठ (ionization chamber), गाइगर गणित्र (Geiger counter) या स्फुरण-गणित्र (scintillation counter) द्वारा उनका पता लगाया जाता है और उनकी तीव्रता मापी जाती है।

4.5. एक्स-किरण के व्यावहारिक उपयोग (Practical applications of X-rays)

एक्स-किरण के व्यावहारिक उपयोग अनेक हैं। यहाँ कुछ का उल्लेख किया जा रहा है।

1. चिकित्सा-विज्ञान में—एक्स-किरण-चित्रण की सहायता से टूटी हुई हड्डियों, विभंगों (fractures), शरीर में बाह्य वस्तुओं के प्रवेश, फेफड़ा में दागों के स्थान आदि का पता लगाया जा सकता है। कैंसर, गुल्म आदि के इलाज के लिए एक्स-किरण के सामयिक उद्भासन का उपयोग होता है।

2. उद्योग में— धातु की ढलाई और अन्य तैयारी में दोष, झलाई में दोष और छिपे संक्षारण (corrosion) का पता लगाने में एक्स-किरण-चित्रण का उपयोग होता है। मणिभ के साथ एक्स-किरण के विवर्तन द्वारा मणिभों की संरचना

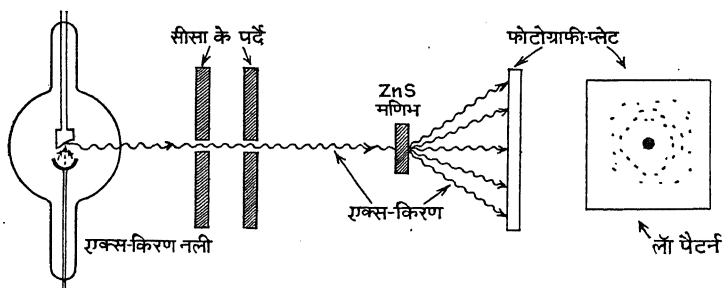
(structure) की परीक्षा की जाती है। इसकी सहायता से जौहरी असली और नकली मणियों में विभेद कर सकते हैं।

3. अनुसंधान में— मणिभ की संरचना और सम्बन्धित गुणों के अध्ययन के लिए एक्स-किरण का उपयोग होता है।

4. जासूसी विभाग में— तस्कर व्यापार (smuggling) का पता लगाने में सीमा-शुल्क-अफसर (customs officers) इसका उपयोग करते हैं। धातु या लकड़ी के बक्स में बन्द किसी निषिद्ध वस्तु से एक्स-किरण प्रवाहित कर उस निषिद्ध वस्तु का पता लगाया जाता है।

4.6. एक्स-किरण का विवर्तन : लॉ पैटर्न (Diffraction of X-rays : Law Pattern)

एक्स-किरण के विवर्तन के लिए साधारण विवर्तन ग्रेटिंग उपयुक्त नहीं है, कारण एक्स-किरणें ग्रेटिंग को बेध जाती हैं और ग्रेटिंग-अन्तराल काफी बड़ा है।

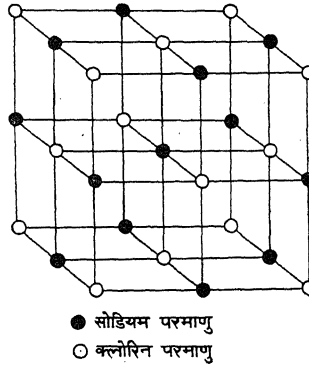
सन् 1912 ई० में माक्स फान लॉ (Max Von Law) ने तर्क किया कि यदि मणिभ में परमाणु, जो एक्स-किरणों के लिए प्रकीर्णन-केन्द्र (scattering centre) के रूप में कार्य कर सकते हैं, नियमित रूपों (patterns) में समंजित हों और यदि एक्स-किरण

(चित्र 69)

मणिभ (crystal) में अन्त:परमाणुक दूरी के लगभग बराबर तरंग-लम्बाई की विद्युत्-चुम्बकीय तरंग हों तो मणिभ की सहायता से एक्स-किरणों का विवर्तन सम्भव होना

चाहिए। उनके सहकारी डब्ल्यू० फ्रायडरिक (W. Friedrich) और पी० क्निपींग (P. Knipping) ने इस प्राक्कल्पना की जाँच के लिए उनके निदेशाधीन एक प्रयोग किया। उन्होंने एक्स-किरण के पतले दण्ड (beam) को एक माणिभ से गुजार कर एक फोटोग्राफी-प्लेट पर डाला (चित्र 69)। उन्हें फोटोग्राफी-प्लेट पर छोटे-छोटे धब्बे एक निश्चित रूप (pattern) में समंजित दिखाई दिये।

इस प्रयोग से निस्संदिग्ध प्रमाणित हा गया कि एक्स-किरण तरंग हैं और मणिभ में परमाणुओं का समंजन नियमित है। इसा कार्य के लिए लॉ ने सन् 1914 ई० में नोबेल पुरस्कार प्राप्त किया। फोटोग्राफी-प्लेट पर बनने वाले विवर्तन पैटर्न को **लॉ पैटर्न** कहते हैं।

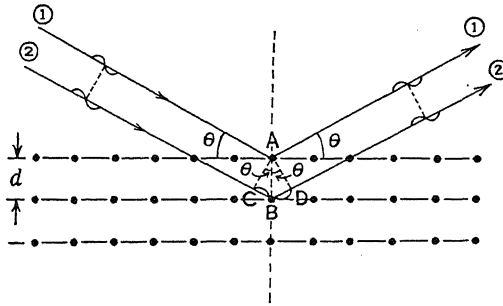
फोटोग्राफी-प्लेट पर विन्दु-धब्बे के वितरण और तीव्रताओं से मणिभ में परमाणुओं के समंजन का पता लगाया जा सकता है।

इस प्रकार एक्स-किरण के लिए मणिभ त्रिआयाम-विवर्तन-ग्रेटिंग की भाँति कार्य करता है। चित्र 70 में सोडियम क्लोराइड (NaCl) के मणिभ की संरचना (structure) दिखायी गयी है। यह मणिभ एक निश्चित दूरी (2·82 A) से पृथक् समान्तर परमाणु-परतों से बना होता है। जब एक्स-किरणें ऐसे मणिभ से गुजरती हैं तो उनकी तरंगों के विद्युत्-क्षेत्र के कारण सभी परमाणुओं के इलेक्ट्रॉन प्रेरित कम्पन करने लगते हैं। इस प्रकार परमाणु तरंगों के नये स्रोत के रूप में काम करते हैं और चारों दिशाओं में तरंगें प्रकीर्णित करते हैं। निश्चित दिशाओं में प्रकीर्णित तरंगें एक-दूसरे को प्रबलित (reinforce) करती हैं। अन्य दिशाओं में ये तरंगें एक-दूसरे को निष्प्रभावित करती हैं। इसलिए विवर्तन पैटर्न में निश्चित संख्या में तीव्र धब्बे होते हैं जो विशेष रूप से समंजित रहते हैं। स्पष्टत: यह समंजन प्रकीर्णन-केन्द्रों के रूप में परमाणुओं के बीच के अन्तर पर निर्भर करता है।

(चित्र 70)

4.7. ब्रैग-समीकरण (Bragg's Equation)

सन् 1912 ई० में ही डब्ल्यू० एच० ब्रैग और उनके सुपुत्र डब्ल्यू० एल० ब्रैग ने लॉ के प्रयोग का विश्लेषण सफल ढंग से किया और विवर्तन के लिए आवश्यक प्रतिबंधों को सरल गणितीय रूप में व्यक्त किया। तरीका इस प्रकार है—

मान लें, परमाणुओं (या आयनों) के केन्द्रों, जिनके बीच की दूरी d है, से

समान्तर तलों का एक सेट गुजरता है (चित्र 71)। अब, मान लें तरंग-लम्बाई λ की एक्स-किरणें तलों के साथ θ कोण बनाती हुई प्रवेश करती हैं। प्रत्येक परमाणु प्रकीर्णन-स्रोत बन जाता है। ब्रैग ने तर्क किया कि केवल उन्हीं प्रकीर्णित किरणों पर ध्यान दिया जायगा ज दर्पण से परावर्तन की तरह एक कोण θ पर विक्षेपित होती हैं। दूसरे शब्दों में, ब्रैग ने कल्पना की कि दर्पण की भाँति परमाणु-तल एक्स-किरणों को परावर्तित करते हैं।

(चित्र 71)

सरलता के लिए परमाणु A और B से प्रकीर्णित केवल दो किरणों क्रमशः (1) और (2) पर विचार करें। स्पष्टतः किरण (2) मणिभ के भीतर किरण (1) की अपेक्षा अधिक दूरी तय करती है। यदि वे समान कला पर आरम्भ होतीं तो मणिभ से निर्गत होने पर उनकी कलाओं (phases) में दूरी $(CB+BD)$ का अन्तर होता। यदि पथों का यह अन्तर तरंग-लम्बाई λ का पूर्ण सांख्यिक गुणज, $n\lambda$, हो तो तरंगें एक-दूसरे को प्रबलित करती हैं (यहाँ n एक पूर्ण संख्या है)। अतः संयोजी व्यतिकरण (constructive interference) के लिए

$$CB+BD=n\lambda$$

या
$$2CB=n\lambda$$

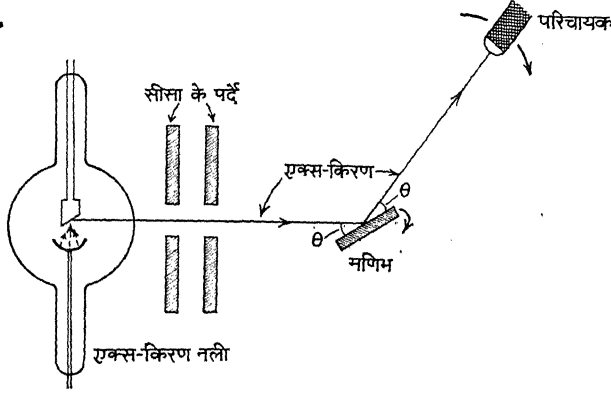
या
$$2d\sin\theta=n\lambda \qquad \ldots (1).$$

समीकरण (1) को **ब्रैग-समीकरण** कहते हैं। कोण θ को **विसर्प-कोण** (glancing angle) और n को विवर्तन-क्रमांक (order of diffraction) कहते हैं। यदि परमाणु-तलों के बीच की दूरी d ज्ञात हो तो तीव्र महत्तम उत्पन्न करने वाली एक्स-किरण की तरंग-लम्बाई की गणना की जा सकती है। इसके विपरीत ज्ञात तरंग-लम्बाई की एक्स-किरण प्रयुक्त करके d की गणना की जा सकती है।

समान्तर तलों के किसी सेट द्वारा परावर्तित एक्स-किरण परस्पर प्रबलन तभी करेंगी जब ब्रैग-समीकरण को संतुष्ट करने वाली एक विशिष्ट तरंग-लम्बाई वर्तमान होगी। इसके अतिरिक्त, यदि तलों में पर्याप्त परमाणु होंगे तभी समुचित तीव्र धब्बा संभव होगा। इस प्रकार ब्रैग-समीकरण का उपयोग लॉ पैटर्न में तीव्र धब्बे की स्थितियों का पता लगाने में किया जा सकता है।

अतः, बहुधा एक्स-किरण को मणिभ द्वारा 'विवर्तित' कहने के बदले 'परावर्तित' कहा जाता है।

4.8. ब्रैग-एक्स-किरण-वर्णक्रममापी (Bragg's X-ray Spectrometer)

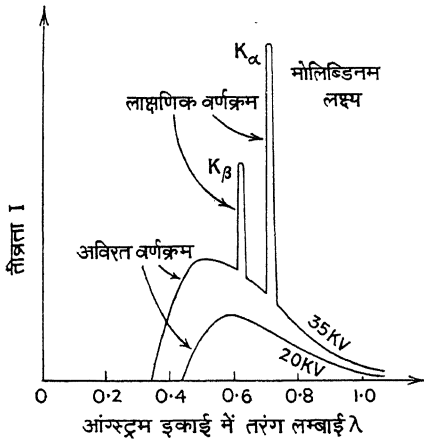
डब्ल्यू एच० ब्रैग ने एक एक्स-किरण-वर्णक्रममापी बनाया जो मणिभ द्वारा एक्स-किरण के परावर्तन के सिद्धान्त पर आधारित है। इस उपकरण से प्राप्त विवर्तन पैटर्न सरल होते हैं और उनकी व्याख्या आसानी से की जा सकती है। चित्र 72 में ब्रैग एक्स-किरण-वर्णक्रममापी का एक कार्यप्रदर्शी चित्र दिखाया गया है।

(चित्र 72)

इसमें वर्णक्रममापी के टेबुल पर कटे पृष्ठ (face) वाला एक बड़ा मणिभ रखा जाता है और एक्स-किरणें सीसे के दो रेखा-छिद्र (slits) से गुजरने के बाद मणिभ की सतह पर पड़ती हैं। एक आयनीकरण-प्रकोष्ठ (परिचायक) को इस तरह रखा जाता है कि केवल मणिभ की सतह से परावर्तित किरणें ही उसमें प्रवेश करें। आयनीकरण-प्रकोष्ठ द्वारा उसमें प्रवेश करने वाली एक्स-किरणों की तीव्रता मापी जा सकती है। अधिकांश आपतन कोण के लिए परावर्तित किरण-दंड की तीव्रता बहुत कम होती है; केवल कुछ विशिष्ट कोणों के लिए परावर्तित किरण-दंड की तीव्रता महत्तम होती है। मूल किरण-दंड और मणिभ की सतह के बीच का कोण θ मणिभ को धीरे-धीरे घुमाकर बदला जा सकता है। यदि प्रकोष्ठ की खिड़की के सामने सीसे का एक रेखा-छिद्र हो तो मणिभ से आने वाली एक्स-किरण की तीव्रता तब महत्तम होगी जब मणिभ की सतह से वह कोण θ बनायेगी।

खनिज नमक (rock salt) के मणिभरचनात्मक दत्त (crystallographic data) से ब्रैग ने उसके लिए परमाणु-तलों के बीच की दूरी d की गणना की और इस प्रकार विसर्प-कोण θ के ज्ञात मान से एक्स-किरण की तरंग-लम्बाई λ की गणना की, जो 10^{-8} सें०मी० के क्रम का प्राप्त हुआ था।

आधुनिक प्रकार के इस उपकरण में आयनीकरण-प्रकोष्ठ के स्थान पर फोटोग्राफी-प्लेट काम में लाया जाता है। सामान्यत: फोटोग्राफ-प्लेट में एक अविरत पृष्ठभूमि पर तीक्ष्ण रेखाओं की एक श्रेणी प्राप्त होगी।

4.9. एक्स-किरण-वर्णक्रम (X-ray Spectra)

एक आयनीकरण-प्रकोष्ठ का उपयोग परिचायक (detector) के रूप में करके एक मणिभीय वर्णक्रममापी द्वारा एक्स-किरण-नली में मोलिबडेनम (molybdenum) लक्ष्य से उत्पन्न एक्स-किरण का विश्लेषण प्रो० यूलरे (Prof. Ulrey) ने किया। ब्रैग-समीकरण के अनुसार एक्स-किरण की तरंग-लम्बाई ज्ञात करने के पश्चात् भुजांक पर एक्स-किरण की तरंग-लम्बाई और कोटि-अंक पर एक्स-किरण की तीव्रता लेकर उन्होंने ग्राफ अंकित किये (चित्र 73)।

(चित्र 73)

इन ग्राफों से पता चलता है कि एक्स-किरण-वर्णक्रम दो प्रकार के होते हैं—(क) **अविरत वर्णक्रम** और (ख) अविरत वर्णक्रम पर अध्यारोपित **लाक्षणिक तीक्ष्ण रेखिल वर्णक्रम।**

(क) **अविरत वर्णक्रम** (continuous spectrum)— जब इलेक्ट्रॉन लक्ष्य से टकराते हैं तो उनके अवत्वरण (deceleration) से विकिरण होता है जिसके फलस्वरूप अविरत एक्स-किरण-वर्णक्रम की उत्पत्ति हाती है। त्वरण की प्रक्रिया के दौरान, इलेक्ट्रॉन लक्ष्य-परमाणुओं के नाभिकों के विद्युत्-क्षेत्र से गुजरते हैं। यह विकिरण अनेक तरंग-लम्बाइयों की किरणों से मिलकर बना होता है। इसलिए ये **अविरत** या **श्वेत विकिरण** कहलाते हैं। उत्सर्जित एक्स-किरण की कुल ऊर्जा (तीव्रता) लक्ष्य के रूप में प्रयुक्त तत्त्व (element) के परमाणु-क्रमांक और नली के आर-पार वोल्टता के वर्ग के समानुपाती होती है। अत: एक्स-किरण-चित्रण में प्रयुक्त एक्स-किरण-नली में टंग्स्टन लक्ष्य होता है और नली उच्च वोल्टता पर चलायी जाती है।

अविरत वर्णक्रम के मुख्य लक्षण— 1. प्रत्येक अविरत वर्णक्रम एक निश्चित न्यूनतम तरंग-लम्बाई λ_0 जिसे **लघु-तरंग-लम्बाई-सीमा** (short wavelength limit) कहते हैं, से आरम्भ होता है; तब तरंग-लम्बाई बढ़ने के साथ इसकी तीव्रता एक महत्तम मान तक शीघ्रता से बढ़ती है और फिर धीरे-धीरे घटने लगती है।

2. लक्ष्य तत्त्व कोई भी हो, लघु-तरंग-लम्बाई-सीमा उससे अप्रभावित रहती है।

3. एक्स-किरण-नली के आर-पार वोल्टता बढ़ाने से सभी तरंग-लम्बाइयों की

किरणों की तीव्रताएँ बढ़ती हैं और लघु-तरंग-लम्बाई-सीमा तथा महत्तम तीव्रता की स्थिति कम तरंग-लम्बाई की ओर हट जाती हैं। अविरत वर्णक्रम की लघु-तरंग-लम्बाई-सीमा की व्याख्या **क्वांटम-सिद्धान्त** (quantum theory) से सहज की जा सकती है। जब कोई इलेक्ट्रॉन किसी लक्ष्य द्वारा रोका जाता है तो लक्ष्य से महत्तम ऊर्जा $h\nu_{max}$ का एक फोटॉन (photon) एक विकिरण-क्वांटम (quantum of radiation) के रूप में उत्सर्जित होता है। एक्स-किरण-नली के भीतर किसी इलेक्ट्रॉन की महत्तम गतिज ऊर्जा Ve के बराबर है, जहाँ V नली के आर-पार लगा हुआ विभव स्थि० वि० इकाई (e. s. u.) में है और e इलेक्ट्रॉन-आवेश स्थि० वि० इ० में है।

अतः
$$Ve = h\nu_{max}$$

या
$$Ve = \frac{hC}{\lambda_0} \quad \text{.. (2),}$$

जहाँ h प्लैंक-नियतांक (Planck's constant) है और C प्रकाश की चाल है। यह समीकरण **ड्यूने-हंट का नियम** (Duane-Hunt Law) कहलाता है।

अविरत एक्स-किरण-वर्णक्रम की लघु-तरंग-लम्बाई-सीमा तथा उसके लिए आवश्यक विभव की माप करके $\frac{h}{e}$ की गणना की जा सकती है। इलेक्ट्रॉन-आवेश e मालूम होने पर प्लैंक-नियतांक h ज्ञात किया जा सकता है।

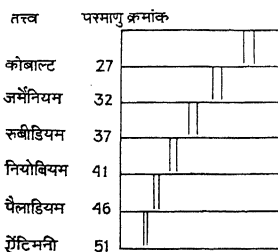
यदि V वोल्ट में और λ_0 आंग्स्ट्रम इकाई में हो तो h, C और e का मान रखने पर

$$\lambda_0 = \frac{12400}{V} \text{ लगभग ।}$$

(ख) लाक्षणिक वर्णक्रम : मोसले का नियम (Characteristic Spectrum : Moseley's Law)— जब एक्स-किरण-नली की वोल्टता को एक निश्चित क्रांतिक मान से, जो कि लक्ष्य धातु का लाक्षणिक होता है, बढ़ा दिया जाता है तो अविरत वर्णक्रम पर अध्यारोपित तीक्ष्ण रेखिल वर्णक्रम प्रकट होते हैं। चूँकि इन रेखिल वर्णक्रम की तरंग-लम्बाइयाँ लक्ष्य-धातु के लाक्षणिक रूप में होती हैं, इसलिए ये वर्णक्रम **लाक्षणिक वर्णक्रम** कहलाते हैं।

मोलिबडेनम के लिए क्रांतिक K उत्तेजन वोल्टता 20·01 किलोवोल्ट है; इसलिए चित्र 73 के निम्न वक्र पर K रेखाएँ नहीं प्रकट होती हैं। क्रांतिक वोल्टता से नली की वोल्टता जितनी अधिक होती है अविरत वर्णक्रम के सापेक्ष लाक्षणिक रेखाओं की तीव्रता उतनी ही अधिक होती है।

डब्ल्यू० एच० ब्रैग ने लाक्षणिक वर्णक्रम का आविष्कार किया था। तत्त्वों के रेखिल वर्णक्रमों का प्रथम सुनियोजित अध्ययन एच० जी० जे० मोसले (H. G. J.

Moseley) ने सन् 1913-14 ई० में किया। उन्होंने निर्वात रूप के ब्रैग-वर्णक्रममापी का प्रयोग किया था और प्रत्येक परीक्षित तत्त्व को एक्स-किरण-नली का लक्ष्य बनाया था। मोसले ने सबसे महत्त्वपूर्ण बात यह पायी कि सभी तत्त्वों से समान प्रकार के वर्णक्रम बनते हैं, मात्र तरंग-लम्बाइयों का पैमाना बदल जाता है (चित्र 74)।

(चित्र 74)

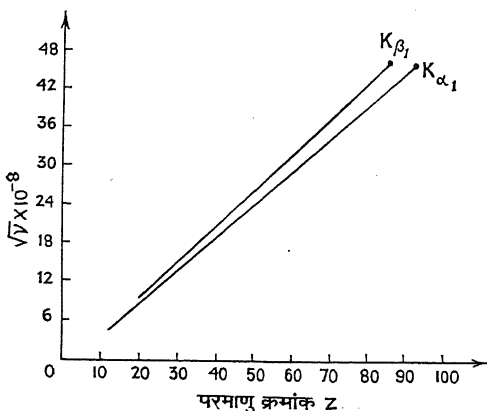
उन्होंने प्रत्येक तत्त्व के वर्णक्रम की एक्स-किरण-रेखाओं को दो श्रेणी (series) में बाँटा—K श्रेणी और L श्रेणी। पहली श्रेणी में अपेक्षाकृत लघु तरंग-लम्बाइयों की रेखाएँ थीं और दूसरी श्रेणी में अपेक्षाकृत दीर्घ तरंग-लम्बाइयों की। बाद के अनुसंधानकर्त्ताओं ने भारी तत्त्वों (66 से अधिक परमाणुक्रमांक वाले तत्त्वों) में और अधिक दीर्घ तरंग-लम्बाई की श्रेणियाँ पायीं। इन्हें M, N, O आदि श्रेणी कहा जाता है।

विशिष्ट रूप में मोसले ने पाया कि लाक्षणिक रेखा की आवृत्ति ν के वर्गमूल और उस रेखा के उत्सर्जक तत्त्व के परमाणु-क्रमांक Z में एक रैखिक सम्बन्ध है। अर्थात्,

(चित्र 75)

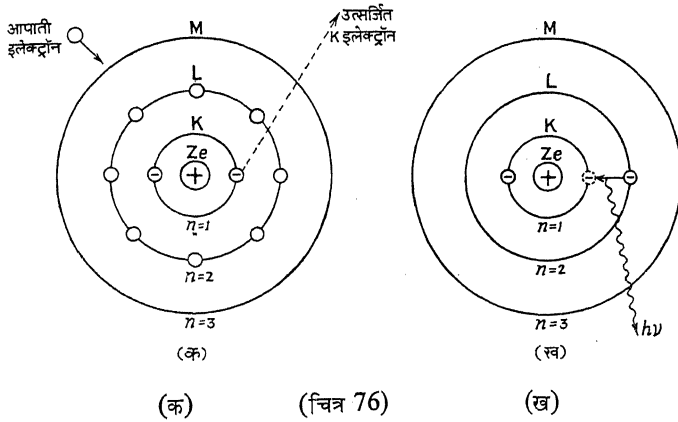
$$\sqrt{\nu} = K.(Z-\sigma) \quad . . (3),$$

जहाँ K और σ नियतांक हैं। यह सम्बन्ध **मोसले का नियम** कहलाता है।

चित्र 75 में एक मोसले रेखाचित्र दिखाया गया है। अपने रेखाचित्र में एक सरल रेखा पाने के लिए मोसल को कोबाल्ट और निकिल का क्रम बदलना और उच्चतर परमाणु-भार के तत्त्व का परमाणु-क्रमांक कम करना पड़ा। इस प्रकार आवर्त-सारणी (periodic table) में तत्त्वों का क्रम संशोधित हुआ। इसके अतिरिक्त, उन्हें $Z=43$ पर एक रिक्त स्थान भी छोड़ना पड़ा, अर्थात् इस परमाणु-क्रमांक वाला तत्त्व अज्ञात था। अब इस तत्त्व का पता लग गया है जिसे टेकनीसियम कहते हैं।

मोसले का नियम सिर्फ K श्रेणी की रेखाओं के लिए लागू नहीं होता वरन् L श्रेणी की रेखाओं के लिए भी यह सही है, केवल K और σ के मान में समुचित परिवर्तन हो जाता है। मोसले का नियम लाक्षणिक वर्णक्रम के उद्गम का महत्त्वपूर्ण संकेत देता है।

लाक्षणिक एक्स-किरण का उद्गम (Origin of characteristic X-rays)—नील्स बोर (Neils Bohr) के परमाणु-संरचना (atomic structure) के अनुसार प्रत्येक परमाणु में धनाविष्ट नाभिक (nucleus) और उसकी परिक्रमा करने वाले ऋणाविष्ट इलेक्ट्रॉन होते हैं। इलेक्ट्रॉन कई छदों (shells) या कक्षाओं (orbits) में समूहित रहते हैं। इन छदों के नाम किसी अक्षर या संख्या पर होते हैं। सबसे भीतर वाले छद को K छद कहते हैं और उसके बाद बाहरी छदों को क्रमशः L, M, N आदि। संख्याओं को **मुख्य क्वांटम-क्रमांक** (principal quantum number) n कहते हैं। K छद का $n=1$ माना गया है, L छद का $n=2$, M छद का $n=3$, आदि। सभी भारी तत्त्वों में K छद होता है जिसमें दो ($=2n^2$) इलेक्ट्रॉन होते हैं। इसमें L छद भी होता है जिसमें आठ इलेक्ट्रॉन होते हैं। कुछ परमाणुओं में M, N आदि छद भी होते हैं।

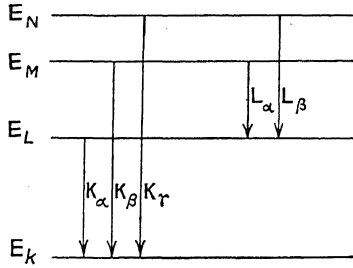
अब लाक्षणिक एक्स-किरण-वर्णक्रम के उद्गम की व्याख्या की जा सकती है। जब कोई इलेक्ट्रॉन लक्ष्य से टकराता है और यदि उसकी गतिज ऊर्जा उपयुक्त होती

(क) (चित्र 76) (ख)

है तो वह लक्ष्य के परमाणु के K छद से एक इलेक्ट्रॉन को बाहर निकाल देता है। चूंकि परमाणु के अन्य इलेक्ट्रॉन अपनी सामान्य अवस्था में रहते हैं, इसलिए सबसे भीतर वाले छद से बाहर किये जाने पर इलेक्ट्रॉन को परमाणु से ही बाहर चला जाना पड़ता है। परमाणु तब उत्तेजित अवस्था (excited state) में रहता है। बाहरी छद से एक इलेक्ट्रॉन उछलकर फौरन इस रिक्ति (vacancy) को भर देता है और इस प्रक्रिया में ऊर्जा उत्सर्जित करता है; पुनः परमाणु अपनी सामान्य अवस्था में आ जाता है। ऊर्जा का उतसर्जन एक निश्चित आवृत्ति के विकिरण के रूप में होता है और यही विकिरण वास्तव में लाक्षणिक K विकिरण है।

किसी बाहरी छद के एक इलेक्ट्रॉन से K छद रिक्ति भरी जा सकती है जिसके फलस्वरूप लाक्षणिक K रेखाओं की श्रेणी की उत्पत्ति होती है। अधिक संभावना इस

बात की है कि L छद का एक इलेक्ट्रॉन K छद रिक्ति को भरे। इसलिए L से K संक्रमण (transition) से बनी रेखा K_α, M से K संक्रमण से बनी रेखा K_β से अधिक तीव्र होती है।

लाक्षणिक L रेखाओं का उद्‌गम इसी प्रकार होता है—L छद से एक इलेक्ट्रॉन बाहर निकाल दिया जाता है और बाहरी छद से एक इलेक्ट्रॉन द्वारा L छद रिक्ति भरी जाती है।

ऊर्जा-स्तर-रेखाचित्र (energy level diagram) (चित्र 77) की सहायता से इलेक्ट्रॉन के संक्रमण को अधिक आसानी से समझा जा सकता है। यहाँ E_K, E_L, E_M आदि क्रमशः K, L, M आदि कक्षाओं की ऊर्जा निरूपित करते हैं। L से K कक्षा में इलेक्ट्रॉन के संक्रमण से K_α रेखा का उत्सर्जन होता है। इसी प्रकार अन्य रेखाओं के उत्सर्जन होते हैं। सम्पूर्ण रेखाचित्र के लिए उपछदों (subshells) L_I, L_{II}, M_I, M_{II}, M_{III} आदि का अस्तित्व दरसाना होगा।

(चित्र 77)

परमाणु-संरचना के बोर-सिद्धान्त से K_α रेखा की आवृत्ति $\nu_{k\alpha}$ निम्नांकित सम्बन्ध से प्राप्त होती है—

$$h\nu_{k\alpha}=(E_L-E_K)$$

$$\left[\because\ E=-\ \frac{2\pi^2 me^4 Ze^2 ff}{n^2h^2}\right]$$

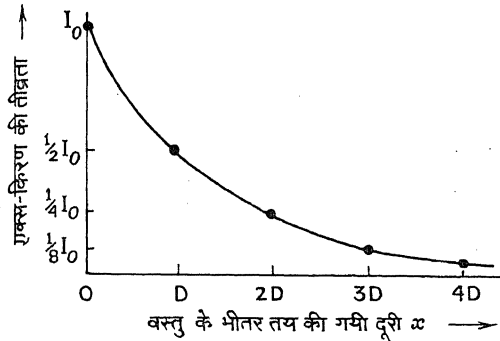
या

$$\nu_{k\alpha}=RC\,(Z-1)^2\left\{\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right\} \quad \ldots \quad (4),$$

जहाँ $R=\frac{2\pi^2 me^4}{Ch^3}$, **राइडबर्ग-नियतांक** (Rydberg constant) है। चूँकि सबसे भीतरी कक्षा में सामान्यतः दो इलेक्ट्रॉन होते हैं, इसलिए एक इलेक्ट्रॉन निकल जाने पर दूसरे बचे हुए इलेक्ट्रॉन का नाभिक के Z धनावेशों पर प्रभाव पड़ता है। इसका अर्थ यह है कि $n=2$ की कक्षा से $n=1$ की कक्षा में जाते समय इलेक्ट्रॉन एक विद्युत्-क्षेत्र में यात्रा करता है जो Z धनावेशों और एक ऋणावेश अथवा प्रभावी $(Z-1)$ धनावेशों के कारण उत्पन्न होता है। इसलिए उपर्युक्त रेखा के लिए $Zeff=(Z-1)$ है।

बहुत हलके तत्त्वों को छोड़कर सभी परमाणु की भीतरी कक्षाओं में इलेक्ट्रॉन भरे हैं। चूँकि लाक्षणिक एक्स-किरण-वर्णक्रम भीतरी कक्षाओं के बीच इलेक्ट्रॉन के संक्रमण के कारण होता है, इसलिए सभी तत्त्वों से समान प्रकार के वर्णक्रम बनते हैं। स्मरण रहे कि प्रकाशीय वर्णक्रम तत्त्वों के लाक्षणिक होते हैं।

4.10. पदार्थ द्वारा एक्स-किरण का अवशोषण (Absorption of X-rays)

दृश्य विकिरण के लिए अपारदर्शी पदार्थों के आर-पार एक्स-किरणें गुजर सकती हैं। फिर भी, किसी वस्तु से गुजरने के बाद एक्स-किरण की तीव्रता I, मूल एक्स-किरण की तीव्रता I_0 से कम होती है। पदार्थ एक्स-किरण का अवशोषण प्रकीर्णन और वास्तविक अवशोषण द्वारा करता है। अवशोषक पदार्थ के परमाणु के भीतर इलेक्ट्रॉन-संक्रमणों के कारण वास्तविक अवशोषण होता है। एक्स-किरण का अवशोषण पदार्थ की मोटाई, घनत्व, परमाणु-क्रमांक और सम्बन्धित एक्स-किरण की तरंग-लम्बाई बढ़ने से बढ़ता है।

(चित्र 78)

किसी समांगी वस्तु में एक्स-किरण द्वारा तय की गयी दूरी x के बढ़ने से उसकी तीव्रता में कमी चित्र 78 में दिखाये गये वक्र के अनुसार होती है। अर्थात्,

$$I = I_0 e^{\mu - \upsilon} \quad .. \quad (5),$$

जहाँ μ उस पदार्थ का **रेखिल अवशोषण गुणांक** (linear absorption coefficient) है और e प्राकृतिक लघुगुणक का आधार है। 'अवशोषक पदार्थ की प्रति इकाई लम्बाई किरण की तीव्रता में खण्डात्मक कमी' के रूप में उस पदार्थ के रेखिल अवशोषण गुणांक की परिभाषा दी जा सकती है। कभी-कभी एक दूसरा गुणांक μ_m जो **संहति अवशोषण गुणांक** (mass absorption coefficient) कहलाता है, प्रयुक्त होता है।

$$\mu_m = \frac{\mu}{\rho} \quad .. \quad (6),$$

जहाँ ρ अवशोषक पदार्थ का घनत्व है। संहति अवशोषण गुणांक $\lambda^3 Z^3$ के समानुपाती होता है। यही कारण है कि लघु तरंग-लम्बाई वाली एक्स-किरण की

वेधन-सामर्थ्य अधिक होती है, अर्थात् **कठोर** (hard) होती है और दीर्घ तरंग-लम्बाई वाली एक्स-किरण की वेधन-सामर्थ्य कम होती है, अर्थात् **कोमल** (soft) होती है। इसके अतिरिक्त μ_m अवशोषक पदार्थ की अवस्था (state) से स्वतन्त्र होता है।

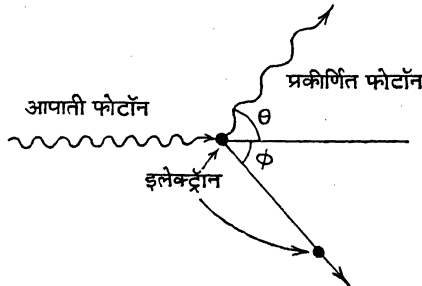
4.11. एक्स-किरण का प्रकीर्णन (Scattering of X-rays)

यह क्रिया बहुत सीमा तक वायु-कणों द्वारा प्रकाश के प्रकीर्णन के अनुरूप है। इस प्रकीर्णन का कारण बताने के लिए जे० जे० टॉमसन (J. J. Thomson) ने एक सिद्धान्त का विकास किया। इस सिद्धान्त में यह माना गया है कि आपाती एक्स-किरण वस्तु के इलेक्ट्रॉन (मुक्त) को त्वरित करती है; ये त्वरित इलेक्ट्रॉन विद्युत्-चुम्बकीय विकिरण उत्सर्जित करते हैं जिसकी आवृत्ति आपाती विकिरण की आवृत्ति के समान है। दूसरे शब्दों में, प्रकीर्णन वस्तु के इलेक्ट्रॉन द्वारा उत्पन्न होते हैं। एक्स-किरण-प्रकीर्णन के टॉमसन-सिद्धान्त से तीन महत्त्वपूर्ण परिणाम निकलते हैं—

1. किसी तत्त्व की ज्ञात मात्रा द्वारा ऊर्जा-प्रकीर्णन की दर उपस्थित इलेक्ट्रॉनों की संख्या के समानुपाती है। सन् 1922 ई० में ह्यूलेट ने इसी सिद्धान्त पर प्रयोग कर पाया कि कार्बन के प्रत्येक परमाणु में छः इलेक्ट्रॉन हैं और यही कार्बन का परमाणु-क्रमांक है।

2. आपाती किरणों के समकोणिक प्रकीर्णित एक्स-किरण को ध्रुवित (polarized) होना चाहिए। इसका प्रथम प्रायोगिक प्रमाण बार्कला ने दिया।

3. मूल एक्स-किरणों के हिसाब से विभिन्न कोणों पर प्रकीर्णित एक्स-किरण की तीव्रता प्रकीर्णन-कोण पर निर्भर करती है।

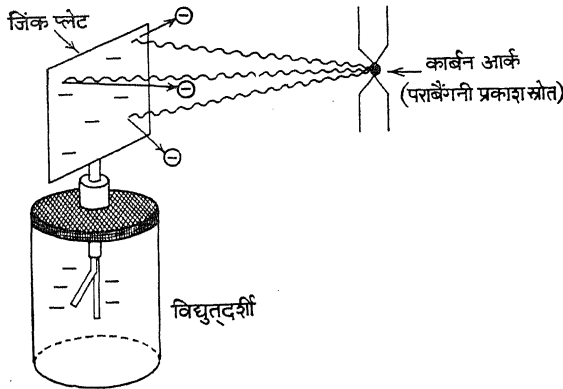
फिर भी, 0·2A से कम तरंग-लम्बाइयों के लिए सैद्धान्तिक भविष्यकथनों और प्रायोगिक परिणामों में बहुत भिन्नता है। भिन्नता का कारण बताने के लिए आर्थर हॉली कॉम्पटन (A. H. Compton) ने 1923 में **प्रकीर्णन क्वांटम-सिद्धान्त** (quantum theory of scattering) प्रतिपादित किया। **कॉम्पटन-सिद्धान्त** में एक्स-किरण-दंड को फोटॉनों (photons) द्वारा निर्मित माना जाता है; ये फोटॉन प्रकीर्णक वस्तु के इलेक्ट्रॉन से टकराते हैं और उन्हें गतिज ऊर्जा की कुछ मात्रा सहित परमाणुओं से बाहर निकाल देते हैं और फोटॉन स्वयं कम ऊर्जा सहित प्रकीर्णित हो जाते हैं। ऐसे निष्कासित इलेक्ट्रॉन **प्रतिक्षेप ईलेक्ट्रॉन** (recoil

(चित्र 79)

electrons) कहलाते हैं। गणना से कॉम्पटन ने तरंग-लम्बाई-परिवर्तन निम्न-लिखित पाया—

$$\lambda - \lambda_0 = \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos\theta) \quad .. \quad (7),$$

जहाँ λ तथा λ_0 क्रमशः प्रकीर्णित फोटॉन तथा आपाती फोटॉन की तरंग-लम्बाइयाँ हैं, h प्लैंक-नियतांक है, c प्रकाश की चाल है, m_0 इलेक्ट्रॉन की विराम संहति है, और θ आपाती फोटॉन की दिशा और प्रकीर्णित फोटॉन की दिशा के बीच का कोण है। तरंग-लम्बाई-परिवर्तन का गणना-लब्ध मान प्रायोगिक मान से मिलता है। उपर्युक्त प्रभाव को कभी-कभी कॉम्पटन-प्रभाव कहा जाता है। इसी कार्य के लिए कॉम्पटन ने सन् 1927 ई० में नोबेल पुरस्कार प्राप्त किया था।

4.12. प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव का आविष्कार (Discovery of Photo-electric Effect)

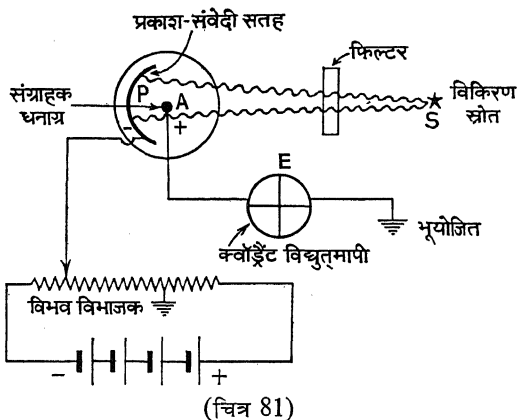
विद्युत्चुम्बकीय तरंग उत्पादित करने के दौरान **हेनरिख हर्ज** (Heinrich Hertz) ने 1887 ई० में प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव का आविष्कार किया था। उन्होंने पाया कि स्फुलिंग-अन्तराल (spark-gap) के विद्युदग्र (electrodes) जब पराबैंगनी किरणों (ultraviolet rays) से प्रदीप्त किये जाते हैं तो स्फुलिंग अपेक्षाकृत अधिक दूरी तक छलांगता है, अर्थात् अन्तराल अच्छा चालक बन जाता है। हर्ज के प्रयोग के अगले वर्ष **हालवाश** (Hallwachs) ने इस अनुसंधान को और आगे बढ़ाया। उन्होंने एक विद्युत्दर्शी (electroscope) से सम्बद्ध एक जिंक प्लेट पर पराबैंगनी प्रकाश डाला (चित्र 80)। जब जिंक प्लेट पर ऋणावेश होता था तो उसकी सतह पर पड़ने वाले पराबैंगनी प्रकाश के कारण जिंक प्लेट आवेश खो देती थी। किन्तु यदि प्लेट पर धनावेश होता था तो पराबैंगनी प्रकाश के कारण आवेश में कमी न होती थी। इस प्रयोग से स्पष्ट हो गया कि पराबैंगनी प्रकाश के कारण जिंक प्लेट की सतह से केवल ऋणावेश उत्सर्जित होते हैं।

(चित्र 80)

दस वर्ष बाद जे० जे० टॉमसन और पी० लेनार्ड (P. Lenard) ने स्वतन्त्र रूप से दिखाया कि प्रकाश के कारण भी कुछ धातुओं से ऋणाविष्ट कण उत्सर्जित होते हैं। कण के आवेश और संहति का अनुपात इलेक्ट्रॉन के लिए संगत अनुपात के समान है। दूसरे शब्दों में, उत्सर्जित ऋणाविष्ट कण इलेक्ट्रॉन हैं।

प्रकाश के कारण धातु की सतह से इलेक्ट्रॉनों के उत्सर्जन की क्रिया को प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव कहते हैं और उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन को प्रकाश-इलेक्ट्रॉन (photo-electron) **कहा जाता है।** कभी-कभी उपर्युक्त प्रभाव को **हालवाश-प्रभाव** कहा जाता है।

4.13. प्रकाश-विद्युत्-सम्बन्धी कुछ प्रायोगिक परिणाम (Some experimental results concerning photoelectricity)

लेनार्ड, मिलिकन और अन्य भौतिकीविज्ञ द्वारा किये गये प्रयोगों से प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव से सम्बन्धित कई तथ्य स्थापित हुए थे। इन अनुसंधानों में भिन्न-भिन्न धातु की सतहें विभिन्न तरंग-लम्बाइयों के विद्युत् चुम्बकीय विकिरण द्वारा किरणीयित (irradiated) की गयी थीं और प्रकाश-इलेक्ट्रॉन के उत्सर्जन का अध्ययन किया गया था। चित्र 81 में एक विशिष्ट प्रायोगिक प्रबन्ध दिखाया गया है।

(चित्र 81)

जब प्रकाश-संवेदी (photo-sensitive) सतह P पर विकिरण पड़ता है तो उससे उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों को संग्रहाक धनाग्र A द्वारा एकत्रित किया जाता है। प्रकाश-विद्युत्-धारा—P से A तक पहुँचने वाले इलेक्ट्रानों की प्रति सेकण्ड संख्या—की माप एक सुग्राही गैलवेनोमापी अथवा क्वॉड्रैंट-विद्युत्मापी (quadrant electrometer) से, जो कि 10^{-12} ऐंपियर के समान छोटी धारा माप सकता है, की जाती है। विभव विभाजक द्वारा P और A के बीच लगते हुए त्वरक या विमंदक विभव को बदला जा सकता है। जिस नली में P और A हैं उसमें अधिकाधिक निर्वात कर दिया जाता है।

इन प्रयोगों से प्राप्त मुख्य परिणाम निम्नलिखित हैं—

1. **एक दी हुई आवृत्ति पर प्रकाश-विद्युत्-धारा (प्रति सेकण्ड उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन-संख्या) विकिरण की तीव्रता (इकाई समय में प्रकाश-संवेदी सतह के इकाई क्षेत्र पर पड़ने वाले विकिरण की मात्रा) के सीधे समानुपाती होती है।** इसके अतिरिक्त, **महत्तम गतिज ऊर्जा जिसके साथ प्रकाश-इलेक्ट्रॉन सतह को छोड़ते हैं, विकिरण-तीव्रता से पूर्णत: स्वतंत्र होती है।**

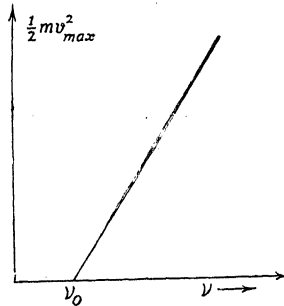
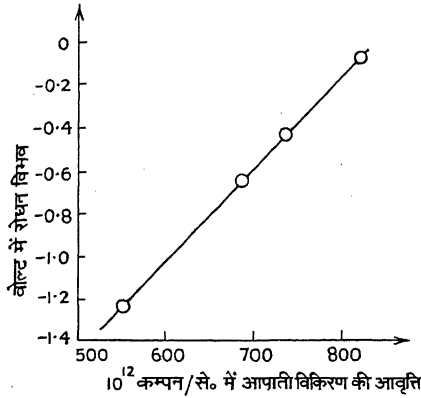
2. **प्राय: सभी धातुओं से प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित होते हैं, बशर्ते आपाती विकिरण की आवृत्ति एक निश्चित क्रांतिक आवृत्ति से अधिक हो।** क्रांतिक आवृत्ति को सम्बन्धित धातु की **परिसीम आवृत्ति** (threshold frequency) कहा जाता है। भिन्न-भिन्न धातुओं के लिए परिसीम आवृत्ति भिन्न-भिन्न होती है और सामान्यत: पराबैंगनी क्षेत्र (region) में पड़ती है। क्षार-धातु (alkali metals)—लिथियम (lithium), सोडियम (sodium), पोटासियम (potassium), रूबिडियम (rubidium), सीजियम (caesium)—के लिए परिसीम आवृत्ति वर्णक्रम के दृश्य-क्षेत्र (visible region) में पड़ती है।

3. **धातु पर विकिरण पड़ने और प्रकाश-इलेक्ट्रॉन के उत्सर्जन के बीच समय-विलम्ब (time delay) अत्यन्त अल्प -10^{-8} सेकण्ड से भी कम होता है।**

4. उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की गतिज ऊर्जा का परास (range) शून्य से महत्तम तक होता है। यदि विकिरण की आवृत्ति के विरुद्ध प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की महत्तम गतिज ऊर्जा को अंकित किया जाय तो परिणामी ग्राफ एक सरल रेखा होता है (चित्र 82)। अर्थात्, **उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की महत्तम गतिज ऊर्जा (और इसलिए महत्तम वेग) आपाती विकिरण की आवृत्ति के समानुपाती होती है।**

(चित्र 82)

सन् 1906 ई० में मिलिकन (Robert Andrew Millikan) ने ज्ञात तरंग-लम्बाइयों के प्रकाश के लिए प्रकाश-इलेक्ट्रॉन का रोधन विभव (stopping potential) मापकर प्रेक्षण 4 प्राप्त किया था। **रोधन विभव उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्टॉन को मात्र रोकने के लिए** (अर्थात् प्रकाश-विद्युत्-धारा को मात्र शून्य करने के लिए) **आवश्यक धनाग्र A की ऋणात्मक वोल्टता है।** जब एक दी गयी आवृत्ति पर धनाग्र और प्रकाश-संवेदी सतह P के बीच धनात्मक वोल्टता को क्रमश: घटाकर शून्य किया जाता है तो प्रकाश-विद्युत्-धारा घटती जाती है। तब, यदि A और P के बीच वोल्टता को ऋणात्मक करने के बाद बढ़ाया जाय तो एक वोल्टता प्राप्त होती है जिस पर प्रकाश-विद्युत्-धारा मात्र शून्य हो जाती है, अर्थात् विद्युत्-

मापी से धारा का पता मात्र चलता है। यही वोल्टता रोधन विभव है। एक दी गयी प्रकाश-संवेदी सतह के लिए आवृत्ति के विरुद्ध रोधन विभव का ग्राफ चित्र 83 में दिखाया गया है। चूँकि इस ऋणात्मक वोल्टता द्वारा महत्तम ऊर्जा वाले प्रकाश-इलेक्ट्रॉन मात्र रोक दिये जाते हैं, इसलिए महत्तम गतिज ऊर्जा जिसके साथ प्रकाश-इलेक्ट्रॉन सतह को छोड़ते हैं, उस कार्य के बराबर है जो वे विरोधी विद्युत्-क्षेत्र के विरुद्ध चलने में करते हैं। अर्थात्,

(चित्र 83)

$$\tfrac{1}{2}mv^2_{max} = V_0 e \quad \quad .. \quad (8),$$

जहाँ m तथा e क्रमशः प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की संहति और आवेश हैं, v_{max} उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉन का महत्तम वेग है और V_0 उस आवृत्ति के लिए रोधन विभव है।

इस प्रकार **प्रकाश-विद्युत्-उत्सर्जन के दो नियम** मिलते हैं—

(क) प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों का महत्तम वेग आपाती विकिरण की तीव्रता से स्वतंत्र होता है, यद्यपि प्रति सेकण्ड उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉन-संख्या—इलेक्ट्रॉन के उत्सर्जन की दर—तीव्रता के सीधे समानुपात में होती है।

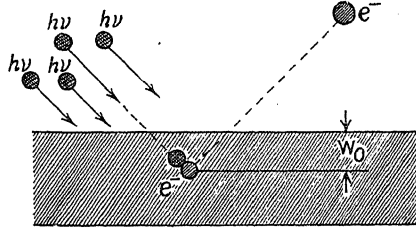
(ख) प्रकाश-इलेक्ट्रॉनों का महत्तम वेग और इसलिए महत्तम ऊर्जा आपाती विकिरण की आवृत्ति के समानुपात में होती है।

4.14. आइन्स्टाइन का प्रकाश-विद्युत् समीकरण (Einstein's Photo-electric Equation)

प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा आपाती विकिरण की आवृत्ति पर निर्भर करती है—इसका कारण प्रकाश के विद्युत्-चुम्बकीय तरंग-सिद्धान्त के आधार पर नहीं बताया जा सकता। तरंग-सिद्धान्त में आपाती प्रकाश की तीव्रता तथा प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा के पारस्परिक सम्बन्ध को जानना आवश्यक है; और यह प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव के प्रेक्षणों के प्रतिकूल है। प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव की व्याख्या सबसे पहले अल्बर्ट आइन्स्टाइन ने सन् 1905 ई० में प्रस्तुत की थी; किन्तु सिद्धान्त इतना मौलिक था कि 1906 ई० में मिलिकन के प्रयोगों द्वारा सिद्ध होने के पूर्व यह सामान्यतः मान्य नहीं था। पाँच वर्ष पूर्व मावस प्लैंक (Max Planck) द्वारा प्रस्तुत धारणा को विस्तारित कर आइन्स्टाइन ने अभिधारणा की कि विकिरण ऊर्जा के पुलिंदों (packages of energy) से बना है। विकीर्ण ऊर्जा का पुलिंदा **ऊर्जा का क्वांटम** (quantum of

energy) कहलाता है। उन्होंने माना कि ऊर्जा-क्वांटम की ऊर्जा E विकिरण की आवृत्ति ν के सीधे समानुपात में होती है। अर्थात्,

$$E = h\nu \quad \ldots \quad (9),$$

जहाँ h एक समानुपातीय नियतांक है जो **प्लैंक-नियतांक** कहलाता है। प्लैंक-नियतांक h का स्वीकृत मान $6{\cdot}625 \times 10^{-27}$ अर्ग-सेकण्ड है। विकीर्ण ऊर्जा के क्वांटम $h\nu$ को **फोटॉन** (photon) कहते हैं। जब एक फोटॉन धातु की सतह पर या मात्र अन्दर के एक इलेक्ट्रॉन से टकराता है तो वह अपनी सम्पूर्ण ऊर्जा उस इलेक्ट्रॉन को हस्तान्तरित कर देता है और तब फोटॉन अपना अस्तित्व खो देता है। इस ऊर्जा के कुछ अंश W_0 का उपयोग इलेक्ट्रॉन को धातु की सतह से अलग करने में होता है और शेष ऊर्जा का उपयोग इलेक्ट्रॉन को गतिज ऊर्जा प्रदान करने में होता है। W_0 को धातु का **कार्य-फलन** (work function) कहा जाता है।

(चित्र 84)

अतः ऊर्जा की अविनाशिता के सिद्धान्त से, धातु की सतह से उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की महत्तम गतिज ऊर्जा को निम्नांकित समीकरण से व्यक्त किया जा सकता है

$$\tfrac{1}{2}mv^2_{max} = h\nu - W_0 \quad \ldots \quad (10),$$

जहाँ m और v_{max} क्रमशः प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की संहति और महत्तम वेग हैं। समीकरण (10) को **आइन्स्टाइन का प्रकाश-विद्युत्-समीकरण** कहा जाता है।

तब, यह प्रश्न उठता है कि कम वेग वाले प्रकाश-इलेक्ट्रॉन क्यों होते हैं। कुछ प्रकाश-इलेक्ट्रॉन धातु-सतह के नीचे से, कई परमाणु-परत गहराई पर, परिमुक्त (liberate) होते हैं। धातु से अलग होने में ये प्रकाश-इलेक्ट्रॉन W_0 से अधिक ऊर्जा खोते हैं जिसके फलस्वरूप ये महत्तम ऊर्जा से कम ऊर्जा के साथ उत्सर्जित होते हैं।

अब, यह देखा जायगा कि क्या आइन्स्टाइन की व्याख्या प्रायोगिक तथ्यों के अनुरूप है।

1. एक फोटॉन की क्रिया के कारण धातु से केवल एक इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित हो सकता है। इसलिए प्रति सेकण्ड उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की संख्या, अर्थात् प्रकाश-विद्युत्-धारा, धातु पर पड़ने वाले फोटॉन की दर, अर्थात् दी गयी आवृत्ति पर आपाती विकिरण की तीव्रता के समानुपाती होगी। इसके अतिरिक्त, प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की महत्तम गतिज ऊर्जा केवल विकिरण की आवृत्ति और कार्य-फलन पर निर्भर करती है। इसलिए प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की महत्तम गतिज ऊर्जा विकिरण की तीव्रता से स्वतंत्र होगी।

2. आइन्स्टाइन-समीकरण के अनुसार, जब तक धातु पर पड़ने वाले फोटॉन की ऊर्जा $h\nu$ कार्य-फलन W_0 से अधिक नहीं होगी, तब तक कोई भी प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं होगा। स्पष्टत: प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव के लिए एक परिसीम आवृत्ति ν_0 होगी जिससे कम आवृत्ति पर कोई प्रकाश-इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित नहीं होगा। चूँकि W_0 धातु की प्रकृति और परिस्थिति पर निर्भर करता है, इसलिए कुछ धातुओं के लिए परिसीम आवृत्ति अपेक्षाकृत कम होगी।

3. चूँकि प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव यांत्रिक टक्कर (mechanical collision) द्वारा उत्पन्न होता है, इसलिए फोटॉन से इलेक्ट्रॉन को ऊर्जा का हस्तान्तरण अविलम्ब होगा अत: उत्सर्जन के लिए कोई समय-विलम्ब न हो।

4. स्पष्टत: आइन्स्टाइन-समीकरण

$$\frac{1}{2}mv^2_{max}=h\nu-W_0=h\nu-h\nu_0$$

से विकिरण-आवृत्ति ν के विरुद्ध प्रकाश-इलेक्ट्रॉन की महत्तम गतिज ऊर्जा $\frac{1}{2}mv^2_{max}$ का ग्राफ एक सरल रेखा होगा (देखें चित्र 82)। सरल रेखा की प्रवणता (slope) h है और ν_0 परिसीम आवृत्ति है। प्रायोगिक ग्राफ से प्राप्त h का मान कृष्णिका (black body)-वर्णक्रम से प्राप्त प्लैंक-नियतांक के बराबर है और $h\nu_0=W_0$ तापायनिक प्रभाव (thermionic effect)—एक सम्बन्धित क्रिया—से प्राप्त कार्य-फलन के बराबर है।

कुछ धातुओं के लिए कार्य-फलन और परिसीम तरंग-लम्बाई के प्रायोगिक मान नीचे सारणी में दिये गये हैं।

धातु	कार्य-फलन	परिसीम तरंग-लम्बाई
सीजियम	1·99 eV	6560A
रूबिडियम	2·1	5900
पोटासियम	2·2	5650
सोडियम	2·3	5400
लिथियम	2·4	5200
बेरियम	2·5	5000
स्ट्रान्शियम	2·7	4600
कैल्सियम	2·7	4600
वोलफ्राम	4·5	2800
चाँदी	4·7	2650

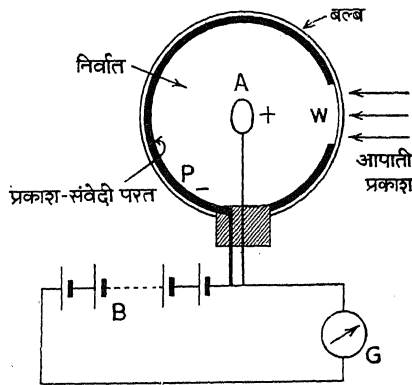
इस प्रकार आइन्स्टाइन का सिद्धान्त प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव के प्रत्येक पहलू की व्याख्या करता है। यह निश्चयात्मक रूप से स्थापित करता है कि क्वांटम अर्थात् फोटॉन के रूप में विकीर्ण ऊर्जा केवल उत्सर्जित—कृष्णिका विकिरण में—नहीं होती वरन् पदार्थ के साथ परस्पर क्रिया भी करती है।

प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव धातु-सतहों पर प्रकाश की क्रिया तक ही सीमित नहीं है। यह गैसों, द्रवों और ठोसों में भी होता है। प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव को उत्पन्न करने में समर्थ विकिरण अत्यन्त लघु गामा-किरणों और एक्स-किरणों से लेकर अत्यन्त दीर्घ अवरक्त किरणों (infra red rays) तक सम्पूर्ण विद्युत्-चुम्बकीय तरंगों के परास में है।

4.15. प्रकाश-विद्युत्-सेल (Photo-electric Cells)

प्रकाश-विद्युत्-सेल प्रकाश-ऊर्जा को विद्युत्-ऊर्जा में परिणत करने की एक युक्ति है। ये सेल मुख्यतः तीन प्रकार के होते हैं।

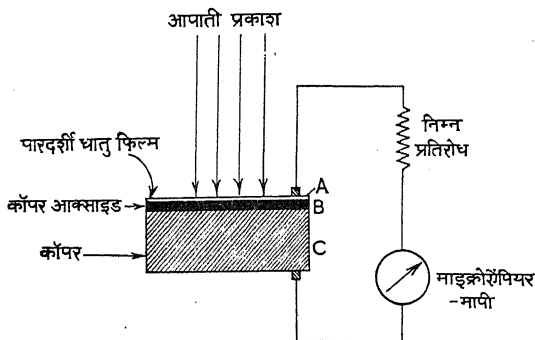
1. उत्सर्जन सेल (The Emission Cells)— इन सेलों में **बाह्य प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव** का उपयोग होता है। सेल में एक ऋणाग्र होता है जिस पर प्रकाश-संवेदी पदार्थ का लेप चढ़ा होता है। फोटॉन की क्रिया के कारण इस परत से उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉन एक संग्राहक धनाग्र द्वारा एकत्रित किये जाते हैं; प्रकाश-विद्युत्-धारा प्रदीप्ति-तीव्रता के समानुपात में होती है। यदि सेल पराबैंगनी किरणों में कार्य करता है तो यह क्वार्ट्स (quartz) का बना होता है और यदि यह दृश्य किरणों में कार्य करता है तो यह काँच का बना होता है। उत्सर्जन सेल **निर्वात रूप या गैस-पूरित रूप का** हो सकता है।

(क) निर्वात रूप का उत्सर्जन सेल (Vacuum type of Emission Cell)— चित्र 85 में एक निर्वात रूप का सेल दिखाया गया है। इसमें उच्च निर्वात किया हुआ एक बल्ब होता है जिसकी भीतरी सतह की एक छोटी काट को छोड़कर सम्पूर्ण पर प्रकाश-संवेदी पदार्थ की एक बहुत पतली परत P चढ़ी हुई रहती है। पोटाशियम, सीजियम, सोडियम, बेरियम, रूबिडियम और कुछ आक्साइड प्रचलित प्रकाश-संवेदी पदार्थ हैं। P ऋणाग्र का कार्य करता है। साफ काट W आपाती प्रकाश के लिए खिड़की का काम करता है। धातु के एक वलय

(चित्र 85)

के रूप में संग्राहक धनाग्र A रहता है ताकि वह प्रकाश-किरणों को नहीं रोके। बैटरी B के द्वारा P और A को नियत वोल्टता पर रखा जाता है। जब प्रकाश-किरणें P पर पड़ती हैं तो मिलीऐंपियर के क्रम की प्रकाश-विद्युत्-धारा प्रवाहित होने लगती है जिसका पता एक सुग्राही गैलवेनोमापी G द्वारा लगाया जा सकता है।

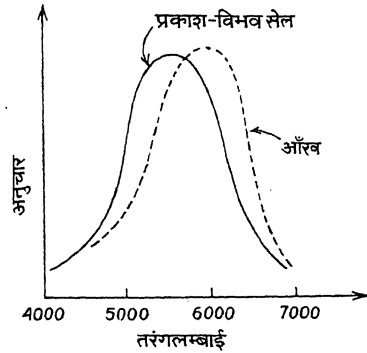
प्रकाश के अनुचार (response) में यह सेल अत्यन्त शीघ्रचारी (quick) और शुद्ध (accurate) होता है और प्रकाश-विद्युत्-धारा आपाती प्रकाश की तीव्रता के सीधे अनुपात में होती है। स्पष्टत: इस सेल में धारा बहुत छोटी होती है।

(ख) गैस-पूरित रूप का उत्सर्जन सेल (Gas-filled type of Emission Cell)— इस रूप के सेल में कुछ मि०मी० दाब पर अक्रिय गैस (inert gas), यथा, आर्गन या निऑन, भरी रहती है। टक्कर-प्रक्रम (collision process) द्वारा गैस में आयन के उत्पादन के कारण सेल में धारा बढ़ जाती है। अत: इन सेलों, विशेषकर सीजियम आक्साइड लेपित सेल, का व्यावसायिक उपयोग अधिक होता है। किन्तु प्रकाश के शीघ्र अनुचार में कमी तथा धारा में घट-बढ़ के कारण ऐसे सेल का उपयोग परिशुद्ध कार्य में नहीं हो सकता है।

2. प्रकाश-विभव सेल (Photo-voltaic Cells)— प्रकाश-विभव सेल वह युक्ति है जिसमें आपाती प्रकाश की ऊर्जा के कारण उत्सर्जित प्रकाश-इलेक्ट्रॉन **विभवान्तर** उत्पन्न करते हैं जिसका उपयोग विद्युत्-परिपथ को सहायक बैटरी के बिना पोषित करने में हो सकता है। चित्र 86 में एक प्रकाश-विभव सेल दिखाया गया है।

(चित्र 86)

इसमें एक कॉपर पट्टिका C होती है जिस पर अर्धचालक कॉपर आक्साइड (Cu_2O) की पतली परत B चढ़ी रहती है। B पर पारदर्शी धातु-फिल्म (प्लैटिनम फिल्म) A चढ़ी होती है। बाह्य विद्युत्-परिपथ को पूर्ण बनाने में A का उपयोग होता है। जब प्रकाश A पर पड़ता है तो यह A को बेधकर B पर पहुँचता है जिसके फलस्वरूप प्रकाश-इलेक्ट्रॉन B से C की ओर प्रवाहित होने लगते हैं। यदि A और C एक निम्न प्रतिरोध और एक माइक्रोऐंपियर-मापी से होकर सम्बद्ध हो तो परिपाटी-धारा (conventional current) जो आपाती

प्रकाश की तीव्रता के समानुपात में है, C से A की ओर बहेगी जिसका पता माइक्रो-ऐंपियरमापी द्वारा लगाया जा सकता है।

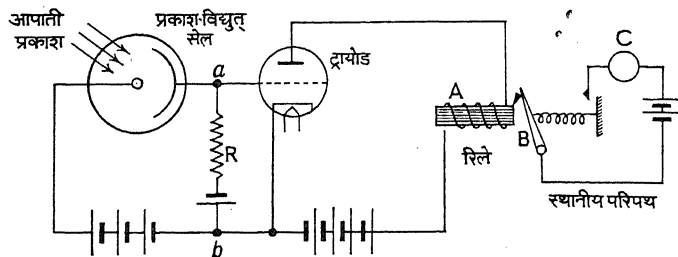
इस सेल से लाभ यह है कि इसको चलाने के लिए किसी पृथक् बैटरी की आवश्यकता नहीं है; सेल स्वयं एक विद्युत्-वाहक बल उत्पन्न करता है। इस सेल का दूसरा लाभ यह है कि भिन्न-भिन्न तरंग-लम्बाइयों के प्रकाश के लिए इसका अनुचार (response) आँख के लगभग समान है (देखें, चित्र 87)। अत: इन सेलों का उपयोग फोटोग्राफी उद्भासनमापी (photographic exposure-meter) और सुवाह्य प्रदीप्तिमापी (portable illumination-meter) में होता है।

(चित्र 87)

प्रकाश-विभव सेल का उपयोग एकदिशकारी (rectifier) में भी होता है। एकदिशकारी रूप के ऐसे सेल में C लोहे का होता है और B अर्धचालक सिलीनियम (selenium) का।

3. **प्रकाश-चालकीय सेल** (Photo-conductive Cell)— किरणीयित होने पर पदार्थ के प्रतिरोध में परिवर्तन के सिद्धान्त पर इस प्रकार का सेल आधारित है। भूरे मणिभीय सिलीनियम (grey crystalline selenium) का यह गुण है कि जब उसपर प्रकाश पड़ता है तो उसका प्रतिरोध घट जाता है। अत: एक विद्युत्-परिपथ में शामिल सिलिनियम पर परिवर्ती तीव्रता के प्रकाश डालने से प्रभावी प्रतिरोध परिवर्ती होगा। फलस्वरूप परिपथ की धारा तीव्रता के अनुरूप बदलेगी। इस प्रकार के सेल का उपयोग केवल रिले (relay) चालन में होता है। प्रकाश के आपतन और प्रतिरोध के न्यूनतम मान तक गिरने के बीच समय-विलम्ब उपागण्य (appreciable) होता है। सिलीनियम के स्थान पर थैलियम (thallium) प्रयुक्त किया जा सकता है।

4.16. प्रकाश-विद्युत्-सेल के उपयोग (Application of Photoelectric Cells)

प्रकाश-विद्युत्-सेल का उपयोग अनेक प्रयोजनों में होता है। इसका एक महत्त्वपूर्ण उपयोग 'रिले चालन' (relay operation) में होता है। लाभदायक प्रयोजन पूरा करने के हेतु रिले एक स्थानीय परिपथ को तोड़ता या जोड़ता है। इस अर्थ में

प्रयुक्त प्रकाश-विद्युत्-सेल को **विद्युत्-नेत्र** (electric eye) कहा जाता है। चित्र 88 में एक सरल प्रकाश-विद्युत्-रिले-परिपथ दिखाया गया है।

(चित्र 88)

जिस समय तक प्रकाश-संवेदी सतह पर प्रकाश पड़ता है उस समय तक प्रतिरोध R में प्रकाश-विद्युत्-धारा प्रवाहित होती है और विन्दु a का विभव विन्दु b के विभव और प्रतिरोध R में विभव-पतन iR का योगफल होता है। इसलिए ट्रायोड वाल्व का ग्रिड जो a से सम्बद्ध है, किंचित ऋणात्मक होता है और विद्युत्-चुम्बक A को क्रियाशील करने के लिए प्लेट-धारा पर्याप्त होती है। फलस्वरूप विद्युत्-चुम्बक आर्मेचर B को आकर्षित करता है जिससे स्थानीय परिपथ भंग हो जाता है। जब प्रकाश काट दिया जाता है तो विन्दु a और इसलिए ग्रिड, प्रतिरोध R में iR पतन की अनुपस्थिति में अपेक्षाकृत अधिक ऋणात्मक हो जाता है और प्लेट-धारा घट जाती है। कमानी के कारण आर्मेचर B तब पीछे वापस चला आता है और स्थानीय परिपथ पूरा हो जाता है।

प्रकाश-विद्युत्-सेल के कुछ महत्त्वपूर्ण उपयोग निम्नलिखित हैं—

1. प्रदीप्तिमापी और फोटोग्राफी उद्भासनमापी में।

2. दो प्रकाश-स्रोत की तीव्रताओं की तुलना में।

3. चोर-घंटी (burglar alarm), विद्युत्-मोटर के स्वीच के चालन, तापमान-नियंत्रण, औद्योगिक मशीन में सुरक्षा-युक्ति, और वाहक-पट्ट (conveyer belt) पर चलती हुई वस्तुओं के गणित्र (counter) में।

4. बोलते चलचित्र (talking film) पर ध्वनि के अभिलेखन और पुनरुत्पादन में।

5. टेलीविजन (दूरवीक्षण) में।

साधित उदाहरण

1. एक एक्स-किरण-नली 20 किलोवोल्ट पर चलती है। प्रतिऋणाग्र से टकराने वाले इलेक्ट्रॉन की महत्तम चाल ज्ञात करें। इलेक्ट्रॉन का आवेश $= 4{\cdot}8 \times 10^{-10}$

स्थि०वि०इ०, इलेक्ट्रॉन की संहति=9×10^{-28} ग्राम दिये हुए हैं।

(Punjab 1965; cf. I.A.S. '53)

(An X-ray tube operates at 20 kv. Find the maximum speed of electrons striking the anticathode, given that

charge of electron=$4 \cdot 8 \times 10^{-10}$ e.s.u.,

mass of electron=9×10^{-28} gm.)

जब आवेश e (स्थि०वि०इ०) विभवान्तर V (स्थि०वि०इ०) से गिरता है तो वह ऊर्जा Ve अर्ग प्राप्त करता है। यदि इलेक्ट्रॉन की संहति m ग्राम और उसके द्वारा प्राप्त महत्तम चाल v_{max} सें०मी०/से० हो तो

$$Ve = \tfrac{1}{2} m v^2_{max}$$

या
$$v_{max} = \sqrt{\frac{2Ve}{m}}.$$

यहाँ $e = 4 \cdot 8 \times 10^{-10}$ स्थि०वि०इ०,

$$V = 20 \times 10^3 \text{ वोल्ट} = \frac{20 \times 10^3}{300} = \frac{200}{3} \text{ स्थि०वि०इ०},$$

$m = 9 \times 10^{-28}$ ग्राम।

$$\therefore \quad v_{max} = \sqrt{\frac{2 \times 200 \times 4 \cdot 8 \times 10^{-10}}{3 \times 9 \times 10^{-28}}}$$

$$= 8 \cdot 43 \times 10^9 \text{ सें०मी०/से०।}$$

2. एक एक्स-किरण-नली 50 किलोवोल्ट पर चलती है। उत्पादित एक्स-किरण की लघु तरंग-लम्बाई की गणना करें।

($h = 6 \cdot 62 \times 10^{-27}$ अर्ग-सेकण्ड; $e = 4 \cdot 8 \times 10^{-10}$ स्थि०वि०इ०)

(An X-ray tube operates at 50 kv. Calculate the shortest wave-length of the X-ray produced.)

$h = 6 \cdot 62 \times 10^{-27}$ erg-sec.; $e = 4 \cdot 8 \times 10^{-10}$ e.s.u.)

यदि टकराने वाले इलेक्ट्रॉन की सम्पूर्ण ऊर्जा Ve का रूपान्तर ऊर्जा $h\nu_{max}$ वाले एक्स-किरण फोटॉन में हो तो

$$Ve = h\nu_{max} = \frac{hC}{\lambda_0}$$

या
$$\lambda_0 = \frac{hC}{Ve},$$

जहाँ λ_0 लघु-तरंग-लम्बाई-सीमा है।

यहाँ $h = 6 \cdot 62 \times 10^{-27}$ अर्ग-सेकण्ड, $C = 3 \times 10^{10}$ सें०मी/से०,

$$V = 50 \times 10^3 \text{ वोल्ट} = \frac{50 \times 10^3}{300} = \frac{500}{3} \text{ स्थि० वि० इ०},$$

और $e = 4{\cdot}8 \times 10^{-10}$ स्थि० वि० इ० ।

$$\therefore \lambda_0 = \frac{6{\cdot}62 \times 10^{-27} \times 3 \times 10^{10} \times 3}{500 \times 4{\cdot}8 \times 10^{-10}} = 0{\cdot}248 \times 10^{-8} \text{ सें०मी०}$$

$$= 0{\cdot}248\text{A}.$$

3. एक एक्स-किरण-नली के प्रतिऋणाग्र से उत्पन्न K_α रेखा एक बैग-वर्णक्रम-मापी पर चढ़े हुए एक सोडियम क्लोराइड मणिभ से कोण 6° पर प्रथम क्रम में परावर्तित होती है। K_α रेखा की तरंग-लम्बाई ज्ञात करें।

सोडियम क्लोराइड का घनत्व $= 2{\cdot}17$ ग्राम/घ०सें०मी०,

एवोगाड्रो-संख्या $= 6{\cdot}023 \times 10^{23}$,

सोडियम क्लोराइड का अणु-भार $= 58{\cdot}46$.　　(I.A.S. 1952)

(The K_α line from the anticathode of an X-ray tube is reflected in the first order at an angle of 6° by a crystal of $NaCl$ mounted on a Bragg spectrometer. Calculate the wavelength of K_α line.

Density of $NaCl = 2{\cdot}17$ gm./cm.^{3},

Avogadro number $= 6{\cdot}023 \times 10^{23}$,

Molecular weight of $NaCl = 58{\cdot}46$.]

$NaCl$ मणिभ संरचना में घन (cube) है। प्रत्येक घन में 8 परमाणु हैं—प्रत्येक कोने पर एक परमाणु। प्रत्येक परमाणु 8 घनों की सन्धि (junction) पर है। इसलिए प्रति घन एक परमाणु या आधा अणु है। यदि क्रमिक परमाणु-तलों के बीच की दूरी d हो तो

$$\text{एक परमाणु का आयतन} = \text{एक घन का आयतन} = d^3.$$

$$\therefore \quad \text{एक परमाणु की संहति} = \text{आयतन} \times \text{घनत्व} = 2{\cdot}17 \times d^3.$$

$$NaCl \text{ अणु की संहति} = \frac{\text{अणु-भार}}{\text{एवोगाड्रो-संख्या}} = \frac{58{\cdot}46}{6{\cdot}023 \times 10^{23}}.$$

$$\therefore \quad \text{एक परमाणु की संहति} = \frac{58{\cdot}46}{6{\cdot}023 \times 10^{23} \times 2}.$$

अतः
$$2{\cdot}17 \times d^3 = \frac{58{\cdot}46}{2 \times 6{\cdot}023 \times 10^{23}}$$

या
$$d = \left[\frac{58{\cdot}46}{2{\cdot}17 \times 2 \times 6{\cdot}023 \times 10^{23}}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= 2{\cdot}818 \times 10^{-8} \text{ सें०मी०} ।$$

अब, ब्रैग-समीकरण $n\lambda = 2d \sin\theta$ से

$$1 \times \lambda = 2 \times 2{\cdot}818 \times 10^{-8} \sin 6^\circ \quad [\because \; n = 1, \text{ और } \theta = 6^\circ]$$

या
$$\lambda = 2 \times 2{\cdot}818 \times 10^{-8} \times 0{\cdot}1045 = 0{\cdot}5887 \times 10^{-8} \text{सें०मी०}$$

$$= 0{\cdot}5887\text{A}$$

$$= 588{\cdot}7\,XU.$$

[चूँकि एक एक्स-किरण इकाई $(XU) = 10^{-11}$ सें०मी० ।]

4. सोडियम धातु के लिए कार्य-फलन की गणना इलेक्ट्रॉन-वोल्ट में करें; परिसीम तरंग-लम्बाई 6800 A के बराबर दी हुई है।

$h=6{\cdot}625\times10^{-27}$ **अर्ग-सेकण्ड,**

$e=1{\cdot}603\times10^{-20}$ **वि०चु०इ०।** (Punjab 1964)

(Calculate the work function in electron-volts for sodium metal, given that the threshold wavelength is 6800 A.

$h=6{\cdot}625\times10^{-27}$ erg-sec.,

$e=1{\cdot}603\times10^{-20}$ e. m. u.)

जब एक इलेक्ट्रॉन को एक वोल्ट के विभवान्तर से उठाया जाता है तो इलेक्ट्रॉन द्वारा प्राप्त ऊर्जा एक इलेक्ट्रॉन-वोल्ट कहलाती है। जब ऋणात्मक आवेश e स्थि० वि० इ० विभवान्तर V स्थि० वि० इ० से उठाया जायगा तो प्राप्त ऊर्जा Ve अर्ग होगी।

अब, 1 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट $=e$ स्थि० वि० इ० $\times$ 1 वोल्ट।

यहाँ $e=1{\cdot}603\times10^{-20}$ वि० चु० इ० $=1{\cdot}603\times10^{-20}\times3\times10^{10}$ स्थि० वि० इ०

$=4{\cdot}809\times10^{-10}$ स्थि० वि० इ०,

और 1 वोल्ट $=\frac{1}{300}$ स्थि० वि० इ०।

$\therefore$ 1 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट (ev) $=4{\cdot}809\times10^{-10}\times\frac{1}{300}$ अर्ग

$=1{\cdot}603\times10^{-12}$ अर्ग।

पुन: कार्य-फलन $W_0=h\nu_0=\dfrac{hC}{\lambda_0}$

$$=\frac{6{\cdot}625\times3\times10^{10}}{6800\times10^{-8}} \text{ अर्ग}$$

$$=\frac{6{\cdot}625\times3\times10^{10}}{6800\times10^{-8}\times1{\cdot}603\times10^{-12}} \text{ इलेक्ट्रॉन-वोल्ट}$$

$=1{\cdot}82$ ev.

5. तरंग-लम्बाई 3000 A **की पराबैंगनी प्रकाश-किरण कार्यफलन** 2·28 **इलेक्ट्रॉन-वोल्ट वाली धातु की सतह पर पड़ती है और एक इलेक्ट्रॉन को बाहर निकाल देती है। उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन का वेग क्या होगा? (इलेक्ट्रॉन की संहति** $=9{\cdot}1\times10^{-28}$ **ग्राम।)**

(A ray of ultraviolet light of wavelength 3000 A falling on the surface of a metal, whose work function is 2·28 electron-volts, ejects an electron. What will be the velocity of the ejected electron? Mass of electron $=9{\cdot}1\times10^{-28}$ gm.)

कार्य-फलन $W_0=2{\cdot}28$ इ०वो० $=2{\cdot}28\times1{\cdot}6\times10^{-12}$ अर्ग।

अब, $\frac{1}{2}mv^2=h\nu-W_0=\dfrac{hC}{\lambda}-W_0$

$$=\frac{6{\cdot}63\times10^{-27}\times3\times10^{10}}{3000\times10^{-8}}-2{\cdot}28\times1{\cdot}6\times10^{-12}$$

$$= 6{\cdot}63 \times 10^{-12} - 3{\cdot}648 \times 10^{-12}$$
$$= 2{\cdot}98 \times 10^{-12} \text{ अर्ग ।}$$
$$\therefore \quad v^2 = \frac{2 \times 2{\cdot}98 \times 10^{-12}}{9{\cdot}1 \times 10^{-28}}$$

या $$v = 8{\cdot}1 \times 10^7 \text{ सें॰मी॰/से॰ ।}$$

प्रश्नावली ४

(अ)

1. किस प्रकार एक्स-किरणें उत्पादित की जा सकती हैं ? सचित्र वर्णन करें । उनके गुणों और उपयोगों का उल्लेख करें ।

(Patna 1965, '61 S; Bhagalpur '65; Punjab '65; Gauhati '65, '63; Lucknow '62)

[Describe with a diagram, how X-rays can be produced and account for their properties and their uses.]

2. एक्स-किरण के उत्पादन की एक विधि का वर्णन करें । गैस-नली की तुलना में कूलिज-नली के लाभ की विवेचना करें । (Bhagalpur 1963 S)

[Describe a method of production of X-rays. Discuss the advantage of Coolidge tube over a gas tube.]

3. किस प्रकार एक्स-किरणें उत्पन्न की जाती हैं ? वर्णन करें । ऋणाग्र किरणों के गुणों के साथ एक्स-किरणों के गुणों की तुलना करें । एक्स-किरण के महत्त्वपूर्ण उपयोगों का उल्लेख करें । (Magadh 1963; Bihar '55, '52)

[Describe how X-rays are produced. Compare their properties with those of cathode rays. Mention the important uses of X-rays.]

4. एक्स-किरण क्या हैं ? वे किस प्रकार उत्पन्न की जाती हैं ? यह कैसे दिखाया गया कि वे प्रकाश की प्रकृति के सदृश हैं । एक्स-किरण के कुछ महत्त्वपूर्ण उपयोगों का वर्णन करें ।

(Patna 1958)

[What are X-rays ? How are they produced ? How was it shown that they are similar in nature to light ? Describe some important uses of X-rays.]

5. एक्स-किरण के उत्पादन के लिए कूलिज-नली किस प्रकार प्रयुक्त की जाती है ? वर्णन करें । ऐसे किरण की तरंग-लम्बाई किस प्रकार मापी जाती है ? संक्षेप में व्याख्या करें ।

(Agra 1966)

[Describe how Coolidge tube is used for the production of X-rays. Explain briefly how the wavelength of such ray is measured.]

6. एक एक्स-किरण-वर्णक्रममापी का वर्णन करें । एक्स-किरण की तरंग-लम्बाई निर्धारित करने में यह किस प्रकार प्रयुक्त होती है ? व्याख्या करें ।

(Punjab 1966, '60; Allahabad '58]

[Describe an X-ray spectrometer and explain how it is used to determine the wavelength of X-rays.]

7. ब्रैग-एक्स-किरण-वर्णक्रममापी का वर्णन करें। आवश्यक सूत्र को व्युत्पादित करें। मोसले-कार्य के महत्त्व,पर जोर देते हुए मोसले-कार्य का वर्णन करें। (Poona 1960)

[Describe an X-ray spectrometer devised by Bragg. Deduce the necessary formula. Describe Moseley's work emphasising its importance.]

8. एक्स-किरण के विवर्तन का संक्षिप्त वर्णन करें। ब्रैग-समीकरण व्युत्पादित करें।

[Describe briefly the diffraction of X-rays. Deduce Bragg's equation.]

9. अविरत और लाक्षणिक एक्स-किरण-वर्णक्रमों में विभेद करें। वे किस प्रकार उत्पन्न होते हैं ? (Agra 1955; Delhi '57)

[Distinguish between continuous and characteristic X-rays spectra. How do they originate ?]

10. लाक्षणिक एक्स-किरण क्या हैं और उनकी तरंगलम्बाई किस प्रकार निर्धारित की जाती है ? मोसले के नियम की विवेचना करें। (Gauhati 1961; cf. Punjab '54)

[What are characteristic X-rays and how are their wavelengths determined ? Discuss Moseley's law.]

11. प्रकाश-विद्युत्-क्रिया की व्याख्या करें। एक प्रकाश-विद्युत्-सेल की बनावट और क्रिया का वर्णन करें। (Gorakhpur 1960)

[Explain the photoelectric phenomenon. Describe the construction and action of a photo-electric cell.]

12. प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव का विवरण दें और सैद्धान्तिक भौतिकी में इसके महत्त्व की व्याख्या करें। प्रकाश-विद्युत्-सेल की क्रिया का परिपथ-रेखाचित्र दें और व्याख्या करें।

(Vikram 1961; Agra '58; cf. Rajasthan '64)

[Give an account of the photoelectric effect and explain its significance in theoretical physics. Give the circuit diagram and explain the working of photo-electric cell.]

13. प्रकाश-विद्युत्-उत्सर्जन से सम्बन्धित मुख्य तथ्यों का उल्लेख करें। आइन्स्टाइन ने प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव की व्याख्या किस प्रकार की ?

(Calcutta 1961; Lucknow '59; Agra '60)

[State the principal facts relating to photoelectric emission. How did Einstein explain photoelectric effect ?]

14. प्रकाश-विद्युत्-उत्सर्जन के नियम का उल्लेख करें। उनकी व्याख्या किस प्रकार की जा सकती है ? (cf. Agra 1966)

[Give the laws of photo-electric emission. How can they be explained ?]

15. एक प्रकाश-विद्युत्-सेल की बनावट और क्रिया का वर्णन करें। उसके कुछ उपयोगों की व्याख्या करें। (Sagar 1950)

[Give the construction and action of a photo-electric cell. Explain some of its uses.]

16. निम्नलिखित पर टिप्पणी लिखें—

(क) एक्स-किरण, (Bihar 1962 S, '61; Agra '63)

(ख) एक्स-किरण के उत्पादन और गुण, (Utkal 1963)

(ग) कूलिज-नली, (Rajasthan 1963, '61)

(घ) एक्स-किरण में ब्रैग-समीकरण, (Gauhati 1964)

(ङ) एक्स-किरण की तरंगलम्बाई का निर्धारण, (Agra 1964)

(च) लाक्षणिक एक्स-किरण और मोसले-नियम, (Gauhati 1962; Agra '62; Allahabad '60)

(छ) एक्स-किरण का अवशोषण,

(ज) एक्स-किरण का प्रकीर्णन,

(झ) प्रकाश-विद्युत्-प्रभाव, (Rajasthan 1964)

(ञ) प्रकाश-विद्युत्-उत्सर्जन, (Gauhati 1964)

(ट) आइन्स्टाइन का प्रकाश-विद्युत्-समीकरण, (Vikram 1963)

(ठ) प्रकाश-विद्युत्-सेल और उनके उपयोग । (Agra '63; Allahabad '55, '53; Vikram '65, '61; Delhi '56; Rajasthan '49; Gorakhpur '60)

[Write notes on—

(a) X-rays;

(b) Production and properties of X-rays;

(c) Coolidge tube;

(d) Bragg's equation in X-rays;

(e) Determination of wavelength of X-rays;

(f) Characteristic X-rays and Moseley's law;

(g) Absorption of X-rays;

(h) Scattering of X-rays;

(i) Photo-electric effect;

(j) Photo-electric emission;

(k) Einstein's photo-electric equation;

(l) Photo-electric cells and their uses.]

(ब)

1. तरंगलम्बाई 1 A की एक्स-किरण उत्पन्न करने वाले इलेक्ट्रॉन की ऊर्जा (इलेक्ट्रॉन-वोल्ट में) और वेग ज्ञात करें ।

$e = 4{\cdot}8 \times 10^{-10}$ स्थि०वि०इ०;

$m = 9 \times 10^{-28}$ ग्राम;

$C = 3 \times 10^{10}$ सें०मी०/से०;

और $h = 6{\cdot}6 \times 10^{-27}$ अर्ग-सेकण्ड ।

(उत्तर : 12375 इ०वो०, $6{\cdot}633 \times 10^{9}$ सें०मी०/से०)

[Find the energy in electron-volts and the velocity of an electron giving X-rays of wavelength 1 A.

$e = 4{\cdot}8 \times 10^{-10}$ e.s.u; $m = 9 \times 10^{-28}$ gm.; $C = 3 \times 10^{10}$ cm./sec.
and $h = 6{\cdot}6 \times 10^{-27}$ erg-sec.]

2. एक्स-किरण की तरंगलम्बाई की गणना निम्नांकित दत्त से करें—
$NaCl$ के लिए प्रथम क्रम की रेखा के लिए विसर्प-कोण $= 11{\cdot}8°$,
$NaCl$ का घनत्व $= 2{\cdot}17$ ग्राम/घ० सें०मी०,
H परमाणु की संहति $= 1{\cdot}64 \times 10^{-24}$ ग्राम,
Na का परमाणु-भार $= 23$
और Cl का परमाणु-भार $= 35{\cdot}5$.

(उत्तर : 1·15 A)

[Calculate the wavelength of X-rays from the following data—
Glancing angle for the $NaCl$ for the first order line $= 11{\cdot}8°$;
Density of $NaCl = 2{\cdot}17$ gm./c.c.;
Mass of H atom $= 1{\cdot}64 \times 10^{-24}$ gm.;
Atomic weight of $Na = 23$;
and At. wt. of $Cl = 35{\cdot}5$.]

3. जब तरंगलम्बाई 3000A का पराबैंगनी प्रकाश एक धातु-सतह पर पड़ता है तो महत्तम ऊर्जावान् इलेक्ट्रॉन को संग्राहक पर पहुँचने से रोकने के लिए 0·5 वोल्ट का एक मन्दन विभव लगाना पड़ता है। कार्य-फलन, प्रकाश-विद्युत् की परिसीम तरंगलम्बाई और तरंगलम्बाई 2000A के प्रकाश के लिए आवश्यक मन्दन विभव निर्धारित करें।

(उत्तर : 3·63 इ०वो०; 3420 A; 2·57 वोल्ट)

[When ultraviolet light of 3000A wavelength falls on a metal surface, a retarding potential of 0·5 volt must be applied to keep the most energetic electron from reaching the collector. Determine the work function, the wavelength of the photo-electric threshold and the retarding potential required for the light of wavelength 2000A.]

५

रेडियधर्मिता और नाभिकीय भौतिकी
[RADIO ACTIVITY AND NUCLEAR PHYSICS]

5.1. प्रस्तावना (Introduction)

रेडियधर्मिता के आविष्कार की कहानी १९वीं शताब्दी की बहुत ही दिलचस्प वैज्ञानिक कहानी है। जनवरी, 1896 ई० में फ्रांसीसी विज्ञान-अकादमी (French Academy of Sciences) की बैठक में भाग लेने के लिए फ्रांसीसी वैज्ञानिक बेकरेल (Becquerel) आये हुए थे। उस बैठक में नव-आविष्कृत एक्स-किरणों के प्रभावों का प्रदर्शन किया जा रहा था। उन्होंने मन में ऐसे प्राकृतिक द्रव्यों के आविष्कार करने का ठान लिया जिनसे X-किरणें निकलती हैं।

अपने प्रयोग के दरम्यान उन्होंने पाया कि यूरेनियम लवण (uranium salts) अपने-आप (spontaneously) एक प्रकार का विकिरण (radiation) उत्सर्जित करते हैं, जो कुछ द्रव्यों में प्रतिदीप्ति (fluorescence) उत्पन्न करते हैं तथा काले कागज या टीन की पतली पत्ती (thin tin foils) से ढकी फोटोग्राफी-प्लेट को भी प्रभावित करते हैं; परन्तु यदि फोटोग्राफी प्लेट को सीसे (lead) से ढककर रखा जाय तो उस पर इस विकिरण का कोई प्रभाव नहीं पड़ता है। बाद में शीघ्र ही यह पाया गया कि यह विकिरण विभिन्न प्रकार की किरणों से बना होता है जिनका उद्गम (source) परमाणुओं का नाभिक (nucleus) होता है। शुरू में ये किरणें **बेकरल-किरण** के नाम से पुकारी गयीं। वैसे द्रव्य जिनसे इस प्रकार की किरणें उत्सर्जित होती हैं **रेडियधर्मी** (radioactive) द्रव्य कहलाते हैं तथा रेडियधर्मी द्रव्यों से बेकरेल-किरणों के इस प्रकार उत्सर्जन की घटना **रेडियधर्मिता** (radio-activity) कहलाती है।

बाद में पाया गया कि रेडियधर्मिता का यह गुण सिर्फ यूरेनियम में ही नहीं पाया जाता है अपितु यूरेनियम के अतिरिक्त थोरियम, रेडियम, पोलोनियम तथा एक्टीनियम आदि जैसे प्राकृतिक रूप में प्राप्त तत्त्व भी रेडियधर्मी हैं। बेकरेल-किरणों को **रेडियधर्मी किरण** (radioactive rays) भी कहते हैं।

रेडियधर्मी द्रव्यों में निम्नलिखित बहुत ही महत्त्वपूर्ण तीन गुण पाये जाते हैं—

(i) इनसे निकलने वाला विकिरण फोटोग्राफी-प्लेट को ठीक उसी प्रकार प्रभावित करता है जिस प्रकार प्रकाश या X-किरण करती है।

(ii) इनसे निकलने वाले विकिरण में द्रव्य की वेधन-सामर्थ्य (penetrating power) होती है जिसके फलस्वरूप यह विकिरण विभिन्न द्रव्यों में विभिन्न मोटाई तक घुस सकता है।

(iii) इनसे निकलने वाले विकरण को यदि किसी गैस होकर गुजरने दिया जाय तो यह गैस को आयनित (ionised) कर देता है यानी इसके अणुओं को आयनों में विभक्त कर देता है।

इन गुणों के आधार पर सन् 1902 ई० में रदरफोर्ड ने रेडियधर्मी किरणों की प्रकृति निर्धारित करने की कोशिश की। उन्होंने पाया कि रेडियधर्मी द्रव्य से उत्सर्जित विकिरण में साधारणतया तीन प्रकार की किरणें पायी जाती हैं—

एक तो वैसी किरण होती है जो किसी द्रव्य को क्षीण मोटाई तक ही भेद सकती है तथा द्रव्य द्वारा शीघ्र ही शोषित हो जाती है। ऐसी किरण कागज की मोटी-सी परत द्वारा भी शोषित हो जाती है। ऐसी किरण का नाम उन्होंने α-किरण दिया।

दूसरे प्रकार की किरण वैसी होती है जिसमें वेधन-सामर्थ्य α-किरण की अपेक्षा अधिक पायी जाती है, यथा—वैसी किरण अलुमीनियम की करीब 5 मि०मी० या सीसे की करीब 1 मि०मी० मोटी परत से गुजरने के बाद शोषित होती है। ऐसी किरण का नाम उन्होंने β-किरण दिया।

तीसरे प्रकार की किरण वैसी होती है जिसकी वेधन-सामर्थ्य सबसे अधिक होती है तथा जो लोहे जैसे कड़े द्रव्य को भी कई सें०मी० (करीब 30 सें०मी०) की मोटाई तक भेद सकती है। ऐसी किरण का नाम उन्होंने γ-किरण दिया।

इन गुणों के अतिरिक्त, जो और भी महत्त्वपूर्ण बातें उनके सामने आयीं— (अ) ये सभी प्रकार की किरणें तत्त्व के नाभिक (nucleus) से निकलती हैं अर्थात् रेडियधर्मिता की घटना निश्चित रूप से तत्त्व की नाभिकीय घटना (nuclear phenomenon) है तथा (ब) यह कोई जरूरी नहीं कि हर रेडियोधर्मी द्रव्य से निकलने वाले विकिरण में ये तीनों प्रकार की किरणें मौजूद हों।

रेडियधर्मिता का यह गुण वैसे तत्त्वों में पाया जाता है जिनका परमाणु-भार काफी अधिक होता है तथा जिनका नाभिक (nucleus) अस्थायी होने की वजह से खण्डित होकर अपेक्षाकृत सरल तत्त्वों में परिणत हो जाता है जिसके साथ-साथ एक मिश्रित रूप (complex type) का विकिरण उत्सर्जित होता है। अस्थायी नाभिक के इस प्रकार खण्डित होने की क्रिया यानी रेडियधर्मिता अपरिवर्त्य (irreversible) होती है तथा अपने-आप स्वाभाविक ढंग से स्वतः (spontaneously) उत्पन्न होती है। वस्तुतः रेडियधर्मिता एक ऐसी घटना है जिसे हम अपनी इच्छा से न तो शुरू कर सकते हैं और न रोक सकते हैं। किसी भी बाह्य साधनों के द्वारा इस क्रिया की गति न तो त्वरित (accelerated) की जा सकती है और न तो मंदित (retared) ही की जा सकती है। वास्तव में ऐसा पाया गया है कि ऊष्मा या ठंडक, विद्युत् या चुम्बकीय क्षेत्र के किसी भी परिमाण के द्वारा इस क्रिया को प्रभावित नहीं किया जा सकता है।

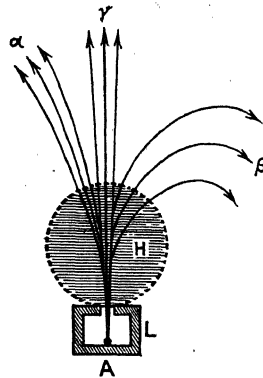
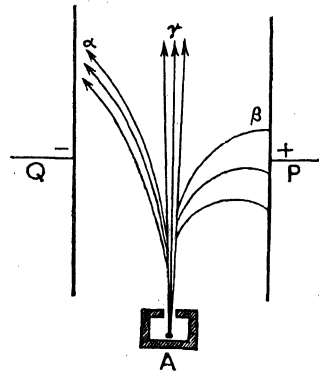
जैसा कि ऊपर लिखा जा चुका है, रेडियधर्मिता की घटना प्रकृति में पाये जाने वाले अधिक परमाणु-भार वाले तत्त्वों में पायी जाती है। इस प्रकार की

रेडियधर्मिता को **प्राकृतिक रेडियधर्मिता** (natural radioactivity) कहते हैं। इसके अतिरिक्त, कुछ कृत्रिम ढंग से बनाये गये तत्वों (artificially produced elements) में भी रेडियधर्मिता का गुण पाया जाता है जिसे **कृत्रिम रेडियधर्मिता** (artificial radioactivity) कहते हैं। प्राकृतिक रेडियधर्मिता के वृहत् अध्ययन से परमाणुओं के नाभिक के स्थायित्व (stability) एवं संरचना (structure) के सम्बन्ध में काफी महत्त्वपूर्ण सूचनाएँ उपलब्ध होती हैं।

पियरे (Peirre) एवं मादम (Madam) क्यूरी—पति-पत्नी—रेडियधर्मिता के आयनित करने के गुण (ionising property) पर आधारित विद्युतीय विधि द्वारा यह दिखा सकने में समर्थ हो सके कि यूरेनियम के किसी लवण की धर्मिता (activity) उसमें विद्यमान यूरेनियम के परिमाण के समानुपाती होती है जिससे यह महत्त्वपूर्ण निष्कर्ष निकलता है कि रेडियधर्मिता तत्त्व का परमाण्विक गुण (atomic property) है जो उसके किसी रासायनिक संयोग की स्थिति पर निर्भर नहीं करता है सिर्फ उस तत्त्व-विशेष के विद्यमान परिमाण पर निर्भर करता है।

5.2. रेडियधर्मी किरणों के गुण (Properties of Radioactive Rays)

ऊपर बताया जा चुका है कि किसी रेडियधर्मी द्रव्य से उत्सर्जित विकिरण में प्राय: तीन प्रकार की किरणें— α, β एवं γ किरणें पायी जाती हैं। इन किरणों की वेधन-सामर्थ्य या गैस को आयनित करने की सामर्थ्य (ionising power) भिन्न-भिन्न होती है। अत: इन गुणों का उपयोग कर तीनों प्रकार की किरणों को एक-दूसरे से पृथक् कर उनके गुणों का अध्ययन किया जा सकता है। परन्तु इन किरणों को पृथक् करने की सबसे अच्छी विधि विक्षेप की विधि (deflection method) है।

इस विधि का सिद्धान्त यह है कि किसी रेडयधर्मी द्रव्य से उत्सर्जित विकिरण पर

(अ) चुम्बकीय क्षेत्र का प्रभाव (ब) विद्युतीय क्षेत्र का प्रभाव

(चित्र 89)

चुम्बकीय या विद्युतीय क्षेत्र आरोपित किया जाता है तो यह अपने अवयवी भागों में विभक्त हो जाता है जैसा पृष्ठ ११८ के चित्रों से स्पष्ट है।

चित्र 89 (अ) में रेडियधर्मी द्रव्य से निकलने वाले विकिरण पर चुम्बकीय क्षेत्र का प्रभाव प्रदर्शित किया गया है। क्षेत्र H कागज के तल के समकोणिक भीतर की ओर क्रियाशील है। अवयवी किरणें विभिन्न दिशा में विभक्त हो गयी हैं। उनके विक्षेप की दिशा इस बात पर निर्भर करती है कि वे किस प्रकार के आवेश से युक्त हैं। विक्षेप की दिशा का अवलोकन कर किस किरण पर कौन-सा आवेश है, यह 'फ्लेमिंग के बायें हाथ वाले नियम' से ज्ञात किया जा सकता है।

उसी प्रकार चित्र 89 (ब) में, इस विकिरण पर विद्युतीय क्षेत्र का प्रभाव प्रदर्शित किया गया है। α-किरण ऋणात्मक प्लेट की ओर विक्षेपित हो जाती है जिससे यह निष्कर्ष निकलता है कि α-किरण पर धन आवेश है। β-किरण धनात्मक प्लेट की ओर विक्षेपित हो जाती है जिससे निष्कर्ष यह निकलता है कि β-किरण पर ऋण आवेश है तथा γ-किरण किसी भी प्लेट की ओर विक्षेपित नहीं होती है अर्थात् इस पर किसी प्रकार का आवेश नहीं होता है।

इस प्रकार तीनों किरणों को अलग-अलग कर प्रत्येक के गुणों का अध्ययन किया जा सकता है। इन किरणों के कुछ प्रमुख गुण नीचे लिखे जाते हैं—

α-किरण (α-rays)— 1. α-किरण धनाविष्ट कणों से बनी होती है जिसे α-कण (α-particles) कहते हैं। α-कण पर दो इकाई धन आवेश (two units of +ve charge) (अर्थात् इलेक्ट्रॉन के आवेश के संख्यात्मक मान का दूना) रहते हैं जो हीलियम-परमाणु के नाभिक (nucleus) के आवेश के बराबर है। α-कण की संहति चार परमाण्विक संहति इकाई (atomic mass unit—a.m.u.) होती है जो हाइड्रोजन-परमाणु के नाभिक की संहति के चार गुने के बराबर तथा हीलियम-परमाणु के नाभिक की संहति के करीब-करीब बराबर होती है। α-कण के लिए $\frac{e}{m}$ का मान प्रोटन के $\frac{e}{m}$ के मान का आधा तथा द्वि-आयनित हीलियम-परमाण (doubly ionised *He*-atom) के $\frac{e}{m}$ के बराबर होता है।

α-कण के लिए, आवेश, संहति एवं विशिष्ट आवेश (specific charge i.e. e/m) के मान निम्नलिखित हैं—

संहति— $6{\cdot}644 \times 10^{-24}$ ग्राम (हीलियम नाभिक की संहति के बराबर),

आवेश— $2 \times 4{\cdot}802 \times 10^{-10}$ स्थि०वि०इ० (हीलियम नाभिक के आवेश के बराबर),

विशिष्ट आवेश $\frac{e}{m}$ — $4{\cdot}826\times10^4$ कूलम्ब/ग्राम

(द्वि आयनित हीलियम-परमाणु के $\frac{e}{m}$ के बराबर अर्थात् हीलियम-नाभिक के लिए $\frac{e}{m}$ के बराबर)।

ऊपर की तालिका को देखने से स्पष्ट हो जाता है कि α-कण को हीलियम-परमाणु के नाभिक के रूप में पहचाना जा सकता है। इसके अलावा यह भी पाया गया है कि जिस रेडियधर्मी द्रव्य से α-किरण उत्सर्जित हो रही है, उसके आसपास हीलियम भी निश्चित रूप से विद्यमान रहता है। यह प्रेक्षण भी ऊपर के तथ्य की पुष्टि करता है। सन् 1909 ई० में रदरफोर्ड एवं रॉयड (Royds) ने प्रयोग द्वारा भी यह साबित कर दिखाया कि α-कण को हीलियम-परमाणु के नाभिक के रूप में पहचाना जा सकता है।

2. ये किरणें चुम्बकीय एवं विद्युत्-क्षेत्र में विक्षेपित (deflected) हो जाती हैं तथा इनके विक्षेप की दिशा बतलाती है कि ये धनाविष्ट कणों से बनी होती हैं। इन क्षेत्रों में इनका विक्षेप अपेक्षाकृत कम होता है जो इस बात का द्योतक है कि α-कणों की संहति अपेक्षाकृत अधिक होती है जिससे उनकी जड़ता (inertia) अधिक होती है।

3. ये किरणें फोटोग्राफी-प्लेट को प्रभावित करती हैं तथा जिंक सल्फाइड एवं बेरियम प्लैटिनोसाइनाइड आदि जैसे द्रव्यों में प्रतिदीप्ति (fluorescence) उत्पन्न करती हैं। इस गुण का उपयोग, किसी रेडियधर्मी द्रव्य से निकलने वाले α-कणों की संख्या गिनने में किया जाता है।

4. यदि इन किरणों को एकाएक रोक दिया जाय तो तापीय प्रभाव (heating effect) उत्पन्न होता है, जिससे यह निष्कर्ष निकलता है कि α-कणों में गतिज ऊर्जा (kinetic energy) रहती है अर्थात् इनका अपना निश्चित वेग (velocity) रहता है। वस्तुत: α-कणों का वेग काफी अधिक—करीब प्रकाश के वेग का दसवाँ भाग—होता है। किसी एक रेडियधर्मी द्रव्य से निकलने वाले α-कण का वेग निश्चित होता है; परन्तु भिन्न-भिन्न रेडियधर्मी द्रव्य से निकलने वाले α-कणों के वेग भी भिन्न-भिन्न होते हैं तथा उनके मान प्राय: $1{\cdot}4\times10^9$ सें०मी०/से० से लेकर $2{\cdot}3\times10^9$ सें०मी०/से० के बीच में पाये जाते हैं। यूरेनियम से निकलने वाले α-कण का वेग $1{\cdot}4\times10^9$ सें०मी०/से० तथा थोरियम C' (Th C') से निकलने वाले α-कण का वेग $2{\cdot}3\times10^9$ सें०मी०/से० होता है।

5. जब α-किरण किसी गैस होकर गुजरती है तो वह गैस के अणुओं को आयनों में विभक्त कर देती है तथा α-किरण में यह आयनित करने की सामर्थ्य (ionising power) बहुत अधिक होती है। β एवं γ-किरण में भी यह सामर्थ्य

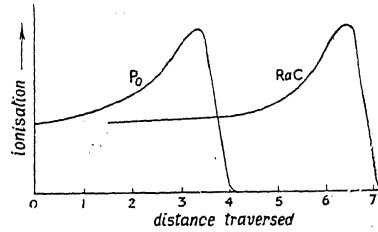
पायी जाती है परन्तु α-किरण में यह सामर्थ्य सबसे अधिक—β-किरण से करीब 100 गुना एवं γ-किरण से करीब 10,000 गुना अधिक—होती है।

परन्तु ऐसा करने में α-किरण की गतिज ऊर्जा धीरे-धीरे घटती जाती है तथा हवा या गैस में एक निश्चित दूरी तय करने के बाद उसमें यह क्षमता नहीं रह जाती है कि वह और गैस-अणुओं को आयनित कर सके, या फोटोग्राफी-प्लेट को प्रभावित कर सके, या जिंक-सल्फाइड के परदे पर प्रतिदीप्ति उत्पन्न कर सके। यह दूरी जिसे तय करने के बाद उसमें आयनित करने या प्रतिदीप्ति उत्पन्न करने या फोटोग्राफी-प्लेट को प्रभावित करने आदि जैसे मौलिक गुण नहीं रह जाते हैं, **α-कण का परास** (range of α-particles) कहलाती है।

N. T. P. पर हवा में α-कण का परास 2·7 सें०मी० (यूरेनियम से निकलने वाले α-कण के लिए) से लेकर 8·62 सें०मी० (थोरियम C' से निकलने वाले α-कण के लिए) तक होता है। साधारण तौर पर, यह परास रेडियधर्मी द्रव्य की प्रकृति, α-कण के प्रारम्भिक वेग एवं माध्यम की प्रकृति एवं दबाव पर निर्भर करता है।

सन् 1904 ई० में ब्रैग (Bragg) एवं क्लीमैन (Kleeman) ने विभिन्न स्रोतों (sources) से उत्सर्जित α-कण का परास ज्ञात करने के लिए प्रयोग किया। स्रोत से किसी दूरी पर α-कण द्वारा उत्पन्न आयनन (ionisation) एवं संगत की दूरी के बीच में खींचे गये ग्राफ की प्रकृति चित्र 90 में दिखलायी गयी है।

(चित्र 90)

ग्राफ से स्पष्ट होता है कि पोलोनियम से उत्सर्जित α-किरण हवा में (जिसका दबाव 760 मि० मी० एवं तापमान 15°C रखा गया था) 3·84 सें०मी० की दूरी तय करने के बाद अपनी आयनन-शक्ति खो बैठती है जबकि *Ra C* से उत्सर्जित α-किरण के लिए यह संगत दूरी करीब 7 सें०मी० होती है। ये दूरियाँ संगत के α-कण का परास निरूपित करती हैं।

सन् 1910 ई० में गाइगर (Geiger) ने गणितीय ढंग से यह बतलाया कि किसी α-कण का परास R सिर्फ उसके प्रारम्भिक वेग v पर निर्भर करता है तथा वेग के तृतीय घात (third power) के समानुपाती होता है। अर्थात्,

$$R \propto v^3.$$

$$\therefore \quad v^2 \propto R^{\frac{2}{3}}.$$

अतः α-कण की गतिज ऊर्जा

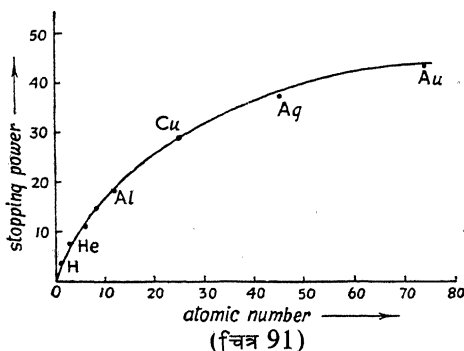
$$E = \tfrac{1}{2}mv^2 \propto R^{\frac{2}{3}}.$$

∴ दूरी के साथ गतिज ऊर्जा के घटने की दर

$$\frac{dE}{dR} \propto R^{-\frac{1}{3}} \propto \frac{1}{v}.$$

अर्थात्, α-कण द्वारा किसी विन्दु पर उत्पन्न आयनन उस विन्दु पर उसके वेग के उत्क्रमानुपाती होता है।

6. α-किरणें यदि मानव-शरीर पर पर जायँ तो असाध्य जलन (incurable burns) उत्पन्न होती है।

7. α-कणों में द्रव्य को वेधने की सामर्थ्य (penetrating power) होती है जिसके फलस्वरूप वह किसी द्रव्य के अन्दर घुस सकता है; परन्तु α-कणों की यह सामर्थ्य बहुत ही कम (β-किरण की तुलना में करीब $\frac{1}{100}$ तथा γ-किरण की तुलना में करीब $\frac{1}{10000}$) होती है तथा द्रव्य के अन्दर थोड़ी ही दूर घुसने के बाद, ये कण क्रियाहीन होकर रुक जाते हैं। उदाहरणस्वरूप, α–कण, अलुमीनियम जैसे हल्के द्रव्य की करीब 0·006 सें०मी० मोटी पत्ती के द्वारा ही रोक दिया जाता है। किसी निश्चित वेग से आते हुए α-कण को रोकने के लिए आवश्यक मोटाई विभिन्न द्रव्यों के लिए विभिन्न होती है। प्रयोग द्वारा पाया गया है कि किसी द्रव्य को रोकने की यह सामर्थ्य (stopping power) द्रव्य के अणु-भार एवं परमाणु-संख्या (atomic number) के वर्गमूल के समानुपाती होती है।

(चित्र 91)

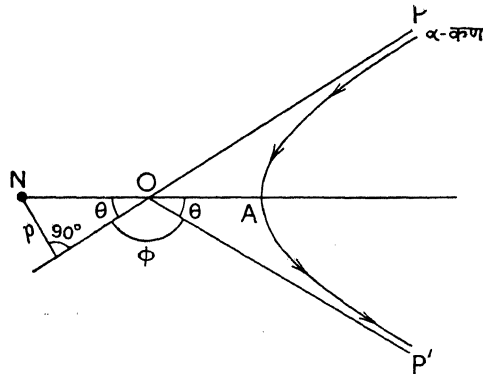
8. किसी रेडियधर्मी द्रव्य से निकलने वाले α-कण को यदि किसी द्रव्य (यथा सोना या अबरख आदि) की पतली परत से गुजरने दिया जाय तो ये α-कण प्रकीर्णित (scattered) हो जाते हैं तथा यह क्रिया α-कण का प्रकीर्णन (scattering of α-particles) कहलाती है।

अधिकांश α-कण तो छोटे ही कोण (small angle) से प्रकीर्णित होते हैं परन्तु कुछ α-कण (करीब 8000 में एक) बहुत बड़े कोण (large angle—कभी-कभी 90° से भी अधिक) से प्रकीर्णित होते हैं। पहली स्थिति में प्रकीर्णन की क्रिया

अल्प-कोण-प्रकीर्णन (small angle scattering) एवं दूसरी स्थिति में प्रकीर्णन की क्रिया **वृहत्-कोण-प्रकीर्णन** (large angle scattering) कहलाती है।

α-कर्ण के इस प्रकार प्रकीर्णन की क्रिया की व्याख्या सर्वप्रथम जे० जे० टॉमसन (J. J. Thomson) ने दी। उन्होंने माना कि प्रकीर्णक द्रव्य (scattering substance) का परमाणु करीब 10^{-8} सें०मी० त्रिज्या के गोले के रूप में होता है जिसके अन्दर परमाणु की कुल संहति एवं आवेश (धन) एकरूप से वितरित रहते हैं तथा परमाणु के इलेक्ट्रॉन इस धनाविष्ट गोले में बिधे रहते हैं। इस प्रकार जब α-कण (जिस पर दो धन आवेश, $+2e$ रहता है) प्रकीर्णक द्रव्य के परमाणु (जिस पर Ze धन आवेश रहता है) के नजदीक आता है तो यह $\frac{Ze \times 2e}{r^2}$ या $\frac{2Ze^2}{r^2}$ परिमाण के बराबर वाले विकर्षक बल (repulsive force) का अनुभव करता है। जसके फलस्वरूप वह अपने मौलिक पथ से विचलित होकर प्रकीर्णित हो जाता है। इस प्रकार अल्प-कोण-प्रकीर्णन की व्याख्या हो जाती है परन्तु यह सिद्धान्त-वृहत्-कोण प्रकीर्णन की व्याख्या करने में असमर्थ सिद्ध हुआ।

बाद में, सन् 1911 ई० में रदरफोर्ड, टॉमसन के सिद्धान्त में कुछ संशोधन करके, वृहत्-कोण-प्रकीर्णन की व्याख्या देने में समर्थ सिद्ध हो सके। रदरफोर्ड ने द्रव्य के परमाणु के लिए एक दूसरे प्रकार के ढाँचे की कल्पना की जिसे रदरफोर्ड-परमाणु ढाँचा (Rutherford atom model) कहते हैं। इस ढाँचे के अनुसार द्रव्य का परमाणु 10^{-8} सें०मी० त्रिज्या के गोले के रूप में होता है जिसके भीतर करीब 10^{-13} सें०मी० त्रिज्या का एक गोल नाभिक (nucleus) होता है जहाँ पर परमाणु के समस्त आवेश एवं संहति केन्द्रीभूत (concentrated) माने जाते हैं तथा परमाणु के इलेक्ट्रॉन नाभिक के बाहर विभिन्न वृत्तीय कक्ष (circular orbits) में भ्रम्यमान रहते हैं।

इस सिद्धान्त के अनुसार, चूँकि नाभिक एवं α-कण दोनों ही पर धन आवेश ही रहते हैं, अत: जब α-कण PO दिशा में आते हुए स्थायी नाभिक (stationary nucleus) N की ओर अग्रसर होते हैं तो दोनों के बीच विकर्षण-बल कार्य करने लगता है तथा ज्यों-ज्यों उनके बीच की दूरी कम होने लगती है, इस बल का

(चित्र 92)

मान बढ़ने लगता है। गणितीय ढंग से यह दिखलाया जा सकता है कि इस स्थिति में α-कण का पथ सरल रेखा से बदलकर अतिपरवलय (hyperbola) PAP' हो जाता है जिसका फोकस (focus) N पर होता है। इस प्रकार α-कण, θ कोण से प्रकीर्णित (scattered) होकर, AP' की दिशा में लौट जाता है।

यदि PO की दिशा पर N से खींचे गये अभिलम्ब की दूरी p हो तो यह दिखलाया जा सकता है कि α-कण की, नाभिक से निकटतम पहुँच की दूरी (distance of closest approach), $b=2p\tan\frac{\theta}{2}$.

इस सिद्धान्त पर, रदरफोर्ड ने α-कण के प्रकीर्णन-सम्बन्धी जो सूत्र प्राप्त किया वह प्रयोग की कसौटी पर खरा उतरता है जो इस बात का द्योतक है कि रदरफोर्ड का परमाणु-ढाँचा सही तर्क पर आधारित है। यही कारण है कि शीघ्र ही इस ढाँचे की मान्यता सम्पूर्ण विज्ञान-जगत् में होने लगी। इसके अतिरिक्त α-कण के प्रकीर्णन से द्रव्य के नाभिक के विस्तार (dimension) के सम्बन्ध में भी पूरा ज्ञान प्राप्त होता है।

β-किरण (β-rays)— 1. चुम्बकीय एवं विद्युत् क्षेत्र में ये किरणें विक्षेपित हो जाती हैं तथा उनके विक्षेप की दिशा बतलाती है कि उन पर ऋण आवेश है। इन किरणों का विक्षेप, α-किरणों के विक्षेप की तुलना में अधिक होता है जिससे यह निष्कर्ष निकलता है कि β-किरणें अत्यन्त ही हल्के (light) ऋणाविष्ट कणों से बनी होती हैं।

2. β-किरणों के विशिष्ट आवेश (specific charge $\frac{e}{m}$) ज्ञात करने के लिए अनेक प्रयोग कॉफमैन, बुचनर आदि विभिन्न वैज्ञानिकों द्वारा किये गये। इन प्रयोगों के परिणामों से यह निष्कर्ष निकलता है कि $\frac{e}{m}$ का मान स्थिर नहीं आता है। B-कणों का वेग ज्यों-ज्यों बढ़ता जाता है, $\frac{c}{m}$ का मान घटता जाता है। वस्तुत: प्रयोग द्वारा पाया गया है कि β-कणों का वेग निश्चित नहीं रहता है अपितु 0·36C से लेकर करीब 0·99 C के परास में विभिन्न β-कणों के वेग पाये गये हैं (जहाँ C प्रकाश का वेग है)। चूँकि β-कण काफी ऊँचे वेग से गतिमान होते हैं अत: सापेक्षता-सिद्धान्त (relativity theory) के अनुसार उसकी संहति में वृद्धि, समीकरण

$$m=\frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{C^2}}}$$

के अनुसार हो जाती है और यही कारण है कि β-कण का e/m, वेग के बढ़ने के साथ-साथ घटता जाता है। यदि β-कण के वेग के बढ़ने के फलस्वरूप उसकी संहति में उत्पन्न वृद्धि के लिए आवश्यक संशोधन कर दिया जाता है तो $\frac{e}{m}$ का मान प्रायः स्थिर पाया जाता है तथा $\frac{e}{m}$ का यह मान इलेक्ट्रॉन के $\frac{e}{m}$ के मान के बराबर होता है।

β-कणों के इन गुणों से लक्षित होता है कि β-कण अत्यधिक वेग से चलते हुए इलेक्ट्रॉन मात्र हैं।

3. ये किरणें भी फोटोग्राफी-प्लेट को प्रभावित करती हैं तथा इनका प्रभाव α-किरणों के द्वारा उत्पन्न प्रभाव से कहीं अधिक होता है। β-किरणें भी कैल्सियम टंगस्टेट, बेरियम प्लैटिनोसाइनाइड आदि जैसे द्रव्यों में प्रतिदीप्ति उत्पन्न करती हैं।

4 α-किरणों की ही भाँति β-किरणें भी गैस में आयनन (ionisation) उत्पन्न करती हैं परन्तु इनकी आयनन उत्पन्न करने की सामर्थ्य (ionising power) α-किरण की अपेक्षा बहुत ही कम $\left(\text{करीब } \frac{1}{100}\right)$ होती है। β-किरणें वस्तुतः किसी गैस में सतत आयनन (continuous ionisation) उत्पन्न नहीं करती हैं—यही कारण है कि अभ्र-प्रकोष्ठ (cloud chamber) में β-कण के अनुचिह्न (track) लगातार नहीं दीखते हैं।

5. β-किरणें भी विभिन्न द्रव्यों को विभिन्न मोटाई तक वेध (penetrate) सकती हैं तथा इनकी वेधन-सामर्थ्य α-किरण से करीब 100 गुना (परन्तु γ-किरण से $\frac{1}{100}$ गुना) होती है और ये अलुमीनियम की करीब 0·1 सें०मी० मोटी तह को पार कर सकती हैं।

6. यदि β-किरणों को भी किसी प्रकीर्णक (scatterer) से होकर गुजरने दिया जाय तो ये किरणें अपेक्षाकृत अधिक सुगमता से प्रकीर्णित (scatter) होती हैं।

7. सन् 1913 ई० में रदरफोर्ड एवं रॉबिनसन ने पाया कि किसी रेडियधर्मी द्रव्य से निकलने वाली β-किरण पर यदि शक्तिशाली चुम्बकीय क्षेत्र आरोपित किया जाय तो विभिन्न वेग वाले β-कण स्रोत से विभिन्न दूरियों पर फोकस (focussed), होते हैं जिससे कि एक प्रकार का वर्णक्रम बनता है जिसे **β-किरण-वर्णक्रम** (β-ray spectrum) कहते हैं। उनलोगों ने पाया कि विभिन्न स्रोतों से निकलने वाले β-कण, चुम्बकीय क्षेत्र के प्रभाव से, जिन विभिन्न समूहों में (in groups)

एकत्रित होते हैं उनकी संख्याएँ भी भिन्न-भिन्न होती हैं। उदाहरणार्थ, रेडियम B (RaB) से निकलने वाले β-कण कुल 16 समूहों में बँट जाते हैं और उनके वेग $0{\cdot}365C$ से लेकर $0{\cdot}823C$ के बीच में होता है। उसी प्रकार रेडियम C (RaC) से निकलने वाले β-कण कुल 48 समूहों में बँट जाते हैं तथा उनके वेग $0{\cdot}632C$ से लेकर $0{\cdot}986C$ के बीच में होते हैं, जहाँ C प्रकाश के वेग का द्योतक है।

γ-किरण (γ-rays)— 1. γ-किरण विद्युत्-चुम्बकीय तरंग (electromagnetic waves) होती है जिसकी तरंगलम्बाई अत्यन्त ही छोटी (X-किरण की तरंग-लम्बाई से भी कम)—10^{-10} से 10^{-12} सें०मी० के क्रम (order) में—होती है तथा वेग, अन्य विद्युत्-चुम्बकीय तरंग (यथा प्रकाश) के वेग (करीब 3×10^{10} सें०मी०/से०) के बराबर होता है।

2. γ-किरण किसी चुम्बकीय या विद्युतीय क्षेत्र में विक्षेपित नहीं होती है जिससे यह निष्कर्ष निकलता है कि इस पर किसी प्रकार का आवेश नहीं रहता है।

3. γ-किरण फोटोग्राफी प्लेट को प्रभावित करती है तथा इसका यह प्रभाव सभी किरणों (यथा α-किरण, β-किरण या X-किरण) के द्वारा उत्पन्न प्रभाव से अधिक होता है।

4. γ-किरण की वेधन-सामर्थ्य (penetrating power) सभी प्रकार की किरणों की अपेक्षा अधिक होती है तथा यह लोहे जैसे कड़े पदार्थ के एक फुट मोटे चदरे को भी वेध सकती है।

5. γ-किरणें भी हवा एवं गैस में आयनन उत्पन्न करती हैं परन्तु आयनन करने की सामर्थ्य γ-किरण में सबसे कम $\left(\text{β-किरण की अपेक्षा } \frac{1}{100} \text{ तथा α-किरण की अपेक्षा } \frac{1}{10000}\right)$ होती है।

6. γ-किरणें भी प्रतिदीप्ति (fluorescence) उत्पन्न करती हैं।

7. γ-किरणें भी X-किरणों की तरह मणिभों (crystals) में विवर्तन (diffraction) की क्रिया प्रदर्शित करती हैं।

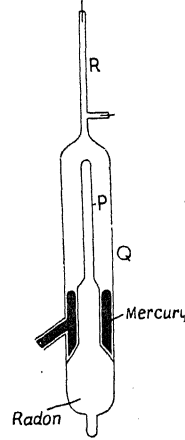
8. γ-किरणें जिस पदार्थ पर पड़ती हैं उनसे β-किरणें उत्सर्जित करती हैं।

5.3. α-कण के हिलियम नाभिक के रूप में पहचान का प्रायोगिक प्रमाण (Experimental proof of indentification of α-particles as Helium nucleus)

ऊपर इस बात की चर्चा की जा चुकी है कि α-कण के लिए संहति, आवेश एवं विशिष्ट आवेश $\left(\frac{e}{m}\right)$ के निर्धारण से पता चलता है कि α-कण और

कुछ नहीं वरन् *He*-नाभिक है। इसके साथ-साथ यह भी पाया गया है कि जिस रेडियधर्मी द्रव्य से α-कण उत्सर्जित हो रहे हैं, उसके आस-पास हिलियम भी निश्चित रूप से पाया जाता है। ये बातें हमें इस निष्कर्ष पर लाती हैं कि α-कण को *He*-नाभिक के रूप में पहचाना जा सकता है।

सन् 1909 ई० में रदरफोर्ड (Rutherford) एवं रॉयड (Royds) ने प्रयोग द्वारा भी इस तथ्य की सत्यता प्रमाणित कर दी। उनकी प्रायोगिक व्यवस्था चित्र 93 में दिखलायी गयी है।

Q एक मोटे शीशे की नली है जिसके अन्दर *P* एक पतले शीशे (thin glass) की दूसरी नली रखी हुई है। नली *Q* पर एक केश-नलिका (capillary tube) *R* जड़ी हुई है जिसमें दो विद्युदग्र (electrode) लगे हुए हैं। नली *P* को, रैडन (radon) गैस—जो रेडियोधर्मी द्रव्य होती है—की अल्प मात्रा से भरकर सील कर दिया गया था। नली *Q* एवं *R* को काफी हद तक वायुरिक्त कर, सारी व्यवस्था को दो-चार दिनों के लिए छोड़ दिया गया। इस अवधि में रैडन गैस से जो α-कण उत्सर्जित हुए, वे नली *P* की पतली दीवाल को पार करते हुए नली *Q* में जमा होने लगे। करीब पाँच-सात दिनों के बाद पाया गया कि नली *R* में काफी गैस एकत्रित हो गयी है। जब, विद्युत्-विसर्जन (electric discharge) कराकर इस गैस की परीक्षा की गयी तो गैस हिलियम पायी गयी।

(चित्र 93)

चूँकि हिलियम गैस बाहर से नली में नहीं आ सकती है अतः निश्चित रूप से यह नली के अन्दर ही उत्पन्न हुई है; परन्तु नली के अन्दर तो सिर्फ α-किरण ही उत्पन्न हुई है। अतः यह प्रयोग निर्विवाद ढंग से यह प्रमाणित कर देता है कि α-कण को *He*-नाभिक (या द्विआयनित *He*-परमाणु) के रूप में पहचाना जा सकता है।

5.4. रेडियधर्मी किरणों का परिचयन (Detection of Radioactive rays)

रेडियधर्मी किरणों के गुणों की चर्चा करते समय हमलोगों ने देखा है कि उनमें कुछ विशिष्ट गुण—यथा कुछ द्रव्यों में प्रतिदीप्ति (fluorescence) उत्पन्न करना या गैस के अणुओं को आयनित करना आदि—पाये जाते हैं जिनका उपयोग उनके परिचयन या पता लगाने के लिए किया जा सकता है। वस्तुतः उन गुणों तथा उनके अतिरिक्त अन्य गुणों का उपयोग कर अनेक उपकरण या यंत्र विभिन्न वैज्ञानिकों के द्वारा बनाये गये हैं। कुछ प्रमुख उपकरणों के नाम निम्नलिखित हैं—

(क) **स्वर्णपत्र-विद्युतदर्शी** (gold leaf electroscope);

(ख) **जगमगदर्शी** (spinthariscope);

(ग) **आयनीकरण-प्रकोष्ठ-विधि** (ionisation chamber method);

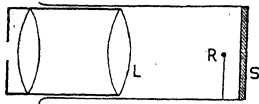
(घ) **गाइगर-गणित्र** (Geiger counter);
(ङ) **स्फुरण-गणित्र** (scintillation counter);
(च) **मणिभ-गणित्र** (crystal counter);
(छ) **अभ्र-प्रकोष्ठ-विधि** (cloud chamber method);
(ज) **फोटो-पायस-विधि** (photographic emulsion method) आदि ।

ऊपर जिन उपकरणों या विधियों के नाम बताये गये हैं उनमें से प्रत्येक सभी प्रकार की किरणों या कणों के परिचयन के लिए उपयोगी नहीं होते—वरन् कोई कुछ किरणों के लिए एवं कोई अन्य किरणों के लिए । चूँकि सभी विधियों का विशद विवरण यहाँ अपेक्षित नहीं है अत: हम कुछ विधियों का ही संक्षिप्त विवरण यहाँ प्रस्तुत करेंगे ।

1. स्वर्णपत्र-विद्युत्दर्शी— इस यंत्र की बनावट इस सिद्धान्त पर आधारित है कि जब रेडियधर्मी किरणें किसी गैस होकर गुजरती हैं तो गैस में आयनन उत्पन्न करती हैं तथा इससे एक प्रकार (+ या –) के आयन के पत्तियों पर एकत्रित होने से उनमें विलगाव (divergence) उत्पन्न हो जाता है । अत: विलगाव का अवलोकन कर, इन किरणों की उपस्थिति का पता लयाया जाता है ।

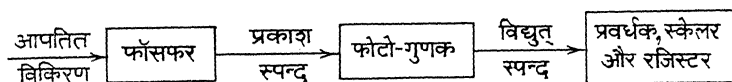
रेडियधर्मिता के प्रारम्भिक प्रयोगों में, रदरफोर्ड एवं अन्यों ने α, β एवं γ किरणों की उपस्थिति की जाँच करने के लिए इस यंत्र का बहुधा उपयोग किया—परन्तु आजकल अन्य अधिक सुग्राही (sensitive) यंत्र के उपलब्ध होने की वजह से इसका उपयोग प्राय: नहीं के बराबर होता है ।

2. जगमगदर्शी (Spinthariscope)— इस यंत्र की बनावट इस सिद्धान्त पर आधारित है कि α या β-कण जब जिंक सल्फाइड (या बेरियम प्लैटिनो साइनाइड) के परदे पर आपतित होते हैं तो ये जिंक सल्फाइड (या बेरियम प्लैटिनो-साइनाइड) के मणिभों (crystals) को तोड़ डालते हैं जिससे अल्पकालीन छोटे-छोटे प्रकाशमान विन्दु (tiny luminous spots of short duration) उत्पन्न होने लगते हैं जिन्हें स्फुरण (scintillations) कहते हैं ।

यदि अँधेरे कमरे में रखकर, इस यंत्र से प्रयोग किया जाय तो सम्पूर्ण परदा छोटे-छोटे प्रकाशमान टिमटिमाते विन्दुओं से भरा हुआ नजर आता है । इन स्फुरणों की संख्या गिनकर परदे पर आपतित α या β-कणों की संख्या का पता आसानी से लगाया जा सकता है । क्रूक (Crooke) द्वारा इस सिद्धान्त पर निर्मित जगमगदर्शी चित्र 94 में दिखलाया गया है । इसमें एक छोटा-सा तार होता है, जिसका सिरा रेडियधर्मी द्रव्य में डूबा रहता है । यह ZnS के पर्दे के सामने रखा रहता है जहाँ पर स्फुरण उत्पन्न होता है जिसे लेंस-तंत्र (lens-system) L के द्वारा देखा जा सकता है ।

(चित्र 94)

ऐसा पाया गया है कि ZnS का परदा α-कण के लिए एवं $Ba\,Pt\,(CN)_6$ का परदा β-कण के लिए अधिक सुग्राहक होता है।

आधुनिक अति-वेगीय गणना युक्ति (super-speed counting device), जो स्फुरण गणित्र (scintillation counter) है, इसी जगमग-दर्शी का संशोधित (modified) एवं प्रगत (advanced) रूप मात्र है। प्रारम्भिक जगमग-दर्शी में स्फुरण के दार्ष्टिक अवलोकन (visual observation) के कारण जो दिक्कत एवं प्रतिबंध (limitations) उत्पन्न हो जाते थे उन्हें विद्युतीय युक्तियों द्वारा इस आधुनिक यंत्र में दूर कर दिया गया है।

स्फुरण गणित्र के प्रमुख भाग नीचे के सरल चित्र 95 द्वारा प्रदर्शित किये गये हैं—

(चित्र 95)

उपयुक्त फॉसफर (स्फुरण पैदा करने वाला द्रव्य) के व्यवहार के साथ यह यंत्र रेडियधर्मी किरणों (α, β, γ किरणों) के अतिरिक्त, प्रोटॉन एवं ड्यूट्रन (deutron) आदि कणों के परिचयन (detection) में भी बहुत ही उपयोगी सिद्ध हुआ है।

3. आयनीकरण प्रकोष्ठ विधि (Ionisation chamber method)—वर्त्तमान अभिवर्द्धित रूप में आयनीकरण-प्रकोष्ठ-विधि आविष्ट कणों (charged particles) के परिचयन की बहुत ही सुग्राहक विधि है। इस विधि का सिद्धान्त है कि गत्यवस्था में आविष्ट कण गैस में आयनीकरण उत्पन्न करते हैं जो कण की प्रकृति एवं वेग पर निर्भर करता है। अत: दी हुई परिस्थिति में उत्पन्न आयनों की संख्या का सही अनुमान लगाकर, उन्हें उत्पन्न करने वाले कण की प्रकृति एवं ऊर्जा का सही मान प्राप्त किया जा सकता है। उदाहरणार्थ, स्वतन्त्र प्रयोगों से, विभिन्न आविष्ट कणों के द्वारा हवा में (N. T. P. पर) उत्पन्न आयन-युग्मों (ion-pairs) की संख्या (प्रति सें०मी० पथ में) निम्नलिखित है।

(a) इलेक्ट्रॉन	तेज	(2*Mev*)—	करीब	45	आयन-युग्म
	कम तेज	(60 *Kev*)	,,	200	,,
(b) प्रोटॉन	तेज		,,	3000	,,
	परास के अन्त में		,,	15000	,,
(c) α-कण	तेज	(8*Mev*)	,,	25000	,,
	परास के अन्त में		,,	75000	,,

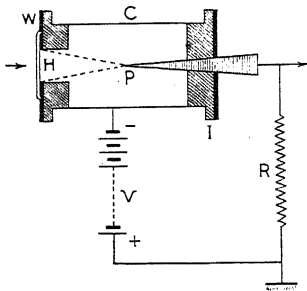
अत: प्रयोग में यदि हम उत्पन्न आयन-युग्मों की संख्या ज्ञात कर लें तो यह आसानी से पता लगाया जा सकता है कि किस कण, (α-कण, प्रोटॉन या इलेक्ट्रॉन या β-कण) ने आयनीकरण उत्पन्न किया है ।

4. गाइगर गणित्र (Geiger Counter)

इस प्रकार के गणित्र का निर्माण सर्वप्रथम सन् 1908 ई० में रेडियधर्मी द्रव्य के दिये गये परिमाण से निकलने वाले α-कणों की गणना करने के लिए, रदरफोर्ड एवं गाइगर ने किया । बीस साल के बाद, सन् 1928 ई० में गाइगर (Geiger) एवं मुलर (Muller) ने पुराने गणित्र को संशोधित कर वह आधुनिक अभिवर्द्धित रूप दिया जो आजकल करीब-करीब सभी प्रकार के विकिरणों के परिचयन के लिए काफी तेज एवं विश्वसनीय गणित्र माना जाता है ।

सैद्धान्तिक रूप से गाइगर गणित्र वस्तुत: एक साधारण आयनीकरण प्रकोष्ठ ही है जिसके अन्दर में ही, किसी आविष्ट कण की गति के कारण उत्पन्न आयनीकरण-धारा (ionisation current) का स्वत: प्रवर्धन (automatic amplification) पैदा किया जाता है ।

व्यवहार में आने वाले गाइगर गणित्र प्राय: दो प्रकार के होते हैं— (अ) विन्दु गणित्र (point counter) एवं (ब) नली या गाइगर मुलर गणित्र (tube or Geiger-Muller counter) ।

विन्दु गणित्र (point counter) में बाहरी विद्युदग्र (electrode) में धातु का बना हुआ खोखला बेलन C होता है जिसमें दो विसंवाहक (insulating) डाटें (plugs) II लगी होती हैं । एक डाट में वृत्ताकार छेद H बना होता है जिससे होकर, उस कण को, जिसका पता लगाना रहता है, गणित्र में प्रवेश करने दिया जाता है । दूसरी डाट से होकर आन्तरिक विद्युदग्र गुजरता है जो या तो नुकीली सूई के रूप में रहता है या एक पतले तार P के सिरे पर गोले के रूप में रहता है । यह आन्तरिक विद्युदग्र बाहरी बेलनाकार विद्युदग्र के अन्वक्ष (along the axis) रहता है ।

(चित्र 96)

आन्तरिक विद्युदग्र को काफी ऊँचे प्रतिरोध (10 से 5000 मेगाओम) के साथ श्रेणीक्रम में जोड़कर भूधृत कर दिया जाता है तथा बाहरी विद्युदग्र को काफी ऊँचे विभव (1000 से 3000 वोल्ट) पर रखा जाता है ।

यंत्र के अच्छी तरह काम करने की स्थिति में प्राय: प्रत्येक कण, जो वृत्ताकार छेद एवं आन्तरिक विद्युदग्र के शंकु-आकार के स्थान में आयन पैदा करता है, विद्युत् विसर्जन (discharge) उत्पन्न करता है । आरोपित विभवान्तर के साथ-

साथ महत्तम धारा की तीव्रता भी काफी तेजी से बढ़ती है तथा इसका मान करीब 10^{-5} आम्पियर तक बढ़ाया जा सकता है।

नली या गाइगर मुलर गणित्र में बाहरी विद्युदग्र निकेल या पीतल की नली *T* होता है, जिसकी लम्बाई 10 से 50 सें०मी० तथा व्यास 2 से 5 सें०मी० तक होता है। आन्तरिक विद्युदग्र प्राय: टंग्सटन का पतला तार *W* (करीब 0·1 से 0·5 मि०मी० मोटा) होता है जो बाहरी विद्युदग्र के अन्वक्ष परन्तु इबोनाइट की ठेपी *PP* द्वारा उससे विसंवाहित रहता है। विद्युदग्र प्राय: पतली दीवाल को सीसे की नली *G* के अन्दर सील किये हुए रहते हैं।

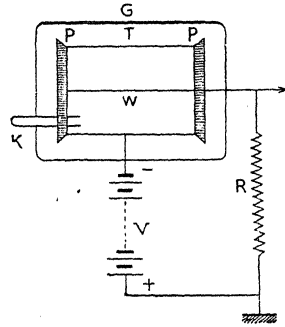
(चित्र 97)

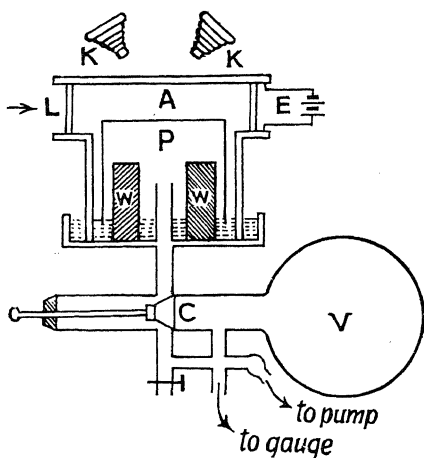
गणित्र को सर्वप्रथम वायुरहित कर दिया जाता है। तत्पश्चात् इसे दिये गये दाब पर इच्छित गैस से भरकर सील कर दिया जाता है।

गणित्र के बाहरी विद्युदग्र की बनावट एवं उसमें भरी गयी गैस की प्रकृति पता लगाये जाने वाले कण की प्रकृति पर निर्भर करती है। यथा γ-किरण के परिचयन के लिए, बाहरी दीवाल की मुटाई 1 से 3 मि०मी० तक ली जाती है। β-कण के परिचयन के लिए, पतले ऐल्यूमिनियम (करीब 0·1 मि०मी० मोटी) की खिड़की का व्यवहार किया जाता है आदि-आदि।

गणित्र के आन्तरिक विद्युदग्र को उच्च तनाव की बैटरी (करीब 1000 वोल्ट) के धन ध्रुव से जोड़ दिया जाता है जिसका ऋण-ध्रुव, गणित्र के बाहरी विद्युदग्र से जुड़ा होता है। यह बाहरी विद्युदग्र एक ग्राहिता से होकर एक प्रवर्धक-नली (amplifier tube) के ग्रिड (Grid) से जुड़ा होता है। (यह चित्र में नहीं दिखलाया गया है)

जब किसी रेडियधर्मी द्रव्य से कण काफी वेग के साथ गणित्र में प्रवेश करता है तो उसके अन्दर की गैस का आयनीकरण शुरू हो जाता है जिससे आयनीकरण-धारा उत्पन्न हो जाती है जो सम्बन्धित प्रवर्धक (amplifier) से होकर प्रवाहित होने लगती है।

विकास की प्रारम्भिक स्थिति में कणों की गणना, आन्तरिक विद्युदग्र को तंतु-विद्युन्मापी (string electrometer) से जोड़कर एवं तंतु के विस्थापन (जो विद्युत्-विसर्जन के कारण उत्पन्न होता है) का फोटोग्राफी विधि से अभिलेखन (recording) कर की जाती थी। परन्तु विज्ञान के विकास के साथ-साथ कणों की गणना की दर में भी काफी वृद्धि हुई है। वायु-रहित नली परिपथ (vacuum tube circuit) का गाइगर गणित्र के साथ व्यवहार कर, ऐसे कणों को भी, जो काफी तीव्रता के साथ उत्पन्न होते हैं, अलग-अलग गिनना संभव हो सका है।

आजकल गाइगर गणित्र का व्यवहार या उपयोग सिर्फ रेडियधर्मी किरणों के ही परिचयन में नहीं किया जाता है अपितु X-किरण एवं क्षीणधर्मी द्रव्यों की रेडियधर्मिता के परिचयन में भी किया जाता है। इसके अलावा नाभिकीय भौतिकी (Nuclear Physics) में अनुसंधान में तथा चिकित्सा विज्ञान (medical sciences) में यह अपना एक विशिष्ट स्थान रखता है।

5. **अभ्र प्रकोष्ठ विधि** (Cloud chamber method)— आज के इस परमाणु-युग में अभ्र प्रकोष्ठ (cloud chamber) एक बहुत ही उपयोगी यंत्र हो गया है। इसकी खास विशेषता इस बात को लेकर है कि यह, रेडियधर्मिता एवं उससे सम्बन्धित घटनाओं के सम्बन्ध में एक साथ ही अनेकों मूल्यवान् सूचनाएँ प्रदान करता है।

(चित्र 98)

अभ्र प्रकोष्ठ का निर्माण सर्वप्रथम विलसन (Wilson) ने सन् 1912 ई० में किया। यह चित्र 98 में दिखलाया गया है। इसमें A एक बेलनाकार विस्तारक अभ्र प्रकोष्ठ (cylindrical expansion cloud chamber) होता है जिसकी छत एवं दीवाल काँच की बनी होती है। इसमें धूल-रहित (dust free) संतृप्त (saturated) हवा रहती है। A के नीचे P एक पिस्टन है जो जरूरत पड़ने पर A की हवा में रुद्धोष्म (adiabatic) प्रसार उत्पन्न करता है। यह पिस्टन, एक नली के द्वारा, जिसमें एक वाल्व लगा होता है, एक काफी ग्राहिता वाले वायुरहित बरतन V से जुड़ा रहता है। जब वाल्व C को खोल दिया जाता है तो पिस्टन के नीचे की हवा, काफी तेजी से बरतन V में आने लगती है जिससे पिस्टन एकाएक नीचे उतरने लगता है तथा प्रकोष्ठ A की हवा में रुद्धोष्म प्रसार होता है।

प्रसार के तुरत बाद, जिन कणों का पता लगाना रहता है, उन्हें प्रकोष्ठ में आने दिया जाता है। ये कण A की प्रसारित एवं ठंढी हवा में आयनीकरण (ionisation) उत्पन्न करते हैं तथा उन आयनों पर जल-कण (water droplets) बनने लगते हैं। ये जलकण आगत अज्ञात कण का पथ निरूपित करते हैं। ठीक इसी वक्त में प्रकोष्ठ को काफी प्रकाशित कर दिया जाता है तथा विभिन्न कणों के अनुचिह्नों (tracks) का फोटोग्राफ कैमरा K-K की मदद से ले लिया जाता है।

इस सरल उपकरण से विलसन एवं अन्य वैज्ञानिक विभिन्न आयनन उत्पन्न करने वाले कण, यथा α-कण, β-कण आदि के बहुत ही सुन्दर-सुन्दर फोटोग्राफ ले सकने में समर्थ हो सके।

α-कणों के अनु-चिह्न मोटे एवं सीधे होते हैं तथा β-कणों द्वारा उत्पन्न अनु-चिह्न काफी पतले होते हैं। γ-किरण या फोटॉन (photons) स्वयं अनुचिह्न (tracks) उत्पन्न नहीं करते हैं परन्तु वे इलेक्ट्रॉन उत्सर्जित करते हैं जो अनुचिह्न पैदा करते हैं। इस प्रकार उत्पन्न अनुचिह्न के निरीक्षण से उन्हें पैदा करने वाले कणों को पहचाना जा सकता है।

जिन कणों के अनुचिह्नों का फोटोग्राफ लिया गया है उनके पथ के लम्बवत् यदि ज्ञात सामर्थ्य का चुम्बकीय क्षेत्र स्थापित किया जाय तो उनके अनुचिह्न वृत्त के चाप के रूप में हो जाते हैं। उन चापों की वक्रता त्रिज्या नापकर कणों की ऊर्जा की गणना की जा सकती है।

इस प्रकार हम पाते हैं कि अभ्र प्रकोष्ठ एक ही साथ अनेक सूचनाएँ प्रदान करता है।

6. **फोटो-पायस विधि** (Photographic emulsion method)— यद्यपि इस विधि का आविष्कार सन् 1911 ई० में ही हुआ, परन्तु इसका सम्यक् विकास हाल में ही आकर हुआ है।

इस विधि का मौलिक सिद्धान्त करीब-करीब वही है जो साधारण फोटोग्राफी (photography) का है। जब कोई आविष्ट कण किसी फोटोग्राफी प्लेट पर आपतित होता है तो प्लेट की सुग्राहक परत (sensitive layer) पर वह ठीक वैसा ही प्रभाव उत्पन्न करता है जैसा कि उसे प्रकाश में छोड़ देने पर होता है। जिस प्रकार फोटोग्राफ लिये गये वस्तु का प्रतिबिम्ब सिल्वर हेलाइड (silver halide grains) के अन्दर छुपा रहता है, ठीक उसी प्रकार आविष्ट कणों का अनुचिह्न भी छुपा रहता है जो प्लेट को धोने पर स्पष्ट हो जाता है। सूक्ष्मदर्शी (microscope) की सहायता से उन अनुचिह्नों का निरीक्षण किया जा सकता है तथा अनुचिह्नों की प्रकृति देखकर उन्हें उत्पन्न करने वाले कणों (α या β या अन्य कोई आविष्ट कण) को पहचाना जा सकता है।

5.5. रेडियधर्मिता के मौलिक नियम एवं रेडियधर्मी श्रेणी (Fundamental Laws of Radio-activity and Radio-active Series)

अब यहाँ हम रेडियधर्मिता के कुछ मौलिक नियमों का वर्णन करेंगे तथा उनके आधार पर कुछ रेडियधर्मी श्रेणियों की भी चर्चा करेंगे।

(क) विस्थापन का नियम (Displacement Law)— ऊपर हम देख चुके हैं कि α-कण की संहति 4 इकाई (a. m. u.) होती है तथा उसका आवेश दो इकाई होता है। अत: यदि कोई रेडियधर्मी तत्त्व A हो जिसकी संहति मान लें M इकाई

हो, जिसे संहति-संख्या (mass number) कहते हैं, तथा नाभिक पर आवेश Z इकाई हो, जिसे परमाणु-संख्या (atomic number) कहते हैं, तो उसे A^{M}_{Z} के रूप में लिखने की प्रथा है। अब यदि यह तत्त्व एक α-कण उत्सर्जित करे, तो स्पष्टतः उसके नाभिक की संहति 4 ईकाई से और आवेश 2 इकाई से कम हो जायगा; और इस प्रकार कोई दूसरा तत्त्व B उत्पन्न हो जायेगा जिसे B^{M-4}_{Z-2} के रूप में लिखा जा सकता है।

A को, जो रेडियधर्मी कण का उत्सर्जन कर दूसरे तत्त्व B का जन्म देता है, **जनक तत्त्व** (Parent element) कहते हैं तथा B को, जो जनक तत्त्व से रेडियधर्मी कण के उत्सर्जन के फलस्वरूप बना है, **जन्य तत्त्व** (Daughter element) कहते हैं तथा इस प्रकार की घटना को **रेडियधर्मी विघटन** (Radio active disintegration) कहते हैं।

यदि नव-निर्मित जन्य तत्त्व B, रेडियधर्मी न रहा तो रेडियधर्मी विघटन की क्रिया यहीं समाप्त हो जाती है परन्तु यदि B रेडियधर्मी तत्त्व हो तो वह स्वयं जनक बनकर, विघटन क्रिया के फलस्वरूप एक तीसरे तत्त्व C की उत्पत्ति करेगा और यह क्रिया तबतक जारी रहेगी जबतक कि रेडिय-अधर्मी जन्य तत्त्व (Radio-inactive daughter element) न उत्पन्न हो जाय। इस प्रकार हम पाते हैं कि प्रत्येक रेडियधर्मी तत्त्व के संगत विभिन्न जन्य तत्त्वों की एक श्रेणी होती है जिसे **रेडियधर्मी श्रेणी** (Radio-active series) कहते हैं।

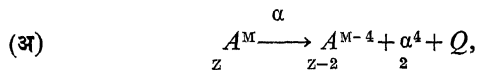
उसी प्रकार यदि किसी रेडियधर्मी द्रव्य से β-कण उत्सर्जित हो रहा हो तो जो नया तत्त्व उत्पन्न होता है उसकी संहति-संख्या अपरिवर्तित परन्तु परमाणु-संख्या, जनक तत्त्व की अपेक्षा एक इकाई अधिक हो जाती है चूँकि β-कण पर एक इकाई का ऋण आवेश रहता है।

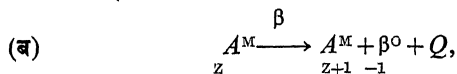
γ- किरण के उत्सर्जन से संहति-संख्या या परमाणु-संख्या में कोई अन्तर नहीं आता है, क्योंकि यह क्रिया सिर्फ नाभिकीय उत्तेजन (Nuclear excitation) में परिवर्तन निरूपित करती है। ऊपर जो कुछ कहा गया है उसे **फैजन एवं सॉदी का विस्थापन नियम** (Fajan and Soddy's Displacement law) कहते हैं तथा इसे निम्नलिखित ढंग से लिखा जा सकता है—

"प्रत्येक रेडियधर्मी परिवर्तन में या तो α या β (कभी भी दोनों एक साथ नहीं) कण उत्सर्जित होता है। यदि रेडियधर्मी तत्त्व से एक α-कण उत्सर्जित होता है तो एक दूसरे तत्त्व का निर्माण होता है जिसकी संहति-संख्या 4 इकाई एवं परमाणु-संख्या 2 इकाई, जनक तत्त्व अपेक्षा कम होती है। उसी प्रकार यदि रेडियधर्मी तत्त्व से एक β-कण उत्सर्जित होता है तो जिस दूसरे तत्त्व की उत्पत्ति होती है उसकी संहति-संख्या ज्यों-की-त्यों परन्तु परमाणु-संख्या, जनक तत्त्व की अपेक्षा, एक इकाई अधिक होती है। γ-किरण के उत्सर्जन से जनक तत्त्व की परमाणु या संहति-संख्या

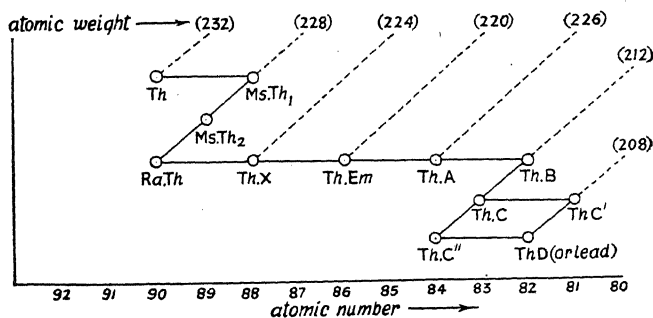
में कोई अन्तर नहीं आता है सिर्फ वह निम्न उत्तेजन की स्थिति (In a state of Lower excitation) में परिवर्तित हो जाता है।

यदि किसी रेडियधर्मी तत्त्व A की संहति-संख्या M एवं परमाणु संख्या Z हो तो ऊपर के विस्थापन नियम को गणितीय ढंग से निम्नलिखित रूप से निरूपित किया जा सकता है—

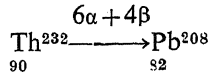
(अ) $$ {}_{Z}A^{M} \xrightarrow{\alpha} {}_{Z-2}A^{M-4} + {}_{2}\alpha^{4} + Q, $$

जो α-विघटन (α- disintegration) को निरूपित करता है।

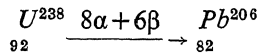
(ब) $$ {}_{Z}A^{M} \xrightarrow{\beta} {}_{Z+1}A^{M} + {}_{-1}\beta^{0} + Q, $$

जो β- विघटन को निरूपित करता है। यहाँ Q विघटन में उत्पन्न ऊष्मा-ऊर्जा का द्योतक है।

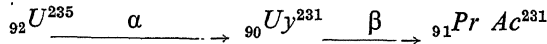
इस विस्थापन नियम की सहायता से विभिन्न रेडियधर्मी श्रेणी के तत्त्वों की संहति एवं परमाणु-संख्या आसानी से ज्ञात की जा सकती है, बशर्ते कि प्रथम जनक तत्त्व के लिए इन राशियों के मान ज्ञात हों। कुछ ज्ञात रेडियधर्मी श्रेणी निम्नलिखित हैं—

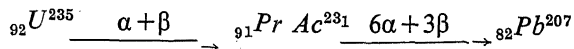
(अ) **थोरियम श्रेणी** (Thorium Series)— थोरियम ${}_{90}Th^{232}$ (संहति-संख्या 232 एवं परमाणु-संख्या 90) क्रमशः 6α एवं 4β कण उत्सर्जित करने के बाद एक रेडिय-अधर्मी तत्त्व में परिणत हो जाता है जिसकी संहति-संख्या 208 एवं परमाणु-संख्या 82 होती है। यह तत्त्व सीसे (Lead) का एक समस्थानिक (Isotope) होता है। इस श्रेणी के प्रत्येक तत्त्व की संहति-संख्या $4n$ द्वारा निरूपित की जा सकती है। इस

(चित्र 99)

श्रेणी में सर्वाधिक आयु वाला तत्त्व ${}_{90}Th^{232}$ होता है जिसकी अर्द्धायु (half-life) $1{\cdot}39 \times 10^{10}$ वर्ष होती है।

$$\underset{90}{Th^{232}} \xrightarrow{6\alpha+4\beta} \underset{82}{Pb^{208}}$$

(ब) यूरेनियम-रेडियम श्रेणी (Uranium-Radium Series):—इस श्रेणी का प्रथम जनक तत्त्व यूरेनियम $\underset{92}{U^{238}}$ (संहति-संख्या 238 एवं परमाणु-संख्या 92) होता है जो 8α एवं 6β-कण उत्सर्जित करने के बाद एक रेडिय-अधर्मी (non-radio-active) तत्त्व में परिणत हो जाता है जिसकी संहति-संख्या 206 एवं परमाणु-संख्या 82 होती है— यह तत्त्व सीसे का दूसरा समस्थानिक (isotope) होता है। इस श्रेणी के प्रत्येक तत्त्व की संहति-संख्या $4n+2$ द्वारा निरूपित की जा सकती है। इस श्रेणी में सर्वाधिक आयु वाला तत्त्व $\underset{92}{U^{238}}$ होता है जिसकी अर्द्धायु $4\cdot50\times10^9$ वर्ष होती है।

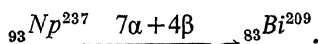
$$\underset{92}{U^{238}} \xrightarrow{8\alpha+6\beta} \underset{82}{Pb^{206}}$$

(स) एक्टेनियम श्रेणी (Actinium Series):—इस श्रेणी का प्रथम जनक तत्त्व यूरेनियम का दूसरा समस्थानिक $\underset{92}{U^{235}}$ (संहति-संख्या 235 एवं परमाणु-संख्या 92) होता है जो एक α एवं एक β-कण उत्सर्जित करने के बाद प्रोटो-एक्टेनियम $\underset{91}{Pr\ Ac^{231}}$ में परिवर्तित हो जाता है।

$${}_{92}U^{235} \xrightarrow{\alpha} {}_{90}Uy^{231} \xrightarrow{\beta} {}_{91}Pr\ Ac^{231}$$

यह प्रोटो-एक्टेनियम भी रेडियधर्मी होता है जो कुल 6α एवं 3β कण उत्सर्जित करने के बाद एक रेडिय-अधर्मी तत्त्व में परिणत हो जाता है जिसकी संहति-संख्या 207 एवं परमाणु-संख्या 82 होती है। यह तत्त्व सीसे का तीसरा समस्थानिक (isotope) होता है। इस श्रेणी के प्रत्येक तत्त्व की संहति-संख्या $4n+3$ द्वारा निरूपित की जा सकती है। इस श्रेणी में सर्वाधिक आयु वाला तत्त्व $\underset{92}{U^{235}}$ होता है जिसकी अर्द्धायु $8\cdot52\times10^8$ वर्ष होती है।

$${}_{92}U^{235} \xrightarrow{\alpha+\beta} {}_{91}Pr\ Ac^{231} \xrightarrow{6\alpha+3\beta} {}_{82}Pb^{207}$$

सीसे का चतुर्थ समस्थानिक $\underset{82}{Pb^{204}}$ भी उपलब्ध है परन्तु इसका रेडियो-सक्रियता से कोई सम्बन्ध नहीं है।

(द) नेप्चुनियम श्रेणी (Neptunium Series):—इस श्रेणी का प्रकृति में वस्तुत: अस्तित्व नहीं होता है परन्तु सन् 1923 ई० में रसेल (Russel) ने इस श्रेणी के अस्तित्व की भी कल्पना की एवं सुझाव दिया।

इसी श्रेणी का प्रथम जनक तत्त्व कृत्रिम ढंग से उत्पन्न नेप्चुनियम $_{93}Np^{237}$ होता है जिसकी संहति-संख्या 237 एवं परमाणु-संख्या 93 होती है। यह $_{93}Np^{237}$, 7α एवं 4β कण उत्सर्जित करने के बाद एक रेडियो-अधर्मी तत्त्व में परिणत हो जाता है जिसकी संहति-संख्या 209 एवं परमाणु-संख्या 83 होती है—यह तत्त्व Bi का एक समस्थानिक होता है। इस श्रेणी के प्रत्येक तत्त्व की संहति-संख्या $4n+1$ द्वारा निरूपित की जा सकती है। इस श्रेणी के सर्वाधिक आयु वाले तत्त्व $_{93}Np^{237}$ की अर्द्धायु $2{\cdot}20 \times 10^{6}$ वर्ष होती है।

$$_{93}Np^{237} \xrightarrow{7\alpha + 4\beta} {}_{83}Bi^{209}.$$

ऊपर जिन रेडियधर्मी श्रेणियों की चर्चा की गयी है उनके अतिरिक्त भी तत्त्व पाये जाते हैं जिनमें क्षीण परिमाण में रेडियधर्मिता पायी जाती है। कुछ तत्त्वों में पायी जाने वाली रेडियधर्मिता, उनमें अल्प मात्रा में रेडियधर्मी द्रव्य की उपस्थिति के कारण मानी जाती है; परन्तु तीन ऐसे तत्त्व—पोटाशियम, रुबिडियम, एवं सेमैरियम—ज्ञात हो सके हैं जिनमें क्षीण परिमाण में रेडियधर्मिता पायी गयी है तथा वह गुण किसी अशुद्धि के कारण नहीं अपितु तत्त्व के लाक्षणिक गुण (characteristic property) के कारण पाया गया है।

इन तीनों क्षीण रेडियधर्मी तत्त्वों की अर्द्धायु (half-life) निम्नलिखित हैं—

$K^{40} \rightarrow 1{\cdot}9 \times 10^{19}$ वर्ष

$Rb^{87} \rightarrow 5 \times 10^{10}$ वर्ष

एवं $Sm \rightarrow 1{\cdot}02 \times 10^{12}$ वर्ष

(ख) रेडियधर्मी विघटन के नियम (Radio-active disintegration Law)—रेडियधर्मी विघटन का नियम रेडियधर्मिता का दूसरा मौलिक नियम है जो रेडियधर्मी द्रव्य की धर्मिता के ह्रास या अपक्षय (decay) की दर को निर्धारित करता है।

क्रूक (Crookes) एवं बेकरेल (Becquerel) ने यह पाया कि यूरेनियम (U) विघटित होकर दूसरे तत्त्व, जिसे यूरेनियम X (UX) कहते हैं, की उत्पत्ति करता है जिसकी रेडियधर्मिता जनक तत्त्व यूरेनियम U से भी अधिक होती है; परन्तु यदि दोनों तत्त्वों को विलग कर छोड़ दिया जाय तो पाया जाता है कि U की धर्मिता बढ़ती जाती है तथा UX की धर्मिता धीरे-धीरे घटती जाती है।

रदरफोर्ड एवं सॉदी (Soddy) ने थोरियम के साथ भी यही बात पायी। उनलोगों

ने इस क्रिया के गुणात्मक एवं परिमाणात्मक अध्ययन के आधार पर कुछ मान्यताएँ (hypothesis) प्रतिपादित कीं जो इस प्रकार हैं—

(अ) रेडियधर्मी द्रव्य स्वतः विघटित होते रहते हैं जिसके फलस्वरूप α या β या γ-किरण का उत्सर्जन होता है तथा नये तत्त्व का निर्माण होता है।

(ब) परमाणुओं का विघटन अनिश्चित होता है अर्थात् यह बताना कि कौन परमाणु पहले विघटित होगा असंभव है—यह सिर्फ संयोग (chance) की बात है। दूसरे शब्दों में, प्रत्येक परमाणु के विघटित होने की संभावना समान होती है।

(स) किसी रेडियधर्मी द्रव्य के विघटन की दर (यानी प्रति सेकण्ड विघटित होने वाले परमाणुओं की संख्या) किसी बाह्य कारणों पर निर्भर नहीं करती है अपितु किसी क्षण यह दर, उस क्षण वर्त्तमान रेडियधर्मी परमाणुओं की संख्या के समानुपाती होती है।

मान लें कि किसी क्षण t पर किसी रेडियधर्मी द्रव्य में विद्यमान परमाणुओं की संख्या N है तथा सूक्ष्म समयान्तराल (small interval of time) dt में उनमें से dN परमाणु विघटित (disintegrated) हो जाते हैं अतः उस समय परमाणुओं के अपक्षय की दर $= -\frac{dN}{dt}$ तथा यह परमाणुओं की संख्या N के समानुपाती होनी चाहिए, अर्थात्

$$-\frac{dN}{dt} \propto N.$$

या
$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N \qquad \ldots \text{(i)}$$

जहाँ λ समानुपाती स्थिरांक है जो दिये गये द्रव्य के लिए लाक्षणिक स्थिरांक (characteristic constant) होता है तथा द्रव्य का विघटन या अपक्षय स्थिरांक (disintegration or decay constant) कहलाता है। समीकरण (i) को निम्नलिखित ढंग से लिखा जा सकता है।

$$\frac{dN}{N} = -\lambda dt.$$

अर्थात् $\log_e N = -\lambda t + C \qquad \ldots$ (ii)

जहाँ C समाकलन-स्थिरांक (integration constant) है। प्रारम्भ में (अर्थात् $t=0$) यदि परमाणुओं की संख्या N_0 हो तो समीकरण (ii) से

$\log_e N_0 = -\lambda \times 0 + C.$

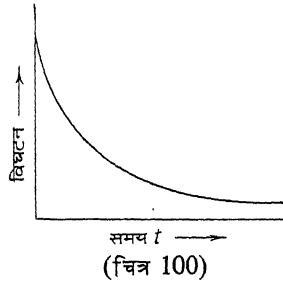
अर्थात् $C = \log_e N_0.$

C का यह मान समीकरण (ii) में बैठाने पर

$\log_e N = -\lambda t + \log_e N_0.$

या $\log_e \dfrac{N}{N_0} = -\lambda t.$

$\therefore \quad \dfrac{N}{N_0} = e^{-\lambda t}$

(चित्र 100)

अर्थात् $N = N_0 e^{-\lambda t}$ .. (iii)

समीकरण (iii) अभीष्ट रेडियधर्मी विघटन के नियम को निरूपित करता है। यह समीकरण बतलाता है कि किसी दिये हुए रेडियधर्मी द्रव्य के परमाणुओं की संख्या का ह्रास समय के साथ घातांकीय ढंग से (exponentially)—अर्थात् शुरू में तेजी से एवं बाद में धीरे-धीरे होता है।

यदि हम मान लें कि $\lambda N = I$ एवं $\lambda N_0 = I_0$ तो समीकरण (iii)

$$I = I_0 e^{-\lambda t} \quad .. \text{(iv)}$$

के रूप में लिखा जा सकता है।

I को रेडियधर्मी द्रव्य की धर्मिता कहते हैं।

अपक्षय स्थिरांक (Decay constant)—

समीकरण (iii) में $t = \dfrac{1}{\lambda}$ रखने पर

$$N = N_0 e^{-1}$$

या

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{e} \quad .. \text{(v)}$$

अर्थात् किसी द्रव्य का अपक्षय स्थिरांक उस समयावधि (time interval) के व्युत्क्रम (reciprocal) को कहते हैं जितने समय में उस रेडियधर्मी द्रव्य के बचे हुए परमाणुओं की संख्या प्रारम्भिक परमाणुओं की संख्या की $\dfrac{1}{e}$ गुनी रह जाय; जहाँ e नेपेरियन लौगरिथिम का आधार है।

अर्द्धायु अवधि (Half-life time)— अर्द्धायु अवधि, अपक्षय-स्थिरांक की ही तरह किसी रेडियधर्मी द्रव्य का लाक्षणिक स्थिरांक (characteristic constant)

होती है तथा यह उस समयावधि T (time-interval) को कहते हैं जितने समय में उस द्रव्य के बचे हुए परमाणुओं की संख्या, प्रारम्भिक संख्या की आधी रह जाती है।

यदि $t=0$ पर $N=N_0$ हो तो अर्द्धायु-अवधि T उतने समय को कहेंगे जितने समय के बाद बचे हुए परमाणुओं की संख्या $\frac{N_0}{2}$ रह जाय अर्थात्

$$t=T \text{ पर } N=\frac{N_0}{2}.$$

यह मान समीकरण (iii) में रखने पर

$$\frac{N_0}{2}=N_0e^{-\lambda T}.$$

या $\frac{1}{2}=e^{-\lambda T}.$

या $e^{\lambda T}=2$

$$\therefore \quad T=\frac{\log_e 2}{\lambda}=\frac{0{\cdot}6931}{\lambda} \quad \text{.. (vi)}$$

यह अर्द्धायु अवधि विभिन्न रेडियधर्मी द्रव्य के लिए भिन्न-भिन्न होती है। यथा—

रेडियम की अर्द्धायु=1590 वर्ष

एवं रेडन की अर्द्धायु=3·8 दिन

औसतायु अवधि (Average Life Time)— किसी रेडियधर्मी द्रव्य के परमाणु सतत विघटित होते रहते है; तथा कौन परमाणु पहले विघटित होगा एवं कौन परमाणु बाद में विघटित होगा—यह सिर्फ संयोग की बात है। जिस परमाणु की आयु (life) कम होगी वह पहले विघटित हो जायगा एवं जिसकी आयु अधिक होगी वह बाद में विघटित होगा। वास्तव में समीकरण (iii) $N=N_0e^{-\lambda t}$ को देखने से स्पष्ट होता है कि किसी भी रेडियधर्मी द्रव्य के सभी परमाणुओं को विघटित होने में सैद्धान्तिक तौर पर अनन्त समय लगना चाहिए; इसका अर्थ यह हुआ कि किसी रेडियधर्मी द्रव्य के विभिन्न परमाणुओं के अस्तित्व (existence) की अवधि शून्य से लेकर अनन्त समय के बीच, कुछ भी हो सकती है— अत: किसी रेडियधर्मी द्रव्य के परमाणुओं की औसत-आयु की गणना की सार्थकता महसूस होती है।

विभिन्न परमाणुओं की आयु के योग एवं परमाणुओं की कुल संख्या का अनुपात, उस रेडियधर्मी द्रव्य की औसतायु-अवधि कहलाता है। इसकी गणना निम्नलिखित ढंग से की जा सकती है—

यदि प्रारम्भ में किसी पदार्थ के परमाणु की संख्या N_0 हो तो t समय के बाद

बचे हुए परमाणुओं की संख्या

$$N = N_0 e^{-\lambda t}.$$

इसका मतलब यह हुआ कि N परमाणुओं की आयु t से अधिक है तथा बाँकी $(N_0 - N)$ परमाणुओं, जो t समय तक विघटित हो चुके, की आयु t से कम थी।

पुन: t एवं $t+dt$ समय में मान लें dN परमाणु विघटित होते हैं तो उस क्षण विघटन की दर, समीकरण (i) से (ऋणात्मक चिह्न छोड़ देने पर)

$$\frac{dN}{dt} = \lambda N.$$

इन dN परमाणुओं की आयु t एवं $d+dt$ के बीच में है। चूँकि dt बहुत ही छोटा समयान्तराल है अतः हम कह सकते हैं कि इन dN परमाणुओं की कुल आयु $= dN.t$

चूँकि N_0 में से किसी परमाणु की सम्भव आयु शून्य से अनन्त के बीच में कुछ हो सकती है अत: समस्त परमाणुओं N_0 की कुल आयु

$$= \int_0^\infty dN.t = \int_0^\infty \lambda N.dt.t.$$

$$= \int_0^\infty \lambda\ N_0 e^{-\lambda t}.t.dt.$$

तथा परमाणुओं की कुल संख्या

$$= \int_0^{N_0} dN = N_0.$$

अत: परिभाषा के मुताबिक परमाणुओं की औसत-आयु

$$T = \frac{\text{समस्त परमाणुओं की कुल आयु}}{\text{परमाणुओं की कुल संख्या}}$$

$$= \frac{\int_0^\infty \lambda N_0 e^{-\lambda t} t.dt.}{\int_0^\infty dN} \quad \text{.. (vii)}$$

$$= \frac{N_0\lambda \int_0^\infty e^{-\lambda t}.t.dt}{N_0} = \lambda. \int_0^\infty e^{-\lambda t}.t.dt.$$

$$= \lambda \left[t \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda -} - \int \frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda} dt. \right]_0^\infty$$

$$= \lambda. \left[t. \frac{e^{-\lambda t}}{-\lambda} - \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda^2} \right]_0^\infty$$

$$= \lambda. \left[- \frac{\lambda t e^{-\lambda t}}{\lambda^2} - \frac{e^{-\lambda t}}{\lambda^2} \right]_0^\infty$$

$$= -\frac{1}{\lambda} \left[(1+\lambda t) e^{-\lambda t} \right]_0^\infty = \frac{1}{\lambda}$$

$$= \frac{T}{0{\cdot}6931} = 1{\cdot}44T. \qquad \ldots \quad \text{(viii)}$$

इस प्रकार औसत आयु T एवं अर्द्धायु T एक-दूसरे के समानुपाती होती है। साथ-ही-साथ औसत आयु T, अपक्षय-स्थिरांक λ के व्युत्क्रम (Reciprocal) होती है।

सन् 1913 ई० में गाइगर एवं नटल (Geiger and Nuttal) ने प्रयोगिक प्रेक्षणों के आधार पर एक आनुभविक सूत्र (empirical formula) स्थापित किया जो बतलाता है कि α-कण का परास (range) R एवं उसे उत्सर्जित करने वाले द्रव्य के अपक्षय स्थिरांक λ एक-दूसरे से सम्बन्धित होते हैं।

यह सूत्र

$$\lambda = A + B \log R$$

है जो गाइगर-नटल का नियम (Geiger Nuttal Rule) कहलाता है। यहाँ A एवं B स्थिरांक (constant) हैं।

चूँकि α-कण का परास R, उसके वेग v के साथ सूत्र $R = av^3$ द्वारा सम्बन्धित होता है—अतः स्पष्ट है कि λ एवं v भी आपस में एक-दूसरे से सम्बन्धित होते हैं।

इन समीकरणों की सहायता से अल्पायु वाले रेडियधर्मी द्रव्य के रेडियधर्मी स्थिरांक (radio-active constants) ज्ञात किये जाते हैं।

5.6. रेडियधर्मिता की इकाई (Units of Radio activity)

व्यवहार में आने वाली रेडियधर्मिता की इकाइयाँ निम्नलिखित हैं—

1. **क्यूरी** (Curie)— रेडियम के उस एक ग्राम की संहति जिससे प्रति सेकेण्ड $3{\cdot}71 \times 10^{10}$ परमाणु विघटित होते हों, की धर्मिता (activity) को एक **क्यूरी** (Curie) कहा जाता है।

चूँकि क्यूरी बहुत बड़ी इकाई होती है; अत: व्यवहार में इसकी छोटी इकाई का प्रयोग किया जाता है जिसे **मिली-क्यूरी** (Milli-Curie) कहते हैं।

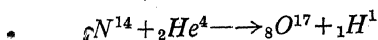
1 मिली-क्यूरी $= 10^{-3}$ क्यूरी

2. **रदरफोर्ड** (Rutherford)— रेडियम के उस एक ग्राम की संहति, जिससे प्रति सेकण्ड 10^6 परमाणु विघटित होते हों, की धर्मिता को एक **रदरफोर्ड** (Rutherford) कहा जाता है।

5.7. कृत्रिम नाभिकीय विघटन एवं कृत्रिम रेडियधर्मिता (Artificial Nuclear disintegration and Artificial Radio activity)

अनेकों शताब्दियों तक—एक तत्त्व को दूसरे तत्त्व में परिणत करना—मानव जाति के लिए स्वप्न सा बना रहा है। उनकी यह इच्छा रही कि कोई ऐसा द्रव्य या पत्थर मिल जाय जिसे घुलाकर किसी भी कुप्य धातु (base metal) को अकुप्य धातु (noble metal) में परिणत किया जा सके; परन्तु अनेक दिक्कतों एवं अभावों के चलते उनकी इच्छा साकार न हो सकी। यह हाल—सन् 1919 ई०—की बात है जबकि रदरफोर्ड के अनुसंधान से उनके स्वप्न के साकार होने की आशा-झलक मालूम हुई। सन् 1919 ई० में रदरफोर्ड ने आविष्कार किया कि RaB या RaC से प्राप्त α-कण एवं नाइट्रोजन नाभिक की प्रतिक्रिया से एक इस प्रकार के कण उत्सर्जित होते हैं जो ZnS के परदे पर स्फुरण (scintillations) पैदा करते हैं। उन्होंने यह भी निष्कर्ष निकाला कि ये नव-उत्सर्जित कण न तो α-कण हो सकते हैं और न β-कण (या इलेक्ट्रॉन) ही हो सकते हैं— कारण α-कण का परास (range) उतना अधिक नहीं होता है जितना कि इन नव-उत्सर्जित कणों का परास (करीब 40 सें०मी० या उससे भी कुछ अधिक) पाया गया तथा β-कण कोई देखने लायक स्फुरण पैदा नहीं करते।

विक्षेप प्रयोग (deflection experiment) के आधार पर रदरफोर्ड ने पाया कि इस नव-उत्सर्जित कण की संहति 1 इकाई तथा आवेश भी एक इकाई होते हैं— अर्थात् इसे हाइड्रोजन नाभिक (hydrogen nucleus) के रूप में पहचाना जा सकता है। इस नव-आविष्कृत कण को उन्होंने प्रोटन (proton) $_1H^1$ कहा तथा सम्भव प्रतिक्रिया (possible reaction) को निम्नरूप से प्रदर्शित किया।

$$_7N^{14} + {_2He^4} \longrightarrow {_8O^{17}} + {_1H^1}$$

इस प्रकार एक स्थायी तत्त्व को दूसरे स्थायी तत्त्व में परिणत किया जाना सम्भव हो सका, जिससे लोगों में विश्वास जगा कि उनका सपना भी पूरा हो सकता है।

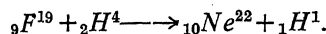
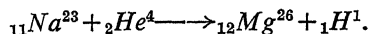
एक स्थायी तत्त्व (या नाभिक) को दूसरे स्थायी तत्त्व (या नाभिक) में परिणत करने की इस प्रकार की क्रिया को कृत्रिम-नाभिकीय विघटन (artificial nuclear disintegration) कहते है।

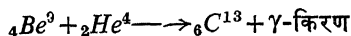
अपनी प्रथम सफलता से उत्साहित होकर रदरफोर्ड ने, चैदविक (Chadwick) के सहयोग से, अपना अनुसंधान जारी रखा तथा 1921 से 1924 के बीच में ही उन्होंने निष्कर्ष निकाला कि α-कण के अभिहनन (bombardment) से, कार्बन एवं ऑक्सीजन को छोड़कर, बोरन (Boron) से लेकर पोटाशियम तक—सभी हलके तत्त्वों को अन्य स्थायी तत्त्वों में परिणत किया जा सकता है तथा प्रत्येक क्रिया में प्रोटन का उत्सर्जन होता है। उदाहरणार्थ—

फ्लोरिन से नियन बनता है—

$$_9F^{19}+{}_2H^4 \longrightarrow {}_{10}Ne^{22}+{}_1H^1.$$

सोडियम से मैग्नेशियमम बनता है—

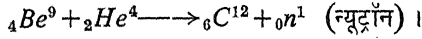
$$_{11}Na^{23}+{}_2He^4 \longrightarrow {}_{12}Mg^{26}+{}_1H^1.$$

α—कणों के अभिहनन से एक स्थायी नाभिक को दूसरे स्थायी नाभिक के रूप में परिणत करने की क्रिया के सिलसिले में ही, सन् 1930 ई० में बोथे एवं बेकर (Bothe and Becker) ने पाया कि पोलोनियम से प्राप्त α-कण द्वारा यदि बेरेलियम का अभिहनन किया जाय तो एक काफी शक्तिशाली (करीब 14×10^6 इलेक्ट्रॉन-वोल्ट की ऊर्जा के साथ) विकिरण की उत्पत्ति होती है। बेरेलियम के अतिरिक्त लिथियम एवं बोरन के साथ भी उनलोगों ने समान परिणाम पाये। उन लोगों के मतानुसार यह शक्तिशाली विकिरण γ-किरण था तथा सम्भव प्रतिक्रिया को उनलोगों ने निम्न-लिखित ढंग से निरूपित किया—

$$_4Be^9+{}_2He^4 \longrightarrow {}_6C^{13}+\gamma\text{-किरण}$$

दो साल बाद, सन् 1932 ई० में जोलिओट (Joliot) एवं इरेन क्यूरी (Irene Curie) — पति-पत्नी—ने ऊपर के प्रयोग को दुहराया तथा इस निष्कर्ष पर पहुँचे कि α-कण द्वारा बेरेलियम परमाणु के अभिहनन से जो विकिरण प्राप्त हुआ उसमें γ-किरण के अतिरिक्त "कुछ और" है— जिसे वे लोग न पहचान पाये।

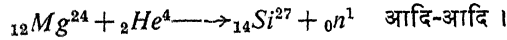
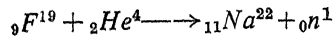
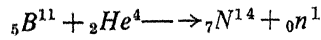
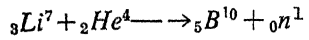
किसी तरह, इस कार्य की सम्पुष्टि का श्रेय चैदविक (Chadwick) को ही दिया जाता है जिन्होंने उसी साल सन् 1932 ई० में, इस प्रयोग को दुहराकर यह निष्कर्ष प्राप्त किया कि α-कण द्वारा बेरेलियम परमाणु के अभिहनन से जो विकिरण प्राप्त हुआ है, वह एक नये किस्म का विकिरण है; इसके कण आवेशहीन, परन्तु अत्यन्त ही अधिक वेधन-सामर्थ्य (penetrating power) वाले होते हैं—इनकी संहति करीब-करीब प्रोटॉन (Proton) की संहति के बराबर होती है।

चैदविक ने इस नये कण का नाम **न्यूट्रॉन** (Neutron) दिया तथा बेरेलियम एवं

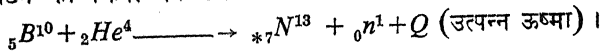
-कण के बीच सम्भव प्रतिक्रिया को निम्नलिखित ढंग से निरूपित किया—

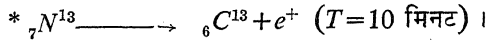
$${}_4Be^9 + {}_2He^4 \longrightarrow {}_6C^{12} + {}_0n^1 \text{ (न्यूट्रॉन)}।$$

चैदविक द्वारा न्यूट्रॉन का यह आविष्कार इतना महत्त्वपूर्ण समझा गया कि इसी आविष्कार पर चैदविक को नोबेल-पुरस्कार जैसी महान् विभूति से सन् 1935 ई० में विभूषित किया गया।

बेरेलियम के अतिरिक्त लिथियम, बोरन, फ्लोरिन आदि भी ऐसे परमाणु हैं जो α-कणों द्वारा अभिहनन के फलस्वरूप न्यूट्रॉन का उत्सर्जन (emission) करते हैं। इन विभिन्न प्रतिक्रियाओं को निम्नलिखित ढंग से निरूपित किया जा सकता है—

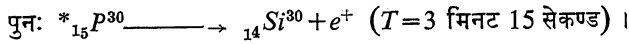
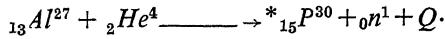
$${}_3Li^7 + {}_2He^4 \longrightarrow {}_5B^{10} + {}_0n^1$$
$${}_5B^{11} + {}_2He^4 \longrightarrow {}_7N^{14} + {}_0n^1$$
$${}_9F^{19} + {}_2He^4 \longrightarrow {}_{11}Na^{22} + {}_0n^1$$
$${}_{12}Mg^{24} + {}_2He^4 \longrightarrow {}_{14}Si^{27} + {}_0n^1 \quad \text{आदि-आदि}।$$

पोलोनियम से प्राप्त α-कण द्वारा विभिन्न तत्त्वों के नाभिकों के अभिहनन के सिलसिले में इरेन क्यूरी एवं जोलिओट ने सन् 1934 ई० में यह निरीक्षण किया कि कुछ तत्त्व— यथा बोरन, मैग्नेशियम, अलुमीनियम आदि—ऐसे हैं जिनके नाभिक का यदि α-कण द्वारा अभिहनन किया जाय तो अभिहनन के फलस्वरूप जो तत्त्व प्राप्त होता है वह स्थायी नहीं होता वरन् रेडियधर्मी द्रव्य की भाँति वह अन्य विकिरण को उत्सर्जित करता है। प्रयोगों के आधार पर उन्होंने साबित किया कि अभिहनित तत्त्व द्वारा उत्सर्जित विकिरण और कुछ नहीं अपितु पोजिट्रॉन (आवेश एक धन इकाई एवं संहति इलेक्ट्रॉन की संहति के बराबर) है। इस नव-आविष्कृत घटना का नाम उन्होंने, प्राकृतिक रेडियधर्मिता की घटना से भिन्न समझने के लिए, **प्रेरित** या **कृत्रिम रेडियधर्मिता** (induced or artificial radioactivity) दिया। उनलोगों ने इन कृत्रिम रेडियधर्मी द्रव्यों की अर्द्धायु (half-life) अवधि का भी मान निकाला तथा पाया कि उनके मान बहुत ही कम होते हैं।

α-कणों के अभिहनन के फलस्वरूप बने कृत्रिम रेडियधर्मी तत्त्व एवं तदुपरान्त उनके विघटन की क्रिया को उनलोगों ने निम्नलिखित ढंग से निरूपित किया—

$${}_5B^{10} + {}_2He^4 \longrightarrow {}_{*7}N^{13} + {}_0n^1 + Q \text{ (उत्पन्न ऊष्मा)}।$$

${}_5B^{10}$ एवं α-कण की प्रतिक्रिया से जो ${}_7N^{13}$ बनता है वह नाइट्रोजन का एक समस्थानिक होता है परन्तु अस्थायी होने की वजह से, रेडियधर्मी द्रव्य की ही भाँति, एक पोजिट्रॉन (e^+) का उत्सर्जन कर स्थायी ${}_7C^{13}$ में परिणत हो जाता है। रेडियधर्मिता के गुण के कारण ${}_7N^{13}$ को उन्होंने रेडिय-नाइट्रोजन कहा।

$$*\,_{7}N^{13} \longrightarrow \,_{6}C^{13} + e^{+} \quad (T=10 \text{ मिनट})\text{ ।}$$

उसी प्रकार, अलुमीनियम एवं α-कण की प्रतिक्रिया से फासफोरस का एक समस्थानिक—जिसे रेडिय-फासफोरस कहते हैं—बनता है जो अस्थायी होने की वजह से, रेडियधर्मी द्रव्य की भाँति, एक पोजिट्रॉन का उत्सर्जन कर स्थायी सिलिकन $_{14}Si^{30}$ में परिणत हो जाता है। इस प्रतिक्रिया को निम्नलिखित ढंग से निरूपित किया जा सकता है—

$$_{13}Al^{27} + \,_{2}He^{4} \longrightarrow *\,_{15}P^{30} + \,_{0}n^{1} + Q.$$

$$\text{पुन: } *\,_{15}P^{30} \longrightarrow \,_{14}Si^{30} + e^{+} \quad (T=3 \text{ मिनट } 15 \text{ सेकण्ड})\text{ ।}$$

कैन्सर के इलाज एवं शरीर के अन्दर फासफोरस के भ्रमण (migration) का पता लगाने के लिए, आजकल दुष्प्राप्य एवं कीमती रेडियम के बदले रेडिय-फासफोरस का ही व्यवहार किया जाता है।

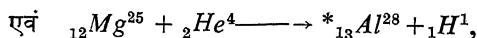
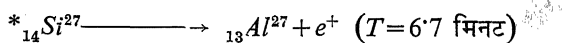
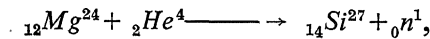
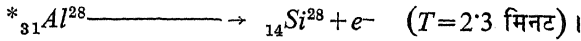
क्यूरी एवं जोलिओट द्वारा अपने अनुसंधान की घोषणा किये जाने के बाद कैम्ब्रिज एवं कैलिफोर्निया के विभिन्न प्रयोगशालाओं में इस दिशा में कार्य शुरू हो गये और आजकल करीब 500 से अधिक कृत्रिम रेडिय-तत्त्व (artificial radio element) ज्ञात हो चुके हैं। ये रेडिय-तत्त्व सिर्फ α-कणों के अभिहनन से ही प्राप्त नहीं हुए हैं वरन् प्रोटॉन, ड्यूट्रॉन, न्यूट्रॉन एवं γ-किरण का भी क्रमशः व्यवहार किया गया, कारण प्रयोगों के आधार पर पाया गया कि वे चार प्रक्षेपक (projectile) भी कृत्रिम रेडिय-तत्त्व की उत्पत्ति करने में उतने ही सक्रिय होते हैं जितने कि α-कण।

बोरन से लेकर कैलसियम के बीच के बहुत-से तत्त्व कृत्रिम रेडिय-तत्त्व की उत्पत्ति करते हैं यदि उनका अभिहनन α-कण द्वारा किया जाय। इन निर्मित रेडिय-तत्त्व में से कुछ, यथा Be^{10}, N^{14}, Na^{23} एवं Al^{27}, तो पोजिट्रॉन का उत्सर्जन कर स्थायी तत्त्व के रूप में परिणत हो जाते हैं परन्तु कुछ रेडिय-तत्त्व, यथा Si^{29}, Ca^{40}, P^{31} आदि, इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन कर स्थायी तत्त्व के रूप में परिणत होते हैं। Mg को पोजिट्रॉन एवं इलेक्ट्रॉन दोनों ही का उत्सर्जन करते हुए पाया गया है; परन्तु ऐसा इसलिए होता है कि Mg के दो समस्थानिक होते हैं जिनके साथ α-कण की प्रतिक्रिया भिन्न-भिन्न ढंग से होती है; यथा—

$$_{12}Mg^{24} + \,_{2}He^{4} \longrightarrow \,_{14}Si^{27} + \,_{0}n^{1},$$

$$*\,_{14}Si^{27} \longrightarrow \,_{13}Al^{27} + e^{+} \quad (T=6{\cdot}7 \text{ मिनट})$$

$$\text{एवं } \quad _{12}Mg^{25} + \,_{2}He^{4} \longrightarrow *\,_{13}Al^{28} + \,_{1}H^{1},$$

$$*_{31}Al^{28} \longrightarrow {}_{14}Si^{28} + e^- \quad (T=2{\cdot}3 \text{ मिनट})।$$

प्रक्षेपक (projectile) के रूप में यदि प्रोटॉन हो तो (p, n) एवं (p, γ) प्रतिक्रिया के फलस्वरूप कृत्रिम रेडियधर्मिता का उत्पन्न होना ज्ञात है जिसमें पोजिट्रॉन या इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन होता है।

प्रक्षेपक के रूप में यदि अधिक ऊर्जा वाला ड्यूट्रॉन हो तो कतिपय अपेक्षाकृत भारी (heavy) तत्त्व, यथा *Bi* एवं *Pt* भी कृत्रिम रेडियधर्मी हो जाते हैं जो पोजिट्रॉन या इलेक्ट्रॉन का उत्सर्जन करते हैं।

प्रक्षेपक के रूप में यदि न्यूट्रॉन का व्यवहार किया जाय तो पाया जाता है कि बहुतेरे तत्त्वों में प्रेरित रेडियधर्मिता का गुण आ जाता है।

विभिन्न कृत्रिम रेडिय-तत्त्व की अर्द्धायु-अवधि का मान भी भिन्न-भिन्न होता है तथा इसका मान 0·02 सेकण्ड (B^{12}) से लेकर 10 वर्ष (Be^{10}) तक पाया गया है।

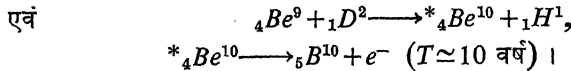
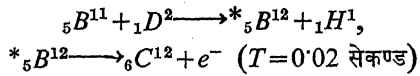
ये दोनों कृत्रिम रेडिय-तत्त्व (d, p) प्रतिक्रिया के फलस्वरूप उत्पन्न होते हैं न कि (d, n) प्रतिक्रिया के फलस्वरूप, जैसा कि नीचे के समीकरण से स्पष्ट है।

$${}_5B^{11} + {}_1D^2 \longrightarrow *_5B^{12} + {}_1H^1,$$

$$*_5B^{12} \longrightarrow {}_6C^{12} + e^- \quad (T=0{\cdot}02 \text{ सेकण्ड})$$

एवं

$${}_4Be^9 + {}_1D^2 \longrightarrow *_4Be^{10} + {}_1H^1,$$

$$*_4Be^{10} \longrightarrow {}_5B^{10} + e^- \quad (T \simeq 10 \text{ वर्ष})।$$

ऊपर सभी स्थानों पर रेडिय-तत्त्व को * चिह्न से अंकित किया गया है।

कृत्रिम रेडिय-तत्त्व से उत्सर्जित इलेक्ट्रॉन या पोजिट्रॉन की महत्तम ऊर्जा का मान 0·3 Mev से लेकर 13 Mev के बीच में पाया गया है।

आजकल, तत्त्वों को परमाणु-पाइल (atomic pile) में रखकर रेडियधर्मी बनाया जाता है। वस्तुत: यहाँ यह होता है कि परमाणु-पाइल में न्यूट्रॉन बहुतायत संख्या में उपलब्ध रहते हैं जो इच्छित तत्त्व का अभिहनन कर रेडियधर्मी द्रव्य का निर्माण करते हैं। अधिकांश स्थितियों में स्थायी नाभिक, न्यूट्रॉन को कैद (capture) कर लेते हैं और तदुपरान्त γ-किरण के रूप में कुछ ऊर्जा का उत्सर्जन कर स्वयं अस्थायी बन जाते हैं जो रेडियधर्मी द्रव्य की तरह व्यवहार करते हैं तथा रेडिय-समस्थानिक (radio-isotopes) कहलाते हैं।

परमाणु-पाइल में जो पाँच रेडिय-समस्थानिक नियमित ढंग से पैदा किये जाते हैं वे हैं I^{131}, P^{32}, S^{35}, Na^{24} एवं C^{14}। इनकी अर्द्धायु-अवधि बहुत ही कम होती है तथा किसी निकाय (system) में इनकी उपस्थिति का परिचयन काफी सुग्राही यंत्र, यथा गाइगर-मुलर-गणित्र, द्वारा ही संभव हो पाता है।

प्रेरित या कृत्रिम रेडियधर्मिता का अध्ययन बहुत ही सैद्धान्तिक महत्त्व का है, कारण यह नाभिक (nucleus) की बनावट के सम्बन्ध में "न्यूट्रॉन-प्रोटॉन संघटन (neutron-proton constitution)" के पक्ष में निर्णयात्मक तर्क देता है।

सैद्धान्तिक क्षेत्र के अलावा व्यावहारिक क्षेत्र में इसके अध्ययन का महत्त्व और भी अधिक होता है, कारण नाभिकीय अनुसन्धान के क्षेत्र में, नाभिकीय विघटन की घटना (phenomenon of nuclear disintegration) के अध्ययन के लिए यह बहुत ही सुग्राही विधि होता है। इसके अतिरिक्त जीव-विज्ञान एवं चिकित्सा-विज्ञान (medical science) के क्षेत्र में इसके अध्ययन से काफी सहायता मिलती है तथा इसके अध्ययन की आवश्यकता दिनानुदिन बढ़ती जाती है। इसकी एक सबसे अधिक महत्ता इस बात को लेकर है कि इसके अध्ययन से, असाध्य रोगों—यथा कैंसर—के इलाज के लिए कीमती एवं दुष्प्राप्य प्राकृतिक रेडियधर्मी द्रव्य की जगह अपेक्षाकृत सस्ता द्रव्य मिल जाता है।

5.8. त्वरक (Accelerator)

ऊपर के विवेचन में हमलोगों ने देखा है कि विज्ञान अब इस स्थिति में आ गया है कि वह एक तत्त्व को दूसरे तत्त्व में परिणत कर सके। नाभिकीय विघटन के फलस्वरूप एक स्थायी तत्त्व को दूसरे स्थायी तत्त्व में परिणत करने की इस प्रकार की क्रिया को **तत्त्वान्तरण** (transmutation of elements) कहते हैं। इस क्रिया से सम्बन्धित प्रायोगिक समस्याओं को दो श्रेणियों में विभक्त किया जा सकता है—

(अ) काफी शक्तिशाली प्रक्षेपक (जो सफलतापूर्वक इच्छित नाभिकीय विघटन पैदा कर सके) उत्पन्न करने का साधन एवं (ब) नाभिकीय विघटन के फलस्वरूप जो पृथक्कृत एवं विरल (isolated and rare) कण प्राप्त होता है उसका परिचयन।

श्रेणी (ब) में व्यक्त समस्या के समाधान की विभिन्न सामान्य व्यावहारिक विधियों का वर्णन ऊपर की धारा 5.4 में किया जा चुका है। अत: यहाँ पर सिर्फ श्रेणी (अ) में व्यक्त समस्या के समाधान का संक्षिप्त विवरण दिया जायगा चूँकि इस पुस्तक में उसका विशद विवरण अपेक्षित नहीं है।

आजकल जिन प्रक्षेपकों का व्यवहार सफलतापूर्वक नाभिकीय विघटन के लिए किया जाता है, वे हैं—अंतरिक्ष किरण (cosmic rays), α-कण, γ-किरण, प्रोटॉन, ड्यूट्रॉन, न्यूट्रॉन एवं इलेक्ट्रॉन। इनमें से, प्रथम तीन तो प्राकृतिक (natural) प्रक्षेपक के रूप में गिने जाते हैं लेकिन बाकी सब कृत्रिम (artificial) प्रक्षेपक कहलाते हैं, कारण ये या तो कृत्रिम विघटन (artificial disintegration) के फलस्वरूप उत्पन्न होते हैं या कृत्रिम ढंग से उन्हें शक्तिशाली बनाकर काम के लायक बनाया जाता है।

जिस यंत्र के द्वारा प्रक्षेपक को काफी शक्तिशाली (powerful) एवं नाभिकीय विघटन उत्पन्न करने के लायक बनाया जाता है उसे **त्वरक** (accelerator) कहते हैं, कारण यह उन कणों को काफी अधिक वेग तक त्वरित कर प्रचुर परिमाण की ऊर्जा से युक्त कर देता है। बीस वर्षों की अवधि से भी अधिक समय के अनवरत प्रयास के फलस्वरूप आज अनेक प्रकार के त्वरक उपलब्ध हो सके हैं, जिनमें से प्रत्येक की

अपनी खास विशेषताएँ होती हैं; परन्तु उनमें से अधिकांश को निम्नलिखित दो सामान्य विभागों में बाँटा जा सकता है—

(क) **सीधा वोल्टता त्वरक** (direct voltage accelerator)

एवं (ख) **अनुनाद त्वरक** (resonance accelerator)

(क) सीधा विभव त्वरक की श्रेणी में आने वाले त्वरक निम्नलिखित हैं—

1. **वॉन दि ग्राफ स्थिर-विद्युत् जनित्र** (Van de Graaff electrostatic generator)— इस यन्त्र का निर्माण सर्वप्रथम राबर्ट वॉन दि ग्राफ (Robert Van de Graaff) ने सन् 1931 ई० में किया तथा यह प्राचीनतम स्थिर-विद्युत्-यंत्र है जिसके द्वारा किसी चालक को काफी ऊँचे विभव तक आविष्ट किया जाता था।

इस प्रकार के सर्वप्रथम निर्मित (1931) जनित्र द्वारा 80,000 वोल्ट तक का विभव प्राप्त हो सका। उसके बाद से इस यंत्र में विभिन्न प्रकार के संशोधन कर विभिन्न यंत्र इसके आधार पर बनाये गये हैं तथा प्रोफेसर हर्ब (Prof. Herb) की देखरेख में निर्मित यंत्र द्वारा $4 \cdot 5 \times 10^6$ वोल्ट तक का विभव प्राप्त हो सका है।

यहाँ ध्यान देने योग्य बात यह है कि इस जनित्र यंत्र के द्वारा, काफी शक्तिशाली (1 Mev या उससे भी अधिक) एक्स-किरण उत्पन्न करने के लिए आवश्यक इक्लेट्रॉन को भी त्वरित किया जाता है।

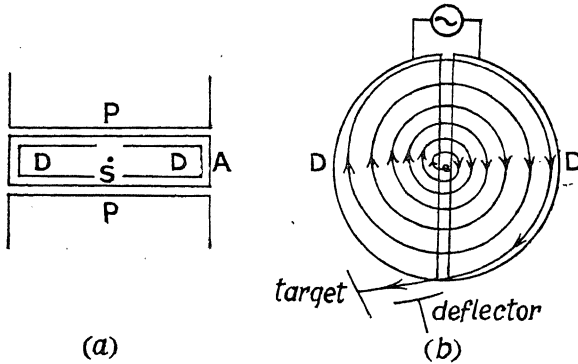
2. **कॉक-क्रौफ्ट एवं वाल्टन का वोल्टता-गुणक** (Cock-Croft and Walton's voltage multipliers)— इस यंत्र का निर्माण सन् 1930 ई० में किया गया जिससे त्वरित कराकर प्रोटॉन द्वारा लिथियम को हिलियम में परिणत करने में काक-क्रौफ्ट एवं वाल्टन समर्थ हो सके।

अपने प्रथम प्रयास (1930) में उनलोगों को सिर्फ 3,00,000 वोल्ट का विभव प्राप्त हो सका, परन्तु बाद में, सन् 1932 ई० में, उन्होंने जिस यंत्र का निर्माण किया उससे कुल 8,00,000 वोल्ट का विभव प्राप्त हुआ तथा हाल में उनके द्वारा निर्मित विशालकाय यंत्र से तो 3×10^6 वोल्ट तक का विभव प्राप्त हो सका है तथा इसके द्वारा 3 Mev ऊर्जा तक का प्रक्षेपक प्राप्त किया जा सकता है।

(ख) प्रथम किस्म का अनुनाद त्वरक, जिसे रेखीय त्वरक (linear accelerator) कहते हैं, का निर्माण लॉरेन्स एवं स्लोन (Lawrence and Sloan) ने सन् 1931 ई० में किया, परन्तु उसमें निम्नलिखित दो प्रकार के दोष पाये जाते हैं—

(अ) इसकी असुविधापूर्ण लम्बाई एवं (ब) क्षीण तीव्रता की आयन-धारा (ionic current)।

लॉरेन्स ने इन दोषों को दूर कर यंत्र का जो नया ढाँचा दिया उसे हम आज **साइक्लोट्रॉन** (cyclotron) के रूप में जानते हैं। इसे कभी-कभी **चुम्बकीय अनुनाद त्वरक** (magnetic resonance accelerator) भी कहते हैं, कारण यह आरोपित चुम्बकीय एवं विद्युतीय क्षेत्र के बीच उत्पन्न अनुनाद के सिद्धान्त पर कार्य करता है।

इस यंत्र में एक चिपटा बेलनाकार निर्वात (evacuated) प्रकोष्ठ A होता है जिसके अन्दर धातु के बने दो अर्द्धवृत्ताकार खोखले बक्से D-D होते हैं जो इस प्रकार व्यवस्थित किये हुए रहते हैं कि उनके बीच थोड़ी-सी पतली एकरूप जगह रह जाय। इन बक्सों का आकार अक्षर D की तरह होता है अतः इन्हें डी (Dee) कहा जाता है। दोनों डी के बीच करीब 1000 वोल्ट तथा काफी उच्च आवृत्ति (frequency) (करीब 10^7 चक्र/से०) वाला प्रत्यावर्ती विभवान्तर (alternating potential difference) आरोपित किया जाता है। दोनों 'डी' के केन्द्र पर S एक स्रोत होता है जिससे त्वरित किया जाने वाला कण निकलता है। प्रकोष्ठ A स्वयं एक शक्तिशाली (करीब 15,000 ओरस्टेड की तीव्रता का चुम्बकीय क्षेत्र उत्पन्न करने वाला) विद्युत्-चुम्बक के ध्रुवों P-P के बीच में रखा रहता है।

(चित्र 101)

इस यंत्र की कार्य-विधि का सिद्धान्त चित्र 101 (a) की सहायता से आसानी से समझा जा सकता है—

स्रोत S से उत्सर्जित होने वाला धन-आयन, तत्क्षण जो 'डी' ऋणात्मक होता है, उसके द्वारा आकर्षित कर लिया जाता है। इस 'डी' के अन्दर वह आयन अपने गति-पथ के लम्बवत् क्रियाशील चुम्बकीय क्षेत्र के प्रभाव के अन्तर्गत अग्रसर होता है; अतः वह अर्द्धवृत्ताकार पथ बनाता है जिसकी त्रिज्या r_1 इस सूत्र में दी जाती है—

$$\frac{mv_1^2}{r_1} = Hev_1 \qquad \ldots \quad \text{(i)},$$

जहाँ e, m, v_1 क्रमशः कण के आवेश, संहति एवं उस 'डी' के अन्तर्गत वेग के द्योतक हैं तथा H आरोपित चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता है।

अतः उस 'डी' के अन्तर्गत वह कण जो अर्द्धवृत्ताकार पथ बनाता है, उसे तय करने में लगा हुआ समय

$$t = \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi r_1}{v_1} = \frac{\pi r_1}{v_1} = \frac{m\pi}{He} \qquad \ldots \quad \text{(ii)}.$$

यदि यह समय t, आरोपित प्रत्यावर्ती विभव के आवर्तकाल T के ठीक आधे के बराबर हो तो क्षेत्र की दिशा बदलने के कारण दूसरा 'डी' जिस समय धनात्मक से बदलकर ऋणात्मक होगा ठीक उसी समय कण प्रथम 'डी' की यात्रा तय कर दोनों 'डी' के बीच के खाली स्थान में पहुँच जायगा और दूसरे 'डी' के द्वारा आकर्षित कर लिया जायगा। आकर्षित किये जाने के फलस्वरूप कण की गति त्वरित हो जायगी अर्थात् द्वितीय 'डी' के अन्तर्गत वह अधिक वेग v_2 से घूमने लगेगा। अत: इस 'डी' के अन्तर्गत वह जो पुन: अर्द्धवृत्ताकार पथ बनायगा उसकी त्रिज्या r_2, r_1 से अधिक होगी, कारण पुन:

$$\frac{mv_2^2}{r_2} = Hev_2 \quad \text{.. (iii).}$$

इसी ढंग से सैकड़ों बार किसी कण को त्वरित किया जाता है जिसके फलस्वरूप वह कण, दोनों 'डी' के अन्तर्गत क्रमश: बढ़ती हुई त्रिज्या के अनेक अर्द्धवृत्ताकार पथ की यात्रा करते हुए अग्रसर होता है। इस प्रकार दोनों 'डी' के अन्तर्गत कण का पथ एक सर्पिल (spiral) के आकार का हो जाता है और अन्त में घूमते-घूमते जब कण 'डी' की परिमा (periphery) पर पहुँचता है तो यह सहायक विक्षेपक (auxiliary deflector) द्वारा विक्षेपित किया जाकर लक्ष्य (target) पर आपतित कराया जाता है जहाँ कण अपनी यथेष्ट ऊर्जा के कारण, इच्छित तत्त्व का अभिहनन कर अभीष्ट तत्त्वान्तरण (transmutation) पैदा करता है।

यदि कण का महत्तम वेग v_{max} हो तथा 'डी' की त्रिज्या R हो तो

$$\frac{mv^2_{max}}{R} = Hev_{max}.$$

$$\therefore \quad v_{max} = \frac{HeR}{m}.$$

अत: किसी साइक्लोट्रॉन द्वारा कण में उत्पन्न महत्तम ऊर्जा— जिससे वह किसी तत्त्व का अभिहनन करता है—

$$E_m = \tfrac{1}{2}mv^2_{max} = \tfrac{1}{2}m.\left(\frac{HeR}{m}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{H^2e^2R^2}{m} \quad \text{.. (iv).}$$

समीकरण (iv) से यह स्पष्ट है कि किसी साइक्लोट्रॉन द्वारा उत्पन्न महत्तम ऊर्जा का मान (अ) चुम्बकीय क्षेत्र की सामर्थ्य (H) के वर्ग का समानुपाती होता है, (ब) अन्तिम पथ की त्रिज्या R के वर्ग का समानुपाती होता है तथा (स) कण के e^2/m के मान पर निर्भर करता है।

अत: ऐसा सोचा जा सकता है कि H का मान अपनी इच्छा से बढ़ाकर अपरिमित परिमाण में साइक्लोट्रॉन से ऊर्जा उपलब्ध कर सकते हैं, परन्तु ऐसी बातें नहीं होती है; कारण जब कण का वेग अधिक हो जाता है तो सापेक्षता-सिद्धान्त (theory of relativity) के अनुसार उसकी संहति $m=\dfrac{m_0}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$ बढ़ने लगती है जिससे अनुनाद की शर्त्त (condition for resonance) से विचलन होने लगता है जिसके फलस्वरूप उपलब्ध महत्तम ऊर्जा का मान धीरे-धीरे घटने लगता है।

फिर भी, इस अनुनाद-क्षति (loss of resonance) की निम्नलिखित दो प्रकार से पूर्ति की जा सकती है —

(i) आरोपित विद्युत्-क्षेत्र की आवृत्ति (frequency) को स्थिर रखते हुए चुम्बकीय क्षेत्र की तीव्रता H को इस प्रकार से बढ़ाकर कि $H(1-v^2/c^2)^{\frac{1}{2}}$ का मान सदा स्थिर रहे। इस संशोधन के परिणामस्वरूप बने यंत्र को **सिन्क्रोट्रॉन** (synchrotron) कहते हैं।

(ii) चुम्बकीय क्षेत्र को स्थिर रखते हुए, विद्युतीय क्षेत्र की आवृत्ति को नियंत्रित करें। इस संशोधन के परिणामस्वरूप बने यंत्र को **सिन्क्रो-साइक्लोट्रॉन** (synchro cyclotron) कहते हैं।

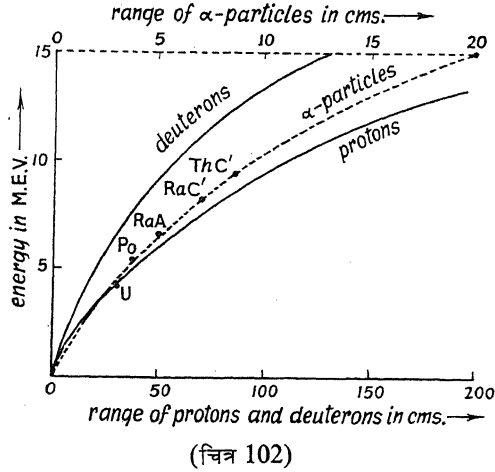
यद्यपि अनेक कठिनाइयों के कारण, साइक्लोट्रॉन का बनाना कोई आसान काम नहीं है, फिर भी आजकल अनेक साइक्लोट्रॉन व्यवहार में आ गये हैं। इनमें से तो अधिकांश अमेरिका में पाये जाते हैं। इंगलैंड में तीन साइक्लोट्रॉन हैं—एक कैम्ब्रिज, दूसरा बर्मिंघम तथा तीसरा लीवरपूल की प्रयोगशाला में। भारत में सिर्फ एक साइक्लोट्रॉन कलकत्ते में है।

सबसे बड़ा साइक्लोट्रॉन कैलिफोर्निया के बर्कले (Berkley) की प्रयोगशाला में है। इसमें निर्वात प्रकोष्ठ का व्यास 60 इंच है तथा विद्युत्-चुम्बक, जो 16,000 ओरस्टेड तीव्रता तक का चुम्बकीय क्षेत्र पैदा करता है, उसकी संहति 220 टन है। यह ड्यूट्रॉन को 24 Mev तक त्वरित करता है।

इन त्वरकों (accelerators) के अतिरिक्त कुछ त्वरक ऐसे भी हैं जिनसे अन्तरिक्ष-किरणों की तरह शक्तिशाली प्रक्षेपक प्राप्त किया जा सकता है। इन त्वरकों में बिटाट्रॉन (betatron), विभाट्रॉन (bevatron or proton-synchrotron) आदि के नाम लिये जा सकते हैं।

इन यंत्रों द्वारा उत्पन्न काफी शक्तिशाली कण द्वारा किसी तत्त्व का अभिहनन करके कृत्रिम विघटन की क्रिया सम्पादित की जाती है या उनकी सहायता से अन्य शक्तिशाली प्रक्षेपक भी उत्पन्न किये जाते हैं।

(चित्र 102)

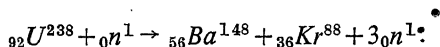
इन यंत्रों के आविष्कार से, अत्यधिक ऊर्जा के प्रोटॉन, ड्यूट्रॉन एवं α-कण का प्राप्त करना सम्भव हो सका है। किसी आविष्ट कण की ऊर्जा एवं उसके परास (range) में निश्चित सम्बन्ध होता है जैसा कि चित्र 102 से स्पष्ट है। इस प्रकार के वक्र, नाभिकीय विघटन के अध्ययन के लिए काफी उपयोगी होते हैं।

5.9. नाभिकीय विखण्डन (Nuclear Fission)

नाभिकीय विघटन के क्षेत्र में करीब बीस वर्ष के लगातार अनुसंधान के सिलसिले में आधुनिक युग का जो शायद सबसे महत्त्वपूर्ण आविष्कार हो सका है वह है नाभिकीय विखण्डन (nuclear fission)। सभी सामान्य नाभिकीय प्रतिक्रियाओं में, तत्त्वान्तरण (transmutation) के फलस्वरूप जो नया तत्त्व प्राप्त होता था उसकी मात्रा एवं आवेश-संख्या करीब-करीब मौलिक (original) तत्त्व के बराबर होती थी तथा इस प्रतिक्रिया से जो ऊर्जा (energy) उपलब्ध होती थी, उसका परिमाण भी कम (करीब 10 से 30 Mev तक) होता था। परन्तु सन् 1938 ई० में एक ऐसी नाभिकीय प्रतिक्रिया का आविष्कार हुआ जिसमें पूर्णतः भिन्न एवं नयी बात पायी गयी।

ओटो हान (Otto Hahn) ने यह आविष्कार किया कि जब यूरेनियम (238) का न्यूट्रॉन द्वारा अभिहनन किया जाता है तो यह दो करीब समान भागों में खंडित हो जाता है तथा इसके फलस्वरूप काफी ऊर्जा उपलब्ध होती है जिसका परिमाण लगभग 200 Mev के करीब होता है। इस प्रकार की नाभिकीय घटना, जिसके फलस्वरूप प्रचुर परिमाण की ऊर्जा के त्याग (liberation) के साथ-साथ मौलिक तत्त्व दो करीब-करीब समान भागों में विभक्त हो जाता है, **नाभिकीय विखण्डन** (nuclear fission) कहलाती है।

यूरेनियम (238) के विखण्डन से जो नया तत्त्व प्राप्त हुआ उसमें से एक बेरियम

का समस्थानिक पाया गया तथा दूसरा क्रिप्टन का समस्थानिक । अत: हान (Hahn) एवं स्ट्रैसमैन (Strassmann) ने इस प्रतिक्रिया को निम्नलिखित ढंग से निरूपित किया—

$$_{92}U^{238}+_{0}n^{1}\rightarrow {}_{56}Ba^{148}+_{36}Kr^{88}+3_{0}n^{1}.$$

इस प्रतिक्रिया के परिणाम की घोषणा के तुरत बाद सन् 1939 ई० से, विभिन्न प्रयोगशालाओं में इस दिशा में कार्य शुरू हो गये एवं सबों ने इस घटना के अस्तित्व (existence) की प्रायोगिक सत्यता स्थापित की। इस घटना की संतोषप्रद सैद्धान्तिक व्याख्या मेशनर (Meitner) एवं फ्रिश (Frisch) ने दी।

बाद में ऐसा पाया गया कि यूरेनियम के न्यूट्रॉन द्वारा विखण्डन के फलस्वरूप विभिन्न प्रकार के परिणाम मिलते हैं जिससे यह निष्कर्ष निकाला गया कि यह प्रतिक्रिया न्यूट्रॉन की ऊर्जा एवं यूरेनियम के समस्थानिक की प्रकृति पर निर्भर करती है।

यूरेनियम के तीन समस्थानिक U^{238}, U^{235} एवं U^{234} पाये जाते हैं जिनकी, प्रकृति में, सापेक्ष प्रचुरता (relative abundance) क्रमशः 99·28%, 0·71% एवं 0·006% होती है। इसका मतलब यह हुआ कि प्रत्येक 140 यूरेनियम परमाणु में U^{235} का एक परमाणु विद्यमान होता है।

U^{235} का विखण्डन (fission) बड़े ही प्रचंड (violent) ढंग से होता है तथा इसमें काफी ऊर्जा उपलब्ध होती है। यही कारण है कि इसका व्यवहार परमाणु-बम (atom bomb) जैसे विध्वंसक यंत्र बनाने में किया जाता है।

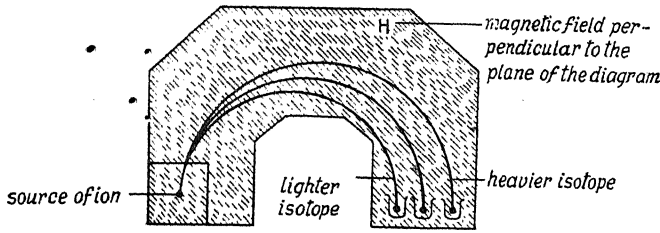
5.10. यूरेनियम के समस्थानिक के पृथक्करण एवं विखण्डन (Separation and fission of Uranium Isotopes)

यूरेनियम के तीनों समस्थानिकों को एक-दूसरे से पृथक् करने में, प्रारम्भ में वैज्ञानिकों को काफी दिक्कतों का सामना करना पड़ा। बाद में इस कार्य के लिए चार विधियों का आष्किार किया गया। यथा—

(i) अपकेन्द्र पृथक्करण विधि (centrifugal separation method),
(ii) गैसीय प्रसरण की विधि (gaseous diffusion method),
(iii) तापीय प्रसरण की विधि (thermal diffusion method),
(iv) विद्युत्-चुम्बकीय पृथक्करण विधि (electro magnetic separation method)।

इन सभी विधियों में अंतिम विधि सबसे अच्छी एवं सफल विधि है जिसकी क्रिया-विधि चित्र 103 में दिखलायी गयी है।

इस यंत्र का निर्माण सन् 1941 ई० में प्रोफेसर लॉरेन्स एवं उनके सहकर्मियों द्वारा किया गया तथा इसे कालट्रॉन (calutron) कहते हैं।

अपेक्षाकृत भारी यूरेनियम समस्थानिक (U-238) अधिक त्रिज्या वाला

(चित्र 103)

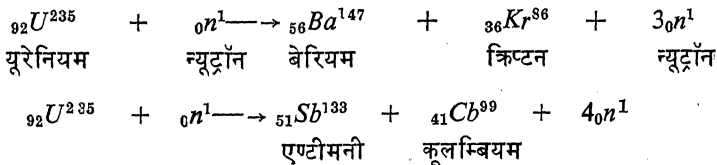
वृत्ताकार पथ तथा हलका समस्थानिक कम त्रिज्या वाला वृत्ताकार पथ तय करते हैं तथा इस प्रकार तीनों समस्थानिक तीन विभिन्न स्थानों पर पृथक् होकर एकत्रित हो जाते हैं।

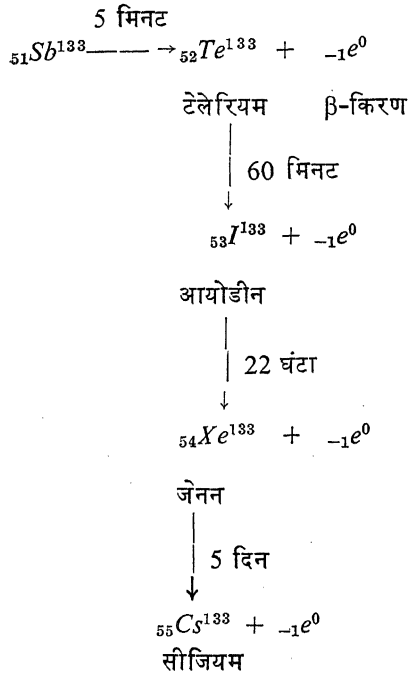
यूरेनियम के तीनों समस्थानिकों का विखण्डन समान तीव्रता के साथ नहीं होता है। *U*-238 का विखण्डन काफी तीव्र गति वाले न्यूट्रॉन से ही संभव होता है, अत: इसके देखे जाने की संभावना बहुत ही कम होती है। *U*-234 प्रकृति में बहुत ही क्षीण परिमाण में पाया जाता है। अत: विखण्डन के दृष्टिकोण से *U*-235 ही सबसे उत्तम एवं उपयोगी होता है। यह समस्थानिक सामान्य वेग वाले न्यूट्रॉन से विखण्डित हो जाता है तथा इसके फलस्वरूप काफी परिमाण (करीब 200 Mev) में ऊर्जा उपलब्ध होती है।

U-235 के साथ भी, सभी दशाओं में प्रतिफल (product) समान नहीं होते हैं अपितु प्रतिक्रिया के प्रतिफल के रूप में विभिन्न तत्त्व पाये गये हैं जो सब-के-सब आवर्त्त-सारणी (periodic table) के मध्य में होते हैं।

U-235 के विखण्डन के फलस्वरूप, दो विशिष्ट प्रकार की प्रतिक्रिया को निम्नलिखित ढंग से निरूपित किया जा सकता है—

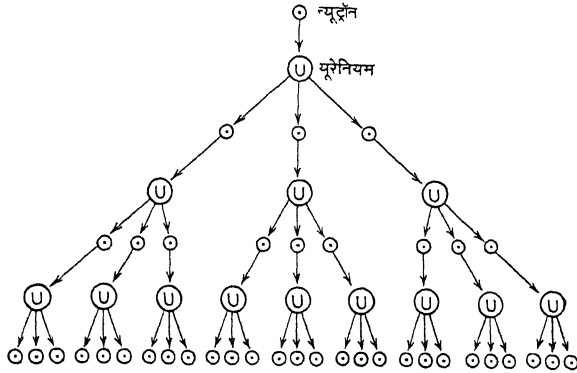
$${}_{92}U^{235} + {}_{0}n^{1} \longrightarrow {}_{56}Ba^{147} + {}_{36}Kr^{86} + 3\,{}_{0}n^{1}$$
यूरेनियम न्यूट्रॉन बेरियम क्रिप्टन न्यूट्रॉन

$${}_{92}U^{235} + {}_{0}n^{1} \longrightarrow {}_{51}Sb^{133} + {}_{41}Cb^{99} + 4\,{}_{0}n^{1}$$
एण्टीमनी कूलम्बियम

हर दशा में जो प्रतिफल प्राप्त होते हैं, वे सब-के-सब स्थायी (stable) नहीं होते हैं। जो तत्त्व अस्थायी होते हैं उनका विघटन हो जाता है तथा विघटन की क्रिया तब तक जारी रहती है जब तक कि स्थायी तत्त्व न प्राप्त हो जाय। यथा,

ऊपर की प्रतिक्रिया में प्राप्त *Sb* अस्थायी होता है जो विभिन्न विघटन की स्थितियों से गुजरते हुए सीजियम नामक स्थायी तत्त्व में परिणत हो जाता है।

उसी प्रकार कूलम्बियम, जो अस्थायी होता है, विभिन्न विघटन की स्थिति से गुजरते हुए स्थायी तत्त्व $_{44}Ru^{99}$ में परिणत हो जाता है।

5.11. श्रृंखलाबद्ध प्रतिक्रिया (Chain reactions)

ऊपर प्रदर्शित प्रतिक्रिया को देखने से तुरत स्पष्ट हो जाता है कि एक न्यूट्रॉन से यूरेनियम के एक परमाणु का विखण्डन होता है तथा उसके फलस्वरूप तीन या चार न्यूट्रॉन उत्पन्न हो जाते हैं। ये उत्पन्न न्यूट्रॉन भी यदि अपेक्षाकृत मंद (slow) हों तो ये यूरेनियम के अन्य परमाणुओं को विखंडित करेंगे। चूँकि यूरेनियम के प्रत्येक परमाणु के विखण्डन के फलस्वरूप, न्यूट्रॉनों की संख्या तीन गुनी या चार गुनी हो जाती है, अतः ज्यों-ज्यों समय बीतेगा त्यों-त्यों विखण्डित होने वाले यूरेनियम के

परमाणुओं की संख्या भी काफी अधिक परिमाण में बढ़ने लगेगी। इस प्रकार इस प्रतिक्रिया की एक श्रृंखला-सी बँध जायगी जिसे **श्रृंखला-बद्ध प्रतिक्रिया** (chain reactions) कहते हैं। इसे चित्र 104 से आसानी से समझा जा सकता है।

(चित्र 104)

चित्र 104 को देखने से ऐसा लगता है कि प्रतिक्रिया को शुरू करने के लिए बस एक न्यूट्रॉन की जरूरत है; जब प्रतिक्रिया शुरू हो जायगी तो अपने-आप इतनी अधिक संख्या में न्यूट्रॉन उत्पन्न होंगे कि वे प्रतिक्रिया को तब तक कायम रखेंगे जब तक कि दिये गये यूरेनियम के ढेर में से यूरेनियम के कुल परमाणु विखण्डित न हो जायँ और इस प्रकार काफी प्रचुर परिमाण में ऊर्जा उपलब्ध हो जायगी। परन्तु व्यवहार में ऐसी बात नहीं होती है तथा थोड़ी देर के बाद प्रतिक्रिया मंद पड़ने लगती है तथा अन्त में मृतप्राय हो जाती है यदि मंदीकरण के कारण का उपचार (treatment) न किया जाय।

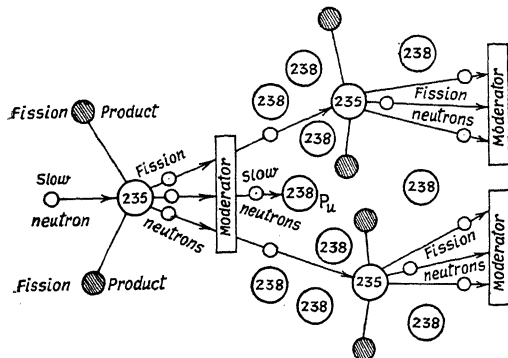
विखण्डन की प्रतिक्रिया का मंद पड़ना या रुक जाना, उत्पन्न न्यूट्रॉन की अनावश्यक क्षति के कारण होता है। उत्पन्न न्यूट्रॉन की क्षति दो ढंग से होती है—

(a) निकाय से उत्पन्न न्यूट्रॉन के भाग जाने से (leakage of neutrons from the system), तथा (b) निकाय में निर्विखण्डनीय (non-fissionable) द्रव्य (जो उत्पन्न न्यूट्रॉन का शोषण कर लेते हैं) की उपस्थिति से (presence of non-fissionable material in the system which absorbs the neutrons)।

इनमें पहले कारण को तो विखण्डनीय द्रव्य के आकार-प्रकार (shape and size) को इच्छानुकूल उपयुक्त (suitable) बनाकर हटाया (या कम किया) जा सकता है तथा दूसरे कारण को, या तो विखण्डनीय द्रव्य को निर्विखण्डनीय द्रव्य से सावधानीपूर्वक साफ कर अलग करके, या निर्विखण्डनीय द्रव्य की बाधक क्रिया (disturbing action) को क्लीवित (neutralise) करके, हटाया जा सकता है।

इन्हीं दो कारणों से प्राकृतिक ढंग से प्राप्त यूरेनियम में श्रृंखलाबद्ध प्रतिक्रिया सम्भव नहीं हो पाती है। फिर भी प्रयोग में यूरेनियम के साथ श्रृंखलाबद्ध प्रतिक्रिया प्राप्त करने के लिए निम्नलिखित दो विधियों का अनुसरण किया जाता है—

(i) प्राकृतिक यूरेनियम, जिसमें U-238 की 140 गुना (U-235 की अपेक्षा) अधिकता रहती है, उसमें से सर्वप्रथम U-235 को भलीभाँति पृथक् कर लिया जाता है। परन्तु यह कार्य अत्यन्त दुरूह एवं अनेक कठिनाइयों से भरपूर है।

(ii) इस कार्य के लिए जिस दूसरी विधि का अनुसरण किया जाता है वह बहुत ही अच्छी एवं पटुतापूर्ण (ingenious) विधि है। इसमें एक कृत्रिम युक्ति (artificial device) जिसे **मोडरेटर** (moderater) कहते हैं, उसकी मदद से प्राकृतिक यूरेनियम में ही श्रृंखलाबद्ध प्रतिक्रिया को जारी रखा जाता है।

(चित्र 105)

इस विधि का सिद्धान्त चित्र 105 से समझा जा सकता है।

मोडरेटर के रूप में कम परमाणु-भार वाले तत्त्व का व्यवहार किया जाता है। सर्वप्रथम ऐसा सोचा गया कि हाइड्रोजन सबसे अच्छे मोडरेटर के रूप में काम कर सकता है; परन्तु बाद में कतिपय कारणों से यह उपयोगी मोटरेडर सिद्ध न हो सका।

ड्यूटेरियम, हिलियम, बेरेलियम एवं कार्बन आदि अच्छे मोडरेटर माने जाते हैं।

ग्रेफाइट के रूप में कार्बन एवं भारी पानी (heavy water D_2O) के रूप में ड्यूटेरियम का मोडरेटर के रूप में वस्तुतः इस्तेमाल किया जाता है।

5.12. पार-यूरेनिक तत्त्व (Trans-uranic Elements)

नाभिकीय विखण्डन के आविष्कार के पहले लोगों की धारणा यह थी कि विश्व में यूरेनियम (परमाणु-संख्या 92) ही सबसे भारी तत्त्व है तथा इससे अधिक परमाणु-संख्या वाले तत्त्व का अस्तित्व नहीं है, परन्तु वैज्ञानिकों ने अपने अनुसंधान से यह बतला दिया है कि लोगों की यह धारणा सही नहीं है तथा वास्तव में 92 से अधिक परमाणु-संख्या (atomic number) वाले तत्त्व भी अपना अस्तित्व रखते हैं। ऐसे तत्त्व को पार-यूरेनिक तत्त्व कहते हैं। यह बात सन् 1940 ई० में स्थापित की गयी तथा आजकल दस से अधिक पार-यूरेनिक तत्त्व के अस्तित्व का पता चल सका है। उनमें से निम्नलिखित के नाम विशेष रूप से उल्लेखनीय हैं—

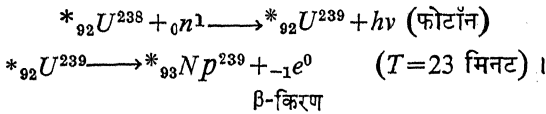
नेप्चुनियम (Np)—परमाणु-संख्या 93,

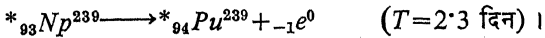
प्लुटोनियम (Pu)—परमाणु-संख्या 94,

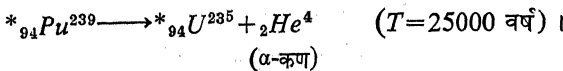
अमेरिकियम (*Am*)—परमाणु-संख्या 95,
क्यूरियम (*Cm*)— परमाणु-संख्या 96,
बर्केलियम (*Bk*)—परमाणु-संख्या 97,
कैलिफोर्नियम (*Cf*)—परमाणु-संख्या 98,
आइन्सटिनियम (*E*)—परमाणु-संख्या 99,
फेरियम (*Fm*)—परमाणु-संख्या 100,
मेण्डेलिवियम (*Mv*)—परमाणु-संख्या 101,
एवं नोबेलियम (*Nb*)—परमाणु-संख्या 102।

सर्वप्रथम पार-यूरेनिक तत्व नेप्चुनियम का आविष्कार मैकमिलन एवं एबेलसन (McMillan & Abelson) ने सन् 1940 ई० में किया। न्यूट्रॉन की कैद (capture) के परिणामस्वरूप उत्पन्न यूरेनियम का रेडियधर्मी समस्थानिक विघटित होकर नेप्चुनियम की उत्पत्ति करता है।

$$*_{92}U^{238}+{}_0n^1 \longrightarrow *_{92}U^{239}+h\nu \text{ (फोटॉन)}$$

$$*_{92}U^{239} \longrightarrow *_{93}Np^{239}+\underset{\beta\text{-किरण}}{{}_{-1}e^0} \qquad (T=23 \text{ मिनट})।$$

बाद में उनलोगों ने देखा कि नेप्चुनियम स्वयं रेडियधर्मी होता है तथा β-किरण का उत्सर्जन कर एक दूसरे तत्त्व में, जिसे प्लुटोनियम कहा गया, परिणत हो जाता है।

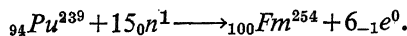
$$*_{93}Np^{239} \longrightarrow *_{94}Pu^{239}+{}_{-1}e^0 \qquad (T=2\cdot3 \text{ दिन})।$$

प्लुटोनियम भी रेडियधर्मी होता है तथा α-कण का उत्सर्जन करता है; परन्तु इसकी अवधि काफी लम्बी होती है

$$*_{94}Pu^{239} \longrightarrow *_{94}U^{235}+\underset{(\alpha\text{-कण})}{{}_2He^4} \qquad (T=25000 \text{ वर्ष})।$$

हैमिल्टन (Hamilton), सीबर्ग (Seaborg) एवं उनके सहकर्मियों ने सन् 1945 ई० में U^{238} एवं Pu^{239} के 40 Mev ऊर्जा वाले हीलियम द्वारा अभिहनन के फलस्वरूप क्रमशः दो नये तत्त्व अमेरिकियम $_{95}Am^{241}$ एवं क्यूरियम $_{96}Cm^{242}$ का आविष्कार किया।

सन् 1950 ई० में टॉमसन (Thomson), घिरसो (Ghirso) एवं सीबर्ग (Seaborg) ने $_{95}Am^{241}$ एवं $_{96}Cm^{242}$ के 35 Mev ऊर्जा वाले हीलियम द्वारा अभिहनन के फलस्वरूप क्रमशः बर्केलियम ($_{97}Bk^{243}$) एवं केलिफोर्नियम ($_{98}Cf^{244}$) का आविष्कार किया।

सन् 1953-54 ई० में, सीबर्ग की देखरेख में, घिरसो, टॉमसन, रॉसी (Rossi) एवं हर्वे (Harvey) ने नाइट्रोजन-आयन द्वारा U^{238} के अभिहनन के फलस्वरूप ऐसे एक तत्त्व का आविष्कार किया जिसकी परमाणु-संख्या 99, और परमाणु-भार 247 होता है। यह α-उत्सर्जक (α-emitter) पाया गया जिसकी अर्द्धायु-अवधि (half-life period)

7·3 मिनट होती है। इस नये तत्त्व का नाम आइन्सटिनियम $_{99}E^{247}$ दिया गया। उनलोगों ने ही $_{94}Pu^{239}$ का न्यूट्रॉन द्वारा अभिहनन कर फेरियम का आविष्कार किया। यह प्रतिक्रिया काफी जटिल होती है तथा इसे निम्नलिखित ढंग से निरूपित किया जा सकता है—

$$_{94}Pu^{239}+15_0n^1 \longrightarrow {}_{100}Fm^{254}+6_{-1}e^0.$$

आइन्सटिनियम के एक समस्थानिक $_{99}E^{253}$ का 48 Mev ऊर्जा वाले हीलियम-आयन द्वारा अभिहनन कर सन् 1955 ई० में सीबर्ग एवं उनके सहकर्मियों ने मेण्डेलिवियम $_{101}Mv$ का आविष्कार किया। इन नये तत्त्व का गुण थूलियम ($Z=69$) से मिलता-जुलता है तथा यह α-उत्सर्जक पाया गया है।

सन् 1957 ई० में कार्बन-आयन द्वारा क्यूरियम का अभिहनन कर नोबेलियम $_{102}Nb$ का आविष्कार किया गया है। यह तत्त्व भी α-उत्सर्जक पाया गया है।

इस दिशा में आष्किार जारी है; हाल में दो और तत्त्व, परमाणु-संख्या 103 एवं 104, का आविष्कार हो चुका है, परन्तु इनके गुणों का अध्ययन अभी अधूरा है। कहा नहीं जा सकता है कि इन नये तत्त्वों की शृंखला कब और कहाँ जाकर समाप्त होगी।

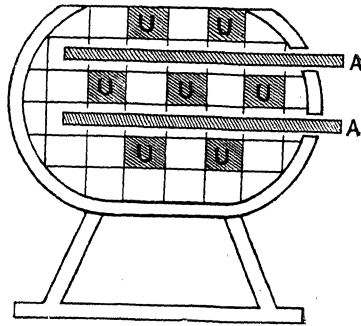
5.13. नाभिकीय विखण्डन के कारण मुक्त ऊर्जा एवं परमाणु-पाइल (Energy release due to Nuclear Fission and Atomic Pile)

नाभिकीय विखण्डन की घटना के इतना महत्त्वपूर्ण स्थान प्राप्त करने का मूलभूत कारण यह है कि इससे बहुत काफी परिमाण में ऊर्जा उपलब्ध होती है जिसे विभिन्न उपयोगों में लाया जा सकता है। काफी परिमाण में ऊर्जा मुक्त होने का कारण यह है कि प्रतिक्रिया में प्रतिफलों (products) की संहतियों का योग प्रतिक्रिय द्रव्यों (reacting substances) की संहति के योग से कम होता है; अर्थात् इसमें संहति का क्षय होता है जो सापेक्षता-सिद्धान्त (theory of relativity) के अनुसार ऊर्जा के रूप में परिणत हो जाती है।

मुक्त ऊर्जा का एक अंदाजा बंधन-ऊर्जा-वक्र (binding energy curve) के अध्ययन से लगाया जा सकता है। ऐसा पाया जाता है कि यूरेनियम के विखंडन के फलस्वरूप ऐसे-ऐसे तत्त्व पाये जाते हैं जिनकी संहति-संख्या 80 से लेकर 150 के बीच में होती है। बंधन-ऊर्जा-वक्र के अध्ययन से पता चलता है कि यूरेनियम के आस-पास के तत्त्वों के लिए नाभिक के प्रति-कण बंधन-ऊर्जा 7·5 Mev तथा संहति-संख्या 80 से लेकर 150 तक के तत्त्वों के लिए नाभिक के प्रति-कण बंधन-ऊर्जा 8·4 Mev होती है। अर्थात्, नाभिकीय विघटन के फलस्वरूप, नाभिक के प्रति-कण के संगत कुल 0·9 Mev ऊर्जा मुक्त होती है; दूसरे शब्दों में यूरेनियम के

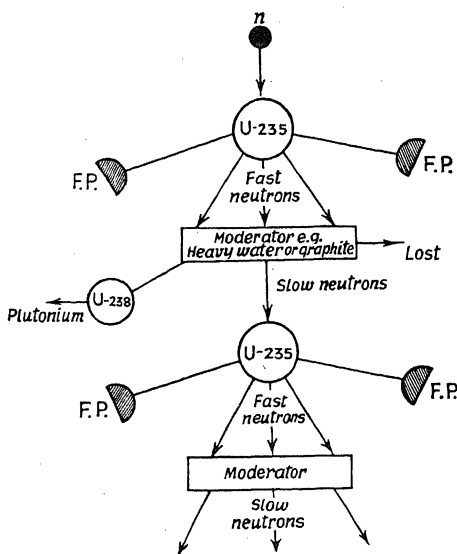
प्रति परमाणु के विखण्डन से कुल 235×0·9=211·5 Mev ऊर्जा मुक्त होती है। इस मुक्त ऊर्जा को नाभिकीय ऊर्जा (nuclear energy) कहते हैं। गणना बतलाती है कि 20 टन T.N.T. से जितनी ऊर्जा उपलब्ध हो सकती है उतनी ऊर्जा यूरेनियम के 1 ग्राम के विखण्डन से प्राप्त हो जाती है।

चूँकि नाभिकीय विखण्डन के फलस्वरूप अत्यधिक परिमाण में ऊर्जा उपलब्ध होती है अतः इस मुक्त ऊर्जा को यदि नियंत्रित किया जा सके तो इसे अनेक उपयोगों में लगाया जा सकता है। वस्तुतः व्यवहार में इस विपुल मुक्त ऊर्जा का दो मुख्य ढंग से उपयोग किया जाता है— (i) परमाणु-पाइल (atomic pile) बनाने में एवं (ii) (atom bomb) बनाने में। परमाणु-पाइल वस्तुतः एक प्रकार की भट्ठी (furnace) होती है जिसमें ईंधन के रूप में यूरेनियम रहता है। यही कारण है कि इसे यूरेनियम-पाइल (uranium-pile) भी कहते हैं।

सर्वप्रथम सफल परमाणु-पाइल का निर्माण फर्मी (Fermi) की देखरेख में सन् 1942 ई० में, शिकागो विश्वविद्यालय की प्रयोगशाला में किया गया। इस पाइल का चित्र 106 में दिखलाया गया है।

(चित्र 106)

इसमें शुद्ध ग्रेफाइट (कार्बन) की ईंट परतों (layers) में रखी रहती हैं तथा एकान्तर परतों में (in alternate layers) यूरेनियम के टुकड़े (lumps) भरे रहते हैं। पाइल में छेद (slots) बने रहते हैं जिनमें *Cd* की छड़ें पिरोयी हुई रहती हैं जिन्हें आवश्यकतानुसार पाइल के अन्दर रखा जाता है या बाहर निकाल लिया जाता है। पाइल के अन्दर उत्पन्न न्यूट्रॉन कहीं इससे बाहर न आ जाय—इसे रोकने के लिए पाइल का आकार बड़ा बनाया जाता है। सर्वप्रथम निर्मित पाइल में 6 टन यूरेनियम एवं 100 टन से अधिक ही ग्रेफाइट का व्यवहार किया गया था तथा इसका व्यास 6-7 फुट था।

Cd की छड़ न्यूट्रॉन का अच्छा शोषक होती है अतः इसके व्यवहार से पाइल के अन्दर न्यूट्रॉन की संख्या को नियंत्रित रखा जाता है; अर्थात् *Cd* छड़ का व्यवहार **नियंत्रक छड़** (controlling rods) के रूप में होता है। इसे कभी-कभी **निरोधक** (arrestor) भी कहते हैं। पाइल के अन्दर होने वाली प्रतिक्रिया के फलस्वरूप उसका तापमान बहुत अधिक बढ़ जाता है अतः इसे रोकने के लिए पाइल को बर्फ द्वारा ठंढा किये हुए पानी (ice-cooled water) से ठंढा बनाये रखने की व्यवस्था रहती है।

पाइल के अन्दर होने वाली प्रतिक्रिया को चित्र 107 से समझा जा सकता है। पोलोनियम से उत्सर्जित α-कण एवं बेरेलियम की प्रतिक्रिया से न्यूट्रॉन की उत्पत्ति होती है। ग्रेफाइट (कार्बन) से गुजरते समय इसका वेग कम जाता है तथा यह मन्द न्यूट्रॉन (slow neutron) U-235 का विखण्डन करता है जिससे अपेक्षाकृत अधिक एवं तेज न्यूट्रॉन उत्पन्न होते हैं। इन तेज न्यूट्रॉन की गति को पुन: ग्रेफाइट द्वारा कम कर दिया जाता है और तब यह पुन: U-235 का विखण्डन करता है। इस प्रकार श्रृंखलाबद्ध प्रतिक्रिया शुरू हो जाती है तथा पाइल से काफी अधिक परिमाण में ऊर्जा उपलब्ध होती है।

(चित्र 107)

सर्वप्रथम निर्मित परमाणु-पाइल द्वारा कुल 200 वाट की ऊर्जा उपलब्ध हो सकी थी, परन्तु बाद में अनेक पाइल का निर्माण किया गया जिससे काफी अधिक परिमाण में ऊर्जा उपलब्ध हो सकी है तथा जिसे महीनों तक लगातार कार्यरत रखा जा सकता है।

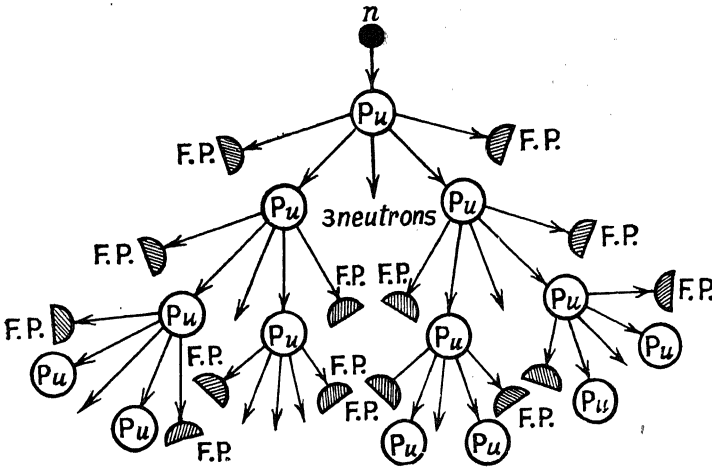
भारत में एक परमाणु-पाइल, जिसका नाम "अप्सरा" रखा गया है, सन् 1956 से व्यवहार में है तथा दो और परमाणु-पाइल "जरलिना" (Zerlina) एवं "कनाडा-भारत रियेक्टर" (Canada-India Reactor) अभी निर्माण की स्थिति में हैं। परमाणु-पाइल का ही दूसरा नाम परमाणु-रियेक्टर (atomic reactor) है।

5.14. परमाणु-बम (Atom Bomb)

आज ज्योंही कोई परमाणु-बम का नाम सुनता है, त्योंही उसके मानस-पटल पर हिरोशिमा एवं नागाशाकी का नग्न चित्र नाचने लगता है तथा रोम-रोम खड़ा हो जाता है। हिरोशिमा एवं नागाशाकी के खँडहर आज भी परमाणु-बम की विध्वंसात्मक कृति की गाथा संसार को सुना रहा है तथा बार-बार कह रहा है कि विज्ञान का इन्होंने क्या बिगाड़ा था जो इनपर इतने बड़े जुल्म ढाये गये।

परमाणु-बम नाभिकीय विखण्डन (nuclear fission) की अनियंत्रित श्रृंखलाबद्ध

प्रतिक्रिया (uncontrolled chain reaction) का परिणाम मात्र है। वस्तुत: इसमें जो प्रतिक्रिया होती है वह इतनी तीव्र एवं भयावह होती है कि इसे नियंत्रित करना संभव नहीं होता है; तथा इस नियंत्रित प्रतिक्रिया से उत्पन्न अपरिमित ऊर्जा विस्फोट के रूप में निकलकर सब कुछ का सर्वनाश कर देती है, जिसका साक्षी हिरोशिमा एवं नागाशाकी का इतिहास है।

परमाणु-बम में विखण्डनीय द्रव्य (fissionable material), यथा यूरेनियम (235) या प्लुटोनियम (239) के दो टुकड़े होते हैं जो काफी घने द्रव्य के आवरण (envelope) के अन्दर बन्द रहते हैं। हिरोशिमा में जिस परमाणु-बम का व्यवहार किया गया था उसमें *U*-235 के टुकड़े लिये गये थे तथा नागाशाकी में व्यवहार किये गये परमाणु-बम में प्लुटोनियम (239) के टुकड़े लिये गये थे। प्रत्येक टुकड़े की संहति एक निश्चित संहति, जिसे क्रांतिक-संहति (critical mass) कहते हैं, से कम होती है; अत: जबतक दोनों टुकड़े अलग-अलग रहते हैं वे पूर्ण स्थायी (stable) एवं सुरक्षित (safe) रहते हैं, परन्तु किसी यांत्रिक युक्ति (mechanical device)— यथा दोनों टुकड़ों के बीच स्थित कैडमियम के मोटे परदे को एकाएक झटका (jerking) देना— द्वारा दोनों टुकड़ों को एक साथ कर दिया जाता है तो दोनों की सम्मिलित संहति क्रांतिक संहति से अधिक हो जाती है तथा भयावह (violent) शृंखलाबद्ध प्रतिक्रिया शुरू हो जाती है। प्रतिक्रिया इतनी तीव्र होती है कि इसे नियंत्रित नहीं किया जा सकता है तथा इसके फलस्वरूप ऊर्जा इतने अधिक परिमाण में उत्पन्न हो जाती है कि बम का विस्फोट हो जाता है।

(चित्र 108)

अन्तरिक्ष-किरण (cosmic ray) के कारण उत्पन्न कुछ-न-कुछ न्यूट्रॉन हमेशा विद्यमान रहते ही हैं। अत: विस्फोट प्रेरित करने के लिए किसी अन्य यांत्रिक युक्ति

की जरूरत नहीं होती है। प्लुटोनियम-बम की शृंखलाबद्ध प्रतिक्रिया चित्र 108 में प्रदर्शित की गयी है।

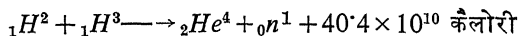
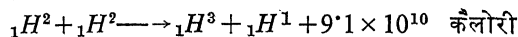
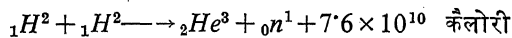
परमाणु-बम में विस्फोट के कारण, जिसके उत्पन्न होने में बहुत ही अल्प समय (2×10^{-6} सेकण्ड के करीब) लगता है, इतनी अधिक ऊर्जा उत्पन्न हो जाती है कि उसका तापमान 10^7°C तथा दाब कई लाख वायुमण्डलीय दाब के बराबर हो जाता है। इसके अतिरिक्त रेडियधर्मी द्रव्य प्रचुर परिमाण में ऐसे तीव्र विद्युत्-चुम्बकीय तरंग, यथा पराबैंगनी (ultra-violet), एक्स-किरण एवं γ-किरण, की भी उत्पत्ति करता है जो अंधा बना देने वाली चमक (blinding flashes) पैदा करती है। विस्फोट होने की वजह से उससे अनेक मील की दूरी तक सभी जीव-जन्तुओं का सर्वनाश हो जाता है। वायु-धारा (air current) द्वारा प्रवाहित होकर रेडियधर्मी धूल सुदूर प्रदेशों में भी अवर्णनीय क्षति पहुँचाती है।

परमाणु-बम को नाभिकीय बम (nuclear bomb) कहना अधिक उपयुक्त एवं तर्कसंगत होगा।

5.15. हाइड्रोजन-बम (Hydrogen Bomb)

हाइड्रोजन-बम का निर्माण नाभिकीय विखण्डन (nuclear fission) की विपरीत (reverse) क्रिया—जिसे नाभिकीय सम्मिलन (nuclear fusion) कहते हैं—के सिद्धान्त पर आधारित है। जिस प्रकार किसी भारी (heavy) नाभिक के दो हलके (light) भागों में विखंडित होने की क्रिया नाभिकीय विखण्डन कहलाती है ठीक उसी प्रकार दो हलके नाभिकों के एक साथ मिलकर एक अपेक्षाकृत भारी नाभिक के निर्माण की क्रिया नाभिकीय सम्मिलन कहलाती है।

हाइड्रोजन-बम की प्रतिक्रिया में, दो हलके परमाणु, यथा हाइड्रोजन, आपस में मिलकर अपेक्षाकृत भारी परमाणु, यथा हीलियम, का निर्माण करते हैं तथा प्रतिक्रिय द्रव्यों (reacting substances) की संहति का कुछ भाग ऊर्जा में परिवर्तित हो जाता है। इस बम में होने वाली प्रतिक्रिया को निम्नलिखित ढंग से निरूपित किया जा सकता है—

$${}_1H^2 + {}_1H^2 \longrightarrow {}_2He^3 + {}_0n^1 + 7{\cdot}6 \times 10^{10} \text{ कैलोरी}$$
$${}_1H^2 + {}_1H^2 \longrightarrow {}_1H^3 + {}_1H^1 + 9{\cdot}1 \times 10^{10} \text{ कैलोरी}$$
$${}_1H^2 + {}_1H^3 \longrightarrow {}_2He^4 + {}_0n^1 + 40{\cdot}4 \times 10^{10} \text{ कैलोरी}$$

इस बम में इतनी अधिक ऊर्जा मुक्त होती है कि यह परमाणु-बम से करीब 1000 गुना अधिक विस्फोटक होता है। हाइड्रोजन-बम को व्यवहार में लाने के लिए अत्यधिक तापमान एवं दाब का वर्त्तमान होना आवश्यक होता है। सौरमंडल (solar system) में तो यह शर्त्त भलीभाँति पूरी हो जाती है परन्तु पृथ्वी पर यह शर्त्त पूरी करना उतना आसान नहीं है।

परमाणु-बम की अपेक्षा, यह बम उत्कृष्ट (superior) इसीलिए माना जाता है

कि इसमें कोई क्रांतिक संहति (critical mass) नहीं होती है। अतः इसके आकार-प्रकार (shape and size) के सम्बन्ध में किसी प्रकार की पाबन्दी नहीं रहती है।

सर्वप्रथम हाइड्रोजन-बम अमेरिका में बनाया गया जिसका उपनाम "**माइक** (Mike)" है तथा जिसका विस्फोट नवम्बर, 1952 ई० में मार्शल-द्वीप (Marshal Islands) के इनिवेटॅक (Eniwetok) नामक स्थान में किया गया था। इसकी संहति 65 टन थी तथा इसके विस्फोट से इतनी ऊर्जा उपलब्ध हुई थी जितनी 3×10^6 टन T.N.T. से प्राप्त हो सकती है। परन्तु, यह बम स्थानान्तरित किये जाने योग्य (transportable) नहीं होता है।

एक दूसरा हाइड्रोजन बम रूस में अगस्त, 1953 ई० में बनाया गया। इसकी विस्फोटक सामर्थ्य (explosive power) यद्यपि कम (करीब 1×10^6 टन T. N. T. के बराबर) है, पर स्थानान्तरित किये जाने योग्य होने की वजह से यह "माइक" की अपेक्षा अधिक उत्कृष्ट माना जाता है।

ऐसा पाया गया है कि यदि हाइड्रोजन-बम को किसी धात्विक आवरण (metallic sheath) के अन्दर रखा जाता है तो इससे घातक विकिरण (lethal radiation) के निकलने की वजह से इसका प्रभाव कभी-कभी महीनों या वर्षों तक और भी अधिक बुरा होता है। ऐसे बम को **नारकीय-बम** (Hell-bomb) कहते हैं।

5.16. नाभिक की बनावट (Structure of the Nucleus)

α-कण के प्रकीर्णन (scattering) के सम्बन्ध में रदरफोर्ड द्वारा किये गये प्रयोग के परिणाम से यह निष्कर्ष निकलता है कि परमाणु में एक छोटा-सा धनाविष्ट केन्द्रीय आन्तरक (positively charged central core) होता है जिसमें ही परमाणु की प्रायः कुल संहति संगृहीत रहती है। इस आन्तरक की त्रिज्या (करीब 10^{-12} सें०मी० के क्रम में) परमाणु की त्रिज्या (करीब 10^{-8} सें०मी० के क्रम में) की तुलना में बहुत ही कम होती है। इस आन्तरक को परमाणु का नाभिक (nucleus) कहते हैं। न्यूट्रॉन के आविष्कार के पहले तक लोगों की यह धारणा थी कि परमाणु का नाभिक प्रोटॉन एवं इलेक्ट्रॉन से बना होता है; परन्तु सन् 1932 में, न्यूट्रॉन के आविष्कार के बाद लोगों की पुरानी धारणा बदल गयी और इसके सम्बन्ध में वर्तमान धारणा यह है कि परमाणु का नाभिक प्रोटॉन एवं न्यूट्रॉन से बना होता है तथा इसमें प्रोटॉन की संख्या नाभिक पर धन आवेश की इकाई के बराबर होती है; उदाहरणार्थ, किसी परमाणु जिसकी संहति-संख्या (mass number) A एवं आवेश या परमाणु-संख्या (charge or atomic number) Z है, उसके नाभिक में कुल Z प्रोटॉन एवं $(A-Z)$ न्यूट्रॉन होते हैं। अतः Z प्रोटॉन एवं $(A-Z)$ न्यूट्रॉन की संहति का योग परमाणु के नाभिक की संहति के बराबर होना चाहिए। परन्तु प्रायोगिक निर्धारण के फलस्वरूप यह पता चलता है कि नाभिक की संहति अवयवी कणों की संहति के योग से कम होती है; उदाहरणार्थ, ड्यूट्रॉन पर

विचार करें जिसमें 1 प्रोटॉन एवं 1 न्यूट्रॉन होता है—

1 न्यूट्रॉन की संहति = 1·00893 a. m. u.

1 प्रोटॉन की संहति = 1·00813 a. m. u.

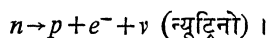
योग = 2·01706 a. m. u.

एवं ड्यूट्रॉन की संहति = 2·01473 a. m. u.

अन्तर = 0 00223 a. m. u. जो सापेक्षता-सिद्धान्त के अनुसार 0·00223 × 931 Mev या 2·2 Mev ऊर्जा के बराबर होता है।

इसका अर्थ यह हुआ कि जब एक प्रोटॉन एवं एक न्यूट्रॉन मिलकर एक ड्यूट्रॉन का निर्माण करते हैं तो उनकी सम्मिलित संहति में से 0·00223 a. m. u. की संहति की क्षति हो जाती है जो ऊर्जा के रूप में परिवर्तित हो जाती है। यह ऊर्जा नाभिक के कणों को एक साथ बनाये रखने में खर्च हो जाती है, कारण यदि यह ऊर्जा नहीं रहती तो नाभिक में धनाविष्ट प्रोटॉन सदा एक-दूसरे को विकर्षित करते रहते तथा नाभिक अत्यन्त ही अस्थायी रहता। संहति की यह क्षति संहति-दोष (mass defect) कहलाती है।

नाभिक के न्यूट्रॉन-प्रोटॉन की बनावट के आधार पर रेडियधर्मिता की व्याख्या भली-भाँति की जा सकती है— α-कण, दो प्रोटॉन एवं दो न्यूट्रॉन के संयोग से बनता है। यह कण, रेडियधर्मी नाभिक के अन्दर या तो पहले से ही बनकर रह सकता है या उत्सर्जन के ही समय बनता हो—ऐसा भी हो सकता है। उसी प्रकार β-कण का उत्सर्जन उस समय होता है जबकि नाभिक के अन्दर का न्यूट्रॉन, प्रोटॉन (एवं अन्य कण यथा इलेक्ट्रॉन एवं न्यूट्रिनो) के रूप में परिवर्तित होता है; यथा—

$$n \rightarrow p + e^{-} + \nu \text{ (न्यूट्रिनो)}।$$

प्रयोग द्वारा भी यह धारणा सत्य साबित हो चुकी है। नाभिक के अन्दर के प्रोटॉनों के बीच में विकर्षण का बल लगता है जबकि न्यूट्रॉन द्वारा कोई विद्युतीय बल उत्पन्न नहीं होता है। अब प्रश्न यह उठता है कि इस विकर्षण-बल के बावजूद नाभिक स्थायी कैसे रहता है। इस प्रश्न का सन्तोषप्रद उत्तर सन् 1935 ई० में युकवा (Yukawa) ने अपने **मेसन-क्षेत्र के सिद्धान्त** (meson field theory) के आधार पर दिया। इस सिद्धान्त के अनुसार, नाभिकीय कण (nucleons) एक-दूसरे को एक अल्प परास (short range) तक अविद्युतीय (non-electric) बल के द्वारा आकर्षित करते हैं—इस बल को नाभिकीय बल (nuclear force) कहते हैं। यही बल सभी नाभिकीय कण को एक साथ बनाये रखता है। इस प्रकार नाभिकीय कण एक बल-क्षेत्र (field of force) में स्थित होते हैं—युकवा ने इस क्षेत्र का नाम मेसन क्षेत्र (meson-field) दिया तथा बतलाया कि यह क्षेत्र एक प्रकार के कण से सम्बद्ध (associated) रहता है जिसे 'π-मेसन' कहते हैं। ईसकी संहति प्रोटॉन एवं

इलेक्ट्रॉन की संहति के मध्यमान (intermediate) के बराबर होती है तथा यह धनात्मक (π^+), ऋणात्मक (π^-) एवं उदासीन (π^0) हो सकता है।

यदि कोई प्रोटॉन ऋणात्मक π-मेसन (π^-) के क्षेत्र में रहता है तो यह न्यूट्रॉन में परिणत हो जाता है तथा उसी प्रकार यदि कोई न्यूट्रॉन धनात्मक मेसन (π^+) के क्षेत्र में रहता है तो यह प्रोटॉन में परिणत हो जाता है। इस प्रकार नाभिक की बनावट हर समय परिवर्तनशील रहती है परन्तु किसी दिये गये नाभिक में प्रोटॉन एवं न्यूट्रॉन की संख्या हर समय एक ही रहती है। मेसन का यह सतत परिवर्तन सभी नाभिकीय कण को एक साथ बनाये रखता है।

इस सिद्धान्त के अनुसार β-उत्सर्जन के समय सर्वप्रथम न्यूट्रॉन, एक प्रोटॉन एवं अस्थायी π^- में परिणत हो जाता है जो टूटकर β-किरण (या इलेक्ट्रॉन) का उत्सर्जन करता है।

परमाणु के नाभिक के विभिन्न विशिष्ट गुणों के विवेचन के लिए नाभिक के विभिन्न प्रकार के मॉडल (model) की कल्पना की गयी है— उनमें से प्रमुख निम्न-लिखित हैं—

(i) **α-कण वाला मॉडल** (α-particle model)— इस मॉडल की कल्पना ह्वीलर (Wheeler), वैजसैकर (Weizsacker) एवं फैनो (Fano) ने इस प्रायोगिक तथ्य के आधार पर की कि कुछ नाभिक α-कण का उत्सर्जन करते हैं। इस मॉडल के अनुसार परमाणु का नाभिक α-कणों से बना होता है यद्यपि α-कण अधिक समय तक अपना अस्तित्व बनाये नहीं रख सकता है तथा टूटकर और भी मौलिक कणों में परिणत हो जाता है।

(ii) **द्रव-बूंद वाला मॉडल** (Liquid-drop model)— इस मॉडल की कल्पना सर्वप्रथम बोर (Bohr) एवं कैल्कर (Kalckar) ने की जिसे बाद में हाइजेनबर्ग (Heisenberg), मजोरना (Majorna) एवं ह्वीलर ने भी माना। इस मॉडल के अनुसार, परमाणु के नाभिक की तुलना द्रव की बूँद से की जा सकती है जिसमें अनेक गुणों—यथा पृष्ठ-तनाव (surface tension) एवं करीब-करीब स्थिर घनत्व (nearly constant density)— के सादृश्य के कारण, नाभिकीय कण (nucleons) को द्रव के अणु के सदृश माना जा सकता है। इस मॉडल की मदद से, नाभिक के अन्दर के बल, नाभिकीय रूपान्तर (nuclear transformation) एवं नाभिकीय विखण्डन (nuclear fission) आदि घटनाओं का विवेचन किया गया है, तथा इसमें थोड़ी-बहुत सफलता भी मिली है।

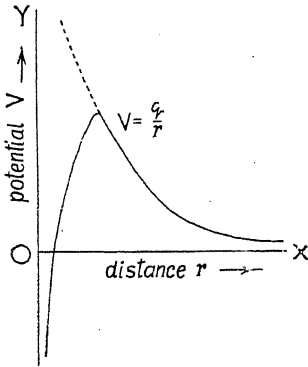
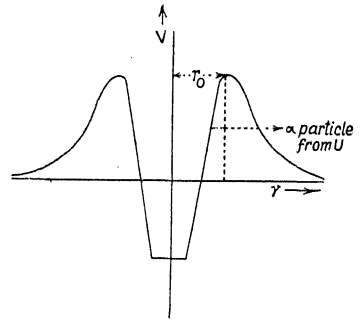
(iii) **कवच वाला मॉडल** (Shell model)— इस मॉडल की कल्पना हैक्सेल (Haxel), मेयर (Mayer), कीनबर्ग आदि ने की। इस मॉडल के अनुसार, नाभिक एक कवच के रूप में होता है जो स्वतंत्र कणों से बना होता है। इन कणों के बीच, गैस के अणुओं की भाँति, आपसी प्रतिक्रिया (interaction) का प्रभाव बहुत ही क्षीण होता

है। अतः ये एक-दूसरे से करीब-करीब नहीं के बराबर प्रभावित होते हैं; इन पर प्रभाव सिर्फ पॉली के सिद्धान्त (Pauli's principle) का होता है।

कुछ नाभिकीय गुणों, यथा स्थायित्व (stability), चुम्बकीय घूर्ण (magnetic moment) एवं भ्रमि (spin) आदि की सफलतापूर्वक व्याख्या इस मॉडल के आधार पर की गयी है।

प्रयोग के आधार पर देखा गया है कि कोई एक प्रकार का मॉडल सभी नाभिकीय गुणों की व्याख्या करने में समर्थ सिद्ध नहीं होता है; दूसरे शब्दों में, कोई भी मॉडल अपने-आपमें पूर्ण नहीं है अपितु ये एक-दूसरे के पूरक माने जा सकते हैं।

परमाणु के नाभिक की बनावट भले ही जिस मॉडल की हो, परन्तु यह बात सर्वमान्य सिद्ध हो चुकी है कि नाभिक धनाविष्ट होता है अतः हम ज्यों-ज्यों नाभिक की ओर बढ़ेंगे उसकी स्थितिज ऊर्जा का मान बढ़ता जायगा; परन्तु गैमो (Gamow) ने यह प्रतिपादित किया कि नाभिक के अत्यन्त नजदीक पहुँचने पर, कूलम्ब के नियम का लागू होना खत्म हो जाता है तथा विकर्षण का बल आकर्षण के बल में बदल जाता है। इस प्रकार की स्थिति में, नाभिक से किसी दूरी r पर स्थित किसी विन्दु पर के विभव V एवं r के बीच खींचे गये रेखाचित्र की प्रकृति ठीक वैसी ही होगी जैसा कि चित्र 109 में दिखलाया गया है। इस वक्र को **नाभिकीय विभव अवरोधक** (nuclear potential barrage) कहते हैं।

यदि इस प्रकार के वक्र को हम V-अक्ष के परितः घुमाएँ तो हमें चित्र 110 में प्रदर्शित वक्र की तरह का वक्र मिलता है।

(चित्र 109) (चित्र 110)

अतः स्पष्ट है कि कोई भी आविष्ट कण तभी नाभिक तक पहुँच सकता है या नाभिक से बाहर निकल सकता है जबकि उसमें इसवक्र के शीर्ष (peak) को पार कर जाने लायक पर्याप्त ऊर्जा हो। यूरेनियम नाभिक के लिए इस शीर्ष का मान 12×10^{-6} अर्ग होता है; इसका अर्थ यह हुआ कि कोई भी आविष्ट कण यूरेनियम नाभिक तक तभी पहुँच सकता है या नाभिक से तभी बाहर आ सकता है

जबकि उसकी ऊर्जा 12×10^{-6} अर्ग या इससे अधिक हो। परन्तु प्रयोग द्वारा यह पाया गया है कि $6{\cdot}6 \times 10^{-6}$ अर्ग की ऊर्जा वाला भी α-कण यूरेनियम नाभिक से बाहर आ जाता है। यह एक प्रकार का वैषम्य (anomaly) उपस्थित कर देता है जिसे गैमो ने α-कण का तरंग-पक्ष (wave aspect) मानकर दूर किया है। इस प्रकार के प्रभाव को टनेल-प्रभाव (tunnel effect) कहते हैं।

5.17. अन्तरिक्ष-किरण (Cosmic rays)

अन्तरिक्ष-किरण का आविष्कार सन् 1899 ई० में इलस्टर (Elster) एवं गेटल (Geital) तथा 1900 ई० में विलसन (Wilson) ने किया।

यह किरण अत्यन्त ही अधिक वेधन-सामर्थ्य (penetrating power) वाली होती है। इसकी ऊर्जा 10^3 Mev से लेकर 10^{12} Mev तक होती है। यह किरण, बाहर के अज्ञात स्थान से, लगातार एवं सभी दिशाओं से पृथ्वी पर आपतित होती रहती है। अत्यन्त ही अधिक वेधन-सामर्थ्य होने के कारण, ये किरणें पूर्ण रूप से विसंवाहित (insulated) आविष्ट विद्युत्दर्शी (electroscope) पर स्थित आवेश का विसर्जन (discharge) कर देती हैं। यही घटना, अन्तरिक्ष-किरण के आविष्कार की जननी है।

इस किरण का आविष्कार हुए करीब सत्तर वर्ष बीत चुके, परन्तु इसके उद्भव (origin) का सही पता अभी तक नहीं लग सका है।

इसके सम्बन्ध में एक मत यह है कि ये किरणें सूर्य से आती हैं; परन्तु इसके विरुद्ध यह तर्क दिया जाता है कि यदि ये किरणें सूर्य से आतीं तो इनकी तीव्रता हर समय—दिन और रात में भी—समान नहीं रहती।

इसके सम्बन्ध में दूसरा मत यह है कि ये किरणें तारों से (stars) से आती हैं; परन्तु इसके विरुद्ध भी अनेक तर्क दिये गये हैं।

कुछ वैज्ञानिकों का मत है कि इस किरण के कण विद्युत्-चुम्बकीय तरंग द्वारा त्वरित होते हैं। इस प्रकार बहुत-सी अटकलबाजियाँ इसके उद्भव के सम्बन्ध में लगायी गयी हैं; परन्तु इसके उद्भव के सम्बन्ध में कोई भी सर्वमान्य सिद्धान्त अभी तक प्रतिपादित नहीं किया जा सका है। इस दिशा में अभी भी खोज जारी है।

अन्तरिक्ष-किरणें दो प्रकार की होती हैं— एक प्राथमिक अन्तरिक्ष-किरण (primary cosmic rays) एवं दूसरी द्वितीयक अन्तरिक्ष-किरण (secondary cosmic rays)।

प्राथमिक अन्तरिक्ष-किरणें वे किरणें होती हैं जो बाहरी अज्ञात स्थान से आती हैं तथा पृथ्वी के वायुमण्डल के ऊपरी भाग में प्रवेश करती हैं। जब प्राथमिक अन्तरिक्ष-किरणें वायुमण्डल के ऊपरी भाग में प्रवेश करती हैं तो वे वायुमण्डलीय गैस के अणुओं के साथ टक्कर (collision) से एक दूसरी अन्तरिक्ष-किरण की उत्पत्ति करती हैं जिसे द्वितीयक अन्तरिक्ष-किरण कहते हैं।

अन्तरिक्ष-किरण की तीव्रता पृथ्वी के हर स्थान पर समान नहीं होती है वरन् ऊँचाई, अक्षांश एवं दिशा के साथ बदलती रहती है।

ऊँचाई के बढ़ने के साथ-साथ अन्तरिक्ष-किरण की तीव्रता भी बढ़ती जाती है तथा एक निश्चित ऊँचाई पर तीव्रता महत्तम हो जाती है; इससे और अधिक ऊँचाई पर तीव्रता पुन: घटने लगती है। इसे ऊँचाई-प्रभाव (altitude effect) कहते हैं।

पृथ्वी के ध्रुव पर अन्तरिक्ष-किरण की तीव्रता महत्तम होती है तथा हम ज्यों-ज्यों विषुवत् रेखा (equator) की ओर बढ़ते हैं, इसकी तीव्रता घटती जाती है। इसे अक्षांश-प्रभाव (latitude effect) कहते हैं।

पूरब की अपेक्षा पश्चिम दिशा से आने वाली अन्तरिक्ष-किरण की तीव्रता अधिक होती है तथा दोनों का अन्तर, विषुवत् रेखा पर महत्तम होता है। इसे पूरब-पश्चिम का प्रभाव (east-west effect) कहते हैं।

साधित उदाहरण

1. किसी रेडियधर्मी तत्त्व के लिए, जिसकी अर्द्धायु-अवधि 20 वर्ष है, अपक्षय-स्थिरांक की गणना करें। (Karnatak 1965)

(Calculate the radioactive decay constant for an element whose half-life period is 20 years.)

अर्द्धायु-अवधि T एवं अपक्षय-स्थिरांक के बीच का सम्बन्ध निम्नलिखित है—

$$\lambda=\frac{0{\cdot}6931}{T}.$$

यहाँ $T=20$ वर्ष,

$$\therefore\ \lambda=\frac{0{\cdot}6931}{20}=0{\cdot}03465 \text{ प्रति वर्ष}।$$

2. रेडियम की अर्द्धायु-अवधि 1590 वर्ष है। कितने वर्षों में 1 ग्राम शुद्ध तत्त्व घटकर 1 सेंटीग्राम बच जायगा ? (Punjab 1958)

(The half-life period for radium is 1590 years. In how many years will 1 gm. of pure element be reduced to 1 centigram ?)

अर्द्धायु-अवधि $$T=\frac{0{\cdot}6931}{\lambda}=1590.$$

$$\therefore\ \lambda=\frac{0{\cdot}6931}{1590}.$$

पुन: समीकरण $N=N_0\, e^{-\lambda t}$ से

$$\frac{N}{N_0}=\frac{1}{100}=e^{-\lambda t}.$$

$\therefore \quad 100 = e^{\lambda t}$

या $\quad \lambda t = \log_e 100.$

$$\therefore \quad t = \frac{\log_e 100}{\lambda} = \frac{1590}{0{\cdot}6931} \times \log_e 100$$

$$= \frac{1590}{0{\cdot}6931} \times 2{\cdot}3026 \times 2$$

$= 10585$ वर्ष ।

3. किसी रेडियधर्मी द्रव्य का 1 ग्राम, 50 सेकण्ड में 1 सेंटीग्राम खो देता है। इसकी अर्द्धायु-अवधि एवं अपक्षय-स्थिरांक की गणना करें। (Poona 1962)

(1 gm. of a radioactive substance takes 50 sec. to lose 1 centigram. Find its half-life period and decay constant.)

$t = 0$ पर तत्त्व की संहति $= 1$ ग्राम $= N_0$,

$t = 50$ सेकण्ड के बाद तत्त्व की बची हुई संहति

$= (1 - 0{\cdot}01) = 0{\cdot}99$ ग्राम $= N$.

अतः सूत्र $\quad N = N_0 \, e^{-\lambda t}$ से

$$\frac{N}{N_0} = \frac{0{\cdot}99}{1} = \frac{99}{100} = e^{-\lambda t}.$$

$$\therefore \quad e^{\lambda t} = \tfrac{100}{99}.$$

$$\therefore \quad \lambda = \frac{1}{t} \log_e \frac{100}{99}$$

$$= \tfrac{1}{50} \times 2{\cdot}3026 \times \log_{10} \tfrac{100}{99}$$

$$= \tfrac{1}{50} \times 2{\cdot}3026 \times 0{\cdot}0044$$

$= 2{\cdot}026 \times 10^{-4}$ सेकण्ड ।

अतः अर्द्धायु-अवधि

$$T = \frac{0{\cdot}6931}{\lambda} = \frac{0{\cdot}6931}{2{\cdot}026 \times 10^{-4}} = 3420 \text{ सेकण्ड} = 57 \text{ मिनट ।}$$

4. रेडियम का परमाणु-भार 226 है। ऐसा पाया गया है कि 1 ग्राम रेडियम से $3{\cdot}67 \times 10^{10}$ α-कण प्रति सेकण्ड उत्सर्जित होते हैं। रेडियम के लिए अर्द्धायु-अवधि का मान ज्ञात करें। (Osmania 1964)

(The atomic weight of radium is 226. It has been observed that per second $3{\cdot}67 \times 10^{10}$ α-particles are emitted from 1 gm. of radium. Calculate the value of half-life period for radium.)

$\because$ रेडियम का परमाणु-भार 226 है, इसका मतलब यह हुआ कि उसके एक ग्राम-

परमाणु-भार (gm. atomic weight) की संहति = 226 ग्राम है जिसमें कुल $6{\cdot}02 \times 10^{23}$ परमाणु हैं।

अत: रेडियम के 1 ग्राम में परमाणुओं की संख्या $N = \dfrac{6{\cdot}02 \times 10^{23}}{226}$.

1 ग्राम रेडियम से विघटन की दर $= -\dfrac{dN}{dt} = 3{\cdot}67 \times 10^{10}$/से० ।

परन्तु $-\dfrac{dN}{dt} = \lambda N$ और $\lambda = \dfrac{0{\cdot}6931}{T}$,

अत: $$3{\cdot}67 \times 10^{10} = \frac{0{\cdot}6931}{T} \cdot \frac{6{\cdot}02 \times 10^{23}}{226}.$$

$$\therefore \quad T = \frac{0{\cdot}6931}{3{\cdot}67 \times 10^{10}} \times \frac{6{\cdot}02 \times 10^{23}}{226} \text{ सेकण्ड}$$

$$= \frac{0{\cdot}6931}{3{\cdot}67 \times 10^{10}} \times \frac{6{\cdot}02 \times 10^{23}}{226} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{24} \times \frac{1}{365} \text{ वर्ष} = 1595 \text{ वर्ष ।}$$

5. प्रोटन द्वारा अभिहनन से जब 100 ग्राम $_3Li^7$, $_2He^4$ में परिणत किया जाता है तो उत्पन्न ऊर्जा का मान KWH में ज्ञात करें। दिया हुआ है कि

$_3Li^7$ की संहति = 7·0183 संहति-इकाई,
$_2He^4$ की संहति = 4·0040 संहति-इकाई,
$_1H^1$ की संहति = 1·0081 संहति-इकाई ।

[Delhi (Hons.) 1950]

(Calculate the energy generated in KWH, when 100 gm. of $_3Li^7$ are converted into $_2He^4$ by proton bombardment, given that

mass of $_3Li^7 = 7{\cdot}0183$ mass-units,
mass of $_2He^4 = 4{\cdot}0040$ mass-units,
mass of $_1H^1 = 1{\cdot}0081$ mass units.)

इस क्रिया को प्रदर्शित करने वाला समीकरण है

$$_3Li^7 + {_1H^1} = 2\ {_2He^4} + Q \text{ (उत्पन्न ऊर्जा) ।}$$

अर्थात्, $$7{\cdot}0183 + 1{\cdot}0081 \rightarrow 2 \times 4{\cdot}0040 + Q.$$

अत: उत्पन्न ऊर्जा

$= (7{\cdot}0183 + 1{\cdot}0081 - 8{\cdot}0080)$ संहति इकाई
$= 0{\cdot}0184$ संहति-इकाई
$= 0{\cdot}0184 \times (3 \times 10^{10})^2$ अर्ग ।

अत: जब 7·0183 ग्राम Li का He में रूपान्तर होता है तब उत्पन्न ऊर्जा

$= 0{\cdot}0184 \times 9 \times 10^{20}$ अर्ग ।

अत: 100 ग्राम Li के रूपान्तर (He में) के कारण उत्पन्न ऊर्जा

$$= \frac{100}{7{\cdot}0183} \times 0{\cdot}0184 \times 9 \times 10^{20} \text{ अर्ग}$$

$$=\frac{100}{7\cdot0183}\times0\cdot0184\times9\times10^{20}\times\frac{1}{10^7}\times\frac{1}{60}\times\frac{1}{60}\text{ K.W.H.}$$

$$=0\cdot553\times10^6\text{ K.W.H.}$$

प्रश्नावली ५

(अ)

1. α, β एवं γ किरण किसे कहते हैं ? इनके गुणों का वर्णन करें ।

(Agra 1967; Punjab '62, '59 S, '54 S; Sagaur '62)

[What are α, β and γ-rays ? Describe their properties.]

2. प्रयोग द्वारा यह कैसे सिद्ध किया गया है कि α-कण, हीलियम का नाभिक है ?

(Agra 1958; Vikram '63)

[How has it been proved experimentally that α-particles are Helium nuclei ?]

3. आविष्ट कणों के परिचय की विभिन्न विधियों का वर्णन करें ।

(Allahabad 1965; Patna '56)

[Describe various methods of detecting charged particles.]

4. रेडियधर्मी विघटन के नियम लिखें । अपक्षय-स्थिरांक, अर्द्धायु-अवधि एवं औसत-आयु-अवधि की परिभाषा लिखें तथा इनके लिए आवश्यक व्यंजक प्राप्त करें ।

(Allahabad 1965, '63, '58; Delhi '63, '61; Punjab '58)

[Develop the radioactive disintegration law. Define decay-constant, half-life period and average life.]

5. कृत्रिम रेडियधर्मिता, कृत्रिम नाभिकीय विघटन एवं नाभिकीय विखण्डन से क्या समझते हैं ? उदाहरण के साथ उत्तर दें ।

(Allahabad 1964; Nagpur '65; Osmania '64; Punjab '62, '58)

[What do you understand by artificial radioactivity, artificial nuclear disintegration and nuclear fission ? Illustrate your answer with examples.]

6. साइक्लोट्रॉन के सिद्धान्त एवं कार्य-विधि का वर्णन करें ।

(Punjab 1963, '61, '59, '52; Madras '64)

[Describe the principle and working of a cyclotron.]

7. निम्नलिखित पर टिप्पणी लिखें—

परमाणु-पाइल, परमाणु-बम, हाइड्रोजन-बम, पार-यूरेनिक तत्त्व, अन्तरिक्ष-किरणें एवं नाभिक की बनावट ।

(Punjab 1965, '62, '61, '58; Agra '51; Lucknow '63; Sagaur '62)

[Write notes on the following—

Atomic pile, Atom bomb, Hydrogen bomb, Trans-uranic elements, Cosmic rays and Nuclear structure.]

(ब)

1. रेडन की अर्द्धायु-अवधि 3·80 दिन है। कितने दिनों के बाद उसकी प्रारम्भिक संहति का $\frac{1}{20}$ भाग बचा रहेगा ? (Allahabad 1966) [उत्तर : 16·45 दिन]

[The half-life of Radon is 3·80 days. After how many days will only $\frac{1}{20}$th of a Radon sample be left over ?]

2. रेडियम की अर्द्धायु-अवधि 1590 वर्ष है। कितने वर्षों में 1 ग्राम शुद्ध तत्त्व 1 सेंटीग्राम की संहति खो देगा ? (Jabalpur 1964) (उत्तर : 23·25 वर्ष)

[The half-life time of Radium is 1590 years. In how many years will 1 gm. of pure element lose one centigram ?]

3. दो वर्ष की अर्द्धायु-अवद्धि वाले रेडियधर्मी तत्त्व की 10 मि०ग्रा० संहति को किसी स्टोर में चार वर्ष के लिए रखा गया है। कितना द्रव्य अपरिवर्तित स्थिति में बचा रहेगा ? (Agra 1966) (उत्तर : 2·25 मि०ग्रा०)

[10 mgm. of a radioactive material of half-life period two years is kept in store for four years. How much of the material remains unchanged ?]

4. रेडियधर्मी द्रव्य के किसी नमूने से 47·5 α-कण प्रति मिनट निकल रहा है। 5 मिनट के बाद, यह दर घटकर 27 प्रति मिनट हो जाती है। नमूने के लिए अपक्षय-स्थिरांक एवं अर्द्धायु-अवधि निकालें।

(Poona 1966) (उत्तर : 0·1126/मिनट, 6·13 मिनट)

[For a given sample of radioactive substance, the counting rate is 47·5 α-particles/minute. After 5 minutes, the counts reduced to 27 per minute. Find the decay constant and half-life of the sample.]

5. 1 ग्राम यूरेनियम के विखण्डन से उत्पन्न ऊर्जा ज्ञात करें। (उत्तर : 2×10^{10} कैलोरी)

[Calculate the energy released by the fission of 1 gm. of uranium.]

6. एक ड्यूट्रॉन को प्रोटॉन में विघटित करने के लिए γ-किरण की न्यूनतम आवश्यक ऊर्जा ज्ञात करें।

दिया हुआ है कि

$e = 4{\cdot}80 \times 10^{-10}$ स्थि० वि० इ०, $m = 0{\cdot}91 \times 10^{-27}$ ग्राम,

$c = 3 \times 10^{10}$ सें०मी०/से०, $h = 6{\cdot}55 \times 10^{-27}$ अर्ग-सेकण्ड,

$M = 1{\cdot}66 \times 10^{-24}$ ग्राम, प्रोटॉन की संहति = 1·00759 संहति-इकाई,

न्यूट्रॉन की संहति = 1·00898 संहति-इकाई,

और ड्यूट्रॉन की संहति = 2·01471 संहति-इकाई।

[Delhi (Hons.) 1953] (उत्तर : 1·747 Mev.)

[Calculate the minimum energy of γ-rays necessary to disintegrate a deutron into a proton, given that

$e = 4{\cdot}80 \times 10^{-10}$ e.s.u., $m = 0{\cdot}91 \times 10^{-27}$ gm.,

$c = 3 \times 10^{10}$ cm./sec, $h = 6{\cdot}55 \times 10^{-27}$ erg-sec.

$M = 1{\cdot}66 \times 10^{-24}$ gm., mass of proton = 1·00759 mass units,

mass of neutron = 1·00898 mass units,

and mass of deutron = 2·01471 mass units.]

स्नातक

भौतिकी